

**Mini-symposium OPTOPIND**  
**Optimisation topologique de formes et applications**  
**industrielles**

**Résumé**

Le but de ce mini-symposium est de faire le point sur des développements récents en optimisation géométrique et topologique de formes et d'en montrer certaines applications industrielles. L'accent sera mis sur les algorithmes numériques et les applications en mécanique des structures. Il s'articulera autour de trois présentations :

- La première, la plus industrielle, portera sur l'état d'avancement du projet collaboratif RODIN. Démarré en 2012 et rassemblant une dizaine de partenaires, il vise à développer un tout nouvel outil d'optimisation topologique basé la méthode des lignes de niveaux.
- Les "incertitudes" sont omniprésentes dans la vie d'un produit industriel, il est donc pertinent de les prendre en compte dans son dimensionnement. Il peut s'agir de dispersions liées au processus de fabrication (ex : sur la géométrie ou le matériau) ou à son utilisation (ex : amplitude et direction des sollicitations). La seconde présentation proposera une approche originale pour intégrer ces dispersions dans le processus d'optimisation.
- Une autre tendance forte dans le champ de la conception optimale, concerne l'extension à des analyses plus complexes. En mécanique des structures, les analyses linéaires (statique, modale et réponses forcées) sont assez bien maîtrisées contrairement aux analyses non linéaires ou avec couplage. La troisième présentation portera entre autres sur l'extension à des analyses aéro-élastiques.

**Organisateur(s)**

1. **Marc ALBERTELLI**, Renault, Sce Méthodes et Outils de simulation numérique.
2. **Grégoire ALLAIRE**, Ecole Polytechnique, Centre de Mathématiques Appliquées.

**Liste des orateurs**

1. **Marc ALBERTELLI**, Renault, Sce Méthodes et Outils de simulation numérique  
*Titre* : Projet RODIN, Optimisation Topologique 2.0 ?.
2. **Charles DAPOGNY**, Laboratoire Jean Kuntzmann, CNRS, Université Joseph Fourier  
*Titre* : Une méthode d'approximation déterministe pour l'optimisation de formes en présence de données incertaines.
3. **Dimitri BETTEBGHOR**, Onera, Dépt Aéroélasticité et Dynamique des Structures  
*Titre* : Applications et perspectives des outils de l'optimisation de forme à l'Onera.

**Marc ALBERTELLI**, Renault, Technocentre, TCR RUC 4 27, 1 avenue du golf, 78280 Guyancourt cedex, [marc.albertelli@renault.com](mailto:marc.albertelli@renault.com)

**Grégoire ALLAIRE**, Ecole Polytechnique, Centre de Mathématiques Appliquées, 91128 PALAISEAU Cedex, [allaire@cmap.polytechnique.fr](mailto:allaire@cmap.polytechnique.fr)

**Charles DAPOGNY**, Laboratoire Jean Kuntzmann, CNRS, Université Joseph Fourier, Grenoble INP, Université Pierre Mendès France, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9, France, [charles.dapogny@imag.fr](mailto:charles.dapogny@imag.fr)

**Dimitri BETTEBGHOR**, Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, 29 avenue de la Division Leclerc, 92320 CHATILLON, [Dimitri.Bettebghor@onera.fr](mailto:Dimitri.Bettebghor@onera.fr)

# 1 Projet RODIN : optimisation topologique 2.0 ?

Dans le champ de la conception optimale des structures, l'optimisation topologique a pris une importance croissante à la fois dans le monde universitaire mais également dans le secteur industriel. Renault s'est peu à peu approprié les outils du marché pour les inscrire autant que possible dans le processus de conception. Quelques études exploratoires ont mis en lumière le potentiel de ces approches comparativement à une démarche essentiellement basée sur l'expérience. Sur des composants mécaniques assez simples, nous avons observé des gains notables en masse, par rapport à des solutions issues des bureaux d'études, sans que le niveau de prestation soit dégradé. La relative simplicité de mise en oeuvre est également un atout pour les industriels toujours soucieux de comprimer les temps de conception.

Néanmoins, malgré tous ces avantages, nous avons observé que ces outils étaient assez peu utilisés au regard du champ d'application possible. Cela s'explique en partie par le fait que les résultats ne sont que des concepts, au contour assez indéterminé, et qu'il revenait au dessinateur de les transformer en pièces industrielles. Cette incapacité à restituer une géométrie précise et conforme aux attentes industrielles tient pour partie à la méthode mathématique employée : « SIMP ». La méthode des « Lignes de niveaux », proposée par G.Allaire et F.Jouve (cf [1]) est à cet égard une alternative très intéressante dont le potentiel a été démontré dans plusieurs publications.

L'émergence de cette nouvelle méthode, conjuguée à une attente forte des industriels de se doter d'un outil d'optimisation plus performant, a motivé le lancement du projet collaboratif FUI13/RODIN. Il rassemble dix partenaires (académiques, éditeurs et industriels) et est partiellement financé par le CRIF, CGY78 et BPI-France. A terme, il vise à mettre sur le marché un nouvel outil d'optimisation topologique basé sur la méthode des lignes de niveaux. Plusieurs verrous scientifiques et techniques ont été identifiés (ex : l'intégration des contraintes de fabrication, le retour CAO, l'optimisation sous contraintes pour des problèmes de grande taille, etc) et justifient la participation de partenaires académiques.

Cette présentation vise à rappeler les motivations du projet, son organisation et surtout les résultats obtenus jusqu'à présent à la fois sur des problèmes académiques et sur les cas-tests industriels proposés par les partenaires du projet.

## Références

- [1] ALLAIRE G., JOUVE F., TOADER A-M, *Structural optimization using shape sensitivity analysis and a level-set method*, J. Comput. Phys., 194, pp 363-393, 2004.

## 2 Une méthode d'approximation déterministe pour l'optimisation de formes en présence de données incertaines

Par souci de simplicité, lors de l'optimisation d'une structure  $\Omega$  (par exemple, une structure élastique), on fait souvent l'hypothèse simplificatrice selon laquelle les données  $f$  (typiquement, les efforts extérieurs) caractérisant la physique du problème sont parfaitement connues. Ceci s'avère dans bien des cas très peu réaliste : ces données apparaissent en effet souvent sous la forme  $f = f_0 + \hat{f}(\omega)$ , où  $f_0$  est une valeur moyenne et  $\hat{f}(\omega)$  une 'petite' perturbation incertaine (ou déclarée telle car trop difficile à modéliser).

Dans de telles situations, par souci de robustesse, il est plus légitime de chercher à minimiser la valeur moyenne  $\mathcal{M}(\Omega) = \int \mathcal{C}(\Omega, f_0 + \hat{f}(\omega)) \mathbb{P}(d\omega)$  d'une fonction de coût d'intérêt  $\mathcal{C}(\Omega, f)$  (e.g. la compliance des structures), ou un moment d'ordre plus élevé de celle-ci (sa variance).

Dans cette présentation, on s'intéresse à une méthode générale permettant de donner des approximations déterministes (qui, dans certains cas, peuvent être justifiées) à de telles quantités probabilistes, extrêmement coûteuses à évaluer avec précision.

L'idée repose sur un développement de Taylor de la fonction de coût  $f \mapsto \mathcal{C}(\Omega, f)$  autour de la moyenne  $f_0$ . Sous l'hypothèse 'classique' que les perturbations  $\hat{f}(\omega)$  s'écrivent comme une somme  $\sum_{i=1}^N f_i \xi_i(\omega)$  de données déterministes  $f_i$  pondérées par des variables aléatoires  $\xi_i$  de moments connus, ceci permet de calculer explicitement les intégrales probabilistes mises en jeu dans les expressions des quantités d'intérêt. Plusieurs exemples numériques permettront de discuter l'acuité et les limites de la méthode proposée (voir la Figure 1 pour un exemple).

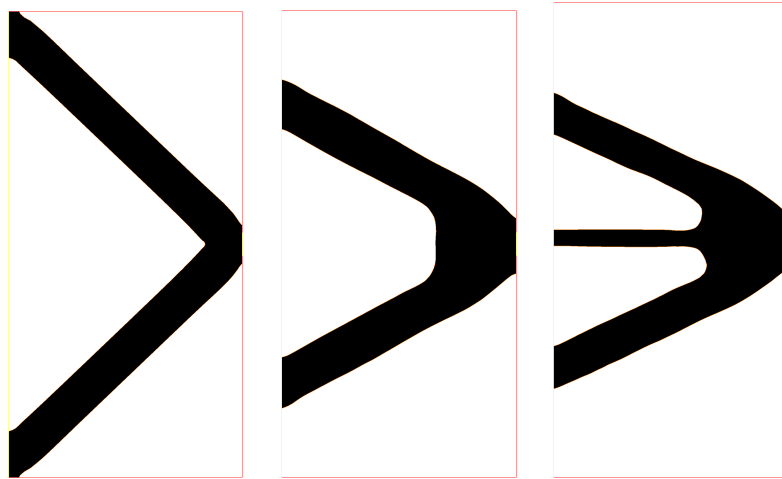


FIGURE 1 – (À gauche) Forme optimale d’une poutre encastrée sur sa partie gauche, lorsque des efforts verticaux sont appliqués sur sa partie droite, au regard de sa compliance. (Milieu et droite) Formes optimales au regard d’une somme de la valeur moyenne et de l’écart-type de cette compliance lorsque des perturbations sont attendues sur la composante horizontale de cette force.

## Références

- [1] G. ALLAIRE, *Conception optimale de structures*, Mathématiques et Applications 58, Springer, Heidelberg, 2006.
- [2] G. ALLAIRE AND C. DAPOGNY, *A deterministic approximation method in shape optimization under random uncertainties*, under preparation, 2015.

## 3 Applications et perspectives des outils de l’optimisation de forme à l’Onera

L’optimisation de forme offre par sa versatilité de nombreuses perspectives d’amélioration substantielle des conceptions traditionnelles dans le domaine de l’ingénierie aéronautique. Qu’il s’agisse de la conception optimale de structures mécaniques régies par les lois de l’élasticité linéarisée (ou de théories simplifiées), de l’optimisation de forme aérodynamique de profils de surfaces portantes ou encore de l’optimisation de systèmes couplés (type aéroélasticité ou thermo-mécanique), l’optimisation de forme a naturellement trouvé dans la conception d’un aéronef de très nombreuses applications, certaines ayant même conduit à des démonstrations numériques majeures, par exemple, le dimensionnement des nervures composites de l’Airbus A380. Au-delà des applications classiques de l’optimisation de forme (structures et aérodynamique), certains outils de l’optimisation de forme et topologique (gradient de forme, gradient topologique) ont trouvé des applications dans des domaines plus éloignés, typiquement pour des problèmes de détection en électromagnétisme.

Dans cette présentation, nous décrirons certaines applications de l’optimisation de forme déjà réalisées à l’Onera ou en lien avec les industriels du secteur aéronautique. Nous présenterons des résultats d’optimisation topologique sur des composants avions ainsi que des applications des outils de l’optimisation topologique à des problèmes inverses. Par ailleurs, si les optimisations de systèmes mécaniques réalisées à l’Onera se sont essentiellement concentrées sur l’optimisation paramétrique (dimensions géométriques, propriétés matériaux,...), certaines des méthodes de l’optimisation topologique (par exemple la méthode Solid Isotropic Material with Penalization) ont été appliquées à des problèmes de l’optimisation paramétrique, en particulier pour des structures stratifiées. Ainsi, nous distinguerons deux types d’applications, des applications de l’optimisation de forme en soi où l’objectif est de trouver la forme optimale

pour une application donnée et les applications des outils de l'optimisation de forme à des problèmes moins généraux.

Plus récemment, l'Onera a initié des travaux de recherches plus ambitieux sur l'optimisation de formes de structures composites. Le but de ce travail de recherche consiste à concevoir la solution composite à partir d'une page blanche plutôt que comme une déclinaison de la solution métallique et en particulier de sa géométrie. En effet, les géométries optimales pour des structures composites stratifiées et métalliques sont nécessairement différentes, de par les différences intrinsèques de propriétés mécaniques de ces matériaux aussi bien que de leurs procédés de fabrication respectifs. A partir de la donnée des points d'introduction d'efforts, des cas de chargement et de l'encombrement maximal disponible pour la pièce, il s'agit donc de développer une méthode de conception optimale permettant de définir simultanément la géométrie, les épaisseurs et les empilements de la structure stratifiée. La question de la détermination de la géométrie optimale d'une structure composite constitue aujourd'hui un problème difficile aux applications industrielles nombreuses. Dans cette présentation, nous aborderons ces problématiques étudiées à l'Onera ainsi que des perspectives d'applications issues du domaine des matériaux architecturés.