Méthode d'Arnoldi rationnelle par bloc pour la réduction des modèles

Oussama ABIDI, Université du Littoral

On considére le système linéaire invariant par le temps de la forme:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{x}(t) & = & A\,x(t) + B\,u(t) \\ y(t) & = & C\,x(t), \end{array} \right. \tag{1}$$

où $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B,\ C^T \in \mathbb{R}^{n\times p}$, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d' état, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ le vecteur de sortie et $y(t) \in \mathbb{R}^p$ le vecteur d'entrée du système (**??**). Lorsqu'on travaille avec des modèles d'ordre élevé, il est raisonnable de chercher un modèle approximatif:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{x}_m(t) & = & A_m\,x_m(t) + B_m\,u(t) \\ y_m(t) & = & C_m\,x_m(t), \end{array} \right. \tag{2}$$

tels que $A_m \in \mathbb{R}^{m\times m}$, $B_m,\ C_m^T \in \mathbb{R}^{m\times p}$ et $x_m(t), y_m(t) \in \mathbb{R}^m$, avec $m \ll n$, tout en conservant les propriétés les plus pertinentes du systme original (**??**). Plusieurs approches dans ce domaine ont été utilisées. Parmi ces approches il y a les méthodes de sous espace de Krylov. Ce sont des méthodes de projection qui ont joué un rôle principal dans les réductions de modèle. La plus générale est donnée par le sous espace de Krylov rationnel défini comme

$$\mathbf{K}_m(A,B) = Im[B, (A - s_2 I)^{-1}B, ..., \prod_{i=1}^{m}(A - s_i I)^{-1}B] \tag{3}$$

où $s_2, \ldots, s_m$ sont des nombres complexes choisis. Dans la rduction de modèle, le rôle de sous espaces de Krylov rationnel est un peu différent, car ils sont particulièrement bien adaptés pour l'approximation de la fonction de transfert sur l'axe imaginaire. En effet l'espace de Krylov rationnel est reconnu comme un outil puissant dans les techniques de réduction de l'ordre de modèle pour les systèmes dynamiques linéaires. Cependant, il y a des questions en suspens qui doivent être abordées et sont résumées ci-dessous:

- L'efficacité de la méthode est entravée par le choix de 'shifts' utilisés pour construire l'espace. Donc une question clé est comment choisir ces paramètres ?
- Des équations sont satisfaites par la procédure d'Arnoldi, ces équations sont utiles pour la majoration d'erreur, le redémarrage de l'algorithme etc. En générale, dans le cas rationnel ces équations ont une forme compliquée. Y a-t-il un moyen de trouver une forme simple comme la version standard ?

Le but principal de ce travail est de mettre en évidence ces deux questions. A la fin des tests numériques seront présentés pour montrer l'efficacité de la méthode.

Références

[1] V. Druskin, V. Simoncini, *Adaptive rational Krylov subspaces for large-scale dynamical systems*, Systems Control Lett, 60(8), 546560, (2011) .

[2] M. Frangos, I.M. Jaimoukha, *Adaptive rational interpolation: Arnoldi and Lanczos-like equations*, Eur. J. Control, 14(4), 342354, (2008).

Oussama ABIDI, L.M.P.A. Université du Littoral, 50 rue F. Buisson, BP 699, F-62228 Calais Cedexn France
abidi@lmpa.univ-littoral.fr