Mini-symposium PROCALIN
Processus aléatoires en interaction

Résumé

Les études de processus aléatoires en interaction sont motivées par la modélisation de phénomènes aléatoires complexes, dont les différentes composantes interagissent entre elles. Ces modèles peuvent décrire des phénomènes réels ou servir de base à des méthodes d'approximation. Nous présentons ici différents aspects de ces questions, à travers des développements concernant des processus à fragmentation appliqués aux avalanches, des processus en interaction de type champ moyen pour l'étude de distributions quasi-stationnaires, des algorithmes stochastiques en interaction avec leur passé et, enfin, des processus en interaction avec leur propre loi.

Organisateur(s)

1. **Denis Villemonais**, IECL, Université de Lorraine, Équipe INRIA TOSCA, École des Mines de Nancy.

Liste des orateurs

1. **Oana Lupascu**, Institute of Mathematical Statistics and Applied Mathematics of the Romanian Academy and the Research Institute of the University of Bucharest
   Titre : Processus de branchement pour l'équation de fragmentation, application aux avalanches.
2. **Julian Tugaut**, Télécom - Institut Camille Jordan, Saint-Étienne
   Titre : Temps de sortie d'un processus auto-stabilisant dans un paysage convexe.
3. **Marie-Noémie Thai**, LAMA, Université Paris-Est Marne-la-Vallée
   Titre : Quantitative results for the Fleming-Viot particle system and quasi-stationary distributions in discrete space.
4. **Bertrand Cloez**, INRA, Montpellier
   Titre : Un algorithme d'approximation stochastique pour la simulation de distributions quasi-stationnaires.

Denis Villemonais, Université de Lorraine, Site de Nancy, B.P. 70239, F-54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex, `denis.villemonais@univ-lorraine.fr`
Oana Lupascu, Institute of Mathematical Statistics and Applied Mathematics of the Romanian Academy, Calea 13 Septembrie 13, Bucharest, Romania, `oana.lupascu@yahoo.com`
Julian Tugaut, Télécom Saint-étienne, 25 rue du Docteur Rémy Annino, 42000 Saint-étienne, `tugaut@math.cnrs.fr`
Marie-Noémie Thai, Université Paris-Est Marne-La-Vallée, Cité Descartes - 5 boulevard Descartes, Champs-sur-Marne 77454 Marne-la-Vallée Cedex 2, `Marie-Noemie.Thai@u-pem.fr`
Bertrand Cloez, INRA Montpellier, UMR MISTEA - bât 29, 2 place Pierre Viala, 34060 Montpellier cedex 1, `Bertrand.Cloez@supagro.inra.fr`

Introduction

L'objectif de ce mini-symposium est de présenter différents processus aléatoires en interaction et leurs applications. Nous appelons *processus aléatoire en interaction* tout processus dont les composantes évoluent de manière aléatoire en fonction du temps et tel que l'évolution de chaque composante dépend de la position de l'autre/des autres composantes. Nous présentons ici des cas particuliers de processus appartenant aux grandes familles de processus en interaction.

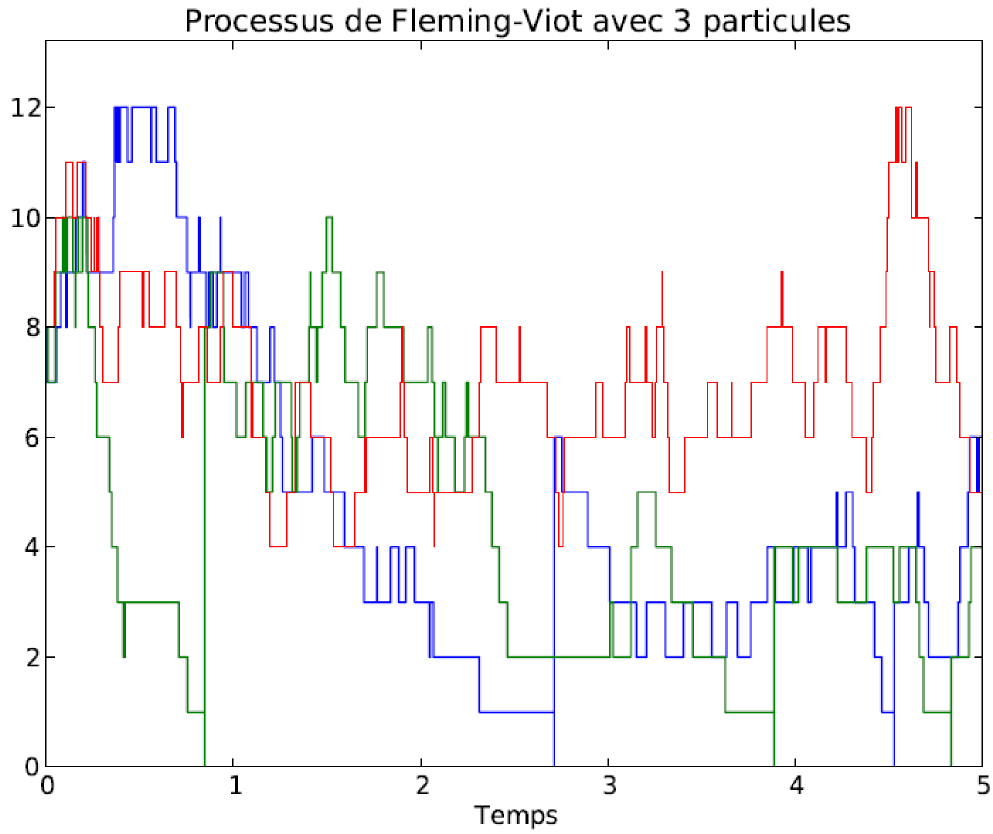

FIGURE 1 – Processus en interaction de type champ moyen : lorsqu'une particule atteint 0, elle saute immédiatement, de manière uniforme, sur une autre particule.

La première famille de processus que nous abordons concerne les processus dits de fragmentation. Nous nous intéressons ici à l'application de ces modèles dans le cadre d'un modèle d'avalanche.
Nous aborderons également les systèmes de particules en interaction de type champ moyen. Ces processus apparaissent par exemple dans les problèmes de filtrage et d'approximation du semi-groupe d'un processus conditionné. Quand on considère ces processus avec un grand nombre de particules, ils permettent également l'étude de systèmes interagissant avec leur propre loi.
Enfin, il nous sera présenté un exemple de processus en auto-interaction : l'évolution du processus dépend de sa position et de toute sa trajectoire passée. Cette famille de processus rentre dans le cadre des algorithmes stochastiques, ici utilisés pour approximer les distributions quasi-stationnaires.

1 Processus de branchement pour l'équation de fragmentation, application aux avalanches (Oana Lupascu)

We investigate branching properties of the solution of the fragmentation equation and we properly associate a continuous time cadlag Markov process on the space of all fragmentation sizes of J. Bertoin. The

FIGURE 2 – Les avalanches peuvent être vus comme des exemples de processus à fragmentation. La masse des différents fragments dépendent les uns des autres car leur somme reste constante.

construction and the proof of the path regulqrity of the Markov processes are based on several newly developed potential theoretical tools. We give an application to a stochastic model for the avalanches.

2 Temps de sortie d'un processus auto-stabilisant dans un paysage convexe (Julian Tugaut)

Dans cet exposé, on présentera rapidement quelques résultats de la théorie de Freidlin et Wentzell puis on donnera une loi de type Kramers satisfaite par la diffusion de McKean-Vlasov lorsque le potentiel de confinement est uniformément strictement convexe. On présentera brièvement deux preuves précédentes de ce résultat avant de donner une troisième preuve plus simple, plus intuitive et moins technique.

3 Quantitative results for the Fleming-Viot particle system and quasi-stationary distributions in discrete space (Marie-Noémie Thai)

Se plaçant en espace d'état dénombrable, nous montrons par un argument de couplage, l'ergodicité exponentielle d'un système de particules de type Fleming-Viot en distance de Wasserstein. De plus, par une estimation des corrélations, nous obtenons une borne de convergence uniforme en temps du processus de Fleming-Viot vers le processus conditionné, celui ci convergeant de manière exponentielle vers une unique distribution quasi-stationnaire. Tous les taux de convergence sont explicites.

4 Un algorithme d'approximation stochastique pour la simulation de distributions quasi-stationnaires (Bertrand Cloez)

Nous montrerons dans cet exposé comment une marche aléatoire renforcée permet d'approcher les distributions quasi-stationnaires (QSD). Une telle mesure est une mesure invariante pour un processus de Markov conditionné à ne pas atteindre un état. Cet algorithme, basé sur l'apprentissage, est un cas particulier de l'algorithme de Robbins-Monro. Celui-ci est une alternative aux systèmes de particules avec interaction champ moyen appelé processus de Fleming-Viot.