Version visqueuse des équations des lacs avec condition de type Navier et dégénérescence du fond.

Bilal AL TAKI , Université Libanaise-Université de Savoie Mont Blanc

Mots-clés : Équations des lacs visqueux, condition générale de type Navier, poids de Muckenhoupt, espaces de Sobolev à poids

Dans ce travail, nous démontrons l'existence et l'unicité de la solution de l'équation du lac visqueux dégénérée avec une condition générale de type Navier et la convergence vers sa version non visqueuse. Les équations des lacs visqueuses sont obtenues de l'équation de Saint-Venant avec viscosité et bathymétrie en faisant tendre le nombre de Froude vers zéro quand la hauteur d'eau initiale converge vers la bathymétrie qui dépend de la variable x seulement, voir par exemple [**?**] pour le modèle de Saint-Venant visqueux et [**?**] pour une explication de la limite singulière donnant l'équation des lacs visqueuse: Il s'agit de l'hypothèse dite de toit rigide.

En 1827, Navier a proposé une condition dite de glissement avec friction à la paroi qui permet de prendre en compte le glissement du fluide près du bord et de mesurer l'effet de friction en considérant la composante tangentielle du tenseur des contraintes proportionnelle à la composante tangentielle de la vitesse.

Dans le cas où la bathymétrie est strictement positive dans $\overline{\Omega}$, l'existence d'une solution peut être démontrée comme dans D. Levermore and M. Sammartino [**?**] sans trop de difficulté.

Dans ce travail, on traite le cas où la bathymétrie est strictement positif dans Ω mais peut s'annuler sur une partie de la frontière: hypothèse qui amène à des équations à coefficients dégénérées. Le cadre de travail nécessite alors l'introduction d'espaces à poids. Nous montrerons que l'utilisation des espaces de type *Muckenhoupt* permet de démontrer un résultat qui généralise au cas dégénéré les résultats connus sur Navier-Stokes incompressible (voir [**?**]).

Nous démontrons ensuite un résultat de convergence entre solutions de cette équation et solution de l'équation du lac non vsiqueux quand le nombre de Reynolds tends vers l'infini. Le lecteur intéressé pourra consulter les références suivantes pour les équations des lacs non visqueuses dans le cadre dégénéré [**?**], [**?**], [**?**].

Références

[1] D. Bresch, P. Noble, *Mathematical derivation of viscous shallow-water equations with zero surface tension*, Indiana University Mathematics Journal 02/2010.

[2] D. Bresch, M. Gisclon, C. K. Lin, *An example of low Mach (Froude) number effects for compressible flows with nonconstant density (height) limit*, M2AN: Math. Model. Numer. Anal. 2005, 39 (3), pp.447-486. hal-(00380589).

[3] C. D. Levermore and M. Sammartino, *A shallow water model with eddy viscosity for basins with a varying bottom topography*, Nonlinearity 14(2001),1493-1515.

[4] J. Simon, *Équations de Navier Stokes*, Université Blaise Pascal (1991),2002-2003, 161 pages.

[5] D. Bresch, and G. Metivier, *Global existence and uniqueness for the lake equations with vanishing topography: elliptic estimates for degenerate equations*, Nonlinearity 19(2006),591-610

[6] C. Lacave, T.T.Nguyen and B. Pausader, *Topography influence of the lake equation in bounded domains*. J. Math. Fluid Mec. 16 (2014), 375-406.

[7] I. Munteanu, *Existence of solutions for models of shallow water in a basin with a degenerate varying bottom*, J. Evol. Equ. 12(2012),394-412.

Bilal AL TAKI , Laboratoire de Mathématiques -EDST, Université Libanaise, Beyrouth, Liban.
LAMA, UMR 5127 CNRS, Université de Savoie, 73376 Le Bourget du lac cedex, France
`bilal0127_@live.com`