

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Programme complet du congrès

Version 2.3, 26 mai 2013, 17h00

30
ans
de la SMAI

Congrès **SMAI 2013**

6ème biennale des mathématiques appliquées et industrielles

27-31
MAI 2013
Seignosse (Landes)

PROGRAMME

CONFÉRENCES PLÉNIÈRES
DEMI-JOURNÉE MATHS-ENTREPRISES
TABLE RONDE ENSEIGNEMENT
MINI-SYMPOSIA
COMMUNICATIONS ORALES
POSTERS

Conception : Anthony Dubuisson

Extrait de «250 motifs & Design Japonais»

smi2013@fsmf.fr

<http://smi.emath.fr/smi2013>



CEREMADE



LABORATOIRE
MAP5



FSMP
Fondation Sciences
Mathématiques de Paris

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Le mot du Président de la SMAI

Chers congressistes, Chers membres de la SMAI,

Bienvenue à Seignosse pour ce congrès SMAI 2013 ! Je vous souhaite une semaine enrichissante à l'écoute des conférences et à l'occasion d'échanges scientifiques entre participants. Mais ce congrès est aussi l'occasion de fêter les 30 ans de la SMAI : ne manquez pas la célébration de cet anniversaire le mercredi soir 29 mai. Je suis certain que les organisateurs mettent tout en œuvre pour que cette 6ème biennale des mathématiques appliquées et industrielles soit un succès éclatant et un souvenir mémorable.

Bien cordialement,

*Grégoire Allaire
Président de la SMAI*

Institutions organisatrices

Le Congrès SMAI 2013 est co-organisé par la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI) et les laboratoires CEREMADE (Paris Dauphine), LAGA (Paris 13), LJLL (UPMC), LPMA (UPMC et Paris Diderot) et MAP5 (Paris Descartes), coordonnés par la Fondation Sciences Mathématiques de Paris (FSMP).

La demi-journée Maths-Entreprises est organisée par l'Agence pour les Mathématiques en Interaction avec l'Entreprise et la Société (AMIES) et par la SMAI.



Le Congrès SMAI 2013 s'inscrit dans l'action "Mathématiques de la Planète Terre 2013"



Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Comité scientifique

Fabienne Castell	Université de Marseille
Frédéric Chazal	Inria Saclay
Stéphane Cordier	Université d'Orléans
Georges-Henri Cottet	Université Joseph Fourier, Grenoble
Aris Daniilidis	Université de Barcelone
Jean-François Delmas, Président	Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
Stéphane Descombes	Université de Nice Sophia Antipolis
Jocelyne Erhel	Inria Rennes
Enrique Fernández Cara	Université de Séville
Isabelle Gallagher	Université Paris-Diderot Paris 7
Gábor Lugosy	Université de Barcelone
Simon Masnou	Université de Lyon

Comité d'organisation

Emmanuel Audusse	LAGA
Gilles Barès	CEREMADE
François Bolley	CEREMADE
Matthieu Bonnard	LJLL
Célia Chauveau	FSMP
Maya de Buhan	MAP5
Jérôme Dedecker	MAP5
Jean-Stéphane Dhersin	LAGA
Jean Dolbeault	FSMP
Romuald Elie	CEREMADE
Bruno Galerne	MAP5
Natacha Giraud	FSMP
Vivette Girault	LJLL
Olivier Glass	CEREMADE
Etienne Gouin-Lamourette	FSMP
Laurence Halpern	LAGA
Caroline Japhet	LAGA
Raphaël Lachièze-Rey	MAP5
Antoine Lemenant	LJLL
Sébastien Li-Thiao-Té	LAGA
Yvon Maday	LJLL
François Murat	LJLL
Gilles Pagès	LPMA
Yohan Penel	CETMEF/LJLL
Gabriel Peyré	CEREMADE
Colette Picard	SMAI
Annie Raoult	MAP5
Tabea Rebařka	LPMA
Liliane Ruprecht	SMAI
Noura Sahtout	SMAI
Marie Théret	LPMA
Emmanuel Trélat	LJLL

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Partenaires du congrès

Partenaires institutionnels

- CNRS INSMI
- INRIA
- Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche

Collectivités locales

- Conseil Général des Landes
- Mairie de Paris

Entreprises

- Arianespace
- CASDEN
- CEA
- EDF
- LVMH
- MAIF
- Maison de la Simulation
- Rte
- Safran
- TOTAL

Universités et institutions universitaires

- Université Paris-Dauphine
- Fédération de Recherche Mathématiques de Paris Centre
- Université Paris Descartes

ANR, GdR et Labex

- ANR BARESAFE
- ANR MANEGE
- ANR TOMMI
- GdR Théorie des Jeux : Modélisation Mathématique et Applications
- GdR IM
- GdR MASCOT-NUM
- GdR MIA
- Global Systems Dynamics & Policy
- Groupe CALCUL
- ITN SADCO
- Labex MME-DII
- Mathématiques en Interactions pour la Terre
- Programme Emergences Instabilités hydrodynamiques

Editeurs

- Dunod
- EDP Sciences
- Springer

Groupes thématiques de la SMAI

- GT SMAI GAMNI
- GT SMAI MAIRCI
- GT SMAI MAS
- GT SMAI MODE
- GT SMAI SIGMA

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Partenaires du congrès

Partenaires institutionnels



Collectivités locales



Entreprises

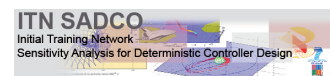


Universités et institutions universitaires



ANR, GdR et Labex

MATHématiques
en INTERactions
pour la TERRE



Editeurs



Groupes thématiques de la SMAI



Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Localisation des salles

Les 3 salles

- **Atlantique** (conférences plénières, demi-journée Maths-Entreprises, mini-symposia, communications orales, AG de la SMAI),
 - **Galipot** (mini-symposia, communications orales, sessions poster),
 - **Goufi** (Table Ronde Enseignement, mini-symposia, communications orales),
- sont situées **au niveau de l'accueil (niveau 0), à proximité du bar.**

Les 5 autres salles (mini-symposia, communications orales),

- **Chistera,**
- **Pala,**
- **Ramuntcho,**
- **Soule,**
- **Trinquet,**

sont situées **au niveau du restaurant et de la piscine (niveau -1).**

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	
08:30		Conférence plénière 3 Claude Le Bris <i>Atlantique</i>	Conférence plénière 4 Francis Filbet <i>Atlantique</i>	Conférence plénière 6 Paola Goatin <i>Atlantique</i>		09:00
09:15		Posters 1 <i>Galipot</i>	Conférence plénière 5 Stéphane Gaubert <i>Atlantique</i>	Posters 2 <i>Galipot</i>	Mini-symposia 6	
10:15		Pause café	Pause café	Pause café	Pause café	10:30
10:45	Accueil et inscriptions	Mini-symposia 2	Communications orales 2	Mini-symposia 3	Conférence plénière 8 Marta Sanz-Solé <i>Atlantique</i>	11:00
12:15	Déjeuner	Déjeuner	Déjeuner	Déjeuner	Déjeuner (optionnel)	11:45
14:30	Conférence plénière 1 Pierre Degond <i>Atlantique</i>	Demi-journée Maths-Entreprises Exposés 1 <i>Atlantique</i>	Demi-journée libre	Conférence plénière 7 Michel Campillo <i>Atlantique</i>		14:30
15:15	Conférence plénière 2 Nizar Touzi <i>Atlantique</i>			Mini-symposia 4		15:15
16:00	Pause café	Pause Café		Pause café		16:45
16:30	Mini-symposia 1	Session Posters SEME <i>Atlantique</i>				17:15
18:00	Communications orales 1	Réunions GT SMAI-MAIRCI GT SMAI-MODE		Mini-symposia 5		18:45
19:00	Dîner	Dîner	Dîner	Dîner de gala		21:00
21:00	Table ronde Enseignement <i>Goufi</i>	Table ronde Maths-Entreprises <i>Atlantique</i>	AG SMAI (30 ans) <i>Atlantique</i>	Soirée dansante		

Salles situées au niveau de l'accueil (niveau 0) à proximité du bar
Atlantique, Galipot, Goufi

Salles situées au niveau du restaurant et de la piscine (niveau -1)
Chistera, Pala, Ramuntocho, Soule, Trinquet

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Programme détaillé du congrès

Lundi 27 mai

14h30-15h15 : Conférence plénière 1, Salle Atlantique

Pierre DEGOND, *Mathematical challenges in the modeling of collective dynamics and self-organization*

15h15-16h00 : Conférence plénière 2, Salle Atlantique

Nizar TOUZI, *Martingale Optimal Transport and Robust Hedging*

16h30-18h00 : Mini-Symposia 1

- ▶ **Salle Atlantique : MAMAMIA**, organisé par Dasha LOUKIANOVA
Marches aléatoires en milieu aléatoire : méthodes d'inférence statistique et applications au dégrafage de l'ADN
- ▶ **Salle Galipot : AsymptFi**, organisé par Emmanuel GOBET
Méthodes asymptotiques en finance
- ▶ **Salle Goufi : AVTI**, organisé par Jean-François AUJOL
Approches variationnelles en traitement d'images
- ▶ **Salle Chistera : CONSOMOD**, organisé par Dominique PICARD
Modélisation de la consommation électrique
- ▶ **Salle Pala : COPIFS**, organisé par Elisabeth LONGATTE
Couplage et optimisation en interaction fluide structure
- ▶ **Salle Ramuntcho : CSNM**, organisé par Anis MATOUSSI
Quelques problèmes en contrôle stochastique non-markovien : théorie et applications
- ▶ **Salle Soule : PROBABLE**, organisé par Marie DOUMIC
PDMP et EDP : modèles de croissance en biologie
- ▶ **Salle Trinquet : OFME**, organisé par Hélène LE CADRE
Optimisation du fonctionnement des marchés de l'énergie

18h00-19h00 : Communications Orales 1

Salle Atlantique

- Pierre-Henri COCQUET, Approximation numérique de modèles homogénéisés de métamatériaux
- Harsha HUTRIDURGA, Homogenization of multicomponent transport in porous media
- Paul CAZEAUX, Modélisation multi-échelle de la propagation du son à travers le parenchyme pulmonaire

Salle Galipot

- Moulay Abdellah CHKIFA, High-dimensional adaptive sparse polynomial interpolation and application for parametric and stochastic elliptic PDE's
- Sébastien DUMINIL, Vector extrapolation and applications to partial differential equations
- Rola EL-MOALLEM, A shifted extrapolation method applied on nonsymmetric algebraic Riccati equations

Salle Goufi

- Brigitte BIDEGARAY-FESQUET, Recalage de courbes non uniformément échantillonnées
- Bruno GALERNE, Synthèse par l'exemple de texture procédurale de type Gabor noise
- Stanislas LARNIER, Détection de courants marins côtiers à partir de séquences vidéo

Salle Chistera

- Fabien CAUBET, Sur un problème inverse de détection d'obstacles avec des conditions d'impédance généralisées
- Elodie ESTECAHANDY, Une méthode de Newton régularisée pour la solution d'un problème inverse de type élasto-acoustique
- Imed MAHFOUDHI, Sur un problème inverse de source dans des équations de transport 2D à coefficients variables

Salle Pala

- Boris HASPOT, Limite hautement compressible pour les équations de Navier-Stokes compressible
- Gaspard JANKOWIAK, Solutions stationnaires pour deux modèles de mouvement de foule : multiplicité et stabilité dynamique
- Mohamed MESLAMENI, Unicité et régularité pour les équations d'Oseen

Salle Ramuntcho

- Thomas AUPHAN, Méthodes de résolution de l'équation modélisant le potentiel dans le plasma de bord d'un tokamak
- Nhung PHAM, Approximation hyperbolique de l'équation de Vlasov uniquement en espace
- Rémy SART, Hiérarchie de modèles MHD réduits pour les plasmas de Tokamaks

Salle Soule

- Gregory ARBIA, Une approche tridimensionnelle des conditions aux limites pour les écoulements sanguins
- Camille CORON, Quasi-stationary behavior of a diploid population
- Thibaut DEHEUVELS, Un problème de transmission avec interface fractale auto-similaire

21h00-22h30 : Table Ronde Enseignement, Salle Goufi

Organisée par Christophe RABUT

- Sylvain MOULIN, Ateliers méthodologiques
- François ROUSSET, Evaluer par compétences
- Christophe RABUT, Plus de cours initial, mais travail en petits groupes

Mardi 28 mai

08h30-09h15 : Conférence plénière 3, Salle Atlantique

Claude LE BRIS, *Homogenization theory and multiscale numerical approaches for random media*

09h15-10h15 : Session Posters 1, Salle Galipot

1. Tassadit ASMAA, Schémas numériques pour la simulation des écoulements diphasiques compressibles trans-soniques de type Baer-Nunziato
2. Mathieu GIRARDIN, Asymptotic Preserving numerical scheme for the gas dynamics equations in the low Mach limit
3. Michel MASSARO, Numerical simulation for the MHD system in 2D using OpenCL
4. Matthias MIMAUT, Lois de conservation pour la modélisation de mouvements de foule
5. Jeaniffer VIDES, Solveur de relaxation pour un modèle Euler-Poisson en écoulement gravitationnel
6. Casimir EMAKO KAZIANOU, Etude mathématique d'ondes de concentration des bactéries
7. Lionel BOILLOT, Conditions aux Limites Absorbantes pour les ondes élastiques en milieu anisotrope
8. Théophile CHAUMONT FRELET, Residual-free bubbles pour l'équation d'Helmholtz
9. Tony FEVRIER, Une classe de schémas de Boltzmann sur réseau recentrés en vitesse
10. Lionel LENOTRE, Simulation numérique d'un problème d'advection-diffusion en milieux poreux
11. Ahmed REJAIBA, Equations de Stokes avec conditions aux limites de type Navier
12. Viatcheslav VOSTRIKOV, Simulation numérique d'écoulements diphasiques immiscibles compressibles avec transport réactif en milieu poreux
13. Jérémy ESPINAS, Détermination d'une séquence de bascules d'arêtes entre deux triangulations de même genre topologique
14. Batoul ABDELAZIZ, Identification of the combination of monopolar and dipolar sources for Helmholtz's equation
15. Maya DEBUHAN, Une nouvelle approche pour résoudre le problème de la diffraction inverse pour l'équation des ondes
16. Jérôme LUQUEL, Contributions à l'imagerie de milieux complexes par équations d'ondes élastiques
17. Gabriel DELGADO, Topology and lay-up optimization of multi-layered composite materials
18. Pierre JOUNIEAUX, Optimisation de la forme des zones d'observation pour l'équation des ondes
19. TERENCE BAYEN, Synthèse optimale pour un problème de temps minimal avec commandes dans un triangle
20. Zhiping RAO, Singular perturbation of optimal control problems on multi-domains
21. Brahim BOUGHERARA, Existence et régularité de solution positive d'une équation parabolique singulière et non linéaire
22. Thi Trang NGUYEN, Homogenization of the wave equation in the bounded domain
23. Mickaël BUCHET, Robust and efficient homology inference
24. Manon COSTA, Quelques aspects de dynamique adaptative pour les systèmes proies-prédateurs
25. Wissal SABBAGH, Equations Différentielles Doublement Stochastiques Rétrogrades du Second Ordre
26. Fernando VADILLO, Extinction-time estimate for a stochastic Lotka-Volterra model
27. Achis CHERY, On the equivalence of financial structures with long-term assets
28. Roxana DUMITRESCU, Reflected backward stochastic differential equations with jumps and partial integro-differential variational inequalities

10h45-12h15 : Mini-Symposia 2

- **Salle Atlantique : SPTS**, organisé par Pierre BERTRAND
Statistique des séries temporelles physiologiques
- **Salle Galipot : OPSTAHF**, organisé par Marc HOFFMANN
Méthodes d'optimisation et d'analyse statistique en finance haute fréquence
- **Salle Goufi : MERLIN**, organisé par Hélène BARUCQ
Modèles et schémas pour l'imagerie sismique numérique
- **Salle Chistera : BIGDATA**, organisé par Guillaume BOUCHARD
Apprentissage statistique et données massives

- ▶ **Salle Pala : FiME**, organisé par Olivier FERON
Valorisation et couverture sur les marchés de l'énergie
- ▶ **Salle Ramuntcho : OAMS**, organisé par Jean-Baptiste CAILLAU
Optimisation en aéronautique et mécanique spatiale
- ▶ **Salle Soule : PrISMe**, organisé par Abdellatif EL BADIA
Problèmes inverses de sources et leurs applications en médecine
- ▶ **Salle Trinquet : MSCHP**, organisé par Kevin SANTUGINI
Méthodes scalables pour le calcul haute performance

Demi-journée Maths-Entreprises, Salle Atlantique

Organisée par Georges-Henri COTTET (AMIES),
Marie POSTEL (SMAI) et Etienne DE ROCQUIGNY (SMAI)

14h30-16h00 : Introduction de la demi-journée et exposés scientifiques 1

- Mohamad SAFA, Contrôle adaptatif optimal d'un modèle financier continu
- Jacques SAINTE-MARIE, Modèles et méthodes numériques pour la production de biocarburants et pour les énergies marines
- Philippe HELLUY, Numerical resolution of conservation laws with OpenCL

16h00-17h00 : Pause café et posters issus des Semaines d'Etudes Maths-Entreprises

- Nina AGUILLON, Détection de marques de cylindres sur une ligne sidérurgique
- Jérémy DALPHIN, Reconstruction de couches géologiques à partir de données discrètes
- Paul CHARTON, Propriétés asymptotiques des processus à volatilité stochastique
- Antoine LEVITT, Réalisation d'un catalogue des débris spatiaux
- Tamara EL BOUTI, Indexation vidéo ultra-précise à grande échelle

17h00-18h00 : Exposés scientifiques 2

- Lakhdar REMAKI, Flow Simulation for Aerodynamic Optimal Design in Industry
- Paul WILLIAMSON, Strategic R&D in seismic imaging at Total : collaboration in depth

21h00-22h30 : Table ronde Maths-PME

Mercredi 29 mai

08h30-09h15 : Conférence plénière 4, Salle Atlantique

Francis FILBET, *Simulation et analyse numérique en théorie cinétique*

09h15-10h00 : Conférence plénière 5, Salle Atlantique

Stéphane GAUBERT, *De la convexité tropicale aux jeux à somme nulle*

10h30-11h30 : Communications Orales 2

Salle Atlantique

- Charles DAPOGNY, Une stratégie d'évolution de maillage pour l'optimisation de formes basée sur la méthode des lignes de niveaux
- Gilles MARCK, Optimisation topologique des écoulements et des transferts de chaleur en régime laminaire
- Yannick PRIVAT, Optimisation de forme sous contrainte de diamètre

Salle Galipot

- Carole HEINRY, Formulation for multi-phase multicomponent flows and a posteriori error analysis for the two-phase flow
- Jonathan JUNG, Calcul d'un écoulement de deux fluides compressibles sur GPU
- Souhila SABIT, Méthodes Numériques de Transport Réactif en milieu poreux : approche globale DAE

Salle Goufi

- Mohamed KARIMOU GAZIBO, Problème parabolique dégénéré avec une condition de flux nul au bord : Approximations numérique
- Paul SAUVY, Extinction en temps fini des solutions de certains problèmes paraboliques quasilineaires et singuliers
- Marta STRANI, Metastable dynamics for nonlinear parabolic equations

Salle Chistera

- Céline CALDINI-QUEIROS, Schémas micro-macro pour le transport de particules chargées sous l'influence de champs magnétiques forts
- Milana PAVIC-COLIC, Asymptotique diffusive pour un modèle cinétique de mélange gazeux

Salle Pala

- Loïc BOURDIN, Principe du Maximum de Pontryagin pour des problèmes de contrôle optimal non linéaires sur time scales en dimension finie
- Xavier DUPUIS, Leucémie et contrôle optimal
- Laurent PFEIFFER, Conditions d'optimalité pour des solutions fortes de problèmes de contrôle optimal

Salle Ramuntcho

- Emilie BLANC, Modélisation numérique des ondes poroélastiques avec dérivées fractionnaires en milieu anisotrope
- Lukas JAKABCIN, Modélisation de matériaux géophysiques pour la simulation numérique de collisions de plaques continentales
- Vanessa LLERAS, Comportements asymptotiques de plusieurs modèles de frottement

Salle Soule

- Zheng QU, Taux de contraction de flots croissants sur un cône et application au contrôle stochastique
- Ludovic GOUDENEGE, Méthode numérique pour des processus de Markov déterministes par morceaux avec frontières
- Mestapha OUMOUNI, Méthode de Monte Carlo et des grilles clairsemées anisotropes pour la modélisation du transport de soluté dans un milieu aléatoire

Salle Trinquet

- Aurélie FISCHER, Caractéristiques du second ordre et ANOVA fonctionnelle pour l'étude de l'organisation spatiale de tumeurs colorectales
- Thibault LAGACHE, Testing spatial clustering with fast and robust analytical statistics

11h30-12h30 : Communications Orales 3

Salle Atlantique

- Henri BONNEL, Post-Pareto Analysis for Multiobjective Optimal Control of Parabolic Systems
- Marie LACLAU, Communication in repeated network games with imperfect monitoring
- Yannick VIOSSAT, Links between learning processes in game theory

Salle Galipot

- Simon LEMAIRE, A generalization of the Crouzeix–Raviart space to general meshes with application to quasi-incompressible linear elasticity
- Erwan DERIAZ, Raffinement de maillage par ondelettes. Application aux équations de Burgers et de Gross-Pitaevskii en dimension deux.
- Lisl WEYNANS, Une nouvelle méthode cartésienne pour des problèmes elliptiques avec interfaces immergées

Salle Goufi

- Antoine LEVITT, Convergence d'algorithmes pour le modèle Hartree-Fock en chimie quantique
- Yong LU, Instabilités haute-fréquence pour des systèmes de Klein-Gordon

Salle Chistera

- Bertrand BONAN, Estimation de paramètres sous-glaciaires par filtre de Kalman d'ensemble pour un modèle d'évolution de calotte polaire
- Anne-Céline BOULANGER, Data Assimilation for hyperbolic conservation laws: a Luenberger observer approach based on a kinetic description

Salle Pala

- Sylvain ARGUILLERE, Analyse de formes et contrôle géométrique
- Mamadou GUEYE, Contrôlabilité exacte pour une classe d'équations dégénérées en une dimension d'espace
- Christine ROTH, Morse Theory for Point Cloud Data

Salle Ramuntcho

- Mathieu CATHALA, Prise en compte de topographies irrégulières dans des modèles shallow water
- Sébastien COURT, A fictitious domain approach for Fluid-Structure Interactions based on the extended Finite Element Method

Salle Soule

- Dina RAZAFINDRALANDY, Méthode de resommation de séries divergentes utilisée comme schéma d'intégration temporelle
- Lise-Marie IMBERT - GÉRARD, Sur l'approximation numérique des équations de Maxwell avec solutions singulières

Salle Trinquet

- Alix LHERITIER, A High-dimensional Non-parametric Two-sample Test based on Spatial Partitions and Minimum Description Length
- Joseph SALMON, The Scaled Heteroscedastic Dantzig selector (ScHeDs)
- Larissa VALMY, Modèle stochastique d'intensité d'arrière plan non stationnaire

21h00-22h30 : Assemblée Générale de la SMAI, Salle Atlantique

30 ans de la SMAI

Jeudi 30 mai

08h30-09h15 : Conférence plénière 6, Salle Atlantique

Paola GOATIN, *Modèles macroscopiques de trafic routier et piétonnier*

09h15-10h15 : Session Posters 2, Salle Galipot

1. Nina AGUILLON, Un schéma non dissipatif pour les équations d'Euler isothermes
2. Benjamin AYMARD, Simulation numérique d'un modèle multi-échelle représentant le processus de sélection des follicules ovariens
3. Florian BERNARD, A second order cartesian scheme for BGK equation
4. Maria Laura DELLE MONACHE, Lois de conservation scalaires et contraintes mobiles pour la modélisation du trafic routier
5. Flore NABET, Approximation volumes finis de l'équation de Cahn-Hilliard
6. Matthias RABATEL, Modélisation mécanique multi-échelles des glaces de mer
7. Olivia MIRAUCOURT, Simulation d'écoulements sanguins dans le réseau veineux cérébral
8. Sylvain FAURE, Simulation de l'atténuation des ondes de détonation par les mousses aqueuses
9. Loïc LACOUTURE, Résolution numérique des problèmes de Laplace et de Stokes avec un Dirac en second membre
10. Gautier BRETHERS, Algorithmes Full-Multigrid adaptatifs basés sur des métriques Riemanniennes
11. Oana Alexandra CIOBANU, Méthodes de Décomposition de Domaines en Temps-Espace appliquées aux équations de Navier-Stokes
12. Mahamar DICKO, Résolution efficace d'EDP surfaciques et volumiques couplées en 3D. Application à l'effet Marangoni
13. Francisco DE LA HOZ, The Evolution of the Vortex Filament Equation for a Regular Polygon
14. Fabien DUBOT, Optimisation de l'algorithme du L-BFGS en vue de la reconstruction simultanée de deux fonctions dans le cadre de la tomographie optique
15. Thomas OURMIERES BONAFOS, Spectre du Laplacien de Dirichlet sur des cônes de petite ouverture
16. Lakhdar BELHALLOUCHE, Indexation des Light Field dans le domaine compressé
17. Solène OZERE, Topology-preserving vector field correction for image-registration-related deformation fields
18. Salomé OUDET, Equation d'Hamilton-Jacobi sur des structures hétérogènes

19. Mohamad SAFA, Contrôle adaptatif optimal d'un modèle financier continu
20. Manel TOUMI, Spectral gap of homogeneous multi color exclusion process
21. Johann NICOD, Aspects numériques des chaos de Wiener dans le cadre de l'équation de Korteweg-de Vries stochastique
22. Damien LANDON, Statistique des transitions dans une chaîne de Markov avec un forçage périodique
23. Paul CHARTON, Gestion optimale en temps continu d'une ferme éolienne couplée à un dispositif de stockage
24. Georgios MICHAILIDIS, Molding constraints in shape and topology optimization via a level-set method
25. Pascal BENCHIMOL, Tropicalizing the Simplex Algorithm
26. Jeremy DALPHIN, Etude théorique de la fonctionnelle de Helfrich par des méthodes d'optimisation de formes
27. Hai Yen LE, From Eckart and Young approximation to Moreau envelopes and vice versa

10h45-12h15 : Mini-Symposia 3

- ▶ **Salle Atlantique : CANCER**, organisé par Pierre VALLOIS
Modélisation stochastique de la réponse d'une tumeur à un traitement anti-cancéreux
- ▶ **Salle Galipot : MAT4NET**, organisé par Laurent DECREUSEFOND
Mathématiques pour l'analyse de grands réseaux
- ▶ **Salle Goufi : MATHERRE**, organisé par Yohan PENEL
Dynamique collective et auto-organisation en lien avec la planète Terre
- ▶ **Salle Chistera : CSP2**, organisé par Philippe PONCET
Calcul scientifique et pathologies pulmonaires
- ▶ **Salle Pala : IFSDFI**, organisé par Miguel A. FERNANDEZ
Interactions fluide-structure et méthodes de domaine fictif
- ▶ **Salle Ramuntcho : EsPaEDP**, organisé par Clémentine PRIEUR
Estimation de paramètres pour les EDP
- ▶ **Salle Soule : MENTOL**, organisé par Nicolas PAPADAKIS
Méthodes numériques pour le transport optimal
- ▶ **Salle Trinquet : JEUX**, organisé par Fabien GENSBITTEL
Quelques aspects géométriques en théorie des jeux

14h30-15h15 : Conférence plénière 7, Salle Atlantique

Michel CAMPILLO, *Imagerie et suivi temporel à partir du bruit sismique ambiant*

15h15-16h45 : Mini-Symposia 4

- ▶ **Salle Atlantique : Tourbi**, organisé par Benjamin TEXIER
Tourbillons de sillage
- ▶ **Salle Galipot : NuMach**, organisé par Bérénice GREC
Méthodes numériques valables à tout nombre de Mach
- ▶ **Salle Goufi : BIOTISSU**, organisé par Mazen SAAD
Modèles en biomathématiques : ingénierie tissulaire, épidémiologie
- ▶ **Salle Chistera : MANEGE**, organisé par Vincent BANSAYE
Modèles stochastiques pour l'évolution du vivant
- ▶ **Salle Pala : MENUUDI**, organisé par Albert COHEN
Méthodes numériques pour les problèmes paramétriques de grande dimension
- ▶ **Salle Ramuntcho : MSGR**, organisé par Luciano CAMPI
Méthodes stochastiques en gestion des risques
- ▶ **Salle Soule : ReprNum**, organisé par Philippe LANGLOIS
Etapas vers la reproductibilité numérique des calculs
- ▶ **Salle Trinquet : OptTrans**, organisé par Arnaud GUILLIN
Des probabilités aux EDP par le transport optimal

17h15-18h45 : Mini-Symposia 5

- ▶ **Salle Atlantique : Turbu**, organisé par Christophe LACAVE
Turbulences Hydrodynamiques
- ▶ **Salle Galipot : ONDENUM**, organisé par Marion DARBAS
Equations intégrales pour la diffraction d'ondes - Enjeux numériques
- ▶ **Salle Goufi : MoCA**, organisé par Benoît PERTHAME
Aspects de la modélisation mathématique pour le traitement des cancers
- ▶ **Salle Chistera : MATHSIP**, organisé par Jalal FADILI
Mathématiques du signal et des images : méthodes parcimonieuses
- ▶ **Salle Pala : GAAD**, organisé par Quentin MERIGOT
Géométrie algorithmique et analyse de données géométriques
- ▶ **Salle Ramuntcho : MOMA**, organisé par Antoine MANDEL
Modélisation multi-agents et dynamique en économie
- ▶ **Salle Soule : OutilsRR**, organisé par Sébastien LI-THIAO-TE
Outils logiciels pour la recherche reproductible
- ▶ **Salle Trinquet : QSDetQPr**, organisé par Nicolas CHAMPAGNAT
Progrès récents sur les distributions quasi-stationnaires et les Q-processus

Vendredi 31mai

09h00-10h30 : Mini-Symposia 6

- ▶ **Salle Atlantique : ASaNA**, organisé par Samir ADLY
Analyse non-lisse et applications
- ▶ **Salle Galipot : EVEC**, organisé par Sepideh MIRRAHIMI
Modèles pour l'évolution du vivant et l'écologie
- ▶ **Salle Goufi : ECRE**, organisé par Emmanuel AUDUSSE
Écoulements complexes dans les rivières et estuaires
- ▶ **Salle Chistera : CaHPEC**, organisé par Samuel KOKH
Calcul haute performance pour les écoulements complexes
- ▶ **Salle Pala : MATRIX**, organisé par Jamal NAJIM
Grandes matrices aléatoires, télécommunications et statistiques en grande dimension
- ▶ **Salle Ramuntcho : CONTROL**, organisé par TERENCE BAYEN
Conditions d'optimalité en contrôle optimal avec contraintes et applications
- ▶ **Salle Soule : MouvFoul**, organisé par Juliette VENEL
La modélisation des mouvements de foule et ses enjeux
- ▶ **Salle Trinquet : Willmore**, organisé par Elie BRETIN
Fonctionnelles géométriques d'ordre 2 : de la théorie au numérique

11h00-11h45 : Conférence plénière 8, Salle Atlantique

Marta SANZ-SOLE, *Probabilistic Potential Theory with applications to stochastic partial differential equations*

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Conférences plénières

- ◆ Michel CAMPILLO
Imagerie et suivi temporel à partir du bruit sismique ambiant p. 20
Jeudi 30 mai, 14h30-15h15
- ◆ Pierre DEGOND
Mathematical challenges in the modeling of collective dynamics and self-organization p. 21
Lundi 27 mai, 14h30-15h15
- ◆ Francis FILBET
Simulation et analyse numérique en théorie cinétique p. 22
Mercredi 29 mai, 8h30-9h15
- ◆ Stéphane GAUBERT
De la convexité tropicale aux jeux à somme nulle p. 23
Mercredi 29 mai, 9h15-10h00
- ◆ Paola GOATIN
Modèles macroscopiques de trafic routier et piétonnier p. 24
Jeudi 30 mai, 8h30-9h15
- ◆ Claude LE BRIS
Homogenization theory and multiscale numerical approaches for random media p. 25
Mardi 28 mai, 8h30-9h15
- ◆ Marta SANZ-SOLE
Probabilistic Potential Theory with applications to stochastic partial differential equations p. 26
Vendredi 31 mai, 11h00-11h45
- ◆ Nizar TOUZI
Martingale Optimal Transport and Robust Hedging p. 27
Lundi 27 mai, 15h15-16h00

Imagerie et suivi temporel à partir du bruit sismique ambiant

Michel CAMPILLO, ISTerre, Université Joseph Fourier, Grenoble

La sismologie a longtemps dépendu de l'occurrence des séismes pour disposer des enregistrements d'ondes qui ont échantillonné les couches profondes de la Terre. Depuis quelques années, il est apparu que l'on pouvait extraire de longues séries temporelles de bruit ambiant des sismogrammes virtuels correspondant à la réponse de la Terre entre 2 stations. Une opération de corrélation est suffisante sous des conditions qui seront discutées. Nous présenterons une relation intégrale de la corrélation qui permet de donner des interprétations physiques de la reconstruction. Nous discuterons d'une interprétation haute fréquence basée sur la phase stationnaire puis de l'utilisation d'une représentation modale des champs diffus.

Nous montrerons comment ces nouvelles approches permettent d'améliorer la résolution de la tomographie sismique par onde de surface. Nous discuterons ensuite l'extraction d'ondes de volume, comme des réflexions sur les parties les plus internes de la Terre. Des résultats récents montrent la faisabilité d'une imagerie de la Terre profonde à partir du bruit.

Un avantage des corrélations est leur répétabilité. Cette caractéristique peut être exploitée pour détecter et suivre de faibles variations relatives ($<10^{-4}$) des propriétés des roches en profondeur. Les causes de variations sont diverses et nous montrerons des résultats qui indiquent une sensibilité des ondes sismiques à de faibles déformations d'origine tectonique. Des analyses de sensibilité des ondes multiples diffractées permettent de localiser les régions où les changements ont lieu. Nous discuterons des implications potentielles de ces observations.

Michel CAMPILLO, ISTerre, Maison des Géosciences, 1381 rue de la piscine, Université Joseph Fourier,
F-38400 Saint Martin d'Hères
michel.campillo@ujf-grenoble.fr

Mathematical challenges in the modeling of collective dynamics and self-organization

Pierre DEGOND, CNRS and Université de Toulouse

Collective dynamics and self-organization produce among the most fascinating phenomena in nature (see e.g. ant trails, termite nests, marching locust swarms or skeins of geese). It occurs at all scales, including the microscopic one (e.g. the collective migration of cells during embryogenesis) and in the inanimate as well as social worlds (e.g. the dynamics of sand dunes or the formation of consensus in opinion dynamics). In spite of this ubiquity, the mathematical study of self-organization is still at its infancy, because it raises some fundamentally new questions that existing methods are not able to solve in their present form. In this talk, we will present some examples. We will describe new mathematical directions that have been suggested by their study, as well as some of the many remaining open problems.

Pierre DEGOND, Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Paul Sabatier, 118, route de Narbonne,
F-31062 Toulouse Cedex
`pierre.degond@math.univ-toulouse.fr`

Simulation et analyse numérique en théorie cinétique

Francis FILBET, Université Claude Bernard, Lyon I

La théorie cinétique des gaz cherche à décrire le comportement d'un gaz ou d'un plasma peu dense mais elle peut également s'appliquer à bien d'autres thématiques en biologie ou en économie. Elle permet alors de relier les grandeurs microscopiques et macroscopiques en introduisant les notions statistiques, en particulier la loi de distribution des vitesses, solution de l'équation de Boltzmann.

Cet exposé est dédié au développement et à l'étude de nouveaux algorithmes numériques déterministes pour la résolution de problèmes multi-échelles, issus de la théorie des équations cinétiques collisionnelles. Ces méthodes nous permettent d'observer numériquement des phénomènes non triviaux qui apparaissent lors de l'étude de gaz granulaires, comme la création d'amas de matière ou la caractérisation précise du retour vers l'équilibre. Nous verrons ensuite comment mettre au point de nouveaux algorithmes et établir des résultats de stabilité non linéaire, puis de convergence vers une limite hydrodynamique.

Francis FILBET, Institut Camille Jordan, Université Claude Bernard, Lyon I, 43 boulevard du 11 novembre
1918, F-69622 Villeurbanne cedex
filbet@math.univ-lyon1.fr

De la convexité tropicale aux jeux à somme nulle

Stéphane GAUBERT, INRIA et CMAP, École Polytechnique

L'algèbre tropicale apparaît quand on munit l'ensemble des réels de l'addition $(a, b) \mapsto \max(a, b)$ et du produit $(a, b) \mapsto a + b$. On se propose ici de faire un tour d'horizon des applications des méthodes tropicales aux problèmes de contrôle optimal et de jeux à somme nulle.

On s'intéressera particulièrement aux problèmes ergodiques, dans lesquels le critère est le paiement moyen par unité de temps. Ce dernier peut être déterminé au moyen de problèmes aux valeurs propres faisant intervenir des opérateurs non-linéaires, appelés opérateurs de Bellman en contrôle, ou opérateurs de Shapley en théorie des jeux. La structure tropicale apparaît quand on considère l'ensemble des vecteurs propres, ou points fixes, d'un opérateur de Bellman associé à un problème déterministe, ou bien les ensembles des sous ou sur points fixes d'un opérateur de Shapley. Ces ensembles se trouvent être *convexes* au sens tropical du terme. La convexité tropicale a été étudiée par de nombreux auteurs depuis une dizaine d'années : les convexes tropicaux peuvent être vus comme des limites de convexes classiques selon une déformation logarithmique, ou bien comme des images par une valuation non-archimédienne de convexes sur des corps ordonnés, comme le corps des séries de Puiseux. Les résultats fondamentaux de la convexité classique touchant à la combinatoire (théorèmes de Radon, Helly, Carathéodory, etc.) ou à l'analyse (meilleure approximation, séparation, points extrêmes, théorème de Choquet) s'étendent essentiellement au cas tropical. Cependant, les métriques Euclidiennes usuelles doivent être remplacées par des métriques moins familières comme la métrique de Funk ou la métrique projective de Hilbert.

La correspondance entre opérateurs de Shapley et convexes tropicaux conduit alors à une équivalence entre l'analogie tropicale de la programmation linéaire et les jeux déterministes avec paiement moyen (dont la complexité est un problème ouvert), ainsi qu'à des algorithmes de nature géométrique. Dans le cas de problèmes à un joueur, on parvient en outre à un résultat de représentation permettant d'exprimer toute solution du problème spectral comme supremum de solutions tropicalement extrêmes, qui ne sont autres que les points de Busemann d'un espace métrique (en termes lâches, des limites de géodésiques). Le même type de représentation est apparu pour les solutions KAM faibles d'EDP d'Hamilton-Jacobi (résultats de Fathi et Siconolfi ainsi qu'Ishii et Mitake).

Cet exposé est basé sur des travaux avec plusieurs coauteurs, notamment [2, 1, 3, 4]. avant

Références

- [1] M. Akian, S. Gaubert, and C. Walsh. The max-plus Martin boundary. *Documenta Mathematica*, 14:195–240, 2009.
<http://www.math.uni-bielefeld.de/documenta/vol-14/09.html>, [arXiv:math.MG/0412408](https://arxiv.org/abs/math/0412408).
- [2] M. Akian, S. Gaubert, and A. Guterman. Tropical polyhedra are equivalent to mean payoff games. *International of Algebra and Computation*, 22(1):125001, 2012.
[arXiv:0912.2462](https://arxiv.org/abs/0912.2462), [doi:10.1142/S0218196711006674](https://doi.org/10.1142/S0218196711006674).
- [3] X. Allamigeon, S. Gaubert, and E. Goubault. Computing the vertices of tropical polyhedra using directed hypergraphs. *Discrete Comp. Geom.*, 49(2):247–279, 2013.
[arXiv:0904.3436v4](https://arxiv.org/abs/0904.3436v4), [doi:10.1007/s00454-012-9469-6](https://doi.org/10.1007/s00454-012-9469-6).
- [4] S. Gaubert and G. Vigerol. A maximin characterization of the escape rate of nonexpansive mappings in metrically convex spaces. *Math. Proc. of Cambridge Phil. Soc.*, 152:341–363, 2012.
[arXiv:1012.4765](https://arxiv.org/abs/1012.4765), [doi:10.1017/S0305004111000673](https://doi.org/10.1017/S0305004111000673).

Stéphane GAUBERT, Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau
Stephane.Gaubert@inria.fr

Modèles macroscopiques de trafic routier et piétonnier

Paola GOATIN, INRIA

L'importance des mathématiques appliquées dans la modélisation et l'étude des flux des voitures et des piétons a augmenté considérablement dans les dernières années. La gestion du trafic routier et des mouvements de foule constitue en fait un enjeu majeur pour la société moderne, et l'apport des mathématiques permet une meilleure compréhension et description des interactions complexes qui gouvernent ces systèmes, ainsi que leur contrôle et optimisation. La modélisation et l'analyse du trafic routier et piétonnier peut se faire à différentes échelles : on peut distinguer entre des approches microscopiques, mésoscopiques et macroscopiques. Dans mon exposé, je me concentrerai sur les modèles macroscopiques, qui consistent en des (systèmes de) lois de conservation dérivées de la dynamique des fluides. Ces équations aux dérivées partielles décrivent l'évolution spatio-temporelle de grandeurs macroscopiques telles que la densité de voitures ou de piétons et la vitesse moyenne. Je montrerai des modèles décrivant des situations spécifiques, comme les transitions de phase, les carrefours et les péages, ainsi que le caractère bien posé des EDPs correspondant et la construction de schémas numériques adaptés.

Paola GOATIN, INRIA Sophia Antipolis - OPALE Project-Team 2004 route des lucioles, F-06902 Sophia-Antipolis
paola.goatin@inria.fr

Homogenization theory and multiscale numerical approaches for random media

Claude LE BRIS, Ecole des Ponts and INRIA

We will overview a series of recent works [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] all related to some multiscale problems motivated by practical problems in Mechanics. The common denominator of all these works is that they address multiscale problems where the geometry of the microstructures is not periodic. Random modelling, but not only (see e.g. [2, 3]), can then be used in order to account for the imperfections of the medium. The theory at play is that of homogenization, in its many variants (stochastic, general deterministic, periodic). The numerical methods developed and adapted are finite element type methods.

A special emphasis is laid on situations where the amount of randomness is small, or, otherwise stated, when the disorder is limited (see [1] for an introductory review, and also [4] for various application fields). Then, specific, computationally efficient techniques can be designed and employed.

The works presented are joint works with various collaborators : X. Blanc (Paris 7), P-L. Lions (Collège de France), F. Legoll, W. Minvielle (Ecole des Ponts and Inria), A. Lozinski (Besançon), and others.

Références

- [1] A. ANANTHARAMAN, R. COSTAOUËC, C. LE BRIS, F. LEGOLL AND F. THOMINES, *Introduction to numerical stochastic homogenization and the related computational challenges : some recent developments*, in *Lecture Notes Series, Institute for Mathematical Sciences, Vol. 22*, eds. Weizhu Bao and Qiang Du (National University of Singapore, 2011), pp 197-272.
- [2] X. BLANC, C. LE BRIS, AND P.-L. LIONS, *A possible homogenization approach for the numerical simulation of periodic microstructures with defects*, Milan J. Math., **80** (2012) 351-367.
- [3] X. BLANC, C. LE BRIS, AND P.-L. LIONS, in preparation
- [4] E. CANCÈS AND C. LE BRIS, *Mathematical modeling of point defects in materials science*, Math. Mod. Meth. Appl. Sc., to appear.
- [5] C. LE BRIS AND F. THOMINES, *A Reduced Basis approach for some weakly stochastic multiscale problems*, Chinese Ann. of Math. B, **33** (2012) 657-672.
- [6] C. LE BRIS, F. LEGOLL AND A. LOZINSKI, *MsFEM à la Crouzeix-Raviart for highly oscillatory elliptic problems*, Chinese Ann. of Math. B, 34 (2013), no. 1, 113–138.
- [7] C. LE BRIS, F. LEGOLL AND A. LOZINSKI, *MsFEM type approaches for perforated domains*, submitted.

Claude LE BRIS, Université Paris-Est, CERMICS, Project-team Micmac, INRIA-Ecole des Ponts, 6 & 8 avenue Blaise Pascal, F-77455 Marne-la-Vallée Cedex 2
lebris@cermics.enpc.fr

Probabilistic Potential Theory with applications to stochastic partial differential equations

Marta SANZ-SOLÉ, Universitat de Barcelona

Many results in probabilistic potential theory rely on a close analysis of hitting probabilities for random fields. This notion refers to the probability that the sample paths of a given d -dimensional stochastic process indexed by a k -dimensional parameter set hit a given deterministic Borel set $A \subset \mathbb{R}^d$. In this lecture, we will report on several abstract results on upper and lower bounds of hitting probabilities in terms of the Hausdorff measure and the Bessel-Riesz capacity of the set A , respectively. The role of the dimensions, and of the regularity of the sample paths will be highlighted.

In the second part of the lecture, we shall apply these results to several examples of stochastic partial differential equations, mainly systems of stochastic heat and wave equations driven by Gaussian noises with stationary spatial correlation. In the Gaussian case (additive noise), the application of the abstract criteria is quite easy. For multiplicative noise, the analysis of the densities required by the criteria is carried out using the techniques provided by Malliavin calculus.

Martingale Optimal Transport and Robust Hedging

Nizar TOUZI, École Polytechnique

The martingale optimal transportation problem is motivated by model-independent bounds for the pricing and hedging exotic options in financial mathematics.

In the simplest one-period model, the dual formulation of the robust superhedging cost differs from the standard optimal transport problem by the presence of a martingale constraint on the set of coupling measures. The one-dimensional Brenier theorem has a natural extension. However, in the present martingale version, the optimal coupling measure is concentrated on a pair of graphs which can be obtained in explicit form. These explicit extremal probability measures are also characterized as the unique left and right monotone martingale transference plans, and induce an optimal solution of the Kantorovitch dual, which coincides with our original robust hedging problem. By iterating the above construction over n steps, we define a Markov process whose distribution is optimal for the n -periods martingale transport problem corresponding to a convenient class of cost functions. Similarly, the optimal solution of the corresponding robust hedging problem is deduced in explicit form. Finally, by sending the time step to zero, this leads to a continuous-time version of the Brenier theorem in the present martingale context, thus providing a new remarkable example of Peacock, i.e. Processus Croissant pour l'Ordre Convexe. Here again, the corresponding robust hedging strategy is obtained in explicit form.

Alternatively, one may formulate directly the robust hedging problem in continuous-time. The hedging strategies are then expressed as stochastic integrals with respect to the price process of the underlying asset. Therefore, as a first difficulty, the formulation of the problem requires the use of the quasi-sure stochastic analysis in order to define such stochastic integrals simultaneously under a non-dominated family of singular probability measures. The duality theory between the martingale Monge-Kantorovitch problem and the corresponding robust hedging problem is obtained for a general class of couplings, and is used to obtain concrete results in the context of some examples. By using the dynamic programming approach to stochastic control, we recover some known results established previously in the context of the Skorohod Embedding Problem, and we solve some questions which were left open in the last literature.

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Demi-journée Maths-Entreprises

Cette demi-journée est organisée par AMIES et la SMAI

Résumé

Cette demi-journée se compose d'exposés scientifiques, d'une séance de posters et d'une table ronde. Les **exposés** porteront d'une part sur des résultats de projets soutenus par le dispositif PEPS, initié par le CNRS et repris depuis 2012 par AMIES, et d'autre part sur des collaborations mettant en jeu des équipes et des entreprises basées dans le Sud-Ouest ou dans le Nord de l'Espagne.

Les **posters** seront présentés par des doctorants ayant participé aux deux dernières Semaines d'Etudes Maths-Entreprises à Versailles et à Nancy.

La **table ronde** portera en soirée sur les interactions entre mathématiques et PME : quels besoins en mathématiques dans les PME, quelles mathématiques issues de problèmes rencontrés dans les PME pour les laboratoires, et quels dispositifs pour favoriser les interactions entre mathématiciens et PME ?

Organisateurs

1. **Georges-Henri Cottet**, AMIES, CNRS et Université Joseph Fourier, Grenoble.
2. **Marie Postel**, SMAI et Université Pierre et Marie Curie.
3. **Etienne de Rocquigny**, SMAI et Ecole Centrale de Paris.

Mardi 28 mai, salle Atlantique

14h30-16h00 : Introduction de la demi-journée et exposés scientifiques 1

16h00-17h00 : Pause café et posters issus des Semaines d'Etudes Maths-Entreprises

17h00-18h00 : Exposés scientifiques 2

21h00-22h30 : Table ronde Maths-PME

Liste des orateurs

1. **Mohamad Safa**, LMBA, Université de Bretagne-Sud.
Titre : Contrôle adaptatif optimal d'un modèle financier continu.
2. **Jacques Sainte-Marie**, INRIA, Université Pierre et Marie Curie, CNRS et CETMEF.
Titre : Modèles et méthodes numériques pour la production de biocarburants et pour les énergies marines.
3. **Philippe Helluy**, Université de Strasbourg.
Titre : Numerical resolution of conservation laws with OpenCL.
4. **Lakhdar Remaki**, Basque Center for Applied Mathematics and Baltogar.
Titre : Flow Simulation for Aerodynamic Optimal Design in Industry.
5. **Paul Williamson**, Total.
Titre : Total's strategic R&D in seismic imaging : collaboration in depth.

Liste des posters

- **Nina Aguillon**, Orsay.
Titre : Détection de marques de cylindres sur une ligne sidérurgique, *Sujet proposé par* : Arcelor Mittal.
- **Jérémy Dalphin**, Nancy.
Titre : Reconstruction de couches géologiques à partir de données discrètes, *Sujet proposé par* : Gocad.
- **Paul Charton**, Nancy.
Titre : Propriétés asymptotiques des processus à volatilité stochastique, *Sujet proposé par* : Deloitte.
- **Antoine Levitt**, Dauphine.
Titre : Réalisation d'un catalogue des débris spatiaux, *Sujet proposé par* : EADS.
- **Tamara El Bouti**, Versailles.
Titre : Indexation vidéo ultra-précise à grande échelle, *Sujet proposé par* : Technicolor.

Table ronde Maths-PME : liste des participants confirmés

- **Marc Bonnet**, Société Shygma, Nantes.
- **Nicolas Dolin**, Société Epsilon, Pau.
- **Jean-Louis Gout**, Pôle de compétitivité Avenia.
- **Stéphane Labbé**, Maimosine et Laboratoire Jean Kuntzmann, CNRS et Université de Grenoble.
- **Yvon Maday**, Laboratoire Jacques-Louis Lions, CNRS et Université Pierre et Marie Curie.

Numerical resolution of conservation laws with OpenCL (P. Helluy)

This work is devoted to numerical simulations of conservation laws on recent multicore processors, such as GPUs, using the OpenCL programming framework. It has been supported by a CNRS PEPS (Projet Exploratoire Premier Soutien). Depending on the chosen numerical method, different implementation strategies have to be considered for achieving the best performance. We explain how to program efficiently three methods : a finite volume approach on a structured grid, a high order Discontinuous Galerkin (DG) method on an unstructured grid and a Particle-In-Cell (PIC) method. Such algorithms are implemented in a software that we develop with the company AxesSim in Strasbourg. We will present numerical simulations of an X-ray generator governed by the Vlasov-Maxwell system of PDE's.

Contrôle adaptatif optimal d'un modèle financier continu (M. Safa)

Aujourd'hui lorsqu'une société ou bien une collectivité publique se lance dans un projet qui implique un crédit, il est nécessaire de trouver le meilleur plan d'emprunt. Ce dernier est défini comme étant la stratégie qui permet d'atteindre les objectifs du projet tout en minimisant le coût de l'emprunt. Cette stratégie doit tenir compte du délai du projet, du taux d'intérêt de l'emprunt, des recettes et des dépenses courantes. Une fois cette stratégie établie, et tout au long du déroulement du projet, il est indispensable de contrôler la façon dont le plan de l'emprunt est implémenté. Le but est de contrebalancer l'écart entre l'environnement réel du projet et l'environnement qui avait été projeté lors de l'élaboration de la stratégie.

Dans cet exposé nous adaptons tout d'abord le modèle financier continu en temps, développé par Frénod & Chakkour (article en cours de rédaction) afin de l'utiliser dans le cadre de la théorie de contrôle. Ce modèle, qui n'est pas destiné au marché financier, mais aux institutions publiques, est utilisé par une société d'éditeur de logiciels d'aide à la décision et de pilotage (MGDIS).

Afin de trouver le plan d'emprunt optimal lors de la phase de l'élaboration de la stratégie, nous mettons en place une méthode de contrôle optimal (Frénod, Ménard & Safa, article en cours de rédaction). Dans cette méthode, la variable de contrôle est la densité d'emprunt, la fitness est le coût de l'emprunt auquel on ajoute éventuellement le temps de déroulement du projet et les contraintes sont celles imposées par les réglementations (équilibre budgétaire, etc.). Ensuite nous développons une méthode de contrôle adaptatif pour mieux ajuster l'implémentation du projet.

Soutiens Ce travail est financé conjointement par la société MGDIS (<http://www.mgdis.fr/>) et par le programme PEPS du Labex AMIES.

Modèles et méthodes numériques pour la production de biocarburants et pour les énergies marines (J. Sainte-Marie)

Alors que les préoccupations associées à la modélisation des écosystèmes, à la préservation de l'environnement et au développement durable ont une urgence particulière, les connaissances actuelles tant au niveau de la modélisation que de la simulation numérique des écoulements géophysiques ne permettent de répondre que très imparfaitement à ces problématiques. Au cours de cet exposé, on présente les modèles et les méthodes numériques développés dans le domaine

- du couplage hydrodynamique-biologie et de la production de biocarburants,
- de l'interaction écoulements-structures et des énergies marines.

Les travaux de recherche menés ont fait l'objet de collaborations avec diverses entreprises notamment Naskéo Environnement, OpenOcéan et EDF R&D.

Biocarburants Le couplage de modèles biologiques avec l'hydrodynamique ajoute l'advection et la diffusion des quantités considérées aux termes de réaction décrivant la croissance ou la décroissance des concentrations de ces quantités. L'analyse et la simulation des modèles ainsi obtenus est complexe, les nonlinéarités sont importantes et les constantes de temps de la biologie et de l'hydrodynamique très différentes.

Depuis plusieurs années et dans divers pays, on expérimente des bassins à haut rendement où l'on optimise la croissance d'algues pour en extraire un biocarburant (Hadiyanto *et al.*, Chemical Engineering Journal 2013, Sialve *et al.*, Biotechnology Advances 2009). En effet, certaines espèces de microalgues à forte teneur en lipides, pourraient conduire à la production de biocarburants dits de 3ème génération. Elles offrent, par rapport à la culture de plantes supérieures (par exemple les oléagineux), des rendements potentiellement beaucoup plus grands, typiquement un ordre de grandeur.

Ces travaux ont fait l'objet d'un financement PEPS du CNRS à l'occasion du CEMRACS 2011.

Energies marines Dans le domaine marin, de nombreux systèmes sont proposés pour récupérer l'énergie des vagues, des marées et des courants marins afin de produire de l'électricité. Citons par exemple les hydroliennes, divers systèmes de bouées transformant les variations de la surface libre en électricité ou encore des turbines actionnées par l'énergie des vagues. Il s'agit de systèmes assurant une production souvent modeste par rapport à des centrales thermiques ou nucléaires mais de taille réduite et pouvant être installés facilement.

L'optimisation de ces systèmes (dispositif, forme, positionnement, faible coût d'installation, durabilité,...) est une thématique originale et complexe qui nécessite des outils numériques performants. Divers systèmes sont actuellement proposés et implantés mais leur optimisation est pour l'instant le talon d'Achille de ces dispositifs.

Flow Simulation for Aerodynamic Optimal Design in Industry (L. Remaki)

Industry interest in CFD has sustained a phenomenal growth in the last two decades. Testing has become more closely coordinated with numerical simulations in order to reduce cost, better understand physical phenomena and save time in bringing products to market. In this talk the important role of CFD in industry will be demonstrated through two industrial projects and some numerical aspects will be discussed from the practical point of view. The first application that will be presented is the Bloodhound project which objective is constructing a vehicle to take the World Land Speed Record to 1000 mph. The second application is related to preliminary results of a BCAM-BALTOGAR CFD platform for turbo-machinery simulation and design.

Total strategic R&D in seismic imaging : collaboration in depth (P. Williamson)

Total has a number of academic collaborations in the field of seismic imaging. These range from well-established and widely-followed consortia, such as those at Stanford and the Colorado School of Mines, which have both made very significant contributions to the evolution of seismic imaging technology, to one-on-one collaborations addressing rather specific problems. In this presentation I shall describe briefly elements of four of Total's collaborations in seismic imaging : addressing the forward problem, and two more concerned with imaging and inversion. Of these, one is in France, and the other three are in the USA, mediated by our R&D centre in Houston. Numerical solution of the acoustic wave equation in the time domain using finite differences has been routine for some time. However, direct solution in the frequency domain, and the use of the more representative elastic wave equation in either domain, are still awkward and/or expensive, even on modern high-performance computers. For the last 6 years, Total has been sponsoring a small consortium at Purdue university which has, among other things, been working on the solution of the Helmholtz equation. Their approach builds upon the well-known nested dissection algorithm, using the notion of low-rank submatrices and hierarchical semi-separability to reduce the memory requirements, hitherto the main issue for direct solvers. Although not yet fully implemented, their algorithm has already given rise to a code with interesting performance, which we are testing for application to full waveform inversion. We have recruited a VIS (volontaire internationale scientifique) to accelerate our uptake of this technology for modeling in the context of the inverse problem.

A second research action on the forward problem is in the form of a one-to-one collaboration with an INRIA group in Pau, and is presently focussed on the numerical solution of the wave equation in complex media, i.e., with strong property contrasts and irregular forms. The limits of finite differences in such cases are well known, so this collaboration is working on the use of the Discontinuous Galerkin approach, attractive in this case because of its capacity to use a grid adapted to the details of the model. In particular, surface topography and, for example, salt boundaries can be accurately represented, and the cell size can be locally adjusted to match the seismic velocity, and the scale of the seismic heterogeneity, which seems essential to both keep the numerical challenge of elastic modelling and inversion feasible while assuring the accuracy of the computation.

For the inverse problem, we have worked with Prof. Symes of Rice University for a decade, both via his consortium (TRIP) and on an individual basis, to develop approaches based on the extension of model space to higher dimensionalities. His formalization of the exploitation of the redundancy in seismic data, which is the basis of conventional migration velocity analysis, offers some real perspectives of defining an inverse problem with reduced non-linearity, although these presently seem to be too expensive to be feasible on cases of industrial relevance.

A final example of our collaborations, in another, somewhat different format, is that of a mini-consortium in which Total and Hess financed a project led by the University of Texas at Austin, under the direction of Prof. S. Fomel, to investigate the calculation of Green's functions for Kirchhoff migration. The mathematical/algorithmic originality is the use of escape equations rather than the classical equations of ray-tracing, but the small size of the group and the limited extent to which Hess and Total are competitors allowed closer collaboration between the participants than is usually the case in larger consortia. These collaborations, and the others in our portfolio, allow us to access a wide range of expertise and undertake research, which we might not have chosen to do internally, relatively rapidly and cost effectively. As such they contribute constructively to the risk/reward spectrum of our depth imaging R&D.

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Table ronde Enseignement

Echanges sur des pédagogies innovantes dans l'enseignement supérieur

Résumé

Beaucoup d'insatisfactions, voire de frustrations, dans nos enseignements. Les cours passent mal, les étudiants ne s'accrochent pas assez, voire ne viennent pas en cours, certains attendent passivement la correction des exercices; souvent ils passent à côté de l'essentiel, au mieux se limitent au "savoir-faire" afin de réussir à obtenir une note proche de 10 aux examens... Ceci est sans doute une vision pessimiste et caricaturale de la réalité quotidienne, mais il est sûr qu'elle a une part de vérité.

Les intervenants se focaliseront dans trois directions différentes : Comment aider les étudiants à améliorer l'efficacité de leur travail personnel? Comment mieux évaluer que les étudiants aient effectivement acquis ce qui nous paraît important? Comment mieux guider le travail personnel des étudiants et rendre nos séances plus efficaces?

Après une présentation rapide des pratiques des intervenants à la Table Ronde, un dialogue s'installera avec la salle sur ces questions et tout autre point que les participants souhaiteront aborder.

Lundi 29 mai, 21h00-22h30, salle Goufi

Organisateur

1. **Christophe Rabut**, INSA de Toulouse (IMT, IREM).

Liste des orateurs

1. **Sylvain Moulin**, INSA de Lyon.
Titre : Ateliers méthodologiques.
2. **François Rousset**, INSA de Lyon.
Titre : Evaluer par compétences.
3. **Christophe Rabut**, INSA de Toulouse, IREM, IMT.
Titre : Plus de cours initial, mais travail en petits groupes.

Christophe Rabut, INSA, Complexe scientifique de Rangueil, 31077 TOULOUSE Cedex 04,
christophe.rabut@insa-toulouse.fr

Sylvain Moulin, INSA, 20, avenue Albert Einstein - 69621 Villeurbanne Cedex,
sylvain.moulin@insa-lyon.fr

François Rousset, INSA, 20, avenue Albert Einstein - 69621 Villeurbanne Cedex,
francois.rousset@insa-lyon.fr

Table ronde Enseignement

Motivation

Tiens, pourquoi une Table ronde sur l'enseignement, dans ce congrès SMAI, pourtant consacré à la recherche ? N'est-ce pas un hors-sujet ?

Non, ce n'est vraiment pas un hors sujet. Tout simplement parce que l'enseignement, son organisation, l'évaluation des élèves, le déroulement de nos séances, tout cela est un point central des préoccupations de la plupart des participants au congrès. . . Alors pourquoi devrait-on occulter cette part de notre métier ? Profitons au contraire de ce temps ensemble pour échanger nos pratiques et notre expérience. Avec les organisateurs du congrès nous avons fait le pari que cela vous intéresse, que vous viendrez nombreux à cette "soirée enseignement" . . . et que vous souhaiterez que des soirées analogues soient organisées les autres années.

Nous partirons de trois constats assez complémentaires, et examinerons des pistes pour améliorer la situation.

Les étudiants, surtout au niveau L1 bien sûr, mais pas seulement, ne savent pas vraiment comment gérer leur travail (travail personnel, mais aussi travail en séance), et du coup celui-ci n'est pas toujours aussi efficace qu'il le faudrait. Dans quelle mesure est-ce notre travail de les aider à ce propos ? Que peut-on leur apporter ?

Nos "évaluations" par examen, avec notes cumulatives et moyennes mélangent tout, et nous avons du mal à garantir le niveau réel de nos étudiants, tant en ce qui concerne leurs savoirs que leurs savoir-faire. On parle de plus en plus d'"évaluations par compétences" . . . En quoi cela consiste-t-il, et quelles sont les spécificités des maths ?

Nos cours "passent" mal. En particulier les cours magistraux n'ont pas l'efficacité que nous aimerions. . . Ce n'est pas parce que nous enseignons mal, mais c'est bien la structure "j'émets - vous recevez" qui passe mal. Que faire pour être plus efficace ? Peut-on en même temps agir sur le déroulement des TD, voire même sur le travail personnel des étudiants ?

Je terminerai ces trois points de motivation par un point qui nous concerne tous mais qui risque d'être encore plus sensible à partir de la rentrée prochaine au niveau L1 : il est fort probable que le niveau des étudiants arrivant au niveau du bac sera plus hétérogène encore que maintenant. Comment faire face à cette situation sans créer davantage d'échecs ? Y aurait-il des moyens concrets qui permettraient de répondre positivement à l'ensemble des problématiques évoquées ici ?

1 Ateliers méthodologiques (Sylvain Moulin)

Pour répondre à la problématique de l'efficacité du travail des étudiants, l'INSA de Lyon a mis en place des ateliers de méthode, où les étudiants confrontent leurs pratiques et s'aident mutuellement, avec le soutien d'un "tuteur" pour trouver ce qui leur est le plus efficace.

Constatant que ses étudiants peinent à :

- prendre un cours en amphi et le travailler,
- tirer des méthodes des TD,
- être efficace en examen écrit,

l'INSA de Lyon a mis en place, pour les volontaires, des ateliers de méthode en petits groupes sur ces trois points.

Descriptif

Sans théorie, sur leurs supports, les étudiants sont aidés à trouver leur bonne façon de travailler. Un étudiant inscrit se voit offrir 4 heures d'ateliers. L'effectif est réduit à 8 étudiants accompagnés d'un enseignant-tuteur afin qu'une personnalisation des séances soit réellement possible. Le travail se base sur des exercices ou problèmes effectivement cherchés en séance, sur la reprise de leurs derniers cours et TD et sur l'analyse de sujets et de copies d'examens passés.

L'atelier commence par la recherche d'un exercice ouvert, à l'énoncé ramassé, d'un niveau avancé. Son but est d'amener les étudiants à prendre conscience de l'importance de la parfaite connaissance du cours et d'une acquisition de méthodes de TD pour résoudre le problème. Du temps est pris pour que, aiguillés par l'enseignant, les étudiants avancent dans la résolution grâce aux deux piliers du cours et des méthodes. Une trame générale de résolution d'un problème est alors dégagée. Elle amène le groupe à s'interroger sur sa façon de travailler le cours et les td.

Le cours Les étudiants sont invités à formuler leurs interrogations sur la façon de travailler leur cours. Ensuite chacun des points soulevés amène discussion dans le groupe. Voici quelques points évoqués lors de ces séances :

- comment suivre le cours en temps réel ? (comprendre, lire, écouter)
- quelles prises de notes ? (intégrales, aucune, partielle, avec un photocopié)
- comment reprendre le cours à la maison ? à quelle fréquence ?
- donner du sens aux énoncés : mieux comprendre pour retenir plus facilement
- les aller-retours entre le cours et les td pour mieux comprendre et apprendre le cours, pour toucher la généralité d'un énoncé
- fiche or not fiche ?
- retenir la structure d'un cours (comme en histoire-géographie)

Une fois tous ces points traités sur leur dernier cours, un nouvel exercice est proposé. Le but est de reconnaître des situations du cours : ma bonne boîte à outils du cours me met sur des pistes possibles de résolution.

Le TD Là encore un tour de table est lancé : comment, quand, à quelle fréquence travailler les td ?

Ensuite le groupe se met en situation de reprendre le TD actuellement traité en classe. L'objectif est de synthétiser les méthodes croisées dans les exercices. Décrire ce qui est fait dans un exercice n'est pas habituel pour les étudiants. En mettant des mots ils réalisent qu'ils synthétisent la(les) méthode(s) : "écrire la division euclidienne complète puis exploiter les racines du diviseur pour obtenir des relations sur le reste". Un bilan complet des méthodes croisées est réalisé. Cette seconde boîte à outils vient compléter celle du cours.

Réviser puis composer en examen Un premier échange porte sur les révisions : comment s'organiser. Pas de diktat, pas de loi absolue.

Ensuite sont abordés des points concernant la composition elle-même :

- lecture globale du sujet
- choix des exercices
- gestion du temps
- recherche d'efficacité
- gestion du brouillon
- quelle densité de rédaction ?
- ...

L'atelier se termine sur l'application de ces derniers éléments face à un sujet d'examen.

2 Évaluer par compétences (François Rousset)

Introduction et objectifs spécifiques de formation

La filière FAS (Formation Active en Sciences) du premier cycle de l'INSA de Lyon accueille des étudiants venant des filières STI (Sciences et Technologies Industrielles) devenant, à partir de la rentrée prochaine, STI2D (Sciences et Technologies de l'Industrie et du Développement Durable) mais aussi des filières STL (Sciences et Technologies de Laboratoire).

Outre les objectifs communs à toutes les filières de formation du Premier Cycle, les différentes activités pédagogiques mises en œuvre au sein de la filière FAS sont conçues de manière à permettre à chaque étudiant de progresser par étapes en vue d'atteindre les objectifs suivants :

1. développer une démarche scientifique ;
2. acquérir et maîtriser des connaissances durables dans les différentes disciplines abordées ;
3. développer son degré d'autonomie ;
4. communiquer et conduire un projet ;
5. se situer dans le contexte de l'évolution des connaissances et des technologies ;
6. mener une réflexion éthique et philosophique.

Ces objectifs s'inscrivent dans une perspective d'acquisition de *compétences* pluridisciplinaires permettant d'aborder des situations complexes. Ils visent à développer la curiosité, la capacité de réflexion, et à donner du sens au parcours de formation.

Stratégie pédagogique

La pédagogie mise en œuvre au sein de la filière FAS est basée sur l'acquisition de compétences à partir d'approches pédagogiques variées et complémentaires (cours traditionnels, activités de résolution de problèmes, projets, etc.). La filière FAS implique fortement l'élève dans une logique de contrat dans le but de progresser vers les objectifs précédemment définis.

Les principes pédagogiques placent l'élève dans la situation d'*acteur* de son projet de formation. L'approche de l'apprentissage des connaissances est faite à partir de l'objet, des réalités, des technologies et de l'expérimental. L'élève est ainsi placé dans la nécessité de développer une culture de curiosité, d'ingéniosité, de questionnement, de raisonnement et d'esprit critique. Il devra également développer un niveau d'abstraction indispensable à la poursuite de son cursus. Cette démarche le prépare à son futur métier d'ingénieur, où il sera surtout jugé sur son comportement, sa capacité d'analyse et de résolution de problèmes nouveaux.

La démarche de formation est basée sur la réalisation d'activités nouvelles plaçant l'élève dans la situation d'*acquérir des compétences*. L'élève devra apprendre à poser un problème, à le résoudre, à découvrir et développer les compétences dont il a besoin et à acquérir les connaissances qu'il devra maîtriser pour obtenir les résultats exigés.

Évaluations

Forme des évaluations Dans chaque phase de formation, les évaluations peuvent revêtir deux formes :

- l'évaluation formative, menée en cours d'apprentissage : elle est destinée à aider l'élève à se situer par rapport à ses apprentissages, à fournir un retour à l'enseignant lui permettant de détecter les difficultés résistantes et d'adapter son enseignement ;
- l'évaluation sommative, menée à la fin d'une formation ou d'une phase de formation : elle a pour objectif de déterminer le niveau atteint par l'élève et permet *in fine* de prendre une décision compte tenu de ce niveau.

Référentiel de compétences Les compétences à acquérir dans chaque discipline sont définies dans un référentiel. À chaque compétence est attribué un coefficient de pondération, selon le degré d'importance dans la discipline. Chaque compétence est affectée à l'un des six domaines suivants :

- les compétences de base ;
- les compétences avancées, qui demandent davantage de réflexion et de maîtrise ;
- les compétences expérimentales ;
- les compétences transversales ;
- les compétences relevant de l'expression écrite ;
- les compétences de communication orale.

Les domaines ainsi définis permettent d'effectuer pour chaque élève un bilan transversal de compétences.

Évaluation des compétences Les compétences sont évaluées sur une échelle de 0 à 20 avec la signification suivante :

- $0 \leq \text{note} < 6$: compétence non acquise ;
- $6 \leq \text{note} < 10$: compétence en cours d'acquisition ;
- $10 \leq \text{note} < 14$: compétence acquise ;
- $14 \leq \text{note} \leq 20$: niveau « expert ».

Exemple des mathématiques

En mathématiques, on évalue les quatre compétences suivantes :

- **MA1** : Maîtriser le langage mathématique, rédiger ; Coefficient : 2 ; Domaine : base
- **MA2** : Conduire un calcul ; Coefficient : 2 ; Domaine : base
- **MA3** Conduire un raisonnement ; Coefficient : 2 ; Domaine : avancé
- **MA4** Mettre en œuvre une démarche mathématique dans une situation pluridisciplinaire ; Coefficient : 1 ; Domaine : transversal

L'annexe 1 présente un énoncé proposé cette année aux étudiants de la filière.

3 Pas de cours magistral initial, mais travail en petits groupes (Christophe Rabut)

Que faire pour améliorer la qualité et l'efficacité du travail des étudiants, tant en séance qu'en ce qui concerne leur travail personnel ? Plusieurs enseignants ont modifié de façon importante leur pratique pédagogique, introduisant en particulier, de façon assez systématique, le travail en petits groupes (en général 3 à 5 étudiants), favorisant ainsi un travail plus efficace et plus en profondeur, et/ou en modifiant de façon significative le type d'exigence vis à vis des étudiants, et l'évaluation de leurs acquis.

Description de la méthode

L'ensemble des moyens utilisés constitue une méthode globale, cohérente, complète. En voici l'essentiel :

Abandonner le système traditionnel de “cours magistral”, “Travaux Dirigés”, “Travaux Pratiques”, pour le remplacer par du travail en petits groupes (typiquement équipes de quatre étudiants), qui fassent que les étudiants travaillent et approfondissent le cours, soient plus actifs et plus responsables de ce qu'ils apprennent.

Première solution, que nous appellerons “cours travaillé à l'avance” : “Pour la prochaine séance, vous devez travailler de la page tant à la page tant de ce document (livre ou mieux photocopié) ; vous devez en particulier identifier ce qui vous fait difficulté, ce qui vous paraît important”. Durant la séance, les étudiants sont regroupés en équipes de quatre, au sein desquelles ils approfondissent le travail personnel qu'ils ont fait, ceux qui ont compris un point difficile pour d'autres leur expliquent, et si personne n'a compris, l'équipe essaie, ensemble, de résoudre la difficulté. Si cela ne “marche pas”, l'équipe doit formuler une question, à laquelle l'enseignant répond.

Deuxième solution, que nous appellerons “cours problématisé” : transformer le cours magistral en un problème, que les équipes d'étudiants doivent résoudre. Ceci peut être fait ou bien en demandant aux étudiants de préparer le travail en équipe par un travail préalable, ce qui permet d'être plus efficace et d'aller directement à l'essentiel lors du travail en équipe. A remarquer que l'écriture d'un tel problème est beaucoup moins compliqué qu'on le croit en général, car cela reprend sous forme de questions et indications de moyen de résolution ce que l'on fait d'habitude en cours. Un exemple de “cours problématisé” (théorie de l'intégration et évaluation numérique de l'intégrale) est présenté en annexe 2.

Ces deux solutions fonctionnent très bien. Elles conjuguent en effet la force du travail à plusieurs (pour chercher et trouver des solutions, des explications) et la notion de “défi relevable”. Elles forcent les étudiants à travailler sur le cours, et le “travail préalable” permet de lisser le niveau des étudiants, les moins bons pouvant prendre plus de temps pour préparer la séance, et ainsi combler une partie de leur handicap sur leurs co-équipiers.

Ceci est ensuite étendu aux exercices : Les exercices d'application directe du cours doivent être faits (ou au moins travaillés) avant la séance, ce qui permet aux étudiants d'une même équipe de comparer leurs résultats et leurs façons de résoudre l'exercice, et d'aller directement à l'essentiel lorsqu'ils voient des différences ; ils ne perdent donc pas de temps en séance, ni en calculs ni en voyant refaire des exercices que tous les membres de l'équipe ont correctement résolus.

Les problèmes plus complexes, qui nécessitent davantage de réflexion et/ou de décision, sont ou bien préparés en travail personnel, ou bien traités directement en séance ; dans ce dernier cas, cela se fait en général en trois temps : concertation d'équipe pour décider de la stratégie de résolution ("brain storming"), puis travail individuel pour mettre en œuvre cette stratégie, enfin retour au travail d'équipe pour comparer et commenter les résultats, tirer les conclusions et commentaires.

Plusieurs actions viennent compléter ce dispositif

Le cours de synthèse – structuration C'est un complément essentiel aux cours travaillés en équipe. Il faut structurer les connaissances acquises en travail personnel et en équipe. Pour cela, de temps en temps (ma pratique est d'une séance toutes les quatre ou cinq séances), un cours magistral a pour but de « recadrer » les choses, de commenter ce qui a été fait, peut-être de mettre mieux en évidence tel ou tel point essentiel, de compléter le travail des équipes, voire d'aller plus loin dans telle ou telle notion abordée. Pas question de reprendre ce qui a été fait en équipe (ce serait le meilleur moyen d'inciter les équipes à « se la jouer cool » !), ces cours magistraux s'appuient sur ce qui a été fait, mettent les notions en perspective, les relient à d'autres notions, quelquefois les prolongent.

L'image que je préfère est celle du vélo : pendant le travail du cours en équipe, les étudiants sont, essentiellement, « le nez dans le guidon », examinant les choses en détail, mais sans vraie liaison avec le reste de la matière en cours. Le but du cours de synthèse – structuration est alors de leur faire lever la tête pour regarder le paysage, voir où ils sont par rapport à ce qu'ils connaissent déjà, voir où ils vont dans ce contexte, articuler les notions avec d'autres notions qu'ils pourraient croire sans point commun. J'utilise aussi l'image du puzzle : le cours de synthèse – structuration assemble les pièces du puzzle étudiées en travail personnel et en équipe, et éventuellement celles vues dans d'autres matières.

Clairement il s'agit là d'un cours magistral, qui peut être fait devant des grands groupes (de la taille de nos groupes de cours magistral habituels). Mais le but et la façon de le faire en sont très différents, comme l'attitude des étudiants vis-à-vis de ce cours. En effet, pour l'essentiel il ne présente pas de choses nouvelles, mais il s'appuie sur ce que les étudiants savent déjà pour articuler ces notions entre elles. Ce qui y est dit est en lien avec les préoccupations des étudiants, qui en « voient » tout de suite l'intérêt et l'importance. Les étudiants ne s'y trompent d'ailleurs pas : le taux de présence, la qualité d'écoute sont sans commune mesure avec ceux d'un cours magistral classique.

Le problème de positionnement – motivation Pour souder les équipes, leur permettre de se rendre compte de l'intérêt du travail en groupe, et motiver les étudiants pour le travail personnel préalable, un problème de « positionnement–motivation » est souvent posé au début d'une séquence d'enseignement.

On ne demande pas aux étudiants de résoudre un problème complet, mais on leur demande plutôt de trouver une démarche de travail. Bref on leur demande « comment ils feraient pour résoudre le problème » plutôt que de leur demander de le résoudre en détail. A ce stade, il ne s'agit pas de résoudre complètement le problème posé, mais de suggérer (enseignant) puis d'élaborer (étudiants) plusieurs démarches de résolution, qui justement seront ensuite étudiées et approfondies en cours. A noter que l'effet « brain storming » permet de poser des problèmes qui sont de vrais défis.

Lorsque cela est possible, ce problème est utilisé comme « fil rouge » de l'enseignement : périodiquement (par exemple lors de certains cours de restructuration) on reprend le thème du problème en expliquant en quoi on a avancé dans la résolution du problème. Ce problème peut être plus ou moins important, il est en général basé sur une application ou une utilisation d'un ou de plusieurs points importants du cours. Un exemple de tel problème (analyse numérique au niveau L3, en introduction aux notions de modélisation, d'optimisation et d'approximation) est donné en annexe 3.

Autres compléments

Travaux sur ordinateur Il est bien dans la mesure du possible, de concrétiser cela par une réalisation informatique. Ce peut être au stade de la motivation (mise en évidence d'un phénomène surprenant, ou des questions à résoudre), ou au niveau d'une mise en œuvre et visualisations de notions ou résultats étudiés. Personnellement, je demande toujours que ces travaux soient effectués individuellement (ce qui n'empêche pas, bien sûr, les étudiants de s'aider mutuellement, comparer leurs résultats...), ce qui leur permet de « voir où ils en sont personnellement ».

Évaluation Les moyens d'évaluation restent traditionnels. Il n'y a pas d'évaluation du travail en équipe, et aucune production n'est demandée aux équipes. Le fait de travailler en équipe est une méthode d'acquisition et d'assimilation, mais pas une compétence qui doit être chiffrée, valorisée en tant que telle. Par ailleurs, en évaluant l'aspect scientifique des acquis, on évalue aussi, de fait, la capacité à apprendre, la capacité à travailler en groupe, puisque l'on évalue ce que l'étudiant a su acquérir en utilisant l'équipe pour être plus efficace.

Analyse, remarques et commentaires

Rythme de travail Le travail est fait régulièrement (pas seulement à la fin, pour les examens !), les notions sont acquises au fur et à mesure. La plupart du temps les étudiants ont correctement assimilé l'essentiel des chapitres précédents lorsqu'ils étudient les chapitres suivants... Voilà qui est très confortable, pour l'enseignant comme pour les étudiants !

L'enseignant domine l'avancement des travaux à peu près de la même façon qu'avec une méthode traditionnelle. Il se rend cependant mieux compte si telle notion nécessite plus ou moins de temps pour être correctement étudiée par les étudiants.

Temps de travail et efficacité Le temps de travail personnel est assez bien cadré et les étudiants ne partent pas dans des directions inutiles. La quantité de travail nécessaire pour obtenir certains acquis est en général du même ordre que lors d'une pédagogie traditionnelle, pour un acquis bien plus en profondeur, et avec davantage de recul. On obtient donc une meilleure efficacité dans le travail qu'avec une pédagogie traditionnelle, mais aussi qu'avec la plupart des pédagogies actives.

Le problème de positionnement-motivation nécessite du temps, et n'a pas son équivalent dans l'enseignement traditionnel. C'est cependant un investissement très intéressant et très rentable, car les étudiants sont dès le départ impliqués dans la matière qu'ils vont étudier. C'est plus coûteux en temps, mais beaucoup plus efficace que la présentation par l'enseignant du problème et des directions de solutions qui vont ensuite être étudiées... et bien sûr est autrement mieux que la présentation a posteriori d'une application-utilisation des notions étudiées.

Meilleure acquisition Bien meilleure mémorisation grâce aux débats entre étudiants (on mémorise beaucoup mieux ce dont on a discuté, ce sur quoi on a argumenté, voir [1]). Dans leur travail individuel, les étudiants apprennent à préciser quels sont les points qui leur font difficulté et à formuler clairement des questions à ce sujet. Cette méthode les aide à prendre du recul par rapport à leur travail et à la matière étudiée.

L'enseignant perçoit mieux les difficultés que rencontrent les étudiants (observation des équipes, mais aussi « questions de l'équipe », qui correspondent aux « points de résistance »), ce qui peut l'aider à mieux insister sur ces points lors des cours de restructuration, voire à re-rédiger certains points du polycopié.

Meilleure auto-évaluation Par les discussions au sein de l'équipe, les étudiants se rendent mieux compte de ce qu'ils ont compris et de ce qu'il leur faut encore travailler, et ceci au fur et à mesure que se déroule l'enseignement.

Phase de travail du cours Cette phase est faite sérieusement (individuellement et en groupe), car l'étudiant voit où il va et est motivé grâce au problème de positionnement-motivation, enfin car il sait que le cours ne sera pas exposé en cours magistral. Rapidement, il se rend compte de l'efficacité de cette méthode et de l'intérêt de faire le travail préparatoire du cours. Préparer les questions à poser à l'équipe, risquer de devoir répondre aux questions d'autres membres de l'équipe l'incite à faire sérieusement ce travail. La discussion en équipe lui permet de se rendre compte s'il avait bien compris les points difficiles. Devoir reformuler pour expliquer un point du cours (ou écouter la reformulation faite par un autre étudiant) est un facteur important de compréhension et d'assimilation. Rédiger ensuite individuellement ce qui a été acquis au sein de l'équipe lui permet d'en faire un bilan, une synthèse, et de prendre du recul par rapport à son propre travail.

Répartition des tâches Cette façon de travailler en équipe n'incite pas à la répartition des tâches (et des compétences). En effet l'équipe n'a pas de production à rendre (poster, exposé, compte-rendu d'équipe...), de sorte qu'il n'y a pas de confusion sur le but du travail en équipe.

Solidarité entre étudiants, capacité à dialoguer Lors du travail en équipe les étudiants apprennent à écouter l'autre, à répondre à ses questions, en se plaçant dans le registre de l'autre. Ils analysent ce que l'équipe leur a apporté (puisque grâce à l'équipe ils résolvent des problèmes sur lesquels ils butaient, et que ceci est clairement identifié). Ils se rendent compte si leur travail personnel a été superficiel ou non (puisque lorsque d'autres étudiants leur posent des questions, ils voient s'ils avaient perçu la difficulté, s'ils savent y répondre).

Cette méthode favorise et encourage donc une vraie solidarité entre étudiants, et cette solidarité devrait (phénomène non évalué, mais espéré!) pouvoir « déteindre » sur les autres matières, même enseignées de façon traditionnelle (encourager les étudiants à se dire entre eux « tu as compris cela, toi ? Si oui explique-moi, si non, on essaie chacun d'expliquer ce qui le gêne, et de résoudre ensemble cette difficulté »).

Rôle de l'enseignant Les questions des équipes sont les bienvenues, et l'enseignant y répond volontiers, même lorsqu'elles sont assez « techniques ». Il veille cependant à ce qu'il s'agisse bien d'une question sur laquelle l'ensemble de l'équipe a réfléchi et sollicite son aide. Pour cela, il peut, par exemple, choisir l'étudiant qui pose la question au nom de l'équipe, et demander à l'équipe s'il est d'accord sur sa formulation, avant d'aborder le sujet

avec l'équipe. Le type de réponse (re-questionnement, détail technique, contre-exemple...) dépend bien sûr de la question posée et de l'à-propos pédagogique de l'enseignant.

Bien sûr le rôle de l'enseignant est profondément modifié. De « personne qui sait et transmet son savoir », il devient une aide à la construction du savoir, et est bien perçu comme tel. Ce qui change tout dans la vision que l'enseignant a de son rôle, et que l'étudiant a du sien, mais aussi le rapport enseignant-étudiant.

Loin de perdre sa qualité d'enseignant en n'introduisant plus les notions au tableau, il est pleinement dans son rôle quand il fait des cours de restructuration (plus passionnants à concevoir que de dérouler des théorèmes!), quand il aide les équipes à résoudre leurs difficultés... et quand il rédige un document adapté à un travail autonome.

Initiation à la recherche Cela ne vous aura pas échappé : ce travail en équipe, travail préparatoire autonome d'acquisition de notions, suivi d'un travail en équipe, l'utilisation de l'équipe en « brain storming » pour trouver une méthode de résolution, confrontation des résultats en équipe... voilà des démarches qui sont bien proches des nôtres en recherche. Au moment où nous devons faire une certaine initiation la recherche, il me semble que « PEG » est un très bon moyen dans cette direction...

Qu'en pensent les étudiants ? Voilà cinq ans que « PEG » est mis en œuvre sous cette forme (il a fallu environ quatre ans pour la mettre au point), et les résultats des bilans d'enseignement montrent que les étudiants, dans leur quasi-totalité, apprécient beaucoup de travailler ainsi. Ils estiment en général que cela ne nécessite pas plus de travail que par une méthode traditionnelle, qu'ils ont beaucoup plus de plaisir et de motivation, qu'enfin la contrainte de travailler régulièrement leur est particulièrement bénéfique. Le fait de mieux percevoir leurs progrès, mais aussi leurs difficultés contribue à leur motivation.

Et si nous mettions cela en œuvre dans nos enseignements ?

Souplesse Facile à mettre en œuvre, cette méthode est facilement mixable avec une méthode plus traditionnelle, que ce soit au sein d'un même enseignement ou en « cohabitant » avec d'autres enseignements plus traditionnels.

Qui applique cette méthode ? C'est encore tout à fait marginal. Nous sommes essentiellement deux enseignants (Pierre Baudy en mécanique et moi-même, en mathématiques appliquées) sur l'INSA de Toulouse à travailler avec cette méthode, mise au point au fil des années. Nous travaillons aussi, dans le cadre de l'IREM, avec une professeur de maths de Terminale qui fait travailler ses élèves en équipes, avec le « cours transformé en problème », et des exercices et problèmes traités en équipes. Une autre professeur de Grenoble applique ceci, de façon adaptée, en classes de Seconde et de Première, et elle en est très satisfaite. Bien insuffisant pour en tirer une règle générale. Mais suffisant pour dire à quel point cela nous paraît plus efficace et plus intéressant que la méthode des cours magistraux préalables, que nous avons largement pratiquée dans le passé. Nous sommes maintenant dans la phase de diffusion de l'information sur cette méthode...

A quel niveau l'appliquer ? Tous les niveaux universitaires sont possibles, avec des adaptations nécessaires pour le niveau M2. Il est clair en tous cas qu'il est possible de l'utiliser dès le niveau L1. Je pense même que ce serait une bonne façon d'inciter les étudiants à modifier leurs méthodes de travail par rapport à ce qu'ils faisaient au lycée, et contribuerait ainsi à un changement de mentalité à l'arrivée en université, et serait un élément de lutte contre l'échec des jeunes étudiants. Bien sûr cette méthode est tout à fait utilisable pour la plupart des matières. De plus le travail personnel préalable a pour effet de niveler (par le haut) de façon efficace le niveau des étudiants, car les plus faibles peuvent passer davantage de temps au travail préalable.

Quelles en sont les difficultés ? Tout d'abord changer ! Oui, changer nos habitudes, changer nos mentalités, ce n'est pas facile. La plupart des enseignants à qui nous parlons de cette façon de travailler se montrent intéressés... mais hésitent à faire le pas (« on verra l'an prochain... »). De plus cela demande du temps (en fait pas tant que cela), et l'ensemble de nos activités nous presse à tous les niveaux... pas facile ! Mais, c'est sûr, passionnant !

Deux difficultés techniques, essentiellement :

1. La nécessité de mettre à la disposition des étudiants un document qui leur permette de travailler de façon autonome. Livre ou polycopié, à chacun de voir en fonction de sa sensibilité et des spécificités de l'enseignement concerné. Il me semble que les livres sont souvent rédigés de façon peu conviviale et se prêtent mal à une première approche en autonomie, surtout lorsque les étudiants ne sont pas habitués à cette façon de travailler. Je préconise, au moins pour le ou les premiers enseignements effectués en cours préparé en autonomie et approfondis en équipe, de rédiger un polycopié en pensant aux différentes digressions que nous mettons en cours magistral pour soutenir l'intérêt et l'attention des étudiants, et de les mettre dans le polycopié. D'un autre côté, un livre, plus complet, permet à des étudiants différents de faire des lectures différentes, ce qui est source de confrontation, de dialogue et d'enrichissement...

2. Par ailleurs, il n'est pas évident, lors de la mise en place de cette méthode pour un enseignement, de savoir exactement l'agencement des séances (en particulier quand placer les cours de restructuration), ni le temps nécessaire pour telle ou telle partie. Le plus simple est de se baser sur le cadencement des séances faites sous forme traditionnelle, et de reconduire ainsi le rythme d'avancement.

... et une difficulté administrative : bien sûr, il faut transformer certaines séances de cours en amphi par des séances de travail de cours en équipe... d'où un certain coût, à négocier avec les autorités compétentes... une certaine sensibilité sur la lutte contre l'échec, sur les « méthodes actives », devrait aider à convaincre vos responsables.

Nous aussi travaillons en équipe ! Bien sûr c'est ce que nous faisons. Certes, pour la décision de changement c'est un peu moins simple (il faut que tous les membres de l'équipe enseignante partagent, ou en tous cas acceptent de travailler avec cette méthode), mais pour la mise au point d'un enseignement PEG, le travail en équipe permet à la dynamique de groupe et à la confrontation des idées de jouer à plein, et permet de plus une certaine répartition des tâches au sein de l'équipe, allège donc la charge liée à la mise en place de cette nouvelle façon d'enseigner.

Pour des enseignements concernant peu d'étudiants (disons une cinquantaine ou moins) et assurés par un ou deux enseignants, c'est la souplesse de décision et d'organisation qui devient un avantage pour faciliter le changement.

Peut-on ne faire que la partie cours transformé en problème ? Oui. C'est même une bonne façon pour commencer « en douceur ». Transformer un cours en problème est beaucoup plus simple que je ne pensais. On peut aussi tout à fait transformer le début d'un chapitre en problème, puis prolonger le problème sous la forme d'un cours de restructuration. Les étudiants s'accrocheront alors beaucoup plus au cours car ils en auront en quelque sorte créé eux-mêmes les bases et apprécieront de voir les conséquences de ce sur quoi ils ont travaillé. Cependant, il est clair que le travail de groupe est moins efficace lors des premières séances... il faut donc une « quantité suffisante » de travail de groupe pour en tirer tout le bénéfice.

Conclusion

Une chose est sûre : quelles qu'en soient les raisons, un cours magistral préalable, présentant les notions nouvelles (ce que j'appelle « la beauté de la science » !), ça passe mal. Nous avons beau nous décarcasser pour rendre le cours attractif, vivant... les étudiants s'accrochent peu, et nos cours magistraux ne sont pas aussi efficaces que ce que nous voudrions. Si nous voulons être plus efficaces dans notre enseignement, il nous faut changer. Il faut réussir à rendre les étudiants moins passifs, plus actifs, plus responsables de leur apprentissage, de leurs progrès. Pour cela, il me semble que le travail en équipe est incontournable, et que la méthode présentée ci-dessous (nous l'appelons "PEG" : "Progresser En Groupe", ou "pédagogie d'Entraide des étudiants au sein de petits Groupes") est un bon moyen pour faire travailler les étudiants sur le cours, et faire en sorte qu'ils ne limitent pas leurs ambitions au « savoir-refaire ». L'avantage, c'est que tout le monde y trouve son compte, enseignants comme étudiants.

Les avantages de cette façon d'enseigner sont donc multiples, et seront bien sûr évoqués lors de la Table Ronde. Acquisition de l'autonomie et du travail en équipe (savoir lire des documents, les partager avec d'autres, formuler des questions, répondre aux questions des autres dans leur registre...). Les étudiants s'intéressent bien davantage au fond du problème et moins au seul savoir-faire : les notions, les concepts, et même les savoir-faire sont travaillés, compris, puis acquis bien plus en profondeur que par la méthode traditionnelle. Ils restent bien plus longtemps. Les étudiants réfléchissent, comprennent, au lieu de chercher à mémoriser et réappliquer des "techniques de résolution". Le travail est fait au fur et à mesure le chapitre 2 est connu lorsque l'on aborde le chapitre 3... voilà qui change nos habitudes et permet de beaucoup gagner en cohérence, efficacité et en temps !

Terminons en regardant les deux situations ci-dessous ; celle de gauche, appelée « le penseur de l'INSA » est à l'INSA de Toulouse et symbolise à mes yeux l'attitude de nombreux étudiants lors d'un cours en amphi, tandis que celle de droite, sur la place de l'université à Louvain La Neuve (Belgique) symbolise plutôt le travail collaboratif. De ces deux situations, laquelle préférez-vous ?



Alors,
osez le changement,
lancez-vous !

Annexes

Exemple de compétences requises en maths L1, et sujet d'examen associé

Évaluation sommative numéro 1 - FAS 1A (François Rousset)

6 novembre 2012 – Durée : 2h

Compétences en mathématiques :

- MA1 : rédaction (/3)
- MA2 : gestion du calcul (/12)
- MA3 : raisonnement (/2)
- MA4 : transdisciplinarité (/3)

Exercice 1 (MA1/3+MA3/2) Montrer de deux manières que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $\sum_{k=1}^n k \times k! = (n+1)! - 1$.

Exercice 2 (MA2/4) On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par :
$$\begin{cases} u_1 = 6, \\ \forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = u_n^2 - 2. \end{cases}$$
 Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a : $u_n = (1 + \sqrt{2})^{2^n} + (1 - \sqrt{2})^{2^n}$.

Exercice 3 (MA2/5) Calculer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la somme suivante : $S_n = \sum_{k=0}^n \sum_{p=0}^k 2^p$.

Exercice 4 (MA2/3)

1. Montrer que, pour tout $(n; k; i) \in \mathbb{N}^3$ avec $k \leq i \leq n$, on a :
$$\binom{n}{i} \binom{i}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{n-i}.$$
2. En déduire, pour tout $n \in \mathbb{N}$, la valeur de : $S_n = \sum_{k=0}^n \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \binom{i}{k}.$

Exercice 5 (MA4/3) Une fourmi se déplace sur les lignes d'un quadrillage de hauteur p carreaux et de largeur n carreaux (le quadrillage comprend donc $p+1$ lignes horizontales et $n+1$ lignes verticales). La fourmi se rend du coin inférieur gauche au coin supérieur droit en n'effectuant que des déplacements vers le haut ou vers la droite. Combien de chemins différents peut-elle emprunter ?



Exemple de quadrillage
avec $p = 2$ et $n = 3$.

Exemples de cours problématisé

Intégration et méthodes numériques d'intégration

1. Une situation concrète précise...

Vous avez dû remarquer que sur les périphériques ou autoroutes, certains panneaux (et/ou la radio) indiquent le temps de parcours prévisible pour arriver à telle ou telle destination. Vous êtes-vous jamais demandé comment ce temps de parcours était calculé, sa précision, sa fiabilité ? Examinons ensemble la chose...

Peut-on simplement prendre une voiture et voir le temps qu'elle met pour parcourir le parcours concerné ? Non, pas adéquat, car les durées estimées auraient toujours un temps de retard, ce serait en fait « une voiture a mis tant de temps pour aller de ... à ... » et « non le temps que vous devriez mettre est de ... ». De plus ce serait bien difficilement réalisable en pratique.

Mais non, on dispose, le long du parcours, de caméras qui mesurent la vitesse des véhicules juste devant la caméra. Comment évaluer le temps nécessaire ? Une première approche consiste à dire que la vitesse des véhicules entre deux caméras est constante. Dans un premier temps, on considèrera que les caméras sont équiréparties le long du parcours (distance h).

Quel temps faut-il pour parcourir la distance dans un intervalle entre deux caméras si la vitesse des véhicules est constante et égale à v entre ces deux caméras ? Quel temps total faut-il si la vitesse mesurée par la i -ème caméra est v_i ?

2. Formalisation et définition de l'intégrale

Bon, ce n'est pas le tout, mais formalisons un peu l'ensemble. Appelez x la distance parcourue, x_i la position de la i -ème caméra, et $f_h(x)$ l'inverse de la vitesse estimée au point x , avec les caméras espacées de h . Exprimez maintenant le temps total. Faites une figure. Interprétez le temps en termes de surface de rectangles. Que se passe-t-il lorsque h tend vers 0 (c'est à dire si des caméras sont de plus en plus proches les unes des autres?). Exprimez les choses sur le plan graphique, et en termes d'équation.

On appellera intégrale de f de a à b , et on notera $\int_a^b f(x) dx$ la limite du temps obtenu lorsque h tends vers 0. On écrira donc (en notant $h = \frac{b-a}{n}$) :

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f\left(a + i \frac{b-a}{n}\right)$$

Exprimez en termes de surface la signification graphique de l'intégrale de a à b de f .

On peut dire, de façon générale :

$\int_a^b f(x) dx$ est aussi l'aire sous la courbe représentative de f , entre $x = a$ et $x = b$.

3. Approchons (majorons) l'écart entre la valeur limite et la valeur calculée ?

Revenons à la situation d'un nombre fini de caméras. Vous devez maintenant majorer la différence entre cette situation et la limite. Vous pouvez pour cela (d'abord graphiquement, puis par une mise en équation) utiliser le maximum de $|f'(x)|$ dans $[a..b]$; éventuellement vous affinerez en travaillant intervalle par intervalle.

Toujours en ayant n caméras, peut-on mieux approcher la vraie vitesse et obtenir ainsi une meilleure approximation de la limite? Pour cela essayez de mieux approcher l'inverse de la vitesse réelle entre deux caméras (cherchez une fonction simple, mais continue), et revenez ensuite avec le même genre de raisonnement à la limite lorsque h tend vers 0. Bien sûr faites d'abord une illustration graphique. Pensez surface de trapèze. Par ailleurs, sauriez-vous majorer l'écart avec la « vraie » valeur (pensez à notre ami Taylor, avec reste en c) ?

Soyons maintenant un peu plus réaliste et considérons que les caméras ne sont pas équidistantes. Modélisez les choses proprement et exprimez une valeur approchée de l'intégrale, d'abord à l'aide de « rectangles », puis à l'aide de trapèzes...

4. Quelques propriétés fondamentales

Travaillons maintenant sur un plan plus abstrait. Soit f et g deux fonctions « intégrables », que penser de l'intégrale de $f + g$? Que peut-on dire de $\int_a^b \alpha f(x) dx$ pour un réel α fixé et constant? Au passage, on dira, dans le langage de l'algèbre, que l'ensemble des fonctions intégrables sur un intervalle fermé donné possède une structure d'espace vectoriel, et que l'intégrale agit comme une application linéaire sur cet espace. Peut-on dire de même pour l'intégrale de $f * g$? Démontrez que $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$.

Revenons à notre histoire de voiture, et changeons de point de vue : mettons-nous à la place de l'automobiliste qui, connaissant son profil probable de vitesse en fonction du temps (c'est-à-dire $v(t)$ pour tout temps t), désire savoir la distance parcourue au temps t , connaître sa vitesse moyenne... ceci pour tout temps t de 0 (temps de départ!) à t_{max} (temps d'arrivée!). Justement ce que font certains ordinateurs de bord des voitures récentes.

Considérez d'abord que la vitesse est constante par morceaux (morceaux de longueur uniforme en t), et donnez alors l'expression, en l'extrémité d'un morceau quelconque, de la distance parcourue et de la vitesse moyenne depuis le départ; à vous de choisir les noms... je vous suggère cependant de prendre, par exemple, des morceaux de longueur δ_t , des extrémités de morceaux $t_i = i \delta_t$. Passez maintenant à la limite lorsque δ_t tend vers 0, et démontrez que l'on a, si $\ell(T)$ est la distance parcourue au temps T , $\ell(T) = \int_0^T \ell'(t) dt$. Attention! Quelle hypothèse sur la fonction ℓ' avez-vous, implicitement ou explicitement, utilisée pour démontrer ce résultat?

Pour toute fonction f intégrable de a à b , on appelle primitive de f (et on note souvent F), toute fonction F telle que $F' = f$.

Remarquez que si F est une primitive de f , pour toute constante α la fonction G définie par $\forall x \in [a..b], G(x) = F(x) + \alpha$ est aussi une primitive de f ; réciproquement, démontrez que si F et H sont deux primitives d'une même fonction f , il existe une constante α telle que on a $H = F + \alpha$. **On dira que les primitives de f sont définies à une constante près.**

Démontrez maintenant le résultat fondamental suivant :

**Soit f une fonction continue sur l'intervalle $[a..b]$, soit c un point de $[a..b]$, et soit la fonction F de $[a..b]$ dans \mathbb{R} définie par $\forall x \in [a..b], F(x) = \int_c^x f(t) dt$.
Alors $F' = f$ (c'est-à-dire : $\forall x \in [a..b], F'(x) = f(x)$).
De plus $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.**

Remarquez l'importance et l'intérêt de ce théorème : en cherchant une primitive de f (pas toujours facile, mais tout de même possible pour un nombre non négligeable de fonctions f), on dispose facilement de la valeur de $\int_a^b f(x) dx$ pour tout a et b .

5. Dernier retour sur notre histoire de voiture

Imaginons qu'il y ait un petit problème sur l'ordinateur de bord : il dispose bien de la vitesse, mais pas de la distance parcourue (il dispose aussi du temps). Peu vraisemblable, cette histoire, me direz-vous... mais dans plusieurs cas réels, on a une situation qui correspond à cela. Ecrivez la formule mathématique permettant d'avoir d'une part la distance parcourue au temps t , d'autre part la vitesse moyenne en tout temps t . Dites comment vous feriez pour avoir une (bonne) approximation numérique de ces quantités.

Reprenons maintenant la préoccupation de notre automobiliste désireux de connaître, d'abord à l'arrivée au temps T , puis en tout point t , sa vitesse moyenne depuis le départ. Faites un graphe et visualisez que la vitesse moyenne est précisément telle que l'aire du rectangle de largeur T et de hauteur la vitesse moyenne est la même que l'aire de la surface sous la courbe représentative de la vitesse. Soit maintenant $v_{moy}(t)$ la vitesse moyenne depuis le départ. Exprimez la propriété précédente en tout point t . Enfin, donnez deux façons différentes que vous pourriez utiliser pour calculer la vitesse moyenne en tout temps t si vous deviez programmer l'ordinateur de bord.

6. Exercices

1. Calculez ainsi $\int_0^2 x dx$. Vérifiez que vous avez bien ainsi l'aire sous la courbe $y = x$ entre $x = 0$ et $x = 2$, qu'ici vous pouvez calculer directement (c'est l'aire d'un triangle!!).

2. Calculez $\int_0^2 3x^2 dx$. Quelle est la longueur d'un côté du carré qui a la même aire que celle de la surface sous la courbe de la parabole $y = 3x^2$ pour x compris entre 0 et 2 ?

Donnez l'interprétation graphique du résultat (donnez, sur le graphique, plusieurs surfaces qui ont la même aire).

Deux autres propriétés importantes :

On admettra les deux théorèmes importants suivants :

1. **Toute fonction intégrable sur un intervalle $[a..b]$ est bornée.**
2. **Toute fonction continue sur un intervalle $[a..b]$ est intégrable.**

Petites réflexions :

a. le premier théorème est plutôt une mauvaise nouvelle (dites pourquoi!), alors que le second théorème est vraiment une bonne nouvelle (dites encore pourquoi!).

b. Que pensez vous de cette affirmation « Toute fonction continue est intégrable, toute fonction intégrable est bornée ; donc toute fonction continue est bornée » ?

Analyse numérique : Méthodes d'intégration numérique Expérimentation, majorations d'erreurs et vitesses de convergence

1. Position du problème

Dans certaines situations, on a besoin de calculer la valeur de $\int_a^b f(x) dx$ pour une fonction f connue. Cependant, on sait calculer $f(x)$ pour tout x dans $[a..b]$ mais on ne sait pas calculer une forme analytique d'une primitive de f .

Comme pour la dérivée, nous devons donc trouver une méthode qui donne une valeur approchée de l'intégrale, et donner une majoration de l' "erreur", c'est à dire $\left| I - \int_a^b f(x) dx \right|$ où I est la valeur approchée calculée.

Pour un entier n fixé, on notera par la suite $h = \frac{b-a}{n}$ et $x_i = a + ih$.

2. Méthode des rectangles

Il nous faut donc d'abord trouver une formule donnant une valeur approchée de l'intégrale. Pour cela, comme pour la dérivée (et comme souvent pour trouver une valeur approchée), utilisons la définition de l'intégrale :

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f\left(a + i \frac{b-a}{n}\right)$$

ceci nous pousse à penser que, pour n fixé, la quantité $\frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f\left(a + i \frac{b-a}{n}\right)$ est une approximation de $\int_a^b f(x) dx$; de plus cette approximation devrait être d'autant plus précise que n est grand.

2.1 Faites un graphe qui vous permette de comparer qualitativement la différence entre la valeur exacte de l'intégrale et la valeur calculée. Cette méthode est-elle exacte pour une fonction constante ($\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \alpha$) ? Pour une fonction affine ($\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \alpha x + \beta$). Que pensez-vous, a priori, de l'ordre de la méthode ?

2.2 Prenez maintenant une fonction f particulière, dont vous connaissez une primitive (vous pouvez prendre par exemple $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx \dots$ mais prenez aussi au moins une autre fonction!), et intégrez-la analytiquement, puis numériquement pour différentes valeurs de n . Faites ces calculs sur Excel, seulement, disons, pour $n = 9$, $n = 27$, $n = 81$ et $n = 243$, puis faites-les sur matlab (vous êtes alors moins limité en valeur de n !).

Tracez l'évolution de l'erreur en fonction de n (à vous maintenant de choisir la gamme de variation de n , le type d'échelle...). Quelle est (expérimentalement!) l'ordre de la méthode pour cette fonction?

Changez de fonction (ou d'intervalle d'intégration), en prenant maintenant une fonction croissante puis décroissante. Que constatez-vous concernant l'ordre de la méthode? Cela est-il surprenant (interprétation graphique)?

2.3 Après cette phase expérimentale, majorons l'erreur d'intégration. Faites donc un développement limité (reste de Taylor) à l'ordre 1, de f en $a + ih$, et déduisez-en une majoration de $\left| \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) \, dx - \frac{b-a}{n} f(x_i) \right|$ (utilisez M_1 , majorant de la valeur absolue de la dérivée de f sur $[a..b]$). Majorez maintenant l'erreur de méthode $\left| \int_a^b f(x) \, dx - h \sum_{i=0}^{n-1} f(a + ih) \right|$.

Est-ce cohérent avec l'approche expérimentale ci-dessus?

3. Méthode des rectangles centrés

3.1 Essayons d'améliorer la méthode précédente. Comme en 2.3, examinons ce qui se passe dans l'intervalle $[x_i .. x_{i+1}]$, et comme en 2.1 faisons un graphe pour chercher un formule simple qui approche mieux $\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) \, dx$. Au lieu d'approcher f sur $[x_i .. x_{i+1}]$ par $f(x_i)$, pensez-vous qu'il serait plus astucieux d'approcher f sur $[x_i .. x_{i+1}]$ par $f(x_i + \frac{h}{2})$? Cette méthode est-elle exacte sur les constantes? Sur les polynômes de degré 1? Que pensez-vous, a priori, de l'ordre de cette méthode?

3.2 Donnez la formule d'intégration correspondante. Pour majorer l'erreur de méthode, faites maintenant le développement de Taylor à l'ordre 2 de f en $x_i + h$, et déduisez-en une majoration de $\left| \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) \, dx - h f(x_i + \frac{h}{2}) \right|$ (utilisez M_2 , majorant de la valeur absolue de la dérivée seconde de f sur $[a..b]$).

Majorez maintenant l'erreur de méthode $\left| \int_a^b f(x) \, dx - \sum_{i=0}^{n-1} f(a + (i + \frac{1}{2}) \frac{b-a}{n}) \right|$. Est-ce cohérent avec ce que vous aviez prévu en 3.1? Remarquez que cette méthode ne demande pas plus de calculs que la première méthode : en réfléchissant un peu, on y gagne en précision, sans même le "payer" en temps de calcul!

3.3 Comparez par un graphique sous matlab l'évolution des erreurs par les deux méthodes ci-dessus, et dites si l'ordre expérimental des méthodes correspond à celui que vous avez trouvé théoriquement.

Vous ferez cela d'une part avec des réels "longs" (inutile de le préciser à Matlab, c'est le choix par défaut), puis avec des réels "courts" (instruction `short` suivie des variables que vous voulez stocker sous moins de chiffres significatifs).

4. Méthode des trapèzes

4.1 Une autre façon d'améliorer la précision de la formule d'intégration numérique est d'approcher f , dans l'intervalle $[x_i .. x_{i+1}]$ non plus par une constante mais par le segment passant par $(x_i, f(x_i))$ et $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$. Faites un graphique permettant de visualiser ce qui se passe, et dites ce que vous en pensez ("trapèzes" au lieu de "rectangles", exact sur les polynômes de degré 1? sur les polynômes de degré 2?, ordre de convergence?).

4.2 En utilisant la formule de la surface d'un trapèze, ou bien en déterminant (expression locale autour de x_i) l'équation de la droite passant par $(x_i, f(x_i))$ et $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$, puis en l'intégrant entre x_i et x_{i+1} , donnez maintenant une nouvelle formule d'intégration approchée pour $\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) \, dx$ puis pour $\int_a^b f(x) \, dx$. N'oubliez pas de rapprocher les deux éléments en $f(x_i) \dots$ si besoin, commencez par écrire la formule de façon extensive (avec $f(x_1), f(x_2), f(x_3), \dots, f(x_n)$), et voyez que la plupart des termes sont présents deux fois et peuvent être regroupés.

4.3 Calcul d'erreur : Le calcul d'erreur est maintenant un peu plus délicat puisqu'il faut d'abord approcher f sur $[x_i .. x_{i+1}]$ par le segment passant par $(x_i, f(x_i))$ et $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$. Pour cela, écrivez d'abord le développement de Taylor de $f(x)$, au voisinage de x_i et à l'ordre 2. Comme celui-ci dépend explicitement de $f'(x_i)$, il faut remplacer $f'(x_i)$ par une approximation ne dépendant que de $f(x_i)$ et $f(x_{i+1}) \dots$. Cela ne vous rappelle rien? Ecrivez donc le développement de Taylor de $f(x_{i+1})$, à l'ordre 2 et au voisinage de x_i , et déduisez-en l'approximation cherchée de $f'(x_i)$, et reportez-la dans r. Vous devez maintenant avoir une formule de Taylor modifiée du type

$f(x) = f(x_i) + (x - x_i) \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h} + \frac{(x - x_i)^2}{2} f''(c_1) - \frac{(x_{i+1} - x_i)^2}{2} f''(c_2)$ où c_1 est compris entre x_i et x , c_2 entre x_i et x_{i+1} . Déduisez-en maintenant la majoration d'erreur suivante : $\left| \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) \, dx - h \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2} \right| \leq \frac{2M_2}{3} h^3$,

puis la majoration suivante

$$\left| \int_a^b f(x) \, dx - h \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(a + ih) \right) \right| \leq \frac{2M_2}{3} (b - a) h^2.$$

4.4 Vérification numérique

Ajoutez au graphe obtenu en 3. l'évolution de l'erreur par la méthode des trapèzes. Commentez le graphe ainsi obtenu? La majoration d'erreur obtenue en 4.3 se révèle-t-elle exacte?

A noter la majoration d'erreur suivante peut être obtenue, moyennant un calcul un peu plus délicat :

$$\left| \int_a^b f(x) dx - h \left(\frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(a+ih) \right) \right| \leq \frac{M_2}{12} (b-a) h^2.$$

Est-elle plus fine ou non que la majoration que vous avez obtenue ? Son ordre est-il le même ? Votre expérimentation satisfait-elle cette nouvelle majoration d'erreur ?

Là encore, faites les calculs en précision longue et en précision courte, et comparez.

5. Autres méthodes

Au lieu d'approcher f sur $[x_i .. x_{i+1}]$ par un segment de droite, on peut approcher f sur $[x_i .. x_{i+2}]$ par un polynôme de degré 2, intégrer ce polynôme entre x_i et x_{i+1} , et obtenir ainsi une formule d'intégration entre x_i et x_{i+1} approchée, puis en sommant une formule d'intégration entre a et b approchée ("formule de Simpson"). Comme polynôme approchant f sur $[x_i .. x_{i+2}]$, on prend souvent le polynôme de degré inférieur ou égal à 2 interpolant les trois points $(x_i, f(x_i))$, $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$ et $(x_{i+2}, f(x_{i+2}))$. Qu'en pensez-vous (exact sur quels polynômes, ordre de convergence ?...). Auriez-vous une autre idée de polynôme approchant f sur $[x_i .. x_{i+2}]$? Que pensez-vous de l'approximation alors obtenue ?

On peut encore faire plus, en prenant, un polynôme de degré 4 approchant f sur $[x_i .. x_{i+4}]$ ("formule de Villarceau"), voire même de degré 6 ("formule de Hardy"), ou même de degré $2n$ ("formules de Newton-Cotes") sur les intervalles appropriés. En vous servant des coefficients présentés sur le polycopiés (ou que vous pouvez trouver sur internet !), programmez les formules correspondantes (Villarceau et Hardy), joignez les courbes d'erreurs ainsi obtenues aux graphes précédents, et interprétez l'évolution des erreurs, les ordres des méthodes...

6. Quelques commentaires

Ce que vous avez fait ici est significatif de plusieurs démarches et phénomènes classiques :

- Pour calculer quelque chose que l'on ne sait calculer exactement, on en calcule une valeur approchée. Pour cela on approche le problème par un problème plus simple, dont la solution "devrait" être proche de la solution exacte. Ceci n'est pas seulement vrai en "analyse numérique", mais à peu près dans tous les domaines de l'ingénieur.
- Il y a presque toujours plusieurs façons d'approcher la solution, et les résultats obtenus ne sont pas équivalents. Il ne faut donc pas s'arrêter à la première méthode envisagée. On peut souvent "affiner" l'approximation pour obtenir des résultats meilleurs.
- Pour approcher un phénomène physique, pensez d'abord au problème lui-même, et voyez s'il n'existe pas des modèles plus simples, s'il n'y a pas des moyens d'approcher le phénomène localement, qui à faire plusieurs approximations locales (comme nous avons fait, pour l'intégration, une approximation locale de f par un segment, puis cette même approximation locale en différents points).
- Pour approcher une fonction localement, il est souvent pratique d'utiliser les polynômes (ils s'additionnent, se soustraient, s'intègrent, se dérivent... bien). En général (mais ce n'est pas toujours vrai), plus le degré est élevé, meilleure sera l'approximation.
- Pour majorer l'erreur de méthode, on utilise souvent le développement de Taylor de la fonction...
- ... Nous verrons lors des prochaines séances une autre méthode, très importante aussi, pour approcher la solution d'un problème. Cela consistera à faire des "itérations"... Patience, on y est presque !

7. A l'issue de ce travail, vous devez...

Avoir pris un peu de recul par rapport à la notion d'intégration vue l'an dernier.

Savoir parfaitement interpréter des courbes en coordonnées logarithmiques ou semi-logarithmiques.

Avoir parfaitement assimilé la notion de méthode approchée, d'erreur de méthode, d'erreur d'arrondi et leurs variations respectives.

Avoir bien intégré que plusieurs méthodes différentes peuvent permettre de résoudre un même problème... et qu'elles ne sont souvent pas équivalentes, qu'elles peuvent donner des résultats différents.

Avoir compris la notion d'ordre d'une erreur,

Savoir utiliser le développement de Taylor pour majorer une erreur de méthode.

... Avoir de "bonnes" réactions face à un problème que vous devez approcher pour trouver une solution approchée, et majorer l'erreur de méthode.

Exemple de problème de positionnement–motivation

Un problème type : PHmétrie

On dispose de différentes mesures de la neutralisation d'un acide simple par une base simple, et on désire obtenir une bonne évaluation de la position du point d'équilibre, qui est, comme vous le savez certainement, le point

d'inflexion d'un modèle sous-jacent au processus. On désire que cette évaluation ne mette en œuvre aucune intervention humaine, de façon par exemple à ce qu'elle puisse faire partie d'un ensemble plus complet à résoudre entièrement par ordinateur.

Comment feriez-vous pour résoudre un tel problème ?

Bien sûr, les données dont vous disposez sont "bruitées", c'est à dire ne sont pas exactes (erreurs de mesure, influence de paramètres inconnus et plus ou moins aléatoires, ...), et il vous faudra vous débrouiller pour "faire avec", tout en trouvant le point d'inflexion de façon aussi exacte que possible. On appellera les données $(x_i, y_i)_{i=1:n}$, où y_i est le PH mesuré pour un volume d'acide x_i versé.

Vous vous poserez successivement les quatre problèmes suivants :

1. Pour simplifier, dans un premier temps, on supposera (hypothèse totalement irréaliste!) que les données sont exactes, et correspondent exactement à un modèle que l'on connaît, et qui dépend, disons, de quatre paramètres (la forme du modèle est connue, mais on ne connaît pas la valeur des paramètres). Appelons $f(K_a, \delta K, a, b, V_{base})$ ($K_a, \delta K, a$ et b sont les quatre paramètres) le PH de la solution obtenue après avoir versé un volume V_{base} de base dans la solution. En appelant x le volume de base versé ($x = V_{base}$) et y le PH de la solution obtenue, on utilise par exemple la fonction $y = f(K_a, \delta K, a, b, x) = K_a + \delta K \frac{e^{\frac{x}{b} - \frac{a}{x}}}{1 + e^{\frac{x}{b} - \frac{a}{x}}}$ (quelques courbes, pour différentes valeurs de a et b vous sont présentées en fin de ce texte).

Dans le cas de la fonction f proposée ci-dessus, dites quelle est l'influence des paramètres K_a et δK , et déduisez-en des informations sur leur signification physique (vous pourrez vous poser la même question pour les paramètres a et b en fin de la dernière séance).

Dites alors comment vous feriez pour déterminer le point d'équilibre. De quelles méthodes numériques ou mathématiques avez-vous besoin ?

Quelles sont les décisions arbitraires que vous êtes obligés de prendre, et quels seraient vos choix à ce propos (bien sûr précisez pourquoi!). Quels sont les défauts de cette méthode (*pensez arbitraire, stabilité...*) ? Vous paraissent-ils rédhibitoires ? Connaissez-vous d'autres situations (domaine scientifique ou non scientifique) où ce genre de problème apparaît ?

Qu'y a-t-il de changé dans la situation où f est connue et dépend de p paramètres de valeur inconnue ? Fondamentalement, les défauts sont-ils changés ?

(Temps estimé pour cette première partie : 1h15)

2. Soyons maintenant un peu plus réalistes. Considérons que nous disposons encore d'un modèle "idéal" (la fonction f évoquée ci-dessus), et considérons que les mesures contiennent du "bruit", c'est à dire des oscillations, peut-être dues à des erreurs de mesure, mais aussi peut-être dues à d'autres phénomènes plus complexes inhérents au processus (bref que le modèle est trop simple). En d'autres termes, le modèle utilisé est peut-être trop "simpliste" pour pouvoir refléter entièrement la complexité du processus et que donc les données, même s'il n'y a pas d'erreur de mesure, ne passeront pas exactement par le modèle, quelles que soient les valeurs des paramètres.

Comment faire pour trouver les valeurs des paramètres qui soient le mieux appropriées possible ? Essayer de trouver une stratégie qui permette de déterminer la "meilleure" valeur numérique de ces paramètres. . . Pour cela vous cherchez un critère objectif de satisfaction (ou plutôt d'insatisfaction), et vous cherchez quelle démarche mathématique vous permettra d'être le plus satisfait possible.

Que deviennent les inconvénients de la méthode mise en avant en 1. ? Discutez des avantages et inconvénients de cette nouvelle méthode.

3. Pas de chance ! Les données ne semblent pas répondre à l'allure générale d'un modèle pré-établi, comme celui proposé en 1. Bref, les ingénieurs chimistes n'ont pu nous fournir de modèle qui donne des résultats satisfaisants. Il va donc falloir faire sans l'appui du chimiste, et trouver tout de même ce qui pourrait bien être une approximation de la position du point d'inflexion. . .

Nous supposons d'abord, comme en 1, que les données sont exactes. Supposons aussi que pour tout $n \in \mathbb{N}$ nous disposons d'un espace vectoriel de fonctions, dont la dimension est n . Effectivement de tels espaces vectoriels existent : ainsi par exemple l'ensemble des polynômes : en prenant l'espace vectoriel des polynômes de degré inférieur ou égal à $n - 1$, nous avons un espace vectoriel de dimension n , et ceci quelque soit n . De plus nous en connaissons une base "facile" (mais nous verrons plus tard que ce n'est pas la meilleure, loin de là!), à savoir la base canonique ($B_i(x) = x^i$, pour i variant de 0 à $n - 1$). Avez-vous déjà rencontré d'autres tels espaces vectoriels (c'est à dire dont vous pouvez choisir arbitrairement la dimension), et servaient-ils pour approcher des fonctions ? Lesquels ?

Revenons au cas général, et appelons B_i^n le $i^{ème}$ élément de la base de l'espace vectoriel de dimension n . Donnez la condition que doivent satisfaire les coefficients dans la base $(B_i^n)_{i=1:n}$ d'un élément g de l'espace vectoriel pour

qu'il "interpole" les données, c'est à dire qu'il satisfasse $\forall j \in [1 : n]$, $g(x_j) = y_j$ (ici, on a appelé $(x_j, y_j)_{j=1:n}$ les données). Que pensez-vous de la solution de ce problème (conditions d'existence, d'unicité, ...)? Pour vous, quelles seraient les "bonnes" propriétés, c'est à dire les propriétés qui permettraient d'avoir de bonnes chances d'obtenir un résultat "satisfaisant"?

4. Evidemment, les données sont peut-être un peu erronées, le résultat obtenu en 3 n'est peut-être pas satisfaisant (même si les données sont exactes!), on désire peut-être un modèle plus simple, dépendant de peu de paramètres, même si on a beaucoup de données. . .

On souhaite donc trouver maintenant l'élément de l'espace vectoriel de dimension k (avec $k < n$, voire même $k \ll n$) qui soit le "plus proche possible" des données. . .

Posez le problème (en supposant connaître la base $(B_i)_{i=1:k}$ de l'espace vectoriel en question), et bien sûr les données $(x_j, y_j)_{j=1:n}$, et ce qu'il faut faire, concrètement, pour obtenir une fonction g la plus appropriée possible. Comparez les avantages et les inconvénients des différentes méthodes envisagées.

Temps estimé pour les questions 2, 3, 4 : 2h30

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Mini-symposia

ASaNA (Samir ADLY) p. 49	MATRIX (Jamal NAJIM) p. 119
AsymptFi (Emmanuel GOBET) p. 51	MENTOL (Nicolas PAPADAKIS) p. 124
AVTI (Jean-François AUJOL) p. 53	MENUDI (Albert COHEN) p. 127
BIGDATA (Guillaume BOUCHARD) p. 55	MERLIN (Hélène BARUCQ) p. 130
BIOTISSU (Mazen SAAD) p. 57	MoCA (Benoît PERTHAME) p. 134
CaHPEC (Samuel KOKH) p. 60	MOMA (Antoine MANDEL) p. 137
CANCER (Pierre VALLOIS) p. 64	MouvFoul (Juliette VENEL) p. 139
CONSOMOD (Dominique PICARD) p. 66	MSCHP (Kevin SANTUGINI) p. 142
CONTROL (Térence BAYEN) p. 69	MSGR (Luciano CAMPI) p. 145
COIFS (Elisabeth LONGATTE) p. 72	NuMach (Bérénice GREC) p. 148
CSNM (Anis MATOUSSI) p. 77	OAMS (Jean-Baptiste CAILLAU) p. 151
CSP2 (Philippe PONCET) p. 79	OFME (Hélène LE CADRE) p. 153
ECRE (Emmanuel AUDUSSE) p. 83	ONDENUM (Marion DARBAS) p. 157
EsPaEDP (Clémentine PRIEUR) p. 85	OPSTAHF (Marc HOFFMANN) p. 162
EVEC (Sepideh MIRRAHIMI) p. 88	OptTrans (Arnaud GUILLIN) p. 164
FiME (Olivier FERON) p. 92	OutilsRR (Sébastien LI-THIAO-TE) p. 167
GAAD (Quentin MERIGOT) p. 95	PrISMe (Abdellatif EL BADIA) p. 170
IFSDFI (Miguel A. FERNANDEZ) p. 99	PROBABLE (Marie DOUMIC) p. 174
JEUX (Fabien GENSBITTEL) p. 104	QSDetQPr (Nicolas CHAMPAGNAT) .. p. 177
MAMAMIA (Dasha LOUKIANOVA) ... p. 106	ReproNum (Philippe LANGLOIS) p. 180
MANEGE (Vincent BANSAYE) p. 109	SPTS (Pierre BERTRAND) p. 183
MAT4NET (Laurent DECREUSEFOND) p. 113	Tourbi (Benjamin TEXIER) p. 189
MATHERRE (Yohan PENEL) p. 115	Turbu (Christophe LACAVE) p. 191
MATHSIP (Jalal FADILI) p. 117	Willmore (Elie BRETIN) p. 193

Mini-symposium ASaNA

Analyse non-lisse et applications

Résumé

Les récents développements en analyse non-différentiable et en optimisation offrent la capacité de générer des modèles mathématiques qui ne sont pas soumis à des conditions restrictives telles que la différentiabilité et la convexité. Ces modèles sont largement utilisés dans les sciences de l'ingénieur. La multiplicité et l'intérêt de ces applications justifient l'organisation d'un mini-symposium spécifique.

Les différents intervenants aborderont la modélisation, ainsi que les aspects fondamentaux et numériques de l'analyse non-lisse au sens large à travers les différents domaines mathématiques suivants :

- analyse non-lisse, analyse convexe et optimisation,
- optimisation non lisse et non convexe, contrôle robuste,
- EDP non-linéaire et dynamique de tas de sable,
- applications aux sciences de l'ingénieur.

Organisateur

1. **Samir Adly**, Laboratoire XLIM, Université de Limoges. Email : samir.adly@unilim.fr.

Liste des orateurs

1. **Assen Dontchev**, Mathematical Reviews, Ann Arbor, MI.
Titre : Fixed points of compositions.
2. **Aude Rondepierre**, Université Paul Sabatier.
Titre : Bundle method in nonsmooth and nonconvex optimization and applications in feedback control design.
3. **Noureddine Igbida**, Laboatoie XLIM, Université de Limoges.
Titre : Modèles mathématiques pour le tas de sable.
4. **Samir Adly**, Laboatoie XLIM, Université de Limoges.
Titre : Newton's method for solving generalized equations using set-valued approximations.

Assen Dontchev, Mathematical Reviews, Ann Arbor, MI,
dontchev@umich.edu

Aude Rondepierre, INSA - Département GMM, 135 av de Rangueil, 31077 Toulouse Cedex 4 - France,
aude.ronddepierre@math.univ-toulouse.fr

Noureddine Igbida, Laboatoie XLIM, 123 avenue A. Thomas, 87060 Limoges,
noureddine.igbida@unilim.fr

Samir Adly, Laboatoie XLIM, 123 avenue A. Thomas, 87060 Limoges,
samir.adly@unilim.fr

1 Fixed points of compositions

Summary : We link theorems by Lim, Lyusternik-Graves, and Arutyunov to a general estimate for fixed points of compositions. As an application we study Lipschitz stability of the solution mapping of a differential inclusion.

2 Bundle method in nonsmooth and nonconvex optimization and applications in feedback control design

Summary : In this talk we present recent advances in bundle methods for nonsmooth and nonconvex optimization. We first introduce a proximity control bundle algorithm for which we prove its global convergence in the sense that every accumulation point of the sequence of serious steps is critical. Then we will present some improvements of this algorithm and discuss convergence to single critical points.

To illustrate the relevance and the efficiency of our approach, we will first test the bundle algorithm on a large sample of feedback control law synthesis problems from COMpleib, the Leibfritz's library. In conclusion we will present an application in civil engineering, namely the control of the vibrations of an inclined cable.

3 Modèles mathématiques pour le tas de sable

Résumé : Dans cet exposé je présenterai des résultats théoriques et numériques sur quelques modèles mathématiques qui permettent de décrire la dynamique d'un tas de sable. L'étude fait intervenir de l'analyse des EDP non linéaires et de l'optimisation. Je parlerai de deux modèles déterministes et d'un modèle aléatoire en évoquant leurs interactions avec des questions de transport optimal de masse. Je terminerai mon exposé avec une présentation de quelques questions et problèmes ouverts qui nous intéressent, en particulier pour l'étude du mouvement de dune.

4 Newton's method for solving generalized equations using set-valued approximations

Given Banach spaces X and Y , a single-valued mapping $f : X \rightarrow Y$ and a multivalued mapping $F : X \rightrightarrows Y$, we investigate the convergence properties of Newton-type iterative process for solving the generalized equation :

$$\text{find } x \in X \text{ such that } 0 \in f(x) + F(x). \quad (1)$$

This model has been used to describe in a unified way various problems such as equations (when $F \equiv 0$), inequalities (when $Y = \mathbb{R}^n$ and $F \equiv \mathbb{R}_+^n$), variational inequalities (when F is the normal cone mapping corresponding to a convex subset of X or more broadly the subdifferential mapping of a convex function on X), and in particular, optimality conditions, complementarity problems and multi-agent equilibrium problems.

Our aim is to derive a computational method to approximate the solution to (1). We study the following iterative process : Choose a sequence of set-valued mappings $A_k : X \times X \rightrightarrows Y$ approximating the function f and a starting point $x_0 \in X$, and generate a sequence $(x_k)_{k \in \mathbb{N}}$ in X iteratively by taking x_{k+1} to be a solution to the auxiliary generalized equation

$$0 \in A_k(x_{k+1}, x_k) + F(x_{k+1}) \quad \text{for each } k \in \mathbb{N}_0. \quad (2)$$

Mini-symposium AsymptFi

Méthodes asymptotiques en finance

Résumé

Dans ce mini-symposium, nous nous intéressons aux méthodes asymptotiques servant à approcher efficacement les espérances de fonctionnelles de processus, qui s'interprètent comme des prix d'options en finance. Pour une synthèse récente sur le sujet, voir [1].

De manière générale, depuis quelques années, les méthodes asymptotiques connaissent un succès grandissant auprès des praticiens car elles conduisent à des méthodes numériques rapides atteignant une précision remarquable. Côté analyse mathématique, cela soulève de nouvelles questions du fait des singularités possibles des coefficients des modèles financiers, de la dégénérescence de la dynamique des processus ou du cadre de dépendance multidimensionnelle.

Organisateur

1. **Emmanuel Gobet**, CMAP, Ecole Polytechnique.

Liste des orateurs

1. **Stefano De Marco**, CMAP, Ecole Polytechnique.
Titre : Estimation de densités de type Varadhan pour les diffusions et asymptotique "small noise" des volatilités locales.
2. **Romain Bompis**, CMAP, Ecole Polytechnique.
Titre : Expansions stochastiques pour des modèles combinant volatilité locale et stochastique.
3. **Peter Tankov**, LPMA, Université Paris Denis Diderot.
Titre : Comportement asymptotique des sommes de variables log-normales et applications en finance.

Emmanuel Gobet, Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau,

emmanuel.gobet@polytechnique.edu

Stefano De Marco, Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau,

demarco@cmap.polytechnique.fr

Romain Bompis, Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau,

bompis@cmap.polytechnique.fr

Peter Tankov, Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires, Université Paris-Diderot (Paris 7), Case 7012, 75205 Paris Cedex 13,

tankov@math.univ-paris-diderot.fr

Introduction

Ce mini-symposium présente 3 points de vue asymptotiques différents, par les grandes déviations en petit bruit, les développements stochastiques combinés au calcul de Malliavin, les asymptotiques de queues de distribution.

1 Estimation de densités de type Varadhan pour les diffusions et asymptotique "small noise" des volatilités locales

Nous présenterons quelques résultats asymptotiques pour les densités des diffusions hypoelliptiques, à l'échelle des grandes déviations (formules de type Varadhan-Léandre) et dans le cas d'asymptotique "small noise" (bruit brownien qui tend à zéro). En déduisant la convergence de la loi de la diffusion conditionnée à appartenir à un sous-espace affine à un instant donné, on obtiendra dans le cas des modèles financiers le comportement asymptotique de la volatilité locale exprimée comme espérance conditionnelle de la volatilité stochastique. En exploitant des propriétés de scaling, le cadre "small noise" permet de formuler simultanément des résultats en temps court et d'asymptotique en espace.

2 Expansions stochastiques pour des modèles combinant volatilité locale et stochastique

Travail en commun avec E. Gobet.

D'un point de vue opérationnel, il y a un vrai besoin de calculs et de procédures de calibration temps réel. S'il reste important de choisir un modèle pertinent en fonction de la situation, il faut être capable de le calculer ou de le simuler rapidement tout en contrôlant les erreurs numériques liées aux paramètres du modèle.

Dans ce travail, nous proposons une expansion pour le prix d'options européennes où le sous-jacent combine volatilité locale et volatilité stochastique. Notre approche consiste à choisir un modèle proxy dans lequel des calculs analytiques sont possibles. Ensuite nous utilisons les développements stochastiques et le calcul de Malliavin pour approcher les quantités d'intérêts en s'appuyant sur le modèle proxy. Cela nous permet d'obtenir des formules explicites et un contrôle de l'erreur en fonction des paramètres spécifiques du modèle.

Dans le cas particulier d'options Call, nous proposons une expansion de la volatilité implicite Black-Scholes et nous illustrons la rapidité et la précision de notre formule en comparaison de simulations de Monte Carlo.

3 Comportement asymptotique des sommes de variables log-normales et applications en finance

Travail en commun avec Archil Gulisashvili.

Nous présenterons des estimées asymptotiques précises pour la densité de la somme de n variables log-normales corrélées. Malgré la simplicité de la formulation du problème et son importance pour les applications, la solution complète était jusqu'à présent absente dans la littérature. Deux applications naturelles en mathématiques financières seront développées :

- i) construction systématique des scénarios de stress pour l'analyse de risque de grands portefeuilles dans le modèle de Black-Scholes multidimensionnel ;
- ii) approximation de la volatilité d'un indice de marché et de la volatilité implicite des options sur indice.

Références

- [1] R. BOMPIS AND E. GOBET, *Asymptotic and non asymptotic approximations for option valuation*, in *Recent Developments in Computational Finance : Foundations, Algorithms and Applications*, T. Gerstner and P. Kloeden (Eds), World Scientific Publishing Company, 2012.

Mini-symposium AVTI

Approches variationnelles en traitement d'images

Mini-symposium porté par le GDR MIA

Résumé

Les méthodes variationnelles en traitement d'images sont extrêmement populaires. De par leur flexibilité, elles permettent de traiter efficacement un très grand nombre de problèmes. Ces approches connaissent un intérêt croissant du fait de l'apport de méthodes de convexification de fonctionnelles ainsi que de méthodes non lisses rapides d'optimisation.

Organisateur

1. **Jean-François Aujol**, IMB, Université Bordeaux 1.

Liste des orateurs

1. **Jean-François Aujol**, IMB, Université Bordeaux 1.
Titre : Convexification de problèmes multi étiquettes de grandes dimensions.
2. **Antonin Chambolle**, CNRS, CMAP.
Titre : Représentations convexes de certains problèmes de traitement d'images.
3. **Néus Sabater**, Technicolor.
Titre : Traitement d'image pour les films.

Jean-François Aujol, IMB, Université Bordeaux 1, 351 Cours de la liberation, 33405 Talence Cedex,
Jean-Francois.Aujol@math.u-bordeaux1.fr
Antonin Chambolle, CNRS, CMAP, Ecole Polytechnique 91128 Palaiseau Cedex,
Antonin.Chambolle@polytechnique.fr
Neus Sabater, Technicolor, 975 Avenue des Champs blancs, CS 17616, 35576 Cesson Sévigné,
Neus.Sabater@technicolor.com

<https://fadili.users.greyc.fr/mia/>

Introduction

Les méthodes variationnelles en traitement d'images sont extrêmement populaires. De par leur flexibilité, elles permettent de traiter efficacement un très grand nombre de problèmes. Ces approches connaissent un intérêt croissant du fait de l'apport de méthodes de convexification de fonctionnelles ainsi que de méthodes non lisses rapides d'optimisation.

1 Représentations convexes de certains problèmes de traitement d'images

Orateur : J-F. Aujol, travail en collaboration avec V. Caselles, N. Papadakis, et R. Yildizoglu

On s'intéresse au problème de relaxer des fonctionnelles en traitement d'images afin de se ramener à des problèmes d'optimisation convexe. On propose une nouvelle méthode basée sur une modélisation probabiliste, méthode qui a l'avantage d'être intuitive et flexible. On étudie en détails les connexions entre la solution du problème relaxé et une solution du problème original. On illustrera l'approche avec des expériences numériques sur le problème du flot optique.

2 Représentations convexes de certains problèmes de traitement d'images

Orateur : A. Chambolle

On introduira les représentations convexes pour traiter des problèmes simples de classification ("labeling") en image, en partant de l'approche discrète d'Ishikawa-Geiger (1998). On expliquera l'approche continue équivalente et comment l'utiliser. Si le temps le permet, l'extension à des problèmes non convexes (segmentation) ou vectoriels (flot optique) sera abordée.

3 Traitement d'image pour les films

Orateur : N. Sabater

Technicolor est à la pointe de l'industrie dans la production de contenu vidéo pour les films, la télévision, la publicité, les jeux... Cet exposé présentera certains axes de recherche actuellement développés à Rennes par Technicolor.

Mini-symposium BIGDATA

Apprentissage Statistique et Données Massives

Mini-symposium porté par les projets Européens Fupol et Fusepool

Résumé

L'augmentation de la précision des capteurs, des capacités de stockage, des débits de réseaux et la généralisation des bases de données interconnectées permettent aujourd'hui de traiter en peu de temps une grande quantité d'information, ouvrant la porte à de nouvelles applications dans des domaines aussi variés que la biologie et la santé, l'analyse du Web, le traitement du langage naturel ou la gestion de grandes infrastructures de transport. Modéliser et traiter efficacement les données massives est aujourd'hui une nécessité, mais les techniques classiques d'estimation statistique se heurtent à des difficultés d'ordre computationnel. Les présentations de ce mini-symposium illustreront de nouvelles techniques d'apprentissage statistique qui passent à l'échelle.

Organisateur

1. **Guillaume Bouchard**, Xerox Research Centre Europe.

Liste des orateurs

1. **Zaid Harchaoui**, INRIA Rhône-Alpes.
Titre : Gradient conditionnel pour l'apprentissage statistique.
2. **Jean-Philippe Vert**, Mines ParisTech.
Titre : Méthodes parcimonieuses rapides pour la génomique.
3. **Antoine Bordes**, UTC.
Titre : Modèles multi-linéaires pour la représentation sémantique.
4. **Yann Stadnicki**, Critéo.
Titre : 10^6 nouvelles variables par seconde : présentation des problématiques Machine Learning chez Criteo.



Xerox Research Centre Europe
<http://www.xrce.xerox.com/>



Fusepool
<http://www.fusepool.eu/>



Fupol
<http://www.fupol.eu/>

Guillaume Bouchard, 6, chemin de Maupertuis, 38240 Meylan,
Guillaume.Bouchard@xerox.com

Données massives

L'augmentation des capacités de stockage, des débits de réseaux et la généralisation des bases de données interconnectées permettent aujourd'hui de développer de nouvelles applications dans de nombreux domaines :

- dans le domaine médical, l'identification de gènes ou facteurs environnementaux déterminant l'apparition de pathologies ;
- en neuroscience, la mise en correspondance de données d'IRM issues d'une multitude d'individus afin d'améliorer notre compréhension du fonctionnement du cerveau humain ;
- en planification urbaine, la mise en réseaux d'une multitude de capteurs issus d'une agglomération ou d'un pays, comme les données de trafic, de transport public, et leur mise en relation avec des réseaux sociaux permet de mieux comprendre les besoins des citoyens ;
- en sociologie, les techniques de traitement automatique de la langue, grâce à l'extraction des données issues d'Internet et des réseaux sociaux, il est possible de mieux comprendre et anticiper les interactions humaines.

Cependant, l'existence et la quantité de ces données, souvent bruitées et incomplètes, ne se fait pas de manière automatique, et les techniques d'analyse de données multidimensionnelles classiques ne permettent pas de répondre à tous les besoins. Un problème récurrent est que le nombre de données augmentant, on cherche des modèles plus fins, soit en augmentant la dimension, soit en utilisant des approches non-linéaires, donnant lieu à des complexités algorithmiques qui augmentent de manière super-linéaire avec le nombre de données. Une simple régression linéaire, a en principe une complexité cubique avec la dimension, ce qui la rend impraticable si nous disposons de plus d'un milliard de dimensions. Cette prise en compte de la complexité dans le choix et l'analyse des méthodes statistiques est un domaine de recherche très actif et nous avons la chance d'avoir en France plusieurs chercheurs très prometteurs, ainsi que de nombreuses entreprises innovantes, en particulier dans le traitement statistique des données.

Programme

Le mini-symposium aura lieu le Mardi 28 mai de 11h00 à 12h30.

Gradient conditionnel pour l'apprentissage statistique (11h00 - 11h20)

Zaid Harchaoui, chercheur INRIA (Grenoble), s'intéresse à l'obtention de garanties d'optimisation et théoriques sur des algorithmes qui supportent facilement l'augmentation de la dimension.

Méthodes parcimonieuses rapides pour la génomique (11h20 - 11h40)

Jean-Philippe Vert chercheur aux Mines ParisTech, et directeur du Centre de Biologie Computationnelle, lauréat d'une bourse ERC en 2011, est un des chercheurs français les plus actifs dans le développement et la mise en application des techniques d'apprentissage pour les données massives issues de la biologie. L'inférence de modèles parcimonieux par des pénalités de type Lasso permet de résoudre des problèmes de sélection de variable par optimisation convexe. Dans cet exposé, il montrera qu'elles permettent également de résoudre de manière très efficace des problèmes de segmentation de signal, et de sélection de chemins sur un graphe. Ces méthodes seront illustrées sur applications en génomique, pour la détection de cassures d'ADN et pour l'identification d'isoformes à partir de données de RNA-seq. Il s'agit de collaborations avec Kevin Bleakley, Elsa Bernard, Laurent Jacob et Julien Mairal.

Modèles multi-linéaires pour la représentation sémantique (11h45 - 12h05)

Antoine Bordes, chercheur CNRS à l'UTC Compiègne, a développé des algorithmes en ligne pour l'apprentissage supervisé, avec de nombreux succès sur les compétitions d'évaluations en grande dimension. Il s'intéresse, notamment à travers la bourse d'excellence Everest qui lui a été accordée en 2012 par l'ANR, à l'apprentissage de données connectées, telles que les réseaux sémantiques.

10⁶ nouvelles variables par seconde : présentation des problématiques Machine Learning chez Criteo (12h05 - 12h30) Chaque seconde, Criteo affiche plusieurs dizaines de milliers de bannières de publicité. Le comportement de l'utilisateur sur ces bannières est enregistré puis utilisé pour entraîner le moteur de prédiction. De la récupération des données à la prédiction en temps réel en passant par l'apprentissage, quelles difficultés apparaissent quand on a trop de données ? Lesquelles disparaissent ?

Yann Stadnicki est responsable technique pour la société Criteo, spécialisée dans la recommandation automatique pour le web publicitaire. Il a plusieurs années d'expérience en apprentissage automatique et en traitement automatique de la langue.

Mini-symposium BIOTISSU

Modèles en biomathématiques : ingénierie tissulaire, épidémiologie

Résumé

Les problématiques liées à la biologie et à la médecine ont connu ces dernières années des développements importants, puisque ces modèles sont utilisés, à titre d'exemples, en ingénierie médicale, en épidémiologie et en cardiologie.

Ce minisymposium a pour but d'enrichir la discussion et d'échanger autour de la modélisation, l'analyse et l'approximation numérique des phénomènes complexes et intrinsèquement liés à l'ingénierie tissulaire osseuse, la propagation d'épidémie et la chimiotaxie.

Organisateur

1. **Mazen Saad**, Ecole Centrale de Nantes, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray.

Liste des orateurs

1. **Anne Laure Gamblin**, Inserm Nantes, Laboratoire Physiopathologie de la Résorption Osseuse.
Titre : Développement d'un modèle 3D de tissu osseux.
2. **Youcef Mammeri**, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne.
Titre : Propagation d'un pathogène dans un couvert végétal spatialement hétérogène.
3. **Georges Chamoun**, Université Libanaise/Ecole Centrale de Nantes.
Titre : Un schéma combiné Volumes finis – Eléments finis d'un modèle de Keller-Segel avec des tenseurs anisotropes.
4. **Mostafa Bendahmane**, IMB, Université Bordeaux 2.
Titre : Analyse mathématique et numérique pour un système de réaction-diffusion avec diffusion croisée et non locale.

Mazen Saad, Ecole Centrale de Nantes, 1 rue de la Noé, 44321 Nantes,
Mazen.Saad@ec-nantes.fr

Anne Laure Gamblin, Inserm U957, Laboratoire de physiopathologie de la résorption osseuse et thérapie des tumeurs osseuses primitives (LPRO), Faculté de Médecine de Nantes,
anne-laure.gamblin@univ-nantes.fr

Youcef Mammeri, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne, 89039 Amiens,
youcef.mammeri@u-picardie.fr

Georges Chamoun, Ecole Centrale de Nantes, 1 rue de la Noé, 44321 Nantes,
georges.chamoun@ec-nantes.fr

Mostafa Bendahmane, Unversté Bordeaux 2, Place de la victoire, 33076 Bordeaux,
mostafa.bendahmane@u-bordeaux2.fr

1 Développement d'un modèle 3D de tissu osseux

Anne Laure GAMBLIN, Pierre LAYROLLE

Inserm U957, Laboratoire de physiopathologie de la résorption osseuse et thérapie des tumeurs osseuses primitives (LPRO), Faculté de Médecine de Nantes

Résumé. Le tissu osseux est un tissu conjonctif spécialisé. Il a une importance capitale pour l'organisme tant sur le plan biomécanique que sur le plan métabolique en assurant notamment les fonctions de soutien, de protection des organes, ou de régulateur de l'homéostasie des minéraux. L'os se compose de divers types cellulaires spécifiques enchâssés dans une matrice extracellulaire minéralisée. Dans le tissu osseux, les cellules souches mésenchymateuses (CSM) sont les précurseurs des cellules bordantes du périoste, des ostéoblastes et des ostéocytes, impliqués dans la formation osseuse. Les ostéoclastes sont des cellules géantes (de 10 à 100 μm) multinucléées (entre 4 et 20 noyaux) issues de la fusion de plusieurs monocytes. Les ostéoclastes ont pour principale activité la résorption de la matrice osseuse. Le tissu osseux est constamment remodelé sous l'action des ostéoblastes et ostéoclastes. Les pathologies osseuses ont un fort impact socio-économique dans une population de plus en plus âgée. D'autre part, même si les thérapies actuelles, développées contre les principales pathologies de l'os, sont nombreuses, leur efficacité reste limitée. Une meilleure compréhension des mécanismes moléculaires et cellulaires de la physiologie du tissu osseux est nécessaire pour le développement de nouvelles approches thérapeutiques. Le but de notre travail est de développer un modèle tridimensionnel de tissu osseux ex vivo à partir d'une matrice synthétique et de cellules en culture. Cette unité tridimensionnelle de tissu osseux est obtenue à partir d'une co-culture de cellules souches mésenchymateuses et de monocytes humains sur des particules de phosphate de calcium biphasées. Ce biomatériau est analogue à la composition du minéral osseux. La mise en culture des CSM sur les particules induit la sécrétion d'une matrice collagénique permettant la formation de la structure 3D. D'autre part, la différenciation des deux types cellulaires a été démontrée par divers marquages spécifiques des ostéoblastes et ostéoclastes. Ce modèle 3D de tissu osseux permettra de tester l'activité de diverses molécules sur physiopathologie osseuse.

2 Propagation d'un pathogène dans un couvert végétal spatialement hétérogène

Youcef Mammeri

(LAMFA, Université de Picardie Jules Verne) :

Résumé. La propagation aérienne d'un pathogène dépend fortement de l'architecture de son couvert, de la vigueur de ses plantes ainsi que des pratiques culturales. Je présenterai un modèle continu, couplant EDP et EDO, décrivant la propagation d'un pathogène dans une parcelle. Les traitements possibles, avec ou sans fongicides, seront également abordés.

3 Un schéma combiné Volumes finis – Eléments finis d'un modèle de Keller-Segel avec des tenseurs anisotropes

Georges Chamoun, Mazen Saad, Raafat Talhouk

(Université Libanaise/Ecole Centrale de Nantes)

Résumé. Le mouvement dirigé des cellules et des organismes en réponse aux gradients chimiques, "Chimiotaxie", a suscité beaucoup d'intérêt en raison de son rôle primordial dans un large éventail de phénomènes biologiques. Le modèle de Keller-Segel est le plus populaire pour le contrôle chimique des mouvements cellulaires et pour l'étude mathématique de la chimiotaxie. Notre but est d'analyser la convergence des schémas numériques discrétisant un modèle de Keller-Segel avec des tenseurs généraux. Ce dernier est un système formé d'une équation parabolique dégénérée de diffusion-convection couplée à une autre équation de diffusion parabolique. Les inconnues sont : la densité des cellules et la concentration du chimio-attractant. Un schéma de volumes finis récemment développé traite la discrétisation de notre modèle avec des tenseurs isotropes. On peut facilement le généraliser pour des tenseurs isotropes hétérogènes et même discontinus. Dans ces derniers cas, le maillage du domaine doit satisfaire la propriété d'orthogonalité. Toutefois, les schémas de volumes finis classiques ne permettent pas de gérer la diffusion anisotrope sur des maillages quelconques où l'on perd la condition d'orthogonalité et donc la consistance des flux diffusifs. En revanche, il est bien connu que la discrétisation par éléments finis permet une discrétisation très simple des tenseurs pleins sans imposer aucune restriction sur le maillage, mais des instabilités numériques peuvent survenir dans le cas de convection dominée. Une idée assez intuitive est donc de combiner une discrétisation par éléments finis des termes de diffusion avec une discrétisation par volumes finis des autres termes. Par conséquent, nous construisons et nous étudions l'analyse de convergence d'un nouveau schéma combiné volumes finis-éléments finis non conformes discrétisant un modèle de Keller-Segel avec des tenseurs anisotropes sans restriction sur le maillage.

4 Analyse mathématique et numérique pour un système de réaction-diffusion avec diffusion croisée et non locale

Mostafa Bendahmane
(IMB, Université Bordeaux 2)

Résumé. On s'intéresse d'abord à l'existence de solutions pour une classe de systèmes de réaction-diffusion avec une diffusion croisée modélisant la propagation d'une épidémie. Dans ce système la diffusion est considérée non locale. Ensuite, une méthode aux volumes finis est utilisée pour approcher le système. On montre la convergence du schéma numérique vers les solutions faibles du problème initial.

Mini-symposium CaHPEC

Calcul haute performance pour les écoulements complexes

Résumé

L'objectif de ce mini-symposium est de présenter quelques exemples de méthodes de simulation d'écoulements complexes et leur implémentation dans un contexte de calcul intensif. Les travaux regroupés dans ce mini-symposium aborderont une sélection de domaines d'applications variés tels que : les écoulements sanguins, l'astrophysique, les simulations d'interaction fluide-structure pour l'industrie nucléaire et la simulation d'écoulements en temps réel.

Organisateurs

1. **Edouard AUDIT**, Maison de la simulation.
2. **Samuel KOKH**, CEA.

Liste des orateurs

1. **Serge VAN CRIEKINGEN**, Maison de la simulation USR 3441, CEA Saclay.
Titre : Use of the PETSc library in the hydrodynamical code Heracles.
2. **Vincent FAUCHER**, CEA/DEN/DANS/DM2S/SEMT/DYN.
Titre : Simulation de l'Accident de Dimensionnement du Confinement dans un réacteur de IVe génération avec une approche parallèle hybride.
3. **Marcela SZOPOS**, IRMA - UMR 7501/Université de Strasbourg.
Titre : Vers la simulation à grande échelle d'écoulements sanguins.
4. **Florian DE VUYST**, CMLA UMR 8536, ENS Cachan.
Titre : GPU-accelerated CFD computation : real-time visualization and interaction.

Edouard AUDIT, Maison de la simulation, USR 3441, CEA Saclay, Gif-sur-Yvette,
edouard.audit@cea.fr

Samuel KOKH, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, CEDEX,
samuel.kokh@cea.fr

Serge VAN CRIEKINGEN, Maison de la simulation, USR 3441, CEA Saclay, Gif-sur-Yvette,
serge.van-criekingen@cea.fr

Vincent FAUCHER, CEA/DEN/DANS/DM2S/SEMT/DYN, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, CEDEX ,
vincent.faucher@cea.fr

Marcela SZOPOS, IRMA, UMR7501, Université de Strasbourg,
szopos@math.unistra.fr

Florian DE VUYST, CMLA, UMR 8536, ENS Cachan, 65 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan cedex,
devuyst@cmla.ens-cachan.fr

Le mini-symposium est composé de quatre exposés qui concerne des écoulements fluides complexes : écoulements diphasiques, MHD, interaction avec des structures, écoulements biologiques.

Use of the PETSc library in the hydrodynamical code Heracles

S. Van Criekingen (Maison de la Simulation USR 3441, CEA Saclay, Gif-sur-Yvette)
B. Braconnier (IFP-Energie Nouvelles, Rueil-Malmaison)
J. Vides (Maison de la Simulation USR 3441, CEA Saclay, Gif-sur-Yvette)
E. Audit (Maison de la Simulation USR 3441, CEA Saclay, Gif-sur-Yvette)

The 3D hydrodynamical code Heracles simulates astrophysical fluid flows. It uses a finite volume method on fixed grids to solve the equations of hydrodynamics, MHD, radiative transfer and gravity.

The PETSc parallel linear algebra library is widely used throughout various scientific fields to solve linear systems arising from the discretization of partial differential equations. It specializes in dealing with large sparse matrices with iterative Krylov-type methods, and moreover provides interfaces for external direct solvers.

This work aims at using the PETSc library within the Heracles code and evaluating the achieved scalability on a large supercomputer (the Jade machine at CINES). So far, the integration of PETSc has been performed at two different levels, namely to solve the gravity (i.e., Poisson) and hydrodynamics (i.e., Euler) equations. For the latter, a time-implicit scheme is used, so that PETSc is used to solve the system in the Jacobian. This Jacobian is obtained by automatic differentiation using the Tapenade code. Numerical results will be presented at the conference.

Simulation de l'accident de dimensionnement du confinement dans un réacteur de IV^e génération avec une approche parallèle hybride

Vincent FAUCHER (CEA/DEN/DANS/DM2S/SEMT/DYN, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, CEDEX)

L'Accident de Dimensionnement du Confinement est l'accident de référence pour les réacteurs nucléaires de IV^e génération, pour lesquels la tenue aux accidents graves doit être démontrée dès la conception. Il s'agit d'un transitoire complexe impliquant l'interaction de plusieurs fluides et interfaces contenus dans une cuve métallique avec des structures internes immergés sujettes à de grands déplacements. Les éléments méthodologiques nécessaires à la simulation d'une telle situation accidentelle, en vue de son intégration dans un processus de conception dans une unité d'ingénierie, sont ainsi la prise en compte robuste et précise des écoulements avec interface en régime transitoire brutal, l'interaction fluide-structure en grands déplacements et la résolution parallèle efficace et extensible.

La présente contribution présente la stratégie utilisée dans le programme EUROPLEXUS (EPX) pour répondre à ces impératifs, en insistant particulièrement sur la stratégie de résolution parallèle hybride mise en œuvre en collaboration avec l'INRIA dans le cadre du projet RePDyn (ANR-COSI-09-001).

La représentation des interfaces repose sur une extension de l'approche VOFIRE [1][2] pour les écoulements liquide-gaz. Elle s'appuie sur une représentation homogène du fluide, caractérisé par les concentrations locales de chacun des composants, liquide ou gazeux, considérés. Le suivi des interfaces est assuré par un blocage de la diffusion numérique des concentrations, limitant l'épaisseur des zones de mélange à la dimension d'une maille fluide. Pour l'interaction fluide-structure, deux approches sont utilisés simultanément : une approche avec maillage coïncidents pour l'interaction avec la cuve sur la frontière du domaine fluide et une approche avec maillage découplés pour les structures internes immergés. Dans tous les cas, les grands déplacements de structure pris en compte. La gestion des connexions cinématiques entre fluide et structure exclue tout paramètre numérique arbitraire, utilisant des multiplicateurs de Lagrange pour le calcul des efforts d'interaction.

Pour permettre une exécution parallèle sur un grand nombre de cœurs, EPX est doté d'un solveur parallèle à mémoire distribué reposant sur une décomposition de domaine automatique. Dans le cadre du projet RePDyn, ce solveur a été optimisé et complété par une approche à mémoire partagé destiné à lever les verrous observés avec le parallélisme distribué seul [3]. Dans le cadre de l'approche hybride proposé, le parallélisme à mémoire partagé est mis en oeuvre via la librairie KAAPI, développé au laboratoire INRIA/LIG [4], assurant l'équilibre de la charge entre les threads par vol de travail. Cette stratégie a permis d'obtenir un parallélisme extensible sur des centaines de cœurs, testé dans le cadre d'un PRACE Preparatory Access sur le supercalculateur TGCC/Curie.

Vers la simulation à grande échelle d'écoulements sanguins

Marcela SZOPOS (IRMA, UMR7501, Université de Strasbourg)

L'objectif de cette étude est de développer des méthodes et des outils performants pour simuler la circulation sanguine dans des géométries réalistes complexes, en prenant en compte le caractère multi-physique et multi-échelle de l'écoulement.

Nous illustrerons plusieurs aspects concernant différentes configurations d'écoulement, ainsi que différents modèles faisant intervenir par exemple l'interaction entre la paroi du vaisseau sanguin et le sang. Ces simulations [1], réalisées dans le cadre de la plate-forme logicielle libre Feel++ (<http://www.feelpp.org>) [2], font appel au calcul haute performance et en particulier au calcul parallèle, sans lequel elles ne seraient pas réalisables.

Le travail se déroule dans le contexte d'un projet intitulé "Virtual angiography simulation from 3D and 3D+t brain vascular models" - VIVABRAIN (<http://icube-vivabrain.unistra.fr>). Ce projet rassemble des chercheurs en informatique, en mathématiques et en biophysique, autour de problématiques liées à la modélisation des réseaux vasculaires cérébraux, dans le but de simuler des données angiographiques virtuelles à partir de données angiographiques réelles.

GPU-accelerated CFD computation : real-time visualization and interaction

Florian DE VUYST (CMLA UMR 8536, Ecole Normale Supérieure de Cachan)

Today's many-core co-processors allow for theoretical peak Teraflop (10^{12} floating-point operations per second) performance at the cost of a personal computer. But the effective parallel performance strongly depends on the choice of both models and numerical methods. We believe that the rising of many-core processing, especially Graphics Processing Units (GPU) will deeply impact the next-generation computational methods. In this talk we will focus on few examples : compact stencil remapped Lagrange methods, low-diffusive transport solvers for interface capturing, cellular automaton for CFD. We will conclude the talk by some demo showing CFD-user interaction by means of a tracking device (case of incompressible Navier-Stokes, compressible Euler equations and Boussinesq thermal-CFD coupling). With this technological breakthrough, we can envision interesting applications like serious games or plant simulators involving multiple users using heterogeneous interacting end-devices (see <http://youtu.be/Fa19-PR-hrQ> and [7]).

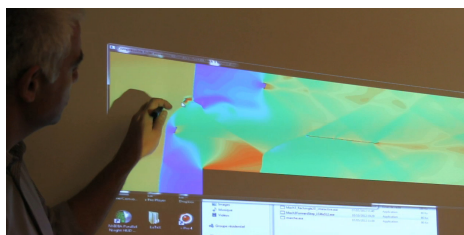


FIGURE 1 – Example of real-time supersonic flow CFD interaction

Références

- [1] C. CALDINI, V. CHABANNE, M. ISMAIL, G. PENA, C. PRUD'HOMME, M. SZOPOS, R. TARABAY, *Towards large-scale three-dimensional blood flow simulations in realistic geometries*, <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00786556>.
- [2] C. PRUDHOMME, V. CHABANNES, V. DOYEUX, M. ISMAIL, A. SAMAKE, G. PENA, *it Feel++ : A Computational Framework for Galerkin Methods and Advanced Numerical Methods*, ESAIM Proc., CEMRACS'11 : Multiscale Coupling of Complex Models in Scientific Computing, 38 (2012), 429–455.
- [3] S. KOKH, F. LAGOUTIÈRE, *An anti-diffusive numerical scheme for the simulation of interfaces between compressible fluids by means of a five equation model*, J. Comput. Phys., 229 :2773-2809, 2010.

- [4] V. FAUCHER, S. KOKH, *Extended Vofire algorithm for fast transient fluid-structure dynamics with liquid-gas flows and interfaces*, J. Fluids and Struct., accepted February 2013.
- [5] V. FAUCHER, *Projet RePDyn, Rapport d'Avancement T0+18*, <http://www.repdyn.fr>, 2011.
- [6] T. GAUTIER, F. ROCH, J.L. CAVALHEIRO, *KAAPI : A thread scheduling runtime system for data flow computations on cluster of multi-processor*, PASC0'07, 2007.
- [7] J.-M. ETANCELIN, G.H. COTTET, C. PICARD, F. PÉRIGNON, F. DE VUYST, C. LABOURDETTE, "Is GPU the Future of Scientific Computing?", Annales Mathématiques Blaise Pascal, Proceedings CANUM 2012, Mini-symposium "Is GPU the future of Scientific Computing?" (org. L. Gouarin, A. Hérault, V. Louvet), to appear (2013).

Mini-symposium CANCER

Modélisation stochastique de la réponse d'une tumeur à un traitement anti-cancéreux

Mini-symposium porté partiellement par les projets BIGS et NUMED de l'INRIA

Résumé

L'objectif de ce mini-symposium est de présenter quelques modélisations probabilistes de tumeurs cancéreuses. Les modèles stochastiques ne sont pas explicatifs comme le sont les modèles déterministes qui utilisent les équations aux dérivées partielles. Toutefois l'inconvénient majeur de ces approches déterministes est qu'elles font apparaître un grand nombre de paramètres, ce qui peut être inutilisable en pratique. Deux exposés sont consacrés à la mesure de l'action d'un traitement de radiothérapie sur la division des cellules d'une tumeur. Il s'agit d'une approche de modélisation qui repose sur des processus stochastiques de branchement au sens large. Un troisième exposé s'intéresse à la croissance d'une tumeur du cerveau et privilégie l'outil statistique et en particulier les modèles à effets mixtes. Cela permet d'utiliser un modèle déterministe mais où les paramètres sont aléatoires et dépendent de l'individu.

Organisateurs

1. **Pierre Vallois**, IECL, Université de Lorraine.
2. **Thierry Bastogne**, CRAN, Université de Lorraine.

Liste des orateurs

1. **Loïc Chaumont**, Université d'Angers.
Titre : Modélisation du temps d'émergence d'un mutant dans une population cellulaire.
2. **Jean-Louis Marchand**, IECL, Université de Lorraine.
Titre : Modélisation en temps continu du développement tumoral et de l'impact des thérapies sur celui-ci.
3. **Paul Vigneaux**, INRIA – NUMED.
Titre : Sur la croissance des gliomes de bas grade.

Pierre Vallois, Université de Lorraine, IECL, CNRS UMR 7502, INRIA, BIGS, Campus Sciences, BP 70239, Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex, 54506, France,
pierre.vallois@univ-lorraine.fr

Thierry Bastogne, Université de Lorraine, CRAN, CNRS UMR 7039, INRIA, BIGS, Campus Sciences, BP 70239, Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex, 54506, France,
thierry.bastogne@univ-lorraine.fr

Loïc Chaumont, LAREMA, Université d'Angers, 2, Boulevard Lavoisier - 49045 Angers Cedex 01,
loic.chaumont@univ-angers.fr

Jean-Louis Marchand, Université de Lorraine, IECL, CNRS UMR 7502, INRIA, BIGS, Campus Sciences, BP 70239, Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex, 54506, France,
marchandjlouis@gmail.com

Paul Vigneaux, Ecole Normale Supérieure de Lyon - Unité de mathématiques pures et appliquées, INRIA NUMED,
paul.vigneaux@math.cnrs.fr

1 Exposé de L. Chaumont

Il est connu depuis longtemps que le cancer résulte d'une série de mutations particulières subies par la cellule. Afin d'établir des protocoles de traitement, il est important de connaître avec précision le temps d'apparition de ces différents niveaux de mutation. Des modèles stochastiques sont très souvent utilisés pour décrire ce phénomène. Parmi les plus courants, l'on peut citer le modèle de Moran [4], les modèles de branchement [5], [6] ou certains modèles reposant sur des processus de compétition [1], ces derniers étant des versions multidimensionnelles de processus de naissance et mort. Dans tous les cas, le temps d'émergence d'une mutation particulière correspond au premier temps de passage par un processus stochastique dans un domaine particulier de son espace d'états. La loi de ce dernier est bien souvent très difficile à estimer sous des conditions initiales quelconques. Il est toutefois possible dans beaucoup de cas markoviens d'établir des lois initiales sous lesquelles ce temps est exponentiellement distribué. Ce sujet a été traité en [2] où nous généralisons la notion de loi quasi-stationnaire. Nous donnerons des exemples d'applications au temps d'émergence d'un type particulier d'individu dans une population cellulaire. Nous donnerons également une approche utilisant un codage de type Lukasiewicz-Harris obtenu en [3] qui permet de représenter tout processus de branchement multitype à partir d'un processus de Poisson multidimensionnel. En exprimant le premier temps d'émergence d'un type particulier comme une fonctionnelle de ce processus de Poisson, il devient alors plus commode d'estimer la loi de ce temps, voire de la calculer dans certains cas.

2 Exposé de J-L. Marchand

Dans le cadre de la recherche en oncologie, nous proposons un modèle d'évolution de population de cellules cancéreuses en incluant les effets de la thérapie à la dynamique. Nous nous intéressons principalement aux temps de cycle des différentes cellules présentes au sein de la tumeur. C'est pourquoi chaque cellule est assimilée à un état décrivant principalement la longueur du cycle. Deux types d'évolution des cellules sont alors mis en compétition : les proliférations et les changements d'état de la cellule qui peuvent survenir au cours du cycle. L'objectif de la modélisation est de prendre en compte les effets à court terme dus à l'action de la thérapie ainsi que les effets à moyens termes qui apparaissent comme conséquence de lésions subies à court terme. Ceci permet entre autres de recréer des dynamiques de population qui semblent se stabiliser mais qui vont reprendre une croissance, dans ce cas, la maladie a seulement été ralentie.

3 Exposé de P. Vigneaux

Dans cet exposé, nous décrirons différentes méthodologies développées pour étudier la croissance de gliomes de bas grade (tumeurs du cerveau) et la prise en compte de traitement par chimiothérapie et radiothérapie. Elles ont notamment en commun l'utilisation des modèles à effets mixtes et d'algorithmes de type SAEM (Stochastic Approximation Expectation Maximization) pour l'estimation de paramètres. Les travaux présentés concerneront à la fois des dynamiques à base d'équations différentielles ordinaires [7] et d'équations aux dérivées partielles (prise en compte de l'espace) [8]; ils ont été réalisés en collaboration avec Emmanuel Grenier, Violaine Louvet et Benjamin Ribba.

Références

- [1] R. BOURGET, L. CHAUMONT AND N. SAPOUKHINA, ;, T. iming of pathogen adaptation to a multicomponent treatment. *Preprint*, arXiv, 2013.
- [2] R. BOURGET, L. CHAUMONT AND N. SAPOUKHINA : Exponentiality of first passage times of continuous time Markov chains. *Preprint*, arXiv :1105.5310, 2012.
- [3] L. CHAUMONT AND R. LIU, ;, C. oding multitype branching forests : application to the law of the total progeny. *Preprint*, arXiv :1302.0195, 2013.
- [4] R. DURRETT, D. SCHMIDT AND J. SCHWEINSBERG, ;, A. waiting time problem arising from the study of multi-stage carcinogenesis. *Ann. Appl. Probab.* 19 no. 2, 676–718, 2009.
- [5] Y. IWASA, F. MICHOR, N. KOMAROVA AND M.A. NOWAK, ;, P. opulation genetics of tumor suppressor genes. *J. Theoret. Biol.* 233, no. 1, 15–23, (2005).
- [6] M. KIMMEL AND D.E. AXELROD, ;, . Branching processes in biology. *Interdisciplinary Applied Mathematics*, 19. Springer-Verlag, New York, 2002.
- [7] RIBBA ET AL., *A tumor growth inhibition model for low-grade glioma treated with chemotherapy or radiotherapy.*, *Clin Cancer Res.* 2012 Sep 15;18(18) :5071-80.
- [8] GRENIER, V. LOUVET, P. VIGNEAUX., *Parameter estimation in non-linear mixed effects models with SAEM algorithm : extension from ODE to PDE.*, INRIA Research Report n°8231. February 2013.

Mini-symposium CONSOMOD

Modélisation de la consommation électrique

Résumé

La prévision de la consommation électrique est un enjeu important pour la régulation et l'optimisation de la production énergétique. L'évolution de la consommation électrique française dépend de nombreux facteurs qui peuvent être de nature économique (prix de l'électricité), conjoncturelle ou climatique (évolution des températures, des nébulosités, des vents...). La prévision de la consommation électrique nécessite de pouvoir disposer au préalable d'un modèle d'ajustement le plus pertinent et robuste possible, et dans la mesure du possible d'un modèle reposant sur peu de variables.

Vincent Lefieux (RTE/EPT, UPMC-LSTA) va exposer les points de vue et méthodes mathématiques mises en œuvre quotidiennement par un gestionnaire de réseau, ainsi que les attentes, les problèmes et les espoirs dans les domaines modélisation et prévision en particulier en direction des modèles non paramétriques ou semi-paramétriques.

Mathilde Mougeot (Université Paris-Diderot-LPMA) propose dans le cadre de la régression fonctionnelle, un ajustement sparse de la courbe de charge en utilisant un dictionnaire de fonctions liées à la fois à des caractéristiques de forme et des informations climatiques. Dans un deuxième temps, le modèle sparse est utilisé pour effectuer des prédictions par une famille d'experts.

Yannig Goude (EDF) propose une modélisation de la consommation électrique agrégée (Française, portefeuille EDF, par segments de clients...) et à un niveau plus local (mesurée en différents points du réseau) par modèles additifs semi-paramétriques.

Nous espérons que ces exposés faisant intervenir des 'professionnels' de la consommation et des universitaires permettront des échanges fructueux autour de ces domaines riches (de problèmes mathématiques) et importants que sont la modélisation et la prédiction de la consommation électrique.

Organisateur

1. **Dominique Picard**, Université Paris-Diderot/ LPMA.

Liste des orateurs

1. **Vincent Lefieux**, RTE/UPMC-LSTA.
Titre : Les prévisions de consommation d'électricité à court terme pour un gestionnaire de réseau de transport.
2. **Mathilde Mougeot**, Université Paris-Diderot/ LPMA.
Titre : Prédiction de la consommation électrique par agrégation de modèles sparses.
3. **Yannig Goude**, EDF- R&D Département OSIRIS.
Titre : Prévisions de consommation électrique par modèles additifs semi-paramétriques .

Yannig Goude, EDF R&D Département OSIRIS,

yannig.goude@edf.fr

Vincent Lefieux, RTE/EPT (Economie Prospective Transparence) & UPMC/LSTA,

vincent.lefieux@rte-france.com

Mathilde Mougeot, Université Paris-Diderot/LPMA, Batiment Sophie Germain, 75013 Paris,

mathilde.mougeot@univ-paris-diderot.fr

Dominique Picard, Université Paris-Diderot/LPMA, Batiment Sophie Germain, 75013 Paris,

dominique.picard@math.univ-paris-diderot.fr

Le but de ce mini symposium est de réunir autour du problème fondamental de la modélisation (et de la prévision) de la consommation électrique des professionnels et des universitaires pour permettre d’aller encore plus loin dans un dialogue déjà mis en marche depuis un certain temps. Récemment des procédures tirant profit à la fois des techniques de type apprentissage (techniques de grandes dimensions, modélisations ‘sparses’, méthodes d’ondelettes, utilisation d’experts, agrégation,...) et des modélisations utilisées plus quotidiennement dans entreprises. Ce mini symposium sera donc l’occasion de faire un point sur les intérêts comparés et coopératifs de ces différents points de vue.

Parmi les professionnels, Vincent Lefieux (Réseau de Transport d’Electricité, UMPC- LSTA) parlera des techniques de prévisions de consommation d’électricité à court terme du point de vue d’un gestionnaire de réseau de transport. Yannig Goude (EDF) parlera des prévisions de consommation électrique par modèles additifs semi-paramétriques.

Mathilde Mougeot (Paris Diderot, LPMA) parlera de prédiction de la consommation électrique par agrégation de modèles sparses.

1 Les prévisions de consommation d’électricité à court terme pour un gestionnaire de réseau de transport

Une prévision correcte de la consommation d’électricité est fondamentale pour le bon fonctionnement du réseau électrique français, dont Réseau de Transport d’Electricité a la charge.

Différents points de vue coexistent afin de prévoir une série temporelle, mais la démarche est toujours la même : pondérer des motifs observés dans le passé (des formes de courbe réalisées) afin d’en déduire de nouvelles données pour le futur (des courbes prévues). On peut ainsi distinguer :

- les techniques statistiques ;
- les techniques issues du domaine de l’intelligence artificielle : on utilise ainsi les réseaux de neurones, la logique floue. . . Ces techniques élaborent également un système de pondération, non basé sur des résultats théoriques mais sur un ajustement numérique optimum ;
- les heuristiques : ces règles *a priori* sont souvent utilisées par les prévisionnistes ayant une grande expérience de la série temporelle observée.

On constate très souvent la juxtaposition de ces techniques en opérationnel, ce qui s’explique très largement par la non-prédominance d’une technique sur l’autre. Les utiliser conjointement permet parfois de pallier leurs inconvénients respectifs. Par exemple les techniques statistiques sont souvent considérées comme rigoureuses mais exigeantes en hypothèses souvent difficiles à vérifier en pratique. *A contrario*, le carcan théorique des réseaux de neurones est moindre, mais ils ont un aspect “boîte noire” indéniable, qui est peu compatible avec le besoin de lisibilité et de traçabilité des décisions qui seront prises sur la base de la prévision.

Dans le domaine électrique, les réseaux de neurones et les méthodes statistiques sont utilisées à proportion égale mais des heuristiques sont toujours employées pour prévoir par exemple les consommations des jours fériés et autres périodes spéciales.

RTE a fait le choix d’utiliser majoritairement l’analyse statistique afin d’élaborer ses modèles de prévision. Le modèle ne constitue cependant qu’un outil d’aide à la décision et les répartiteurs du CNES (Centre National d’Exploitation du Système) sont chargés de fournir la prévision finale, en prenant en compte les dernières informations reçues et les modifications inopinées de la demande.

Les prévisions utilisées quotidiennement par RTE sont issues d’un modèle alliant une régression paramétrique non linéaire et un modèle SARIMA. Dans l’idée d’obtenir un modèle de prévision adaptatif et ainsi préparer les modèles futurs qui devront intégrer de plus en plus de covariables, des méthodes de prévision non et semi paramétriques avaient déjà été testées sans succès véritable, la piste de la régression sparse offre aujourd’hui de nouvelles perspectives.

2 Prédiction de la consommation électrique par agrégation de modèles sparses

Ce travail propose une modélisation puis une prédiction de la consommation électrique basées sur un modèle de régression non paramétrique de grande dimension. La variable d’intérêt est la courbe de charge, notée Y , de consommation électrique, échantillonnée toutes les 30 mn sur 24 heures (ou sur 48 heures $n = 96$) : $Y_{t,i} = f_t(i/n) + \epsilon_{t,i}$, $i = 1, \dots, n = 48$, $t = 1, \dots, 2800$

Dans le cadre de la régression fonctionnelle, on pose $Y = f(x) + u$ et on suppose que la fonction f peut s’exprimer comme combinaison linéaire d’un petit nombre (S) de fonctions d’un dictionnaire $\mathcal{D} = \{g_1, \dots, g_p\}$, avec $f = \sum \alpha_j g_j + u$ et $\|u\|^2 \leq c_1 \frac{S}{n}$, c_1 constante. Nous utilisons ici la procédure LOL -Learning Out of Leaders-, basée sur deux seuillages successifs, pour estimer les coefficients $\hat{\alpha}$ de ce modèle en grande dimension, $p > n$ [2]. Pour réaliser l’ajustement de consommation, différents dictionnaires peuvent être candidats comme par exemple, des

dictionnaires constitués de combinaison de bases (trigonométriques, Haar, ou ondelettes) ou de fonctions exogènes donnant l'évolution des variables climatiques. Nous montrons qu'il est possible ici de proposer un modèle sparse d'ajustement de la courbe de charge, basé à la fois sur un nombre restreints de coefficients et de fonctions du dictionnaire. Ce dictionnaire est construit à l'aide de fonctions *pattern* caractérisant les différentes formes de consommation et de fonctions *climatiques* donnant l'évolution de la température, de la nébulosité (39 stations météo) et du vent (330 points de grille) [3].

Dans un deuxième temps, nous proposons un modèle de prédiction de la courbe de charge, utilisant plusieurs modèles de prédiction proposés par des experts. Chaque expert utilise un modèle de prédiction *sparse* élaboré à l'aide d'une stratégie particulière, conditionnée par rapport à l'évolution des variables climatiques ou par rapport au formes de consommation (*pattern*). La prédiction de la courbe de charge finale est calculée par agrégation des différents ajustements proposés par les experts, pondérés pas des poids exponentiels. Dans une optique de prévision du signal, le modèle sparse d'ajustement apparaît comme fondamental. Basés sur peu de coefficients, il permet d'obtenir des résultats d'ajustement et de prédiction très performants. Nous présentons en détail, dans cet exposé les différents experts ainsi que les performances de prédiction obtenues [4].

3 Prévisions de consommation électrique par modèles additifs semi-paramétriques

Du fait du développement des nouveaux moyens de production (énergies intermittentes notamment) et des nouveaux outils de gestion du réseau (smart grids), modéliser et prévoir la consommation électrique à différents niveaux d'agrégation devient nécessaire. Nous proposons une modélisation de la consommation électrique agrégée (Française, portefeuille EDF, par segments de clients...) et à un niveau plus local (mesurée en différent points du réseau) par modèles additifs semi-paramétriques. Nous montrons que ces modèles relativement simples sont adaptés à la prévision de ces différents signaux. Ils permettent de prendre en compte de l'information exogène variée (variables météorologiques, tarifaires...) ainsi que les différentes propriétés temporelles de ces signaux (saisonnalités, dépendance...). Nous illustrons cela sur plusieurs jeux de données : consommation électrique française, données de consommation aux USA (compétition GEFCom).

Références

- [1] BA, A., SINN, M., GOUDE, Y., AND POMPEY, P. , *Adaptive learning of smoothing functions : Application to electricity load forecasting.*, In Bartlett, P., Pereira, F., Burges, C., Bottou, L., and Weinberger, K., editors, *Advances in Neural Information Processing Systems 25*, pages 2519–2527. 2012.
- [2] KERKYACHARIAN, G., MOUGEOT, M., PICARD, D., TRIBOULEY, K., *Learning Out of Leaders*, Springer. Multiscale, Nonlinear and Adaptive Approximation, 2009
- [3] MOUGEOT, M., PICARD, D., TRIBOULEY, K. , *Modeling the electrical consumption*, Technical document, LPMA 2012.
- [4] MOUGEOT, M., PICARD, D., TRIBOULEY, K., *Prediction of Electrical Consumption based on some aggregation of sparse approximations*, Technical document, LPMA 2012.
- [5] PIERROT, A. AND GOUDE, Y. , *Short-term electricity load forecasting with generalized additive models.*, In *Proceedings of ISAP power*, pp 593-600. 2011..

Mini-symposium CONTROL
Conditions d'optimalité en contrôle optimal
avec contraintes et applications

Résumé

Ce mini-symposium a pour objectif de donner un aperçu de récents travaux sur la caractérisation des trajectoires optimales en théorie du contrôle pour des problèmes avec contraintes sur l'état ou avec commande impulsionnelle. Chaque intervenant est spécialiste du contrôle, et mettra en avant les techniques pour aborder ce type de problèmes. L'accent sera porté sur l'intérêt de tels développements dans les applications industrielles (améliorations d'algorithmes de résolution de problèmes de contrôle, prise en compte de contraintes d'état, analyse de sensibilité).

Organisateur

1. **Térence Bayen**, Université Montpellier 2.

Liste des orateurs

1. **M.-Soledad Aronna**, Department of Electrical and Electronic Engineering, Imperial College of London.
Titre : Sur des problèmes de commande optimale impulsionnelle.
2. **Marco Mazzola**, Université Paris 6.
Titre : Liens entre l'état adjoint et la fonction valeur pour des problèmes de contrôle optimal avec contraintes d'état.
3. **Oana Serea**, Université de Perpignan.
Titre : Conditions d'optimalité pour problèmes de contrôle avec dynamique réfléchie.

Térence Bayen, Université Montpellier 2, CC 051, 34095 Montpellier,
tbayen@math.univ-montp2.fr

M.-Soledad Aronna, Department of Electrical and Electronic Engineering Imperial College of London South Kensington campus, Londres SW7 2AZ, Royaume Uni,
m.aronna@imperial.ac.uk

Marco Mazzola, Université Paris 6, Combinatoire et Optimisation, Institut de Mathématiques de Jussieu, case 247, 4, place Jussieu 75252 Paris Cedex 05,
mazzolam@math.jussieu.fr

Oana Serea, Département de Mathématiques Université de Perpignan 52, Avenue Paul Alduy, 66860 Perpignan Cedex 9,
oana-silvia.serea@univ-perp.fr

Les modèles mathématiques issus des sciences sociales ou de problèmes industriels et biologiques mettent souvent en jeu un grand nombre de paramètres (voir par exemple [5, 2]). Afin de prendre en compte les diverses contraintes des modèles, on est souvent amené à imposer des restrictions sur les paramètres du système, sur les commandes, et sur l'état du système. Le but de ce mini-symposium est de montrer des conditions nécessaires (entre autres, sous la forme de principe du maximum de Pontryagin et de conditions du second ordre) sur les commandes optimales, pour de tels problèmes. Le premier exposé (voir [3, 4]) est consacré à l'étude d'un problème avec commandes impulsionnelles (ce qui se rencontre fréquemment dans l'étude des bioprocédés, voir par exemple [5, 2]). Le second exposé (voir [11]) est consacré à l'étude de conditions suffisantes sur la dynamique et la géométrie d'un ensemble K afin de garantir l'existence de trajectoires admissibles approchées. Des conditions sont aussi données pour discuter la normalité du principe du maximum de Pontryagin. Le troisième exposé (voir [13]) s'intéresse à des conditions nécessaires pour un problème de contrôle optimal de type Mayer avec contraintes d'état et formulé en terme d'inclusion différentielle.

1 Sur des problèmes de commande optimale impulsionnelle

Dans cet exposé on s'intéresse à des problèmes de contrôle optimal régis par des systèmes de la forme :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), v(t)) + \sum_{\alpha=1}^m g_{\alpha}(x(t), u(t)) \dot{u}_{\alpha}(t), \text{ p.p. } t \in [0, T],$$

où $x : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$ est la *variable d'état*, $u : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^m$ est la *commande impulsionnelle* et $v : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^l$ est la *commande usuelle*. Sous une hypothèse de commutativité sur les champs de vecteurs g_{α} , on définit tout d'abord une solution du système différentiel dans le cas où les fonctions u et v sont intégrables (voir [2, 4]). La présence de la dérivée de u dans le système autorise des sauts pour la trajectoire. On étudie ensuite des problèmes de contrôle optimal de type Mayer où le système d'état est régi par l'équation précédente. On montre des conditions nécessaires d'optimalité du premier ordre (sous la forme d'un principe du maximum de Pontryagin), et des conditions d'ordre supérieur qui prennent en compte des crochets de Lie des champs de vecteurs f et g_{α} (voir [3]). On analyse aussi le lien entre le problème d'optimisation considéré et le problème avec une commande u plus régulière (absolument continue ou à variation bornée) (voir [4]).

2 Liens entre l'état adjoint et la fonction valeur pour des problèmes de contrôle optimal avec contraintes d'état

Dans cet exposé (voir [11]), on s'intéresse à un problème de contrôle optimal de type Mayer, et avec contraintes sur la variable d'état. Etant donné un contrôle $u : [t_0, 1] \rightarrow U$ (U espace métrique), et une dynamique $f : [0, 1] \times \mathbb{R}^n \times U \rightarrow \mathbb{R}^n$, on considère l'unique solution du système :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), \text{ p.p. } t \in [t_0, 1], \\ x(t_0) = x_0, \end{cases}$$

avec contrainte d'état :

$$x(t) \in K, \forall t \in [t_0, 1].$$

On note \mathcal{S}_K l'ensemble des trajectoires x admissibles pour ce problème. Le problème d'optimisation que l'on considère s'écrit :

$$\min\{g(x(1)) \mid x(\cdot) \in \mathcal{S}_K\}.$$

Afin d'étudier des propriétés des trajectoires optimales, on s'intéresse tout d'abord à la question de la normalité du principe du maximum de Pontryagin (i.e. selon que le multiplicateur associé au coût est nul ou pas). Ce problème conduit à l'étude des *trajectoires admissibles approchées* (voir par exemple [7]) lorsqu'une trajectoire sort de l'ensemble K . D'une manière équivalente, il s'agit d'étudier le caractère Lipschitz de la multi-application $\mathcal{S}_K : K \rightarrow W^{1,1}([0, 1], \mathbb{R}^n)$. On s'intéresse ensuite au lien entre l'état adjoint du principe du maximum et la fonction valeur associée au problème d'optimisation (voir par exemple [6], [8]), dans le cas où le système est gouverné par une inclusion différentielle. On obtient notamment des conditions nécessaires d'optimalité sous la forme d'un principe du maximum augmenté d'une interprétation de l'état adjoint en termes des dérivées généralisées de la fonction valeur.

3 Conditions d'optimalité pour problèmes de contrôle réfléchi

Nous considérons le système :

$$\begin{cases} i) y'(t) \in f(y(t), u(t)) - N_K(y(t)) & \text{p.p. } t \in [0, T], \\ ii) y(t) \in K & \text{pour tout } t \in [0, T], y(0) = x, \end{cases} \quad (3)$$

avec $u(\cdot) : [0, \infty) \rightarrow U$ mesurable et $T \geq 0$ fixé. Ici, K est un ensemble fermé non-vide de \mathbb{R}^N , U un espace métrique compact, f une application bornée de $\mathbb{R}^N \times U$ dans \mathbb{R}^N et $N_K(x)$ désigne le cône normal à K en $x \in K$. On considère un problème de contrôle optimal de type Mayer :

$$(\mathcal{P}) \quad \text{minimiser } \{g(y^u(T)) \mid u(\cdot) \in \mathcal{U} \text{ et } y^u(\cdot) \text{ satisfait (3)}\},$$

où $y^u(\cdot)$ est la solution de (3) avec comme condition initiale $y^u(0) = x$. La condition $y(t) \in K$ n'est pas une contrainte sévère pour le problème de contrôle car l'ensemble K est viable pour (3) (voir par exemple [1, 9, 13, 14]). Cependant, la présence de réflexion des trajectoires sur le bord de K engendre des difficultés pour obtenir des conditions nécessaires d'optimalité pour (P). En effet, la dérivée du cône normal qui est liée au cône normal du second ordre n'a pas suffisamment de régularité en général (voir par exemple [12]). Par conséquent, le problème est très difficile à étudier directement. L'approche que nous utilisons pour contourner cette difficulté permet d'étudier le problème en utilisant une méthode d'approximation. Elle est basée sur la transformation d'un problème avec contraintes en un problème sans contraintes.

Références

- [1] J.P. AUBIN, A. CELLINA, *Differential inclusions. Set-valued maps and viability theory*, Springer-Verlag, Berlin, 1984.
- [2] A. BRESSAN, F. RAMPAZZO, *Impulsive control systems with commutative vector fields*, J. Optim. Theory Appl., 71(1) :67-83, 1991.
- [3] M.S. ARONNA, F. RAMPAZZO, *Necessary conditions involving Lie brackets for impulsive optimal control problems ; the commutative case*, preprint online 2012.
- [4] M.S. ARONNA, F. RAMPAZZO, *Proper extension of optimal control problems with commutative impulse systems*, in preparation.
- [5] T. BAYEN, P. GAJARDO, F. MAIRET, *Optimal synthesis for the minimal time control problems of fed-batch processes for growth functions with two maxima*, published online first, J. Optim. Theory and Appli, Nov. 2012.
- [6] P. BETTIOL AND R. B. VINTER, *Sensitivity interpretation of the co-state variable for optimal control problems with state constraints*, SIAM J. Control Optim., 48, 2010, pp. 3297-3317.
- [7] P. BETTIOL, A. BRESSAN AND R. B. VINTER, *On trajectories satisfying a state constraint : W1 ;1 estimates and counter-examples*, SIAM J. Control Optim., 48, 2010, pp. 4664-4679.
- [8] A. CERNEA AND H. FRANKOWSKA, *A connection between the maximum principle and dynamic programming for constrained control problems*, SIAM J. Control Optim., Vol. 44, 2005, pp. 673-703.
- [9] B. CORNET, *Existence of slow solutions for a class of differential inclusions*, J. Math. Anal. Appl., Vol. 96, 1983, pp. 130-147.
- [10] P. GAJARDO, H. RAMIREZ, A. RAPAPORT, *Minimal time sequential batch reactors with bounded and impulse controls for one or more species*, SIAM J. Control Optim., Vol. 47, 6, pp. 2827-2856, 2008.
- [11] H. FRANKOWSKA, M. MAZZOLA, *On relations of the adjoint state to the value function for optimal control problems with state constraints*, Nonlinear Differential Equations and Applications, published online, 2012.
- [12] R.T. ROCKAFELLAR, R. J.-B. WETS, *Variational analysis*, Springer, Berlin, 1998.
- [13] O. SEREA, *On reflecting boundary problem for optimal control*, SIAM J. Control Optim., Vol. 42, 2, 559-575, 2003.
- [14] L. THIBAUT, *Sweeping process with regular and nonregular sets*, J. Differ. Equations, Vol. 193, 1, 2001, pp. 1-26.

Mini-symposium COIFS

Couplage et Optimisation en Interaction Fluide-Structure

Mini-symposium porté par l'ANR BARESAFE

Résumé

Le mini-symposium COIFS réunit des chercheurs académiques et industriels investis dans le développement de méthodes numériques en Interaction Fluide-Structure à des fins applicatives variées. Six exposés sont prévus sur les thèmes de la réduction de modèles en mécanique des fluides dans un cadre dynamique, l'homogénéisation et le changement d'échelle, la stabilité, le choix de la métrique et la dynamique de grille en petits et grands déplacements, l'optimisation et le conditionnement. La richesse et la diversité des thèmes abordés et des travaux à l'état de l'art présentés, seront sources d'échanges entre les participants.

Organisateurs

1. **Elisabeth Longatte**, EDF R&D, LaMSID UMR EDF-CNRS-CEA 8193.
2. **Mustapha Benaouicha**, CNRS, LaMSID UMR EDF-CNRS-CEA 8193.

Liste des orateurs

1. **Guillaume Ricciardi**, CEA, Cadarache.
Titre : Modélisation des instabilités fluide-élastiques d'un réseau de tubes soumis à un écoulement diphasique transverse par une approche milieux poreux.
2. **Alban Leroyer**, LHEEA UMR-CNRS 6598, Ecole Centrale de Nantes.
Titre : Couplages fluide-structure pour les applications hydrodynamiques.
3. **Mustapha Benaouicha**, CNRS, LaMSID UMR EDF-CNRS-CEA 8193.
Titre : Stabilité fluide-élastique d'un faisceau de tubes dans un écoulement potentiel.
4. **Yannick Hoarau**, ICUBE UMR-CNRS 7357, Université Louis Pasteur.
Titre : Modélisation de l'interaction fluide-structure par la méthode chimère dans NSMB.
5. **Elisabeth Longatte**, EDF R&D, LaMSID UMR EDF-CNRS-CEA 8193.
Titre : Analyse de la stabilité dynamique de cylindres mobiles sous écoulements transverses par une approche POD multi-phasique fluide solide.
6. **Daniel Ruiz**, IRIT UMR-CNRS 5505.
Titre : Préconditionneurs spectraux efficaces pour la résolution de systèmes augmentés.

Elisabeth Longatte, LaMSID UMR EDF-CNRS-CEA 8193. 1, avenue du Général de Gaulle 92141 Clamart Cedex, France,

elisabeth.longatte@edf.fr

Mustapha Benaouicha, LaMSID UMR EDF-CNRS-CEA 8193. 1, avenue du Général de Gaulle 92141 Clamart Cedex, France,

mustapha-externe.benaouicha@edf.fr

Guillaume Ricciardi, CEA Cadarache DEN/DTN/STRI/LHC. Bat. 727, 13108 Saint-Paul-Lès-Durance Cedex, France,

guillaume.ricciardi@cea.fr

Alban Leroyer, LHEEA UMR-CNRS 6598. Ecole Centrale de Nantes. 1, rue de la Noë. BP 92101, 44321 Nantes Cedex 3, FRANCE,

alban.leroyer@ec-nantes.fr

Yannick Hoarau, ICUBE UMR-CNRS 7357. Université de Strasbourg. 2, rue Boussingault. 67000 Strasbourg, France,

hoarau@unistra.fr

Daniel Ruiz, IRIT UMR-5505. Université Paul Sabatier. 118 Route de Narbonne. F-31062 Toulouse Cedex 9, France,

Daniel.Ruiz@irit.fr

Introduction

L'Interaction Fluide-Structure intervient dans plusieurs secteurs d'activités (sûreté nucléaire, dimensionnement, hydrodynamique, aéroélasticité,...), ce qui justifie les nombreux travaux menés sur les plans théoriques et mathématiques pour favoriser l'essor des méthodes numériques et contribuer à la compréhension des phénoménologies. L'optimisation est un thème à enjeu majeur pour permettre le passage à des simulations de couplage multiphysique en mécanique à l'échelle réelle.

Le symposium est prévu sous forme de six exposés de 15 minutes dont les résumés sont présentés ci-dessous.

1 Modélisation des instabilités fluide-élastiques d'un réseau de tubes soumis à un écoulement diphasique transverse par une approche milieux poreux

Guillaume Ricciardi¹, Elliott Tixier², Stéphane Etienne², Njuki Mureithi² et Michel Pettigrew² (¹CEA Cadarache, ²Ecole Polytechnique de Montréal)

L'étude proposée a pour cadre général la vibration des tubes dans les générateurs de vapeur des centrales nucléaires, soumis à un écoulement diphasique axial ou transverse. Les vitesses d'écoulement, de l'ordre de 10m/s, sont suffisamment grandes pour provoquer la vibration des tubes par un phénomène d'instabilité fluide-élastique pouvant entraîner l'usure voire la rupture des cylindres.

Ainsi, il apparaît primordial de bien comprendre les phénomènes associés à ces vibrations et de développer des outils d'aide au dimensionnement, d'une part pour prévenir les ruptures soudaines, d'autre part pour estimer la durée de vie des constituants.

Il est proposé d'établir un modèle fluide-structure basé sur une approche par milieux poreux. L'ambition du modèle est de pouvoir simuler le comportement dynamique d'un réseau de tubes soumis à un écoulement diphasique transverse. Une solution, basée sur un couplage de solveurs structure et fluide demanderait des temps de calculs déraisonnables pour simuler un grand nombre de tubes. Il est donc proposé de simplifier le problème en décrivant celui-ci de façon globale, c'est-à-dire en moyennant les équations de la dynamique du fluide et de la structure sur un volume de contrôle [1].

Les équations du fluide sont décrites par une formulation ALE. Des équations de fermeture basées sur des formules empiriques de forces de couplage fluide-structure sont proposées. Cette méthode permet de s'affranchir de la complexité géométrique, en considérant le réseau de tubes comme un milieu poreux, par la création d'un fluide et d'une structure équivalents tous deux définis sur le domaine spatial complet. Cette simplification a un coût qu'on retrouve sur la complexification des équations du problème couplées et fortement non-linéaires.

Les équations résultant du modèle sont résolues par la méthode des éléments finis [2]. Les tests numériques sont concluants quant au bon comportement en convergence du modèle numérique. Les simulations sont comparées à des résultats expérimentaux. Les résultats montrent que le modèle surestime les vitesses critiques, mais reproduit correctement le déphasage entre les mouvements des cylindres.

2 Couplages fluide-structure pour les applications hydrodynamiques

Alban Leroyer (LHEEA UMR-CNRS 6598, Ecole Centrale de Nantes)

L'objet de cette communication est de présenter la problématique générale de l'interaction fluide-structure pour les applications hydrodynamiques sur des configurations complexes. Du point de vue du fluide, le cadre de travail est celui des écoulements incompressibles isothermes à forts nombres de Reynolds autour de géométries complexes traités par une approche URANSE (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations).

Après un examen des différentes stratégies de couplage envisageables en terme de stabilité, de robustesse, d'efficacité et de complexité, les techniques mises en oeuvre au sein du code de calcul fluide ISIS-CFD sont présentées, illustrées par quelques applications et perspectives. ISIS-CFD est un code de calcul développé au LHEEA, basé sur une formulation ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) discrétisée par une méthode Volumes-Finis sur des volumes de contrôle quelconques.

3 Stabilité fluide-élastique d'un faisceau de tubes dans un écoulement potentiel

Mustapha Benaouicha, Elisabeth Longatte et Franck Baj (LaMSID UMR EDF-CNRS-CEA 8193)

L'expérience montre que la plupart des problèmes de vibration excessives au sein des faisceaux de tubes de générateurs de vapeur sont liés à l'instabilité dynamique dite fluide-élastique [3, 5]. En effet, en présence de confinement et d'un écoulement transverse, les cylindres minces peuvent être sujets à de fortes vibrations, ce qui peut conduire au développement d'une instabilité dynamique et à un risque de rupture ou de collision avec les systèmes de maintien. Aussi, dès la conception, des analyses détaillées des vibrations induites par l'écoulement sont requises.

Le but de cette étude est de contribuer à une meilleure compréhension des charges induites par un fluide externe en écoulement sur de longs cylindres minces vibrants. L'Interaction Fluide-structure et les vibrations induites par l'écoulement dans un faisceau tubulaire à pas carré soumis à un écoulement transversal de fluide non-visqueux et incompressible, dans un cadre irrotationnel sont étudiées [4]. La formulation mathématique puis la résolution du système des équations régissant les dynamiques couplées du fluide et du solide en interaction conduisent à l'établissement de cartes de stabilité dynamique pour un cylindre mobile au sein d'un réseau de cylindres fixes. L'ensemble des paramètres géométriques, mécaniques et hydrauliques est pris en considération. L'approche semi-analytique utilisée permet de déterminer un critère de stabilité du système dynamique considéré et l'influence de chaque paramètre physique de la configuration sur la dynamique est quantifiée.

Cette approche originale permet de poser les bases des études de stabilité de ces systèmes dans un cadre potentiel irrotationnel incompressible.

4 Modélisation de l'interaction fluide-structure par la méthode chimère dans NSMB

Yannick Hoarau¹, T. Deloze², A. Ponce¹ et D. Pena^{1,2} (¹ICUBE UMR-CNRS 7357, ²Ecole Polytechnique de Montréal)

Dans les problèmes d'interaction fluide-structure, la structure se déplace ou se déforme en fonction des sollicitations fluides. Ce qui se traduit par la nécessité de remailler le domaine pour s'adapter à la nouvelle géométrie. Dans le cas d'écoulements tri-dimensionnels et/ou turbulents, ce remaillage peut détériorer la solution.

Au sein du solveur NSMB, nous avons implémenté la méthodologie Chimère pour modéliser les interactions fluide-solide dans les cas où le solide ne se déforme pas. La méthode chimère est basée sur la notion de gestion de grilles superposées et est très efficace pour mailler des géométries complexes ainsi que des maillages mobiles. En effet la simulation du mouvement est obtenue en déplaçant les grilles associées au corps solide.

La première étape de la méthode Chimère consiste à déterminer les zones de superposition de maillages. Puis il s'agit de déterminer la nature des régions qui se chevauchent. Il existe deux types de cellules : les cellules «donneuses» ou «dominantes» où les équations de Navier-Stokes sont résolues, les cellules «réceptrices» ou cellules «non-dominantes» où les variables d'état sont obtenues par interpolation à partir des cellules dominantes. Nous avons développé de nombreux critères automatiques pour déterminer la hiérarchie entre les différentes grilles.

Nous avons appliqué et validé cette méthodologie dans différents cas : chute libre d'une sphère dans un tuyau, chute libre d'une sphère dans un écoulement de Poiseuille, chute libre de plusieurs cylindres et oscillation libre d'un cylindre dans un faisceau de tubes soumis à un écoulement en régime turbulent.

5 Analyse de la stabilité dynamique de cylindres mobiles sous écoulements transverses par une approche POD multi-phasi-que fluide solide

Marie Pomaredé¹, Elisabeth Longatte¹, Aziz Hamdouni², Erwan Liberge², Cédric Leblond³, Jean-François Sigris³ (¹LaMSID UMR EDF-CNRS-CEA 8193, ²LaSIE FRE-CNRS 3474, ³DCNS)

La méthode de réduction de modèle POD multi-phasi-que fluide solide [6] est appliquée à l'analyse du comportement vibratoire de cylindres seuls ou en réseaux, en petits ou grands déplacements, soumis à un écoulement de fluide incompressible d'incidence transverse. La norme de l'erreur d'approximation est évaluée et contrôlée par stabilisation, troncature modale et optimisation non linéaire. L'objectif est la construction d'un modèle réduit paramétrique permettant l'étude de la stabilité de ce type de configurations en fonction de l'évolution des caractéristiques fluides, solides et géométriques (la vitesse réduite par exemple).

6 Préconditionneurs spectraux efficaces pour la résolution de systèmes augmentés

*Daniel Ruiz*¹, *Annick Sartenaer*², *Charlotte Tannier*² (¹ENSEEIH-IRIT Département Informatique et Mathématiques Appliquées, Toulouse, ²Département de Mathématiques, Université de Namur (FUNDP), Belgique)

Les problèmes d'optimisation avec contraintes se posent dans de nombreux domaines scientifiques ou applicatifs. Dans ce contexte, les systèmes linéaires (de taille éventuellement très grande) qui doivent être résolus en séquence présentent une structure de type “*point de selle*” (ou KKT) sous la forme suivante :

$$Au = b \Leftrightarrow \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix}.$$

Ces systèmes sont en règle générale symétriques et indéfinis, et on peut envisager de les résoudre par des techniques itératives à base de sous-espaces de Krylov telle que la méthode MINRES. Pour accélérer la convergence de ces méthodes, il est souvent nécessaire de considérer des techniques de preconditionnement, qui permettent d'améliorer le nombre de conditionnement ainsi que la distribution des valeurs propres de la matrice d'itération.

Dans cet exposé, nous considérons le cas du preconditionneur par block qualifié de “*cas idéal*”, initialement proposé par Murphy, Golub et Wathen [7] et basé sur une construction du complément de Schur exact du système précédent, et nous faisons l'hypothèse que le bloc (1,1) de ce système est symétrique et défini positif, (potentiellement) extrêmement mal conditionné mais avec un faible nombre de valeurs propres très petites. Nous faisons aussi l'hypothèse que nous avons à disposition une plus ou moins bonne approximation des vecteurs propres associés à ces valeurs propres extrêmes – hypothèse qui peut être raisonnablement remplie à l'aide de techniques telles que celles développées dans [8] – à partir de quoi nous proposons de construire diverses approximations du preconditionneur idéal de Murphy, Golub et Wathen.

En partant des résultats théoriques généraux donnés par Rusten et Winter [9] dans le cas des systèmes augmentés preconditionnés par blocs, nous analysons le spectre des matrices preconditionnées par ces diverses approximations envisagées. Nous mettons en évidence comment il est possible de *recombinaison de manière appropriée* cette information spectrale préalablement extraite du bloc (1,1), dans la mise en oeuvre d'une approximation particulière du complément de Schur, et permettant donc de construire un preconditionneur diagonal par bloc très efficace pour un coût global relativement modeste.

Les résultats principaux se résument dans le fait qu'il est possible, avec des techniques de ce type, de contrôler explicitement les bornes des intervalles incluant l'ensemble du spectre de la matrice d'itération, et que la méthode conduit en fait à approcher séparément la résolution efficace des problèmes associés aux sous matrices A du bloc (1,1) et B pour les contraintes. Nous illustrons (FIGURE 2) les performances des preconditionneurs envisagés sur quelques problèmes tests.

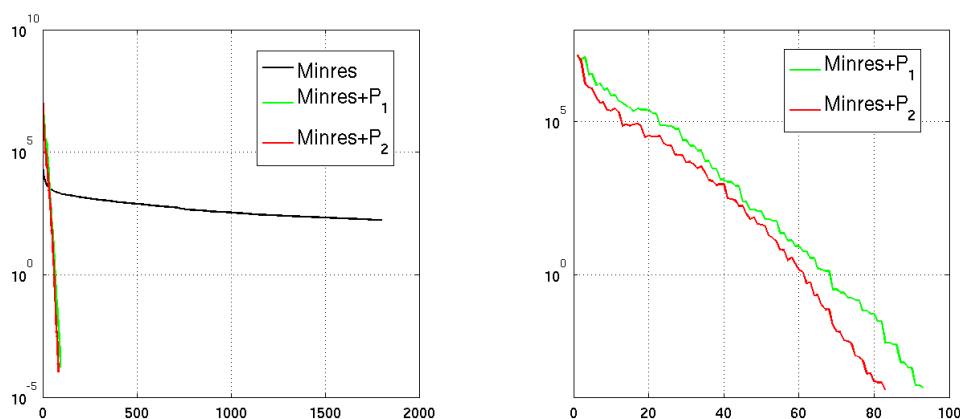


FIGURE 2 – Un exemple de l'amélioration de la convergence de MINRES (norme relative des résidus versus le nombre des itérations).

Conclusions

Tous ces exposés illustrent la difficulté à modéliser des systèmes mécaniques complexes, multiphysiques, multi-échelles, de grandes tailles, et la nécessité de combiner des stratégies numériques hybrides permettant de réduire la taille des systèmes d'équations à résoudre. L'évolution des solveurs à venir intégrera ces contraintes pour répondre aux besoins portés par les cibles applicatives.

Références

- [1] RICCIARDI G., BELLIZZI S., COLLARD B. ET COCHELIN B., *Modelling pressurized water reactor cores in terms of porous media*, Journal of Fluids and Structures, Vol. 25, 2009, 112-133.
- [2] ETIENNE S., GARON A. ET PELLETIER D., *Perspective on the Geometric Conservation Law and Finite Element Methods for ALE Simulations of Incompressible Flow*, Journal of Computational Physics, Vol. 228, 2009, 2313-2333.
- [3] CONNORS H.J., *Fluid-Elastic Vibration of Tube Arrays Excited by Non-Uniform Cross-Flow*, Flow-Induced Vibration of Power Plant Components, Vol. 41, 1980, 93-107.
- [4] CONCA C., PLANCHARD J., THOMAS B. ET VANNINATHAN M., *Problèmes mathématiques en couplage fluide-structure. Applications aux faisceaux tubulaires*, Eyrolles, 1994.
- [5] PETTIGREW M.J. AND TAYLOR C.E., *Fluidelastic instability of heat exchanger tube bundles : review and design recommendations*, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 113, 1991, 242-256.
- [6] LIBERGE E. AND HAMDOUNI A., *Reduced order modelling method via proper orthogonal decomposition (POD) for flow around an oscillating cylinder*, Journal of Fluids and Structures, Vol. 26(2), 2010, 292-311.
- [7] MURPHY M., GOLUB G. AND WATHEN A., *A note on preconditioning for indefinite linear systems*, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 21(6), 2000, 1969-1972.
- [8] GOLUB G., RUIZ D. AND TOUHAMI A., *A hybrid approach combining Chebyshev filter and conjugate gradient for solving linear systems with multiple right-hand sides*, SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, Vol. 29(3), 2007, 774-795.
- [9] RUSTEN T. AND WINTNER R., *A preconditioned iterative method for saddlepoint problems*, SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications, Vol. 13(3), 1992, 887-904.

Mini-symposium CSNM

Quelques Problèmes en Contrôle Stochastique Non-Markovien

Résumé

Nous présentons quelques résultats sur les problèmes de contrôle stochastique avec incertitude sur le modèle du point de vue théorique et numérique. Nous considérons deux aspects : aspect cible stochastique et aspect équation différentielle stochastique rétrograde du second ordre (2EDSR). Dans les deux cas, on cherche à prouver un principe de programmation dynamique et un théorème de vérification via les EDSRs associés. La théorie des 2EDSRs a été introduite récemment par Soner, Touzi et Zhang ([3], [4]). Nous verrons comment ces objets permettent de résoudre des problèmes de contrôle et jeux stochastiques non-Markoviens avec incertitude sur le modèle. En fait, il s'agit de considérer ces problèmes simultanément sous une famille de mesures de probabilités singulières. L'aspect numérique du problème sera traité à travers deux approches nouvelles : une approche branchement et une approche "faible".

Organisateur

1. **Anis MATOUSSI**, Université du Maine & CMAP-Ecole Polytechnique.

Liste des orateurs

1. **Bruno BOUCHARD**, ENSAE-Paris-Tech & Université Paris-Dauphine.
Titre : Jeux de cible stochastique et couverture partielle sous incertitude de modèle.
2. **Dylan POSSAMAI**, Université Paris-Dauphine.
Titre : EDSR du second-ordre et applications au contrôle et jeux stochastiques robustes.
3. **Pierre-Henry LABORDERE**, Société Générale, Global Market Quantitative Research.
Titre : Algorithmique numérique pour des équations rétrogrades (EDSR) par des processus à branchement.
4. **Xialu TAN**, Université Paris-Dauphine & Ecole Polytechnique.
Titre : Schéma numérique pour les EDSR du second ordre.

Anis Matoussi, Université du Maine et Ecole Polytechnique, Département de Mathématiques, Avenue Olivier Messiaen 72085 Le Mans Cedex 9,

anis.matoussi@univ-lemans.fr

Bruno Bouchard, CEREMADE, Université Paris-Dauphine, Place du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75775 Paris Cedex 16,

bouchard@ceremade.dauphine.fr

Dylan Possamai, CMAP, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex,

dylan.possamai@polytechnique.edu

Pierre-Henry Labordère, Société Générale, Global Market Quantitative Research,

pierre.henry-labordere@sgcib.com

Xialu Tan, CEREMADE, Université Paris-Dauphine, Place du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75775 Paris Cedex 16,

xiaolu.tan@polytechnique.edu

Résumés :

1 Jeux de cible stochastique et couverture partielle sous incertitude de modèle

On étudie un jeu différentiel stochastique dans lequel l'un des joueurs cherche une stratégie assurant qu'un processus contrôlé atteigne une cible formulé comme une contrainte en espérance, quelle que soit l'action du joueur adverse. Dans un cadre très général, on prouve une version affaiblie d'un principe de programmation dynamique géométrique, qui est suffisante pour obtenir une caractérisation comme solution de viscosité d'une équation d'HJB-Isaac de l'ensemble des conditions initiales assurant l'existence d'une telle stratégie. Comme exemple d'application, on résout un problème de couverture partielle d'option avec incertitude de modèle.

2 EDSR du second-ordre et applications au contrôle et jeux stochastiques robustes

La théorie des EDSR du second-ordre a été introduite récemment par Soner, Touzi et Zhang ([3], [4]). Nous verrons comment ces objets permettent de résoudre des problèmes de contrôle et jeux stochastiques non-Markoviens, dits "robustes", au sens où ils sont considérés simultanément sous une famille de mesures de probabilités singulières. Il s'agit de différents travaux en collaboration avec Anis Matoussi, Lambert Piozin et Chao Zhou ([2], [1]).

3 Algorithmique numérique pour des équations rétrogrades (EDSR) par des processus à branchement

Les processus à branchement permettent d'obtenir des représentations stochastiques pour des EDPs de type KPP. Nous généraliserons cette construction et l'appliquerons à la résolution numérique d'EDSRs (sans utiliser de techniques de régression).

4 Schéma numérique pour les EDSR du second ordre

Nous considérons une classe des Equations Différentielles Stochastiques Rétrogrades (EDSR) du second ordre et proposons des schémas numériques. Pour prouver la convergence, nous utilisons les techniques de convergence faible. Ce travail est en collaboration avec Dylan POSSAMAÏ.

Références

- [1] MATOUSSI, A., PIOZIN, L., POSSAMAÏ, D., *Second-order BSDEs with general reflection and Dynkin games under uncertainty*, .. ArXiv :1212.0476 (2012)
- [2] MATOUSSI, A., POSSAMAÏ, D., ZHOU, C., *Reflected second-order backward stochastic differential equations*, The Annals of Applied Probability , to appear.
- [3] SONER, M., TOUZI, N., ZHANG, J., *Wellposedness of second order BSDE's*, Prob. Th. Relat. Fields, 153(1-2) :149-190 (2012). .
- [4] M. SONER, N. TOUZI, J. ZHANG, *Dual formulation of second order target problems*, The Annals of Applied Probability 23 (1),308-347 (2013).

Mini-symposium CSP2

Calcul scientifique et pathologies pulmonaires

Mini-symposium porté par l'ANR BioFiReaDy

Résumé

Nous souhaitons montrer quelques résultats récents concernant l'analyse de pathologies pulmonaires par le calcul scientifique. Nous nous intéressons dans ce symposium à deux grandes classes de pathologies : d'une part celles liées aux altérations du mucus sur la membrane pulmonaire, telles que la mucoviscidose [4] ou les conséquences d'inhalation de produits cilio-toxiques (nicotine) ; d'autre part celles liées à la circulation de l'air, telles que asthme et emphysème. Nous montrerons les résultats obtenus à l'Institut de Mathématiques de Toulouse (IMT) pour le premier type de pathologie (exposés 1 et 2), en partenariat avec le CHU Toulouse-Larrey, le Centre de Ressources et Compétences pour la Mucoviscidose (CRCM), et l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), ainsi que les résultats obtenus pour le second type de pathologie dans la continuité de [2] (exposé 3). En effet, la modélisation et la résolution numérique des EDP qui en découlent [3, 5] permettent de séparer les mécanismes en jeu [6] et d'identifier les paramètres biologiques dominants dans ces pathologies aux mécanismes complexes.

Organisateur

1. **Philippe Poncet**, Institut de Mathématiques de Toulouse, INSA Toulouse.

Liste des orateurs

1. **David Sanchez**, Institut de Mathématiques de Toulouse.
Titre : Analyse de modèles d'EDP couplés pour le mucus pulmonaire.
2. **Robin Chatelin**, Institut de Mathématiques de Toulouse.
Titre : Méthodes particulières 3D à viscosité variable pour le mucus.
3. **Justine Fouchet-Incaux**, Université Paris-Sud et INRIA Paris Rocquencourt.
Titre : Modélisation de l'écoulement de l'air dans l'arbre bronchique.

Philippe Poncet, Institut de Mathématiques et Toulouse, Dept. GMM, INSA, 135 avenue de Rangueil, 31077
Toulouse Cedex 4,
Philippe.Poncet@insa-toulouse.fr

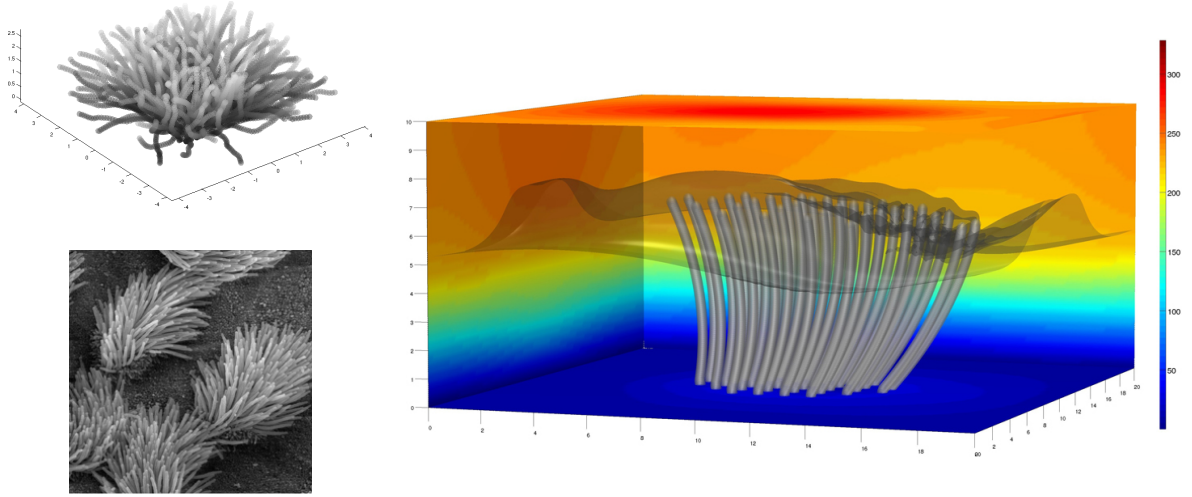


FIGURE 3 – Observation in vitro d'une cellule épithéliale (en bas à gauche) et génération in silico d'une cellule épithéliales (en haut à gauche). Simulation de l'écoulement du mucus autour d'une cellule épithéliale en battement synchrone, en gris isosurface de viscosité, en couleurs norme de la vitesse du fluide (à droite).

1 Analyse de modèles d'EDP couplés pour le mucus pulmonaire

Nous nous intéressons ici aux équations régissant les écoulements de mucus pulmonaires. Ce mucus est essentiellement composé d'eau et de mucine dont la fraction massique dans le mucus sera notée α . Dans les poumons, le mouvement du mucus est assuré par des cils occupant un domaine variable au cours du temps $B(t)$ qui imposent une vitesse $\bar{\mathbf{u}}$ au mucus. L'écoulement du mucus étant incompressible, sa vitesse évolue suivant une équation de Stokes dans le domaine $\Omega \setminus \bar{B}(t)$ dont la viscosité est fonction de la fraction massique de mucine. La densité massique évolue, elle, suivant une équation de convection-diffusion, ce qui nous donne le système couplé suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} & \text{dans } B(t), \\ -\operatorname{div}(2\mu\mathbf{D}(\mathbf{u})) = f - \nabla p & \text{dans } \Omega \setminus \bar{B}(t), \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 & \text{dans } \Omega, \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \alpha - \eta \Delta \alpha = 0 & \text{dans } \Omega, \\ \mu = \Phi(\alpha) & \text{dans } \Omega. \end{cases} \quad (4)$$

Dans un cadre numérique, afin d'éviter de mailler à chaque pas de temps le domaine autour de $B(t)$, Robin Chatelin et Philippe Poncet s'intéressent à un problème approché posé dans le domaine d'étude Ω entier et faisant intervenir une pénalisation sur la vitesse de la forme $\varepsilon^{-1} \mathbf{1}_{B(t)}(\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}})$:

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(2\mu\mathbf{D}(\mathbf{u})) + \frac{\mathbf{1}_{B(t)}}{\varepsilon}(\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) = f - \nabla p & \text{dans } \Omega, \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 & \text{dans } \Omega, \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \alpha - \eta \Delta \alpha = 0 & \text{dans } \Omega, \\ \mu = \Phi(\alpha) & \text{dans } \Omega, \end{cases} \quad (5)$$

Nous nous intéressons ici à l'existence et l'unicité de solution faible pour le problème pénalisé (5) qu'ils étudient puis au passage à la limite quand le paramètre de pénalisation ε tend vers 0. Ce faisant, nous prouvons l'existence et l'unicité de solution faible pour le problème complet (4).

2 Méthodes particulières 3D à viscosité variable pour le mucus

Dans les poumons le mucus forme un film de quelques micromètres d'épaisseur qui recouvre les bronches et les protège de l'inhalation des poussières, agents pathogènes, particules de pollution... Chez un individu sain, ce film de mucus est en permanence renouvelé : il s'écoule depuis le fond des poumons vers la trachée et est avalé dans l'estomac pour être détruit dans le système digestif. L'écoulement du film est créé par les cils des cellules épithéliales qui oscillent dans le mucus à des fréquences de 4 à 20 Hz - figure 3.

Le mucus n'est pas un fluide homogène : il est essentiellement constitué d'eau et de protéines (les mucines) et ses propriétés rhéologiques dépendent étroitement de cette composition. Ainsi on est amené à considérer un écoulement à viscosité variable couplé avec une équation de convection-diffusion pour la fraction massique de mucines dont la viscosité est fonction. Ces échelles spatiales et temporelles conduisent à utiliser le modèle de Stokes pour l'écoulement de ce film de mucus.

Un algorithme hybride grille/particules a été développé combinant un splitting des opérateurs [4], une discrétisation lagrangienne pour le transport [5], une méthode de projection [7] sur les champs à divergence nulle et une méthode de pénalisation [1] pour le traitement de l'interaction fluide structure. Cet algorithme rapide est basé sur l'utilisation de noyaux d'interpolation d'ordre élevé à support compact et de solveurs rapides pour les problèmes elliptiques [3]. La pénalisation ne requiert pas un maillage fin des frontières ce qui est une bonne alternative aux méthodes de types panneaux [8]. Éventuellement les termes raides dues à la pénalisation peuvent être traités en combinant une approche du type Sherman-Morison-Woodbury avec une méthode GMRES.

La dynamique de l'écoulement résultant - figure 3 - brise la réversibilité intrinsèque au problème de Stokes et un déplacement moyen du film de mucus est observé. La rapidité et le caractère séquentiel de l'algorithme permettent de tester la sensibilité du modèle aux paramètres dans un temps raisonnable et de mettre en évidence des situations pathologiques où le film de mucus devient stagnant. C'est le cas de pathologies telles que la mucovicirose.

3 Modélisation de l'écoulement de l'air dans l'arbre bronchique

On cherche à décrire l'écoulement de l'air dans l'appareil respiratoire humain. La géométrie de l'arbre est complexe : il s'agit d'un arbre essentiellement dyadique à environ 23 générations. Différentes échelles et différents régimes d'écoulement sont présents. De plus, les techniques d'imagerie médicale et de segmentation permettent pour l'instant de générer des maillages jusqu'à la sixième génération.

On cherche donc à réduire le domaine de calcul en modélisant les écoulements hors de ce domaine à l'aide de modèles réduits : grâce à une analogie avec un réseau électrique, on simplifie les équations vérifiées dans la partie inférieure de l'arbre en un modèle réduit $0D$ [10] qu'on fait interagir avec la partie supérieure $3D$ grâce à des conditions aux limites non locales [2, 9]. Dans la partie supérieure, on suppose que la vitesse \mathbf{u} du fluide et sa pression p vérifient les équations de Navier-Stokes incompressible. On obtient alors le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}, -\eta \Delta \mathbf{u} + \nabla p = f & \text{dans } (0, T) \times \Omega, \\ \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 & \text{sur } (0, T) \times \Omega, \\ \mathbf{u} = 0 & \text{sur } (0, T) \times \Gamma_\ell, \\ \eta \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} - p \mathbf{n} = -P_{in} \mathbf{n} & \text{sur } (0, T) \times \Gamma_{in}, \\ \eta \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} - p \mathbf{n} = -R^i \left(\int_{\Gamma_{out}^i} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \right) \mathbf{n} - \frac{1}{C^i} \left(\int_t \int_{\Gamma_{out}^i} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \right) \mathbf{n} & \text{sur } (0, T) \times \Gamma_{out}^i, i = 1 \dots N, \\ \mathbf{u}(0, \mathbf{x}) = \mathbf{u}_0(\mathbf{x}) & \end{array} \right. \quad (6)$$

avec N le nombre de frontières artificielles entre la partie $3D$ et les parties $0D$ (vu que les maillages s'arrêtent autour de la sixième génération, N est de l'ordre de 2^6), et R^i et C^i la résistance et la compliance du sous arbre branché à la sortie i du domaine $3D$.

Ces conditions aux limites peuvent être imposées numériquement de manière implicite ou de manière explicite. Le but de ce travail est d'étudier la stabilité théorique et numérique de ces choix en fonction des paramètres physiques et des paramètres de discrétisation.

Références

- [1] P. ANGOT, C.-H. BRUNEAU AND P. FABRIE, *A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows*, Numer. Math. 81,1999, 497–520.
- [2] L. BAFFICO, C. GRANDMONT, AND B. MAURY, *Multiscale modeling of the respiratory tract*, Math. Mod. Meth. Appl. Eng., 20(1), 2010, 59-93.

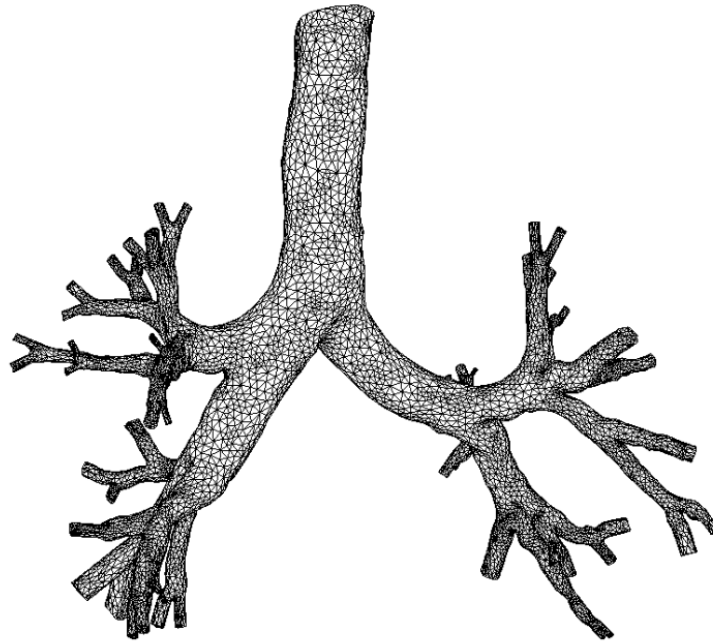


FIGURE 4 – Maillage utilisé pour le calcul de l'écoulement de l'air dans l'appareil respiratoire humain, maillé jusqu'à la sixième génération.

- [3] R. CHATELIN AND P. PONCET, *A particle method for moving bodies in a 3D Stokes flow with variable viscosity*, Submitted.
- [4] R. CHATELIN, P. PONCET, A. DIDIER, M. MURRIS-ESPIN, D. ANNE-ARCHARD AND M. THIRIET, *Mucus and ciliated cells of human lung : splitting strategies for particle methods and 3D stokes flows*, IUTAM 2012 Conference, Copenhagen, Denmark.
- [5] M. EL OSSMANI AND P. PONCET, *Efficiency of multiscale hybrid grid-particle vortex methods*, SIAM MMS 8(5), 2010, 1671-1690.
- [6] S. ENAULT, D. LOMBARDI, P. PONCET AND M. THIRIET, *Mucus dynamics subject to air and wall motion*, ESAIM Proc. 30, 2010, 125-141.
- [7] J.L. GUERMOND, P. MINEV, J. SHEN, *An overview of projection methods for incompressible flows*, Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. 195, 2006, 6011-6045.
- [8] P. PONCET, *Analysis of direct three-dimensional parabolic panel methods*, SIAM J. Numer. Anal. 45 :6, 2007, 2259-2297.
- [9] A. QUARTERONI AND A. VENEZIANI, *Analysis of a geometrical multiscale model based on the coupling of ODEs and PDEs for blood flow simulations*, SIAM MMS, 1(2), 2003, 173-195.
- [10] I. E. VIGNON-CLEMENTEL, C. A. FIGUEROA, K. E. JANSEN, AND C. A. TAYLOR, *Outflow boundary conditions for three-dimensional finite element modeling of blood flow and pressure in arteries*, Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., 195, 2006, 3776-3796.

Mini-symposium ECRE

Ecoulements Complexes dans les Rivières et Estuaires

Mini-symposium soutenu par le GdR EGRIN

Résumé

La modélisation des processus de transport sédimentaire dans les rivières et estuaires revêt un aspect fondamental dans tout ce qui touche à l'aménagement des côtes et des rivières, incluant notamment les problématiques environnementales mais aussi la protection des installations industrielles. À ce titre, ces phénomènes font l'objet d'une abondante littérature dans le domaine de l'hydraulique fluviale [1, 2], mais de nouvelles avancées permettent d'envisager des modifications substantielles des méthodes existantes. Le but du minisymposium est de brosser un panorama des enjeux actuels en terme de modélisation (questions de morphodynamique, de rhéologie granulaire) et de simulation numérique (solveurs volumes finis stables et équilibrés, extension de la portée des codes hydrauliques usuels).

Organisateurs

1. **Emmanuel Audusse**, LAGA, Université Paris 13.
2. **Sébastien Boyaval**, Laboratoire Saint-Venant, Université Paris-Est – EDF R&D – Ecole des Ponts Paris-Tech – CETMEF.

Liste des orateurs

1. **Kamal El Kaddi Abderrazak**, EDF R&D.
Titre : Modélisation numérique du transport de sédiment en milieu fluvial et enjeux industriels.
2. **Ioan Ionescu**, LSPM, Université Paris 13.
Titre : Viscoplastic shallow flow equations with topography.
3. **Carine Lucas**, MAPMO, Université d'Orléans.
Titre : Nouvelles approches mathématiques dans la modélisation de l'érosion.

Emmanuel Audusse, Laboratoire Analyse, Géométrie & Applications, UMR 7539, Institut Galilée, Université Paris 13, 99 avenue J.B. Clément, 93430 Villetaneuse,

audusse@math.univ-paris13.fr

Sébastien Boyaval, Ecole des Ponts ParisTech, 6 et 8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes - Champs sur Marne, 77455 Marne la Vallée Cedex 2,

sebastien.boyaval@saint-venant.enpc.fr

Ioan Ionescu, LSPM, Université Paris 13, CNRS, Institut Galilée, 99 avenue Jean-Baptiste Clément, 93430 Villetaneuse,

ioan.r.ionescu@gmail.com

Kamal El Kaddi Abderrazak, EDF R & D, 6 Quai Watier, BP 49, 78401 Chatou Cedex,

kamal.el-kadi-abderrezzak@edf.fr

Carine Lucas, MAPMO UMR 7349, Fédération Denis Poisson, Université d'Orléans, UFR Sciences, Bâtiment de mathématiques, Route de Chartres, B.P. 6759 - 45067 Orléans cedex 2,

Carine.Lucas@univ-orleans.fr

Description

Dans les rivières, les flux sédimentaires peuvent représenter plusieurs centaines de mètres cubes de gravier ou de sable par an. Il est alors très important de tenir compte de ces mouvements pour prédire non seulement l'évolution du lit de la rivière, mais aussi l'hydraulique de l'écoulement lui-même. Les applications sont nombreuses, tant du point de vue des pouvoirs publics (aménagement du territoire et de protection des zones littorales) que des industriels (citons, par exemple, dans le domaine de la production d'électricité, l'impact de la construction d'un barrage ou la protection des prises d'eau des centrales).



FIGURE 5 – Erosion des berges d'une rivière

Une modélisation hydraulique fine des processus mis en jeu nécessite de pouvoir coupler la description mécanique d'un fluide Newtonien avec une surface libre (l'eau) avec des "processus sédimentaires" (interactions avec des grains rigides en suspension plus ou moins concentrée et plus ou moins répartie dans la colonne d'eau). Les processus de rétroactions multiples qui naissent de ce couplage font de ces phénomènes un problème complexe, dans lequel interviennent notamment des physiques et des dynamiques très différentes. De nombreuses techniques ont été développées par les hydrauliciens pour faire face à ces problèmes. L'exposé de K. El Kaddi Abderrazak (EDF R&D) sera ainsi l'occasion d'introduire ces problématiques et de présenter les outils développés et utilisés au sein de l'entreprise EDF pour simuler ces processus.

Des avancées récentes, tant du point de vue de la compréhension de la rhéologie des milieux granulaires, que de la simulation numériques des écoulements, permettent aujourd'hui d'envisager de nouveaux travaux, basés sur des modifications substantielles des approches classiques. Ces nouvelles approches seront au coeur des exposés de I. Ionescu (LSPM, Univ. Paris 13) et de C. Lucas (MAPMO, Univ. Orléans). Le premier exposé sera plus particulièrement consacré aux aspects de modélisation et de simulation numérique pour des fluides présentant des rhéologies complexes [4, 3]. Le second portera sur les nouvelles approches mathématiques développées dans le cadre des processus hydro-sédimentaires [5, 6].

Références

- [1] W.H. GRAF, *Hydraulics of Sediment Transport*, Water Ressources Publications LLC, Colorado, 1998.
- [2] L.C. VAN RIJN, *Principles of Sediment Transport in Rivers, Estuaries and Coastal Seas*, Aqua Publications, Blokzijl, 1993,2006.
- [3] BRESCH, D. ; FERNNDEZ-NIETO, E. D. ; IONESCU, I. R. ; VIGNEAUX, P., *Augmented Lagrangian method and compressible visco-plastic flows : applications to shallow dense avalanches*, New directions in mathematical fluid mechanics, 57D89, Adv. Math. Fluid Mech., Birkhuser Verlag, Basel, 2010.
- [4] O. POULIQUEN, Y. FORTERRE, *A self-activated model for the rheology of dense granular flows*, Phil. Trans. R. Soc. A, 367, 5091-5107, 2009.
- [5] CORDIER, S. ; LUCAS, C., ZABSONR J., *A two time-scale model for tidal bed-load transport*, Commun. Math. Sci. 10, no. 3, 875D888, 2012.
- [6] CASTRO DAZ, M. ; FERNNDEZ-NIETO, E. ; MORALES DE LUNA, T. ; NARBONA-REINA, G. ; PARS, C., *A HLLC scheme for nonconservative hyperbolic problems. Application to turbidity currents with sediment transport*, ESAIM Math. Model. Numer. Anal. 47, no. 1, 1D32, 2013.

Mini-symposium EsPaEDP

Estimation de paramètres pour les EDP

Mini-symposium porté par les GdR Calcul et MASCOT-NUM

Résumé

Le GdR MASCOT-NUM et le GDR Calcul s'associent pour proposer un mini-symposium à l'interface des deux communautés. La problématique générale de l'estimation de paramètres suppose le plus souvent un grand nombre d'évaluation du problème considéré, engendrant un coût calcul qui peut être hors de portée selon la complexité du modèle. Plusieurs voies de recherche s'attaquent au problème selon des angles différents, allant de la réduction de modèles à des approches plus statistiques. Ce mini-symposium s'intéresse plus particulièrement aux approches couplées edp-statistiques, les exposés exploreront différents points de vue au travers d'applications variées.

Organisateurs

1. **Clémentine Prieur**, Université Joseph Fourier, Laboratoire Jean Kuntzmann.
2. **Violaine Louvet**, Université Lyon 1, Institut Camille Jordan.
3. **Laurence Viry**, Université Joseph Fourier, Laboratoire Jean Kuntzmann.

Liste des orateurs

1. **Marc Hoffmann**, Paris Dauphine, CEREMADE.
Titre : Estimation statistique des paramètres pour des EDP de type transport-fragmentation.
2. **Tony Lelièvre**, Ecole des Ponts ParisTech, CERMICS.
Titre : Algorithmes gloutons pour la réduction de modèle.
3. **Emmanuel Grenier**, ENS Lyon, UPMA.
Titre : Couplage entre algorithme SAEM et précalcul pour la paramétrisation populationnelle d'équations de réaction diffusion.
4. **Nabil Rachdi**, EADS.
Titre : Calibration d'un système d'EDP pour la régulation thermique au sein de la cabine d'un avion.

Clémentine Prieur, Université Joseph Fourier (Grenoble 1), Laboratoire Jean Kuntzmann, Equipe-Projet Inria MOISE, Tour IRMA BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9, France,

clementine.prieur@imag.fr

Violaine Louvet, Université Claude Bernard Lyon 1, Institut Camille Jordan, 43 boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne cedex, France,

louvet@math.univ-lyon1.fr

Laurence Viry, Université Joseph Fourier (Grenoble 1), Laboratoire Jean Kuntzmann, Tour IRMA BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9, France,

laurence.viry@imag.fr

Marc Hoffmann, Université Paris-Dauphine, Centre De Recherche en Mathématiques de la Décision, Groupe Mathématiques de l'économie et de la finance, Place du Maréchal De Lattre De Tassigny, 75775 Paris Cedex 16, France,

hoffmann@ceremade.dauphine.fr

Tony Lelièvre, Ecole des Ponts ParisTech, CERMICS, Simulation moléculaire et multi-échelle, 6 et 8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, Champs sur Marne, 77455 Marne la Vallée Cedex 2, France,

lelievre@cermics.enpc.fr

Emmanuel Grenier, ENS de Lyon (site Sciences), UMPA, Equipe/projet INRIA Numed, 46 allée d'Italie, 69364 Lyon Cedex 07, France,

emmanuel.grenier@ens-lyon.fr

Nabil Rachdi, Ingénieur de recherche en mathématiques appliquées chez EADS, 12 rue Pasteur, Suresnes (92), France,

Nabil.Rachdi@eads.net

Le GDR MASCOT-NUM et le GDR Calcul s'associent pour proposer un mini-symposium sur les approches couplées edp-statistiques, notamment en ce qui concerne l'estimation des paramètres. L'estimation de paramètres requiert généralement un grand nombre d'évaluation du modèle considéré, engendrant un coût de calcul qui peut vite devenir prohibitif selon la complexité du modèle. Plusieurs alternatives, allant de la réduction de modèle déterministe à des approches et/ou algorithmes statistiques, ont été proposées pour résoudre ce problème de coût. Ce mini-symposium a pour objectif de présenter quelques unes de ces approches sur des cas d'études explicites.

Le mini-symposium *Estimation de paramètres pour les EDP* sera composé de 4 exposés, dont un exposé industriel. Le contenu des exposés est détaillé ci-après.

1 Estimation statistique des paramètres pour des EDP de type transport-fragmentation.

Orateur : Marc Hoffmann.

Résumé : Nous considérons sous l'angle statistique la reconstruction des paramètres d'une équation de type transport-fragmentation, dont un des champs d'applications est la modélisation de l'évolution de populations cellulaires structurées en taille, âge ou facteur de croissance. Sur plusieurs exemples, nous expliquerons comment le schéma d'observation accessible au statisticien pour le même problème de modélisation sous-jacent modifie le type d'équations que l'on est amené à considérer. Dans ce contexte, nous caractériserons les vitesses d'estimation et fournirons des procédures d'estimation non-paramétriques optimales. Ce travail est en collaboration avec Marie Doumic (INRIA et Laboratoire J.L. Lions).

2 Algorithmes gloutons pour la réduction de modèle

Orateur : Tony Lelièvre.

Résumé : Nous présenterons une famille d'algorithmes gloutons qui ont été proposés par F. Chinesta et A. Nouy pour approcher la solution de problèmes en grande dimension. Ces techniques s'appliquent en particulier à des équations aux dérivées partielles paramétrées. Nous présenterons les algorithmes et des développements récents concernant l'approximation du premier mode propre de problèmes elliptiques. Il s'agit d'un travail en commun avec Eric Cancès et Virginie Ehrlacher.

3 Couplage entre algorithme SAEM et précalcul pour la paramétrisation populationnelle d'équations de réaction diffusion

Orateur : Emmanuel Grenier.

Résumé : La paramétrisation populationnelle d'une équation aux dérivées partielles longue à calculer par un algorithme de type SAEM (utilisé par exemple dans Monolix) conduit à des temps de calcul prohibitifs. Il apparaît nécessaire de combiner SAEM avec un algorithme de réduction du temps de calcul pour se ramener à des temps raisonnables. Dans cet exposé nous montrerons comment coupler des algorithmes de précalcul sur une grille avec SAEM et appliquerons ces stratégies à la paramétrisation de KPP.

4 Calibration d'un système d'EDP pour la régulation thermique au sein de la cabine d'un avion

Orateur : Nabil Rachdi.

Résumé : Le groupe EADS est un leader mondial de l'aéronautique et de défense, dont ses activités dépendent fortement du développement et de l'intégration d'états de l'art et de nouvelles technologies dans ses produits afin de garantir la compétitivité nécessaire au sein de ses marchés.

Cet exposé présente le problème de confort au sein d'une cabine d'un avion commercial en phase de conception, ainsi que certains challenges scientifiques identifiés. Les échanges thermiques dans la cabine et la baie d'un avion sont modélisés par les équations de Navier-Stokes, qui sont implémentées dans un logiciel informatique. La résolution de telles équations, notamment les conditions limites, induit la présence de paramètres souvent mal connus. Il y a principalement deux types de tels paramètres : il y a ceux dont on connaît une valeur nominale mais qui sont sujets à une variabilité ou une incertitude intrinsèque (ex. le taux de turbulence, etc.), puis il y a ceux qui doivent être estimés (ex. résistance thermique de contact, conductivité thermique, etc.). L'estimation de ces derniers paramètres nécessite une information supplémentaire qui est en pratique la disponibilité de données d'avions antérieurs, d'expériences réelles, d'essais en chambre, etc. Bien souvent, les méthodes d'estimation peuvent

s'avérer gourmandes en temps de calcul, notamment dû au coût de simulation du système EDP. Des techniques de réduction de modèle seront envisagées pour contourner cette difficulté. Les méthodes présentées seront illustrées sur un cas test industriel.

Conclusion

Nous espérons que ce mini-symposium suscitera des questions de recherche pertinentes à la frontière des GdR Calcul et MASCOT-NUM.

Mini-symposium EVEC

Modèles pour l'évolution du vivant et l'écologie

Résumé

La modélisation mathématique du vivant et de la biodiversité prend une place de plus en plus importante dans la communauté scientifique. Les problèmes de modélisation sont variés et nécessitent, suivant les échelles auxquelles on se place, une modélisation déterministe ou aléatoire. De nombreux modèles et outils ont été proposés récemment en utilisant des équations intégro-différentielles et des processus stochastiques. Ces études sont motivées par de nombreuses applications en biologie et en écologie, comme l'étude du réchauffement climatique ou de la propagation et l'évolution des espèces invasives. Le but de ce minisymposium est de présenter des nouvelles avancées des approches déterministes et probabilistes dans ce domaine.

Organisateur

1. **Sepideh Mirrahimi**, CNRS, Institut de mathématiques de Toulouse.

Liste des orateurs

1. **Robin Aguilée**, Laboratoire Evolution et Diversité Biologique, Université Paul Sabatier.
Titre : Comment la dispersion du pollen et des graines affecte-t-elle l'évolution de la niche écologique ?.
2. **Nicolas Champagnat**, IECN et INRIA Nancy, Équipe-projet TOSCA.
Titre : Modélisation aléatoire de l'évolution darwinienne : un modèle de chemostat à plusieurs ressources.
3. **Alexander Lorz**, Laboratoire Jacques-Louis Lions, UPMC.
Titre : Un modèle de dynamique des populations avec une coupure des petites densités.

Sepideh Mirrahimi, Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Paul Sabatier, 118, route de Narbonne, F-31062 Toulouse Cedex 9,

Sepideh.Mirrahimi@math.univ-toulouse.fr

Robin Aguilée, Laboratoire Evolution et Diversité Biologique, Bâtiment 4R1 Université Paul Sabatier, 118, route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex 9,

robin.aguilee@univ-tlse3.fr

Nicolas Champagnat, IECN et INRIA Nancy - Grand Est, Campus scientifique - B.P. 70239, 54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex,

Nicolas.Champagnat@inria.fr

Alexander Lorz, Laboratoire Jacques-Louis Lions (LJLL), Université Pierre et Marie Curie - Paris 6 (UPMC), Boîte courrier 187, 4, place Jussieu, 75252 Paris cedex 05,

Lorz@ann.jussieu.fr

1 Introduction

Ce minisymposium porte sur l'étude de la dynamique des populations structurées suivant les principes de la théorie de l'évolution. L'évolution Darwinienne (voir Figure 1 pour un exemple d'arbre phylogénétique) est la conséquence de trois mécanismes de base : hérédité (la transmission des caractères individuels d'une génération à une autre), mutation (l'erreur, généralement rare, dans la transmission des caractères au moment de reproduction qui crée de la variabilité dans la population) et la sélection naturelle (le résultat de l'interaction des individus entre eux et leur environnement ; la compétition entre des individus conduit à la sélection de l'individu le mieux adapté). L'étude de la dynamique des populations a connu récemment un développement très rapide dans la littérature mathématique, car plusieurs théories ont permis de l'aborder.

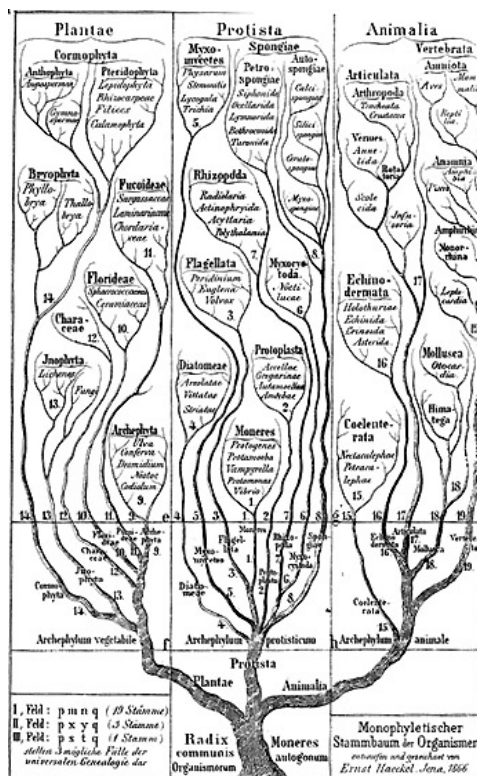


FIGURE 6 – Arbre phylogénétique de Haeckel. Issu de <http://bioinfo.uqam.ca/bif7002/archives/Hiver2005/Phylogenie/>

Une de ces théories est basée sur des équations intégro-différentielles. Des populations structurées par traits phénotypiques, peuvent être modélisées à l'aide des équations non-locales de Lotka-Volterra avec petite diffusion. Ces équations ont la propriété qu'asymptotiquement les solutions se concentrent sur un ou plusieurs points qui évoluent avec le temps. La dynamique de ces points de concentration peut être décrite par des équations Hamilton-Jacobi avec contrainte. Cette approche a été introduite en 2004 [7]. Plusieurs travaux successifs ont fourni un cadre qui permet la compréhension de la dynamique des populations structurées par traits phénotypiques [2, 10, 6].

Une approche en rapport avec celle-ci est basée sur l'étude des solutions stationnaires stables des équations intégro-différentielles. Cette approche a été introduite en 2008 [8] et a été développée dans [11, 9, 1].

Ces phénomènes sont également étudiés à l'aide d'une théorie probabiliste qui considère des populations finies (voir e.g. [4, 5, 3]). Un des grands axes de ces travaux porte sur l'analyse des limites en grandes populations en mettant à l'échelle les naissances/mortalités/mutations [4, 5]. Ces travaux ont permis en particulier de valider des modèles déterministes étudiés par l'école EDPiste citée ci-dessus.

Bien que ces études ont eu un progrès rapide durant ces dernières années, la plupart des résultats existants sont restreints à des modèles très simples. Plusieurs phénomènes biologiques restent à être intégrés dans les modèles. Pour approfondir ces études, d'une part il est essentiel d'établir une communication forte entre les mathématiciens et les biologistes du domaine, pour valider, collaborer et transférer des avancées. D'autre part, il est important de

renforcer le dialogue entre les communautés déterministes et probabilistes, puisqu'une particularité de nombreux phénomènes liés à la dynamique des populations est que pour les décrire on a souvent besoin des modèles et des techniques qui sont à l'interface des méthodes stochastiques et déterministes. Dans ce minisymposium nous essayons de montrer ces différents aspects de modélisation de la dynamique des populations, avec trois orateurs : un biologiste, un probabiliste et un EDPiste.

2 Résumés des exposés

Exposé 1 : Comment la dispersion du pollen et des graines affecte-t-elle l'évolution de la niche écologique ?

Orateur : Robin Aguilée.

Il s'agit d'un travail effectué en collaboration avec Frank H. Shaw, François Rousset, Ruth G. Shaw et Ophélie Ronce.

Dans un environnement hétérogène, les conséquences génétiques et démographiques de la dispersion influencent l'évolution de la largeur de la niche écologique. Hormis lorsque le pollen est limitant, la dispersion du pollen ne contribue pas directement à la croissance démographique. Toutefois, de par ses conséquences sur l'adaptation locale, elle affecte indirectement la dynamique des populations. Nous avons comparé l'effet de la dispersion du pollen et des graines sur l'évolution de la largeur de la niche dans des habitats hétérogènes, en tenant explicitement en compte la rétroaction entre maladaptation et démographique.

Nous avons d'abord considéré deux scénarios : le contact secondaire de deux sous-populations dans des habitats distincts, précédemment isolés, et l'invasion d'un habitat précédemment vide, avec dispersion entre le nouvel habitat et l'ancien. À l'aide d'un modèle analytique, nous avons identifié les niveaux critiques de variance génétique conduisant à une contraction de la niche (scénario "contact secondaire") ou à son expansion (scénario "nouvel habitat"). Nous avons confronté ces prédictions à des simulations où la variance génétique évolue librement. La contraction de la niche est d'autant plus rapide que le flux de gènes total augmente, ou que la contribution du pollen au flux de gènes total est importante. La dispersion des graines accélère l'expansion de la niche, au contraire du pollen qui tend à la retarder. Dans l'ensemble, les résultats de ce modèle prédisent une large niche pour les espèces dispersant principalement via leurs graines plutôt que via leur pollen.

Nous avons ensuite considéré une population vivant sur un gradient environnemental continu. Ce gradient spatial se déplace au cours du temps, ce qui mime, par exemple, un changement climatique. Nous présenterons des résultats de l'influence différentielle de la dispersion du pollen et des graines sur la largeur de la niche et sur la vitesse critique de déplacement du gradient conduisant à l'extinction.

Exposé 2 : Modélisation aléatoire de l'évolution darwinienne : un modèle de chemostat à plusieurs ressources

Orateur : Nicolas Champagnat.

Il s'agit d'un travail en collaboration avec Sylvie Méléard et Pierre-Emmanuel Jabin.

On considère un modèle évolutif de populations en compétition pour plusieurs ressources selon un modèle de type chemostat. Ce modèle décrit par exemple l'adaptation de bactéries interagissant avec leur environnement composé de ressources. Les bactéries sont caractérisées par un trait continu décrivant l'impact reproductif de leur consommation de chaque ressource. Il s'agit d'un modèle individu-centré, dans lequel chaque mort, naissance et mutation de bactéries est modélisée selon un processus discret, tandis que les concentrations de ressources évoluent de façon continue, déterministe par morceaux. On considère une dynamique rapide de naissances, morts et consommation de ressources, et un taux de mutation lent. Dans cette limite, nous prouvons que la population se comporte sur l'échelle de temps des mutations comme un processus de saut décrivant les invasions successives de mutants. Dans la limite des petites mutations, ce processus converge vers une EDO appelée "équation canonique des dynamiques adaptatives", et nous caractérisons les traits au voisinage desquels une diversification de la population est possible. Ce phénomène, appelé branchement évolutif, correspond à une transition d'une population

essentiellement monotype vers une population multitype, où chaque type d'individu continue à interagir avec tous les autres.

Exposé 3 : Un modèle de dynamique des populations avec une coupure des petites densités

Orateur : Alexander Lorz.

La question de 'couper la queue' de la solution d'une équation elliptique se pose naturellement dans plusieurs contextes et conduit à un problème de perturbation singulière avec une forte coupure.

Nous considérons à la fois l'EDP avec une dérive et le cas symétrique où un problème variationnel peut être écrit.

On sait que, dans les deux cas, la même échelle critique se pose pour la taille de la perturbation singulière. Il est intéressant de constater que dans les deux cas, un autre paramètre critique (d'ordre un) apparaît qui détermine si le comportement limite est non-dégénéré. Nous étudions théoriquement et numériquement les valeurs de ce paramètre critique et, dans le cas symétrique, vérifions si la solution variationnelle conduit à la même valeur que pour la solution maximale de l'EDP.

Ce travail a été effectué en collaboration avec Benoît Perthame (UPMC Univ Paris 06, CNRS UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, 4, pl. Jussieu F75252 Paris cedex 05. INRIA-Rocquencourt, EPI BANG. Institut Universitaire de France) et Peter Markowich (King Abdullah University of Science and Technology (KAUST), CSMSE Division, Thuwal 23955-6900. Saudi Arabia.)

Références

- [1] A. ARNOLD, L. DESVILLETES AND C. PRÉVOST, *Existence of nontrivial steady states for populations structured with respect to space and a continuous trait*, Comm. Pure Appl. Anal 11, 1 (2012) 83–96.
- [2] G. BARLES, S. MIRRAHIMI AND B. PERTHAME, *Concentration in Lotka-Volterra parabolic or integral equations : a general convergence result*, Methods and Applications of Analysis (MAA). 16, 3 (2009) 321–340.
- [3] N. CHAMPAGNAT AND A. LAMBERT, *Evolution of discrete populations and the canonical diffusion of adaptive dynamics*, Ann. Appl. Probab., 17 (2007) 102–155.
- [4] N. CHAMPAGNAT, R. FERRIÈRE, AND S. MÉLÉARD, *Unifying evolutionary dynamics : From individual stochastic processes to macroscopic models*, Th. Pop. Biol., 69 (2006) 297–321.
- [5] N. CHAMPAGNAT, R. FERRIÈRE, AND S. MÉLÉARD, *Individual-based probabilistic models of adaptive evolution and various scaling approximations*, vol. 59 of Progress in Probability, Birkhäuser, 2008.
- [6] N. CHAMPAGNAT AND P.-E. JABIN, *The evolutionary limit for models of populations interacting competitively via several resources*, Journal of Differential Equations. 261 (2011) 179–195.
- [7] O. DIEKMANN, P.E. JABIN, S. MISCHLER AND B. PERTHAME, *The dynamics of adaptation \hat{E} : an illuminating example and a Hamilton-Jacobi approach*, Theor. Pop. Biol. 67 (2005) 257–271.
- [8] L. DEVILLETES, P.E. JABIN, S. MISCHLER AND G. RAOUL, *On mutation-selection dynamics*, Comm. Math. Sci., 6, 3 (2008) 729-747.
- [9] P.-E. JABIN AND G. RAOUL, *On selection dynamics for competitive interactions*, J. Math. Bio. 63, 3 (2011) 493–517.
- [10] A. LORZ, S. MIRRAHIMI AND B. PERTHAME, *Dirac concentration in a multidimensional nonlocal parabolic equation*, Communications in Partial Differential Equations (CPDE). 36, 6 (2011) 1071–1098.
- [11] G. RAOUL, *Local stability of evolutionary attractors for continuous structured populations*, To appear in Monatsh. Math..

Mini-symposium FiME

Valorisation et couverture sur les marchés de l'énergie

Résumé

Les méthodes simples de valorisation financière et de couverture des risques ne peuvent pas s'appliquer aux marchés de l'énergie pour deux raisons principales :

- la structure incomplète des marchés de l'énergie, en particulier celle du marché de l'électricité,
- le besoin de valoriser des produits complexes (options swing, centrales de production, contrats de fourniture d'une demande aléatoire d'électricité,...).

Ces spécificités posent des problématiques nouvelles en terme de valorisation et de couverture de risques. Elles nécessitent le développement de techniques originales pour l'analyse des liens entre les commodités énergétiques, leur modélisation mathématique et la détermination de stratégies optimales de couverture. L'objectif de ce minisymposium est, d'une part, de présenter les particularités des marchés de l'énergie et les problématiques de valorisation et de couverture auxquelles un acteur tel qu'un producteur d'électricité doit faire face et, d'autre part, de présenter les travaux récents sur les techniques de valorisation et de couverture.

Organisateur

1. **Olivier Féron**, EDF R&D et Laboratoire de Finance des marchés de l'énergie, Université Paris Dauphine.

Liste des orateurs

1. **Olivier Féron**, EDF R&D et Laboratoire de Finance des marchés de l'énergie, Université Paris Dauphine.
Titre : Introduction aux problématiques de valorisation et de gestion des risques sur les marchés de l'énergie.
2. **Stéphane Goutte**, Laboratoire de probabilités et modèles aléatoires, Université Denis Diderot (P7).
Titre : Couverture d'options sur des prix futures de l'électricité.
3. **Nicolas Langrené**, Laboratoire de probabilités et modèles aléatoires, Université Denis Diderot (P7) et Laboratoire de finance des marchés de l'énergie, Université Paris-Dauphine.
Titre : Modélisation structurelle du prix de l'électricité pour la valorisation et la couverture sur les marchés électriques.

Olivier Féron, EDF R&D, Département Optimisation, simulation, risques et statistique, 1 avenue du Général de Gaulle, CLAMART et Laboratoire de finance des marchés de l'énergie, Université Paris-Dauphine,
olivier-2.feron@edf.fr

Stéphane Goutte, Laboratoire de probabilités et modèles aléatoires / UMR 7599, Université Denis Diderot (P7), PARIS ,
goutte@math.univ-paris-diderot.fr

Nicolas Langrené, Laboratoire de probabilités et modèles aléatoires / UMR 7599, Université Denis Diderot (P7), PARIS et Laboratoire de finance, des marchés de l'énergie, Université Paris-Dauphine,
langrene@math.univ-paris-diderot.fr

Introduction

Les méthodes simples de valorisation financière et de couverture des risques ne peuvent pas s'appliquer aux marchés de l'énergie pour deux raisons principales :

- la structure incomplète des marchés de l'énergie, en particulier celle du marché de l'électricité,
- le besoin de valoriser des produits complexes (options swing, centrales de production, contrats de fourniture d'une demande aléatoire d'électricité,...).

Ces spécificités posent des problématiques nouvelles en terme de valorisation et de couverture de risques. Elles nécessitent le développement de techniques originales pour l'analyse des liens entre les commodités énergétiques, leur modélisation mathématique et la détermination de stratégies optimales de couverture. La première présentation introduit les marchés de l'énergie et leurs particularités. Les deux présentations suivantes concernent deux approches de modélisation et de stratégie de couverture adaptées aux marchés de l'énergie.

1 Introduction aux problématiques de valorisation et de gestion des risques sur les marchés de l'énergie

Nous présentons, dans un premier temps, les différents risques financiers auxquels un énergéticien doit faire face. Nous nous focalisons sur le risque de base et le risque volume, très particuliers aux marchés de l'électricité. Par un exemple simple, nous montrons que l'étude (classique en finance) du rythme de couverture fait apparaître une limite incompressible dès qu'il existe un risque volume, ce qui fait ressortir un exemple des spécificités liées au marché de l'énergie. Dans un second temps, nous décrivons les différents produits « financiers » constituant le portefeuille d'un énergéticien. Certains produits sont ceux observables sur les marchés organisés (principalement des produits spot et à terme), d'autres sont une interprétation financière des actifs de production (centrales de production, actifs de stockage) et des contrats de fourniture d'électricité aux clients finals. Nous faisons alors ressortir la non-complétude du marché et donc les problèmes ouverts de valorisation et de couverture associés. Les deux présentations qui suivent proposent, par deux approches différentes, des modélisations et des stratégies de couverture adaptées aux spécificités des marchés de l'énergie.

2 Couverture d'options sur des prix futures de l'électricité

Nous considérons une version discrète du modèle à deux facteurs défini en temps continue par Benth et al. ([2] et [3]) appliqué au cas particulier de la modélisation du prix futur de l'électricité. Notre but est alors de résoudre le problème de couverture variance optimale d'une option basée sur ce prix future. Dans le cas du marché de l'électricité, le sous-jacent est en effet un processus exponentiel à accroissements indépendants. Typiquement, celui-ci est constitué de deux facteurs : le premier est un facteur gaussien et le deuxième est un facteur possédant à la fois la propriété de retour à la moyenne et est dirigé par un processus à saut de type Lévy.

Nous résolvons alors le problème de couverture variance-optimale en utilisant la théorie initiée par Föllmer et Schweizer dans [7] et développée par la suite dans [12] et [13]. Nous utilisons notamment la célèbre décomposition de Föllmer-Schweizer qui nous permet d'établir des décompositions explicites pour une large classe d'options. Nous obtenons alors des formules explicites nous donnant la stratégie optimale de couverture à suivre ainsi qu'une évaluation de l'erreur de notre couverture variance-optimale.

De plus, étant donnée la structure particulière de la volatilité du marché de l'électricité, nous nous intéressons aussi sur le choix optimal des instants de rebalancements et donc sur leurs impacts en terme d'erreur de couverture.

3 Modélisation structurelle du prix de l'électricité pour la valorisation et la couverture sur les marchés

Nous développons un modèle structurel risque-neutre reliant le prix de l'électricité à celui des autres énergies (pétrole, gaz, charbon,...). Il s'agit d'une extension du modèle proposé dans [1]. En particulier, nous introduisons un mécanisme de rareté permettant de générer des pics de prix lorsque les capacités de production disponibles s'épuisent.

Nous appliquons ensuite ce modèle au problème de valorisation et de couverture de dérivés électriques. Le modèle faisant intervenir à la fois des sources de risque couvrables (prix de combustibles) et non couvrables (demande d'électricité et capacités de production), il y a incomplétude de marché. Dans ce cadre, nous choisissons d'utiliser l'approche par minimisation du risque local ([7]), permettant de décomposer le risque et de construire des stratégies de couverture pour la composante couvrable du risque.

Nous obtenons des formules fermées pour le prix et la stratégie de couverture des contrats à terme d'électricité, et des formules semi-explicites pour les options européennes sur différence de prix (entre électricité et combustible)

ainsi que pour les options européennes sur contrat à terme d'électricité. Les actifs de couverture considérés sont les contrats à terme sur combustibles, ainsi que, dans le cas des options, les contrats à terme d'électricité. Nous illustrons numériquement la diminution de risque apportée par ces couvertures, et constatons l'existence de deux phases temporelles bien distinctes. Loin de la maturité, les risques couvrables dominent et l'erreur de couverture est négligeable. Proche de la maturité, ce sont les risques physiques non couvrables qui dominent, et la stratégie de couverture partielle devient inopérante. En particulier, lorsqu'il est loin de la maturité, un contrat à terme d'électricité se comporte comme un panier de contrats à terme sur combustibles.

Références

- [1] R. AÏD, L. CAMPI, A. NGUYEN HUU ET N. TOUZI, *A Structural risk-neutral model of electricity prices*, International Journal of Theoretical and Applied Finance, 12(7), 925-947, 2009.
- [2] F. E. BENTH, J. KALLSEN ET T. MEYER-BRANDIS, *A non-Gaussian Ornstein-Uhlenbeck process for electricity spot price modeling and derivatives pricing*, Applied Mathematical Finance, 14(2), 153-169, 2007.
- [3] F. E. BENTH ET J. SALTYTE-BENTH (2004), *The normal inverse Gaussian distribution and spot price modeling in energy markets*, International journal of theoretical and applied finance, 7(2), 177-192, 2004.
- [4] R. BÖRGER, *Energy-Related Commodity Futures : Statistics, Models and Derivatives*, Thèse, Université Ulm, 2007.
- [5] M. BURGER, B. GRAEBER ET G. SCHINDLMAYR, *Managing Energy Risk : An Integrated View on Power and Other Energy Markets*, The Wiley Finance Series, 2008.
- [6] G. CORTAZAR, C. MILLA ET F. SEVERINO, *A multicommodity model of futures prices : using futures prices of one commodity to estimate the stochastic process of another*, Journal of Futures Markets, 28(6), pp.537-560, 2008.
- [7] H. FÖLLMER ET M. SCHWEIZER, *Hedging of contingent claims under incomplete information*, Applied stochastic analysis, M. H. A. Davis and R. J. Elliot (eds.), Stochastics Monographs, 5, Gordon and Breach, New York, 389-414, 1991.
- [8] S. GOUTTE, N. OUDJANE ET F. RUSSO, *Variance optimal hedging for discrete time processes with independent increments. Application to Electricity Markets*, Journal of Computational Finance. Forthcoming, 2011.
- [9] S. GOUTTE, N. OUDJANE ET F. RUSSO, *Variance optimal hedging for exponential of additive processes and applications*, Stochastics : An International Journal of Probability and Stochastic Processes. Forthcoming, 2012.
- [10] H. KAT ET R.C.A. OOMEN, *What every investor should know about commodities. Part II : multivariate return analysis*, Rapport, Alternative Investment Research Centre Working Paper Series, 2006.
- [11] E. SCHWARTZ, *The stochastic behavior of commodity prices : implications for valuation and hedging*, The Journal of Finance, 52(3), pp.923-973, 1997.
- [12] M. SCHWEIZER, *Approximating random variables by stochastic integrals*, The Annals of Probability, 22(3), 1536-1575, 1994. .
- [13] M. SCHWEIZER, *Variance-optimal hedging in discrete time*, Mathematics of Operations Research, 20(1), pp. 1-32, 1995.
- [14] R. WERON, *Modelling and forecasting electricity loads and prices : A statistical approach.*, Wiley & Sons, 2006.

Mini-symposium GAAD

Géométrie algorithmique et analyse géométrique de données

Mini-symposium porté par l'ANR GIGA et le groupe thématique SMAI-SIGMA

Résumé

Les problématiques liées à l'analyse de données géométriques sont en plein développement, aussi bien pour des applications en petite dimension (maillages ou nuages de points $3D$) qu'en dimension plus grande (données obtenues par échantillonnage d'un espace de configurations de protéines, par exemple). Les outils issus de la géométrie algorithmique sont de plus en plus utilisés pour ces applications, qui appellent en retour des développements aussi bien pratiques que théoriques du domaine. Il s'agit de pouvoir traiter des jeux de données plus massifs, et vivant dans un espace ambiant de grande dimension. Le but de ce mini-symposium est de présenter plusieurs travaux récents dans cette direction, représentant trois sous-domaines de la géométrie algorithmique : (i) topologie algorithmique en grande dimension et reconstruction de surfaces, (ii) construction de formules d'inclusion-exclusion adaptées à une famille d'ensembles et (iii) appariement de surfaces (shape matching) en utilisant l'opérateur de Laplace-Beltrami.

Organisateur

1. **Quentin Mérigot**, Université de Grenoble / CNRS.

Liste des orateurs

1. **Dominique Attali**, Grenoble INP / CNRS.
Titre : Reconstruction de formes en grandes dimensions.
2. **Xavier Goaoc**, Loria.
Titre : Formules d'inclusion-exclusion simplifiées.
3. **Maks Ovsjanikov**, École Polytechnique / CNRS.
Titre : Une approche fonctionnelle pour l'appariement de surfaces.

Quentin Mérigot, Laboratoire Jean Kuntzmann, 51 rue des Mathématiques, Campus de Saint Martin d'Hères BP 53, Grenoble Cedex 09,

Quentin.Merigot@imag.fr

Dominique Attali, Gipsa-lab, 11 rue des Mathématiques, Campus de Saint-Martin d'Hères BP46, F-38402 Saint-Martin d'Hères Cedex,

Dominique.Attali@gipsa-lab.grenoble-inp.fr

Xavier Goaoc, Loria, Batiment B, 615 rue du Jardin Botanique, 54600 Villers-lès-Nancy,

goaoc@loria.fr

Maks Ovsjanikov, LIX, Bâtiment Alan Turing, École polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex,

maks@lix.polytechnique.fr

1 Reconstruction de formes en grandes dimensions

Dominique Attali

Collaboration avec André Lieutier et David Salinas.

Dans de nombreuses situations, la forme géométrique étudiée est uniquement connue au travers d'un ensemble fini de points éventuellement bruités qui l'échantillonnent. Il est alors souhaitable, à partir de l'unique donnée de ces points, de construire un modèle informatique qui reflète à la fois la géométrie et la topologie de la forme sous-jacente échantillonnée.

Dans cet exposé, nous verrons une approche pour reconstruire, qui retourne en sortie le complexe de Rips des points de données de paramètre r (pour un r bien choisi). Le complexe de Rips s'obtient en construisant dans un premier temps le graphe de voisinage des points, c'est-à-dire en connectant les points à distance moins de $2r$, puis en ajoutant toutes les cliques de ce graphe. Le complexe de Rips a ainsi une taille et une dimension généralement bien trop importantes pour en permettre une représentation explicite. Néanmoins, ce complexe est entièrement déterminé par le graphe de ses sommets et arêtes qui en fournit une forme de stockage compacte, au pire quadratique en le nombre de points et linéaire en la dimension ambiante. Ceci suggère de reconstruire une forme en calculant dans un premier temps le complexe de Rips des points de données (encodé par ses sommets et arêtes) puis de simplifier ce complexe par une séquence d'opérations élémentaires (voir figure 7) [3].

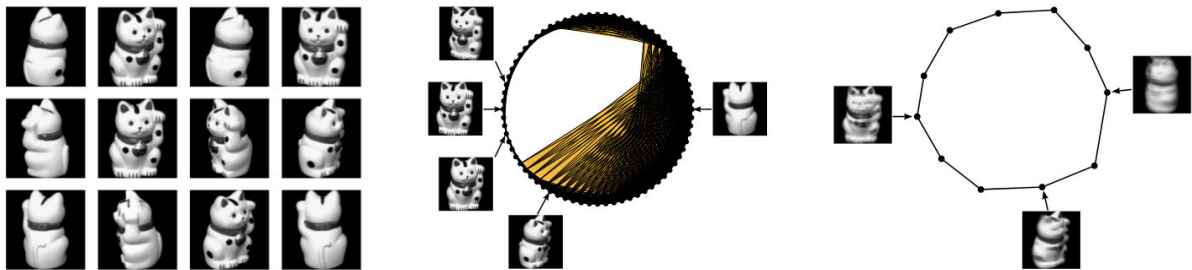


FIGURE 7 – À droite : 12 parmi les 72 photos d'une figurine prises à différents instants de sa rotation autour d'un axe. Au centre : complexe de Rips de l'ensemble des 72 images. À gauche : Courbe polygonale obtenue après simplification par contractions d'arêtes.

Nous présenterons des conditions permettant de garantir que le complexe de Rips reproduit effectivement le type d'homotopie de la forme échantillonnée [2, 1]. Puis, nous donnerons des conditions sous lesquelles ce complexe peut être transformé par une séquence de collapsés en un objet homéomorphe à la forme de départ.

2 Formules d'inclusion-exclusion simplifiées

Xavier Goaoc.

Collaboration avec Jiří Matoušek, Pavel Paták, Zuzana Safernová et Martin Tancer [6].

Un sujet classique de cours d'introduction aux mathématiques discrètes est le *principe d'inclusion-exclusion*, aussi appelé *formule du crible*, qui exprime la mesure μ d'une union $F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_n$ de n ensembles en terme des mesures des intersections des F_i :

$$\mu\left(\bigcup_{i=1}^n F_i\right) = \sum_{I:\emptyset \neq I \subseteq [n]} (-1)^{|I|+1} \mu\left(\bigcap_{i \in I} F_i\right). \quad (7)$$

(Ici, $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$ et $|I|$ désigne la cardinalité de l'ensemble I .) Au-delà de ses usages classiques en probabilités ou en combinatoire, ce principe intervient en algorithmique où il sous-tend notamment les meilleurs algorithmes connus pour différents problèmes NP-difficiles tel la coloration de graphe [4].

D'un point de vue algorithmique, la formule 7 a l'inconvénient de comporter un nombre de termes exponentiel en n . Si le recours à l'approximation permet dans une certaine mesure de réduire cette complexité, obtenir une bonne approximation demande néanmoins de sommer $\sim 2^{\sqrt{n}}$ termes dans le cas le pire [7]. Une alternative consiste à renoncer à l'*universalité* et, étant donnée une famille $\{F_1, F_2, \dots, F_n\}$, à chercher une formule d'inclusion-exclusion comportant peu de termes et étant exacte *pour cette famille*. La figure 8 illustre le type de simplification rendues possibles par le fait de fixer la famille, sur un exemple constitué de trois ensembles.

Systématiser cette idée permet d'obtenir, par exemple, des formules d'inclusion-exclusion de taille polynomiale en n pour des familles de boules de \mathbb{R}^d ; voir Dohmen [5] pour un tour d'horizon de ce sujet. De manière générale,

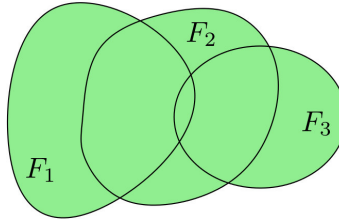


FIGURE 8 – Exemple de formule d’inclusion-exclusion. Comme $F_1 \cap F_3 = F_1 \cap F_2 \cap F_3$, la formule (7) se simplifie en $\mu(F_1 \cup F_2 \cup F_3) = \mu(F_1) + \mu(F_2) + \mu(F_3) - \mu(F_1 \cap F_2) - \mu(F_2 \cap F_3)$.

considérons une famille $F = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ et notons m le nombre de régions de son *diagramme de Venn*. Nous montrons [6] qu’il existe une famille K de sous-ensembles de $[n]$ telle que tout élément de K a cardinalité au plus $\lceil 2e \ln m \rceil \lceil 1 + \ln \frac{n}{\ln m} \rceil$, K est fermée par sous-partie et

$$\mu\left(\bigcup_{i=1}^n F_i\right) = \sum_{\emptyset \neq I \in K} (-1)^{|I|+1} \mu\left(\bigcap_{i \in I} F_i\right).$$

Une telle famille K peut en outre se calculer par un algorithme randomisé de complexité $O(|K|)$.

3 Une approche fonctionnelle pour l’appariement de surfaces

Maks Ovsjanikov

Collaboration avec Mirela Ben-Chen, Adrian Butscher, Frédéric Chazal, Leonidas Guibas et J. Solomon.

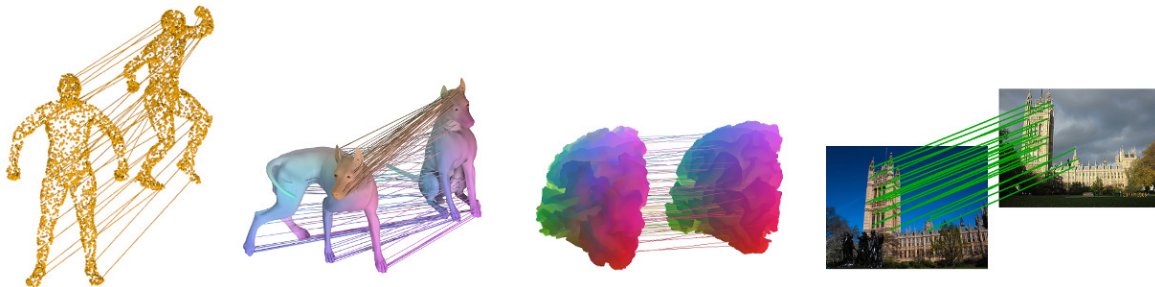


FIGURE 9 – Exemples de correspondances (applications) entre paires de forme géométrique, e.g. nuages des points, maillages, données 3D volumétriques et images.

L’appariement de formes est une opération fondamentale de l’analyse des données géométriques (cf. figure 9). Le développement de méthodes d’appariement rapides et robustes est d’autant plus important que la quantité de données disponible croît exponentiellement avec l’arrivée de technologies d’acquisition très grand public, des appareils photos intégrés aux téléphones portables au capteur 3D Microsoft Kinect. Dans l’exposé, nous considérerons plus particulièrement le problème de l’appariement de surfaces plongées, reliées par une déformation non nécessairement rigide. Ce problème est beaucoup plus difficile que celui de l’appariement rigide, entre autre à cause de l’absence de paramétrisation naturelle de l’espace des déformations non rigides et de la grande dimension de cet espace.

La plupart des méthodes précédentes pour l’appariement de formes non-rigides (e.g. [10, 11, 12]) se sont concentrées sur la manière d’optimiser une bijection entre deux ensembles de points mesurés sur chaque forme. Cette représentation rend la mise en correspondance difficile non seulement à cause de la taille de l’espace des solutions, mais aussi parce que cette description discrète ne permet pas de décrire des solutions approchées naturellement. Finalement, les problèmes d’optimisation qui apparaissent sont non linéaires et non convexes.

Dans ce travail, au lieu de chercher une application entre deux formes, nous cherchons une application linéaire entre deux espaces de fonctions, définies sur chacune des formes [8]. Cette représentation est plus générale, et elle permet de décrire des correspondances approchées (qui ne proviennent pas nécessairement d’une application entre les formes). De plus, grâce à la structure vectorielle des espaces de fonctions, le problème d’appariement peut se formuler comme un simple système d’équations linéaires, qui est résolu très rapidement en pratique. Dans l’exposé, nous décrivons cette représentation fonctionnelle des correspondances et ses principales propriétés – notamment

la possibilité d’encoder une correspondance par une matrice dont la taille ne dépend essentiellement pas du nombre des points décrivant les surfaces [8]. Nous verrons ensuite comment utiliser cette représentation pour formuler et résoudre le problème d’appariement non-rigide. Finalement, nous expliquerons comment visualiser ces correspondances [9], et comment on peut s’en servir pour définir une notion de “différences” entre les formes géométriques.

Références

- [1] D. ATTALI, A. LIEUTIER, D. SALINAS, *Vietoris-Rips complexes also provide topologically correct reconstructions of sampled shapes*, Computational Geometry : Theory and Applications (CGTA), vol. 46, 2012, p. 448–465.
- [2] D. ATTALI, A. LIEUTIER, *Reconstructing shapes with guarantees by unions of convex sets*, Proc. 26th Ann. Sympos. Comput. Geom., 2010, p. 344–353.
- [3] D. ATTALI, A. LIEUTIER, D. SALINAS, *Efficient data structure for representing and simplifying simplicial complexes in high dimensions*, International Journal of Computational Geometry and Applications (IJCGA), volume 22, 2012, p.279–303.
- [4] A. BJÖRKLUND, T. HUSFELDT, AND M. KOIVISTO, *Set partitioning via inclusion-exclusion*, SIAM Journal of Computing, vol. 39, 2009, p. 546–563.
- [5] T. HUSFELDT, *Improved Bonferroni inequalities via abstract tubes*, Lecture Notes in Mathematics, volume 1826, Springer-Verlag, Berlin, 2003.
- [6] X. GOAOC, J. MATOUŠEK, P. PATÁK, Z. SAFERNOVÁ, AND M. TANCER, *Simplifying inclusion-exclusion formulas*, Preprint, arXiv :1207.2591, 2012.
- [7] J. KAHN, N. LINIAL, AND A. SAMORODNITSKY, *Inclusion-exclusion : exact and approximate*, Combinatorica, 16(4), 1996 p. 465–477.
- [8] M. OVSJANIKOV, M. BEN-CHEN, J. SOLOMON, A. BUTSCHER, L. GUIBAS, *Functional maps : a flexible representation of maps between shapes*, ACM Transactions on Graphics, 31(4), 2012, p. 1–11.
- [9] M. OVSJANIKOV, M. BEN-CHEN, F. CHAZAL, L. GUIBAS, *Visualization and analysis of maps between shapes*, Computer Graphics Forum, to appear.
- [10] A.M. BRONSTEIN, M.M., R. KIMMEL, *Generalized multidimensional scaling : a framework for isometry-invariant partial surface matching*, Proceedings of the National Academy of Science, 103(5), 2006, p. 1168–1172.
- [11] Y. LIPMAN, T. FUNKHOUSER, *Möbius voting for surface correspondence*, ACM Transactions on Graphics, 28(3), 2009, p. 1–12.
- [12] Y. SAHILLIOĞLU, Y. YEMEZ, *Coarse-to-Fine Combinatorial Matching for Dense Isometric Shape Correspondence*, Computer Graphics Forum, 30(5), 2011, 1461–1470.

Mini-symposium IFSDFI

Interactions fluide-structure et méthodes de domaine fictif

Mini-symposium porté par l'ANR, projet EXIFSI (ANR-12-JS01-0004)

Résumé

Dans de nombreuses applications, il est nécessaire de coupler des modélisations de milieux fluides et solides avec des maillages indépendants. Des difficultés numériques apparaissent sur l'imposition des conditions de couplage à l'interface entre ces grilles non compatibles. En plus, l'interface peut évoluer au cours de la simulation. La méthode de domaine fictif est une approche qui permet d'aborder ces difficultés, mais pose encore des problèmes de précision et d'implémentation efficace. On se propose dans ce minisymposium de faire le point sur cette approche.

Organisateurs

1. **Sébastien Boyaval**, Laboratoire Saint-Venant, EDF R&D - Ecole des Ponts ParisTech - CETMEF, Université Paris-Est.
2. **Miguel A. Fernández**, Inria & Université Paris VI.
3. **Laurent Monasse**, CERMICS, École des Ponts ParisTech, Université Paris-Est.

Liste des orateurs

1. **Philippe Angot**, LATP, Aix-Marseille Université.
Titre : Méthode robuste et efficace pour la résolution des équations de Navier-Stokes à densité et viscosité variable dans un contexte domaines fictifs.
2. **Aline Lefebvre-Lepot**, CNRS / CMAP, Ecole Polytechnique.
Titre : Une méthode de pénalisation pour la simulation d'écoulements fluide/particules – Application à la simulation numérique de vésicules.
3. **Miguel A. Fernández**, Inria & Université Paris VI.
Titre : A Nitsche fictitious domain finite element method for the coupling of an elastic structure with an incompressible fluid.
4. **Adela Puscas**, CERMICS, École des Ponts ParisTech, Université Paris-Est et CEA/DAM/DIF.
Titre : Une méthode de couplage 3d entre un fluide compressible et une structure déformable.

Sébastien Boyaval, EDF R&D, Laboratoire d'hydraulique Saint-Venant, 6 quai Watier, 78401 Chatou Cedex, sebastien.boyaval@saint-venant.enpc.fr

Miguel A. Fernández, Inria, équipe REO, Rocquencourt, BP 105, 78153 Le Chesnay Cedex, France et UPMC Université Paris VI, équipe REO, UMR 7958 LJLL, 75005 Paris, France, miguel.fernandez@inria.fr

Laurent Monasse, CERMICS, Ecole des Ponts ParisTech, 6 et 8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, 77455 Marne-la-Vallée cedex, France, monassel@cermics.enpc.fr

Philippe Angot, Aix-Marseille Université, LATP, Centre de Mathématiques et Informatique, CNRS UMR 7353, Technopôle Château-Gombert, 39, rue F. Joliot Curie, 13453 Marseille Cedex 13, France, philippe.angot@univ-amu.fr

Aline Lefebvre-Lepot, CNRS / CMAP, Ecole Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau, France, aline.lefebvre@polytechnique.edu

Adela Puscas, CERMICS, Ecole des Ponts ParisTech, 6 et 8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, 77455 Marne-la-Vallée cedex, France et CEA/DAM/DIF, 91297 Arpajon, France, puscasa@cermics.enpc.fr

1 Méthode robuste et efficace pour la résolution des équations de Navier-Stokes à densité et viscosité variable dans un contexte domaines fictifs (Philippe Angot)

We present a new fast vector penalty-projection method (VPP $_{\varepsilon}$) to efficiently compute the solution of unsteady Navier-Stokes problems governing incompressible multiphase viscous flows with variable density and/or viscosity [1, 2]. The key idea of the method is to compute at each time step an accurate and curl-free approximation of the pressure gradient increment in time. This method performs a two-step approximate divergence-free vector projection yielding a velocity divergence vanishing as $\mathcal{O}(\varepsilon\delta t)$, δt being the time step, with a penalty parameter ε as small as desired until the machine precision, e.g. $\varepsilon = 10^{-14}$, whereas the solution algorithm can be extremely fast and cheap. Indeed, the proposed vector correction step typically requires only a few iterations of a suitable preconditioned Krylov solver whatever the spatial mesh step. The method is numerically validated on benchmark problems for non-homogeneous or multiphase flows where we compare it to the Uzawa augmented Lagrangian (UAL) and scalar incremental projection (SIP) methods. Moreover, a new test case for fluid-structure interaction problems is also investigated. That results in a very robust method running faster than usual methods and being able to efficiently and accurately compute sharp test cases whatever the density, viscosity or anisotropic permeability jumps, whereas other methods crash.

2 Une méthode de pénalisation pour la simulation d'écoulements fluide/particules – Application à la simulation numérique de vésicules (Aline Lefebvre-Lepot)

Lors de la simulation numérique d'écoulements d'entités rigides dans un fluide, se pose la question de la gestion du domaine solide, qui se déplace au cours du temps. Nous proposons une méthode de type domaine fictif pour effectuer des simulations de particules rigides dans un fluide Newtonien [3, 4]. Le mouvement rigide est imposé grâce à une pénalisation du tenseur des déformations sur le domaine solide. Nous montrerons comment on peut ainsi obtenir une formulation variationnelle sur le domaine tout entier de type Stokes généralisé. Cette formulation peut être programmée facilement à partir de tout solveur éléments finis pour Stokes/Navier-Stokes. Nous dirons quelques mots des résultats de convergence attendus pour cette méthode [5].

Nous présentons ensuite comment cette méthode peut être utilisée pour effectuer des simulations numériques 2d de vésicules [6]. Une vésicule est une entité formée d'une membrane séparant un fluide interne du fluide externe dans lequel elle est plongée. Les suspensions de vésicules forment un modèle flexible et efficace pour l'étude de systèmes plus complexes tels que le sang. Ces suspensions ne peuvent évidemment reproduire toute la complexité biologique et chimique des cellules vivantes. Cependant, elles offrent un modèle simple nous permettant d'étudier leur comportement mécanique.

Dans notre modèle, la membrane de la vésicule est modélisée par un collier de particules rigides. Ces particules sont soumises à une force de type ressort afin de maintenir la cohésion de la membrane ainsi qu'à une force angulaire modélisant la force de courbure. Les contraintes de périmètre et de volume constant sont imposées grâce à un algorithme d'Uzawa. Nous présentons des résultats de simulations de vésicules en cisaillement effectuées grâce à ce modèle sous FreeFem++, dans lesquels on retrouve certains comportements bien connus des expérimentateurs (Figure 10).

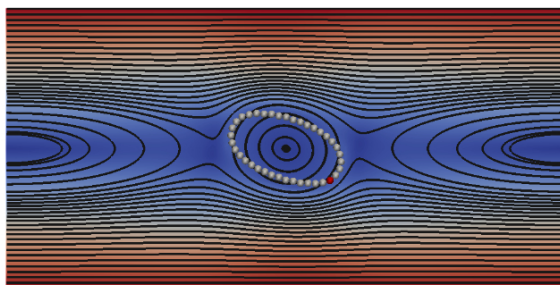


FIGURE 10 – Vésicule en cisaillement. Lignes de courant pour un mouvement de tumbling.

3 A Nitsche fictitious domain finite element method for the coupling of an elastic structure with an incompressible fluid (Miguel A. Fernández, en collaboration avec Erik Burman et Vincent Martin)

We present an extension of the interface Nitsche finite element formulation for incompressible fluid-structure interaction (see, e.g., [7, 8]) to the case of unfitted fluid-solid meshes. In the spirit of [7], we consider a fictitious domain approach in which the fluid equations are integrated only up to the fluid-solid interface (i.e., within the physical domain), even though the discrete fluid approximation is defined also outside the (physical) domain. The fluid-solid interface conditions are enforced *à la* Nitsche, in a consistent fashion. An additional penalty term, acting on the jumps of the gradients over element faces in the interface zone, is added to guarantee stability irrespectively of how the fluid-solid interface cuts the mesh. Optimal a priori error estimates in the energy-norm are derived. Numerical experiments (see Figure 11) confirm the theoretical findings.

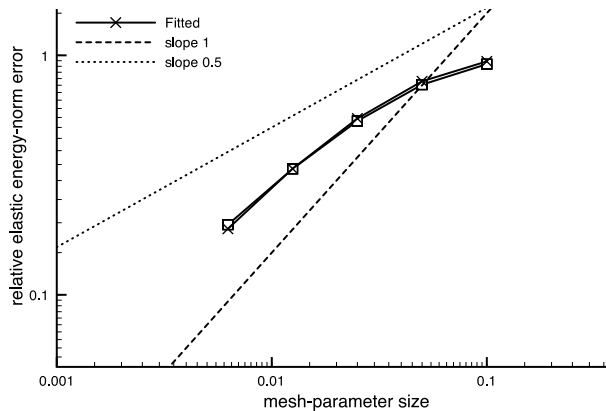


FIGURE 11 – Displacement convergence history for piece-wise affine approximations.

Une méthode de couplage 3d entre un fluide compressible et une structure déformable (Adela Puscas)

Dans ce travail, nous présentons une méthode conservative de couplage 3d entre un fluide compressible et un solide déformable. Le but de ces travaux est la simulation de l'impact d'une onde de choc sur une structure et de ses effets (déformation, rupture, ...). Nous considérons un fluide compressible non-visqueux régi par les équations d'Euler sous forme conservative. La résolution numérique de ces équations est basée sur une méthode explicite de type Volumes Finis sur une grille cartésienne et un opérateur de splitting de type Strang. Pour le calcul des flux nous utilisons le flux unidimensionnel d'ordre élevé OSMP [9].

Nous supposons que la loi de comportement du solide est linéaire afin d'étudier la propriété de conservation de l'énergie. Dans le but de traiter la rupture, nous utilisons une méthode de type Eléments Discrets pour la discrétisation du solide, qui décrit la dynamique du milieu continu par l'interaction entre des particules supposées rigides via des forces et des moments [10].

Afin de réaliser le couplage entre les méthodes Volumes Finis et Eléments Discrets, nous utilisons une méthode de type Frontières Immersées. Le solide est superposé à la grille fluide et l'état du fluide est modifié dans les cellules fluides coupées par le solide. Une telle approche est rendue possible par la vitesse finie du son et permet de modifier les flux dans une approche Volumes Finis à la façon d'un post-processing. Les travaux de Colella [11] sont à l'origine de ce type de méthodes. La méthode est conçue de façon à assurer la conservation exacte de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie du système au niveau discret. Des propriétés importantes de consistance, reliées à des lois de conservation géométriques (GCL), assurent également une forme d'invariance galiléenne et l'absence de rugosité aux parois.

Etant donné que les méthodes fluide et solide sont explicites, le schéma de couplage est conçu pour être globalement explicite. Le coût de calcul des méthodes fluide et solide réside principalement dans l'évaluation des flux pour la méthode Volumes Finis et des forces et moments s'agissant de la méthode Eléments Discrets. Il convient de noter que l'algorithme de couplage évalue ces termes une seule fois par pas de temps, assurant l'efficacité de

la méthode. Notre approche est une extension au cas tridimensionnel et déformable de la méthode conservative développée dans [12]. Nous présenterons des résultats numériques montrant la robustesse de la méthode dans le cas d'un solide déformable avec de grands déplacements couplé à un écoulement de fluide compressible. Des résultats préliminaires sur l'interaction d'une sphère avec un choc Mach 3 sont présentés sur les figures 12 et 13 : il s'agit de l'analogie tridimensionnel du soulèvement d'un cylindre [12] en remplaçant le cylindre par une sphère.

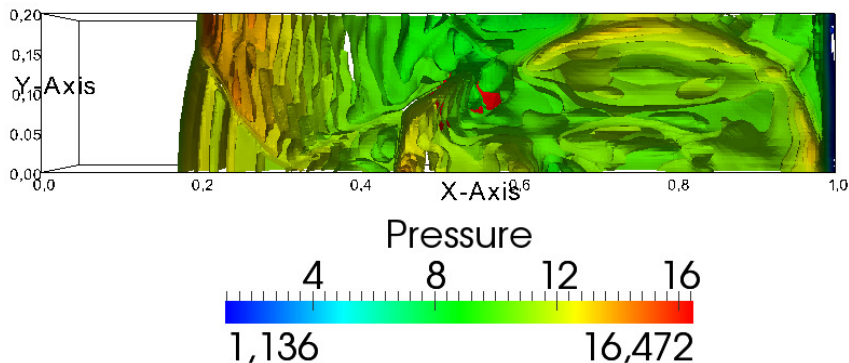


FIGURE 12 – Impact d'un choc Mach 3 sur une sphère mobile : 30 contours de pression au temps $t=0.255$

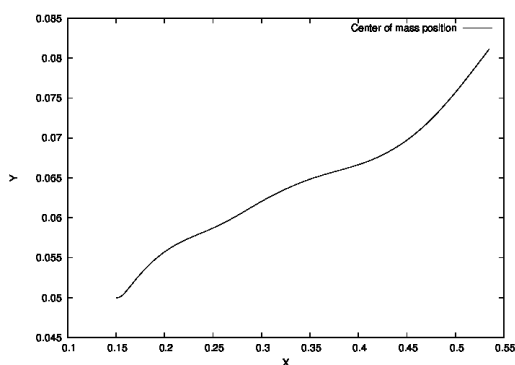


FIGURE 13 – Impact d'un choc Mach 3 sur une sphère mobile : trajectoire du centre de masse dans le plan (x, y)

Références

- [1] P. ANGOT, J.P. CALTAGIRONE, P. FABRIE, *A fast vector penalty-projection method for incompressible non-homogeneous or multiphase Navier-Stokes problems*, Appl. Math. Lett., vol. 25, 2012, pp.1681–1688.
- [2] P. ANGOT, J.P. CALTAGIRONE, P. FABRIE, *Fast discrete Helmholtz-Hodge decompositions in bounded domains*, Appl. Math. Lett., vol. 26, 2013, pp.445–451.
- [3] J. JANELA, A. LEFEBVRE AND B. MAURY, *A Penalty Method for the Simulation of Fluid - Rigid Body Interaction*, ESAIM : Proc., vol. 14, 2005, pp.115–123.
- [4] A. LEFEBVRE, *Fluid-particle simulations with FreeFem++*, ESAIM : Proc., vol. 18, 2007, pp.120–132.
- [5] B. MAURY, *Numerical Analysis of a Finite Element / Volume Penalty Method*, SIAM J. Numer. Anal., vol.47 issue 2, 2009, pp.1126–1148.
- [6] M. ISMAIL AND A. LEFEBVRE-LEPOT, *A Necklace Model for Vesicles Simulations in 2D*, Submitted. <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00670072/PDF/necklace.pdf> (2012).
- [7] E. BURMAN AND M.A. FERNÁNDEZ, *Stabilization of explicit coupling in fluid-structure interaction involving fluid incompressibility*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., vol. 198 issue 5-8, 2009, pp.766–784.
- [8] P. HANSBO, *Nitsche's method for interface problems in computational mechanics*, GAMM-Mitt., vol.28 issue 2, 2005, pp.183–206.
- [9] V. DARU AND C. TENAUD, *High-order one-step monotonicity-preserving schemes for unsteady compressible flow calculations*, J. Comput. Phys., vol. 193, 2004, pp.563–594.

- [10] L. MONASSE AND C. MARIOTTI, *An energy-preserving Discrete Element Method for elastodynamics*, ESAIM : Math. Modelling Numer. Anal., vol. 46, 2012, pp.1527–1553.
- [11] RICHARD B. PEMBER, JOHN B. BELL, PHILLIP COLELLA, W. Y. CRUTCHFIELD AND M. L. WELCOME, *An adaptative cartesian grid method for unsteady compressible flow in irregular regions*, J. Comput. Phys., vol. 120, 1995, pp.278–304.
- [12] L. MONASSE, V. DARU, C. MARIOTTI, S. PIPERNO AND C. TENAUD, *A conservative coupling algorithm between a compressible flow and a rigid body using an Embedded Boundary method*, J. Comput. Phys., vol. 231, 2012, pp.2977-2994.

Mini-symposium JEUX

Quelques aspects Géométriques en Théorie des Jeux

Mini-symposium porté par le GDR 2932 Théorie des Jeux : Modélisation Mathématique et Applications

Résumé

L'objet de ce mini-symposium est de présenter des résultats récents en Théorie des Jeux ayant pour dénominateur commun un caractère géométrique. La Théorie des Jeux est une branche des mathématiques très diverse. Au-delà des affinités classiques avec les Mathématiques de l'Economie et l'Optimisation, de nombreux liens se sont développés avec la plupart des disciplines des mathématiques appliquées. Parmi les nombreux thèmes transverses liés à la Théorie des Jeux, ce mini-symposium est orienté vers les aspects géométriques. Ceux-ci apparaissent de manière diverse : en étudiant les jeux dynamiques à données semi-algébriques ou définissables dans une structure o-minimale (exposé de G. Vigeral), à travers diverses généralisations de la méthode d'approchabilité de Blackwell qui donne une caractérisation géométrique d'ensemble approchable dans un jeu répété à paiements vectoriels (exposé de V. Perchet), et enfin comme outil en étudiant des dynamiques d'apprentissage en utilisant une structure géométrique sous-jacente (exposé de P. Mertikopoulos).

Organisateur

1. **Fabien Gensbittel**, TSE, GREMAQ, Université Toulouse 1 Capitole.

Liste des orateurs

1. **Guillaume Vigeral**, Ceremade, Université Paris-Dauphine.
Titre : Jeux stochastiques à somme nulle définissables (avec J. Bolte et S. Gaubert).
2. **Vianney Perchet**, LPMA, Université Paris 7.
Titre : Généralisations et applications de la théorie d'approchabilité de Blackwell.
3. **Panayotis Mertikopoulos**, CNRS, Laboratoire d'Informatique de Grenoble.
Titre : Métriques Hessiennes-Riemanniennes, réponses quantales et dynamiques d'apprentissage en jeux.

Fabien Gensbittel, Université Toulouse 1 Capitole, 21, Allée de Brienne 31000 Toulouse,
fabien.gensbittel@ut-capitole.fr

Introduction

Les trois exposés présentent des résultats récents en Théorie des Jeux ayant pour dénominateur commun un aspect géométrique. Le premier traite de classes de jeux dynamiques définies par des contraintes géométriques, c'est à dire dont les données sont supposées semi-algébriques ou plus généralement définissables dans une structure o-minimale (exposé de G.vigeral). Le second traite de diverses généralisations et applications de la méthode d'approchabilité de Blackwell. Cette méthode donne une caractérisation géométrique dans un espace Hilbertien des ensembles approchables dans un jeu répété à paiements vectoriels (exposé de V.Perchet). Le troisième exposé étudie des dynamiques d'apprentissage en jeux en les reliant notamment à des flots de gradient associés à des structures métriques Hessienne-Riemanniennes introduites par Alvarez, Bolte et Brahic (2004) (exposé de P. Mertikopoulos).

1 Jeux stochastiques à somme nulle définissables

Un jeu stochastique à deux joueurs et à somme nulle est dit définissable s'il fait intervenir un nombre fini d'états, des ensembles compacts d'actions pour chaque joueur, et si les fonctions de paiement et de transition sont continues et définissables dans une structure o-minimale. Des sous classes incluent les jeux stochastiques finis et les jeux stochastiques semi algébriques. Nous prouvons que l'opérateur de Shapley d'un jeu définissable est lui même définissable dès que les paiements et transitions sont séparables. Ce résultat permet de déduire l'existence d'une valeur uniforme pour plusieurs classes de jeux : les jeux à transition polynomiale, les jeux définissables dans lesquels un des joueurs n'a qu'un nombre fini d'actions, ainsi que les jeux définissables à "switching control". Nous donnons également des applications à la théorie de Perron-Frobenius non-linéaire.

2 Généralisations et applications de la théorie d'approchabilité de Blackwell

Blackwell a introduit le concept d'approchabilité dans un jeu répété où les paiements sont des vecteurs. Les objectifs d'un joueur sont décrits comme un ensemble cible qui est "approchable" s'il est possible de s'assurer qu'après une certaine étape, et avec grande probabilité, le paiement moyen reste toujours proche de ce dernier. Blackwell a donné une condition suffisante (et presque nécessaire) basée sur la géométrie d'un ensemble, qui assure qu'il soit approchable. Dans cet exposé, nous allons généraliser cette théorie (en changeant la norme de référence ou en supposant des observations partielles sur la suite de paiements) et montrer comment elle peut être utilisée dans de nombreux problèmes de théorie des jeux, allant de la construction de stratégie optimale dans les jeux à information incomplète à la minimisation du regret ou la calibration.

3 Métriques Hessiennes-Riemanniennes, réponses quantales et dynamiques d'apprentissage en jeux

Une propriété importante de la dynamique du réplicateur est son équivalence avec l'algorithme d'apprentissage exponentiel en temps continu, i.e. la procédure dans laquelle les joueurs d'un jeu cumulent leurs paiements passés et choisissent une action avec probabilité proportionnelle à l'exponentielle de ces "scores/paiements cumulés" (le modèle du choix de Gibbs - ou logit). En considérant le cadre plus général de réponses quantales (McKelvey et Palfrey, 1995), on obtient une classe plus large de dynamiques d'apprentissage qui est fortement liée à la classe de métriques Hessiennes-Riemanniennes introduites par Alvarez, Bolte et Brahic (2004). En particulier, si le jeu est un jeu de potentiel, alors la dynamique qui en résulte est un flot de gradient par rapport à une métrique Hessienne-Riemannienne (une extension du lien entre la dynamique du réplicateur et la métrique du Shahshahani). Pour ces dynamiques, on montre que les stratégies dominées sont éliminées à long terme, et le "folk" théorème de la théorie des jeux d'évolution reste vrai ; en revanche, en choisissant une métrique appropriée, on montre qu'on peut accélérer l'élimination de stratégies dominées (et/ou la convergence vers les équilibres de Nash).

Mini-symposium MAMAMIA

Marches aléatoires en milieu aléatoire : méthodes d'inférence statistique et application au dégraphage de l'ADN

Résumé

Depuis une quinzaine d'années, on sait séparer mécaniquement les deux brins d'une molécule d'ADN en exerçant une force à leurs extrémités. L'intensité de la force dépend du contenu en bases de la séquence de la molécule. Les mesures des forces correspondantes à l'ouverture des bases-paires successives constituent des données statistiques contenant de l'information sur les propriétés biophysiques de la séquence ainsi que sur sa composition. Dans ce minisymposium nous présenterons les travaux de modélisation de l'expérience de dégraphage d'une molécule d'ADN par une marche aléatoire en milieu aléatoire (MAMA). Nous expliquerons le lien entre l'estimation du milieu pour une MAMA et le problème de prédiction de la séquence à partir de la mesure des forces. Nous présenterons enfin les avancées récentes dans le problème plus général de l'estimation paramétrique de la loi du milieu d'une MAMA, expliquerons l'utilisation des processus de branchement en milieu aléatoire pour ce problème et montrerons les propriétés asymptotiques de l'estimateur du maximum de vraisemblance dans le cas d'une MAMA transiente. Nous expliquerons le lien entre l'estimation de la loi du milieu et la détermination des énergies de liaison des différentes bases-paires d'une molécule d'ADN.

Organisateur

1. **Dasha Loukianova**, Université d'Evry-Val d'Essonne.

Liste des orateurs

1. **Simona Cocco**, ENS physique, Paris .
Titre : Inférence de séquences d'ADN à partir de données de micromanipulation.
2. **Pierre Androletti**, Université d'Orléans.
Titre : Marches aléatoires en milieu aléatoire et estimation.
3. **Mikael Falkonnet**, Université d'Evry.
Titre : Utilisation des processus de branchement pour l'estimation de la loi du milieu d'une MAMA.

Dasha Loukianova, Labo. d'Analyse et Probabilités, Université d'Evry-Val-d'Essonne, bat. IBGBI, 23, bd. de France, 91025 Evry Cedex,

dasha.loukianova@univ-evry.fr

Pierre Androletti, MAPMO, Université d'Orléans, bat. de Maths, Route de Chartres, BP 6750, CP 45067,

Pierre.Androletti@univ-orleans.fr

Mikael Falkonnet, Laboratoire Statistiques et Génome, Université d'Evry-Val-d'Essonne, bat. IBGBI, 23, bd. de France, 91025 Evry Cedex ,

mikael.falconnet@genopole.cnrs.fr

Introduction

Les Marches Aléatoires en Milieu Aléatoire (MAMA) ont été introduites en 1967 par Chernov [5] pour décrire le processus de dénaturation d'une molécule d'ADN. Elles ont été largement étudiées depuis et les propriétés probabilistes de ces modèles sont maintenant bien comprises. Récemment les MAMA ont regagné de l'intérêt de la part des communautés biophysique et statistique, car le modèle de MAMA décrit parfaitement l'expérience biophysique de dégraphage du double brin de l'ADN. Les données statistiques recueillies dans cette expérience contiennent de l'information sur la séquence. Il est donc important de pouvoir les traiter. Nous expliquerons dans ce minisymposium les premiers résultats de l'estimation pour les MAMA et leurs application à l'expérience du dégraphage de l'ADN. En dépassant le cadre de cette application, nous nous poserons la question générale de l'estimation du milieu aléatoire. Quelles sont les propriétés des estimateurs du milieu aléatoire, obtenus en observant une trajectoire d'un processus évoluant dans ce milieu ? Peut-on comparer ces propriétés avec celles des estimateurs obtenus par observation directe du milieu ?

1 Inférence de séquences d'ADN à partir de données de micro-manipulation.

Depuis une quinzaine d'années, on sait séparer mécaniquement les deux brins d'une molécule d'ADN en exerçant une force a leurs extrémités [3].

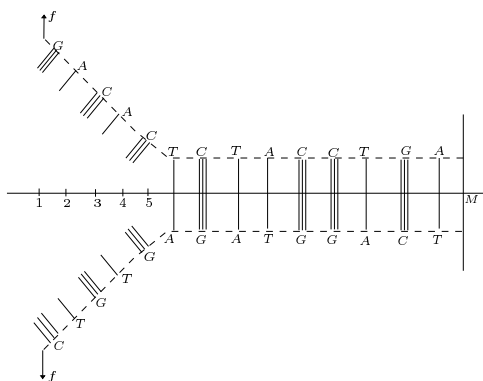


FIGURE 14 – Dégraphage de l'ADN.

L'intensité de la force dépend du contenu en bases de la séquence de la molécule. Dans ce séminaire nous présenterons les travaux de modélisation du problème direct (comment calculer la force en fonction de la séquence) et expliquerons l'utilisation des marches aléatoires en milieu aléatoire dans ce contexte [4]. Nous évoquerons ensuite quelques résultats récents sur le problème inverse (comment prédire la séquence à partir de la mesure des forces).

2 Marches aléatoires en milieu aléatoire et estimation.

Dans ce séminaire nous rappellerons des résultats classiques sur les MAMA. Nous parlerons de l'estimation du potentiel de la marche de Sinai. Nous présenterons un modèle de l'expérience de dégraphage de l'ADN par une MAMA en temps continu [2]. A partir de l'observation de plusieurs trajectoires de cette MAMA nous estimons le milieu aléatoire et donc prédisons la séquence. Nous donnerons la borne d'erreur de notre estimateur en fonction du nombre de trajectoires observées.

3 Utilisation des processus de branchement pour l'estimation de la loi du milieu d'une MAMA.

En observant une trajectoire d'une MAMA transiente balistique uni-dimensionnelle jusqu'au temps d'atteinte d'un site entier positif donné nous construisons un estimateur de maximum de vraisemblance du paramètre de la loi du milieu. L'observation de la marche dans cette situation est équivalente à l'observation d'un processus de branchement en milieu aléatoire, ce processus étant donné par le nombre de pas gauche de chaque site, et introduit par [8]. En utilisant la structure du processus de branchement et en caractérisant explicitement sa loi limite, nous montrons la consistance du MLE obtenu [6], ainsi que sa normalité asymptotique [7]. Une partie

de ces résultats se transmet au cas transient sous-balistique. Nous comparerons les performances de EMV avec l'estimateur obtenu dans [1] par les méthodes proches de celles des moments. Nous donnons enfin l'application de ces résultats à l'estimation des énergies de liaison des bases paires de nucléotides de l'ADN.

Conclusions

Nous avons consacré ce minisymposium à la thématique émergente des statistiques pour les MAMA. Nous avons essayé de montrer l'importance de cette thématique : par ses applications, mais aussi par le fait que sur ce modèle relativement simple on peut aborder la question plus générale de l'estimation dans le milieu aléatoire.

Références

- [1] ADELMAN, O., ENRIQUEZ, N., *Random walks in random environment : what a single trajectory tells* , Journal Israel J. Math. , vol. 142, pp. 205-220, 2012.
- [2] ANDREOLETTI, P., DIEHL, R., *DNA unzipping via stopped birth and death processes with unknown transition probabilities* , Journal Applied Mathematics Research eXpress, 2012.
- [3] BALDAZZI, V., COCCO, S., MARINARI, E., MONASSON, R., *Inference of DNA sequences from mechanical unzipping : an ideal-case study* , Phys. Rev. Lett., vol. 96, issue 12, 2006, pp. 128102.
- [4] BALDAZZI, V., BRADDE, S., COCCO, S., MARINARI, E., MONASSON, R., *Inferring DNA sequences from mechanical unzipping data : the large-bandwidth case*, Phys. Rev. E, vol. 75, issue 1, 2007, 011904.
- [5] CHERNOV A.A., *Replication of a multicomponent chain by the lightning mechanism* , Biofizika, vol.12, 1967, pp.297-301 .
- [6] COMETS, F., FALKONNET, M., LOUKIANOV, O., LOUKIANOVA, D., MATIAS, C., *Maximum likelihood estimator consistency for ballistic random walk in a parametric random environment* , arXiv :1210.6328 .
- [7] FALKONNET, M., LOUKIANOVA, D., MATIAS, C., *Asymptotic normality of the maximum likelihood estimator for the parameter of a ballistic random walk in a random environment*, preprint, 2013.
- [8] KESTEN, H., KOZLOV, M. V., SPITZER, F., *A limit law for random walk in a random environment*, Compositio Math. , vol.30, 1975, pp.145-168.

Mini-symposium MANEGE

Modèles stochastiques pour l'évolution du vivant

Mini-symposium porté par l'ANR Manège

Résumé

Les problématiques de l'évolution et des dynamiques de populations sur de grandes échelles de temps motivent l'étude de modèles aléatoires en temps continu de plus en plus complexes. Ces modèles cherchent à intégrer les effets stochastiques liés à la reproduction, à la compétition, à l'évolution génétique des populations, ou encore à l'environnement. Les processus peuvent être vus dans le sens naturel du temps (forward) ou bien dans le sens inverse (backward). Nous présenterons ici quatre aspects différents de ces questions.

Organisateur

1. **Vincent Bansaye**, CMAP, Ecole Polytechnique.

Liste des orateurs

1. **Olivier Hénard**, Institut für Mathematik, Francfort.
Titre : Coalescent et système de particules look-down.
2. **Bubacar Bah**, LATP CMI, Marseille.
Titre : Le Modèle Λ -lookdown avec sélection.
3. **Mathieu Richard**, CMAP, Ecole Polytechnique.
Titre : Un modèle à infinité d'allèles avec mutations neutres.
4. **Denis Villemonais**, Institut Élie Cartan, Université Henri Poincaré, Nancy.
Titre : Approximation de processus conditionnés à l'aide de systèmes de particules.

Vincent Bansaye, CMAP, Ecole Polytechnique, Route de Saclay 91128 Palaiseau Cedex,
vincent.bansaye@polytechnique.edu

Bubacar Bah, LATP CMI, Marseille,
bbah12@yahoo.fr

Olivier Hénard, Schwerpunkt Stochastik, Robert-Mayer-Strasse 10 60325 Frankfurt am Main,
henard@math.uni-frankfurt.de

Mathieu Richard, CMAP, Ecole Polytechnique, Route de Saclay 91128 Palaiseau Cedex,
mathieu.richard@cmmap.polytechnique.fr

Denis Villemonais, Institut Élie Cartan de Nancy, Université Henri Poincaré Nancy 1, 54506 Vandoeuvre-lès-Nancy,
denis.villemonais@univ-lorraine.fr

Les problématiques de l'évolution et des dynamiques de populations sur de grandes échelles de temps motivent l'étude de modèles aléatoires en temps continu de plus en plus complexes [11]. Les processus peuvent être vus dans le sens naturel du temps (forward) ou bien dans le sens inverse (backward). Dans le premier cas, l'étude s'appuie sur le développement de différents processus aléatoires comme les processus de branchement qui peuvent rendre compte des reproductions et morts d'individus qui se produisent indépendamment ou les arbres aléatoires [10] qui modélisent des généalogies et peuvent intégrer les événements de mutations. Les équations différentielles stochastiques ou les processus à valeurs mesures permettent de considérer un espace d'état continu qui apparaît dans les limites de grandes populations ou de prendre en compte les interactions. Lorsque l'on remonte le temps, la modélisation repose beaucoup sur l'étude de coalescents [3].

Les deux premiers exposés considèrent des généalogies backward. Le premier présentera des résultats sur la construction de ces processus dans le sens normal du temps [8, 9]. Le second introduira une sélection dans la dynamique.

Le troisième exposé concerne les arbres aléatoires pour modéliser des populations qui peuvent évoluer génétiquement, de façon aléatoire, en créant à chaque mutation un nouveau type d'individu [7].

Le dernier exposé s'intéressera à la description d'événements rares dans une population et liera ces questions à des modèles d'individus sont en interaction. L'approche sera à la fois théorique et numérique.

1 Coalescent et système de particules look-down (Olivier Hé-nard)

Le coalescent est un processus stochastique à valeurs dans l'ensemble des partitions, qui décrit la généalogie backward d'une population. L'arbre généalogique associé est construit depuis les feuilles. La question d'une construction de cet arbre depuis la racine s'est récemment posée. Le système de particules look-down, défini par Donnelly et Kurtz, décrit un modèle de population forward à taille constante dont la généalogie à tout instant est donnée par le coalescent, qui peut donc être compris comme la mesure stationnaire de (la généalogie de) ce système de particules. Nous utilisons un théorème ergodique pour identifier les taux de sauts du (nombre de blocs du) coalescent construit depuis la racine. La réponse s'exprime en fonction des temps d'atteinte d'une chaîne de Markov dont nous précisons la signification en terme du modèle de population forward.

2 Le Modèle Λ -lookdown avec sélection (Bubacar Bah)

Le coalescent à collisions multiples, ou Λ -coalescent, est introduit de manière indépendante par Pitman (1999) et Sagitov (1999). Par collisions multiples, nous entendons que, lors d'un événement de coalescence, plusieurs lignées peuvent fusionner en une. En revanche, plusieurs événements de coalescence ne peuvent pas avoir lieu simultanément.

Le but de l'exposé sera d'étudier le modèle du look-down avec sélection à taille infinie étudié dans [2] en remplaçant le modèle de reproduction dual du coalescent de Kingman par le modèle de reproduction dual du Λ -coalescent. Nous montrons d'abord que le modèle est bien défini. Ensuite nous montrons que la proportion de l'un des types dans la population converge, quand la taille N de la population tend vers l'infini, vers un processus qui est l'unique solution d'une équation différentielle stochastique dirigée par processus ponctuel de Poisson. En s'inspirant d'un travail fait par J. Bertoin dans [4], nous montrons que si le Λ -coalescent descend de l'infini (ce qui signifie que pour tout instant positif, le nombre d'ancêtre d'une population infinie est finie) alors l'un des types se fixe en temps fini.

3 Un modèle à infinité d'allèles avec mutations neutres (Mathieu Richard)

On considère un modèle de population dans lequel des individus portant des types ont des durées de vie i.i.d. (non nécessairement exponentielles) et donnent naissance à taux constant au cours de leur vie à des enfants qui évoluent suivant la même dynamique. De plus, chaque enfant peut être soit un clone de sa mère, soit un mutant dont le type n'a jamais été porté auparavant : on considère donc un modèle dit à infinité d'allèles.

On obtient des résultats [7] sur le spectre des fréquences de la population qui décrit le nombre de types portés par un seul individu, par deux individus, etc. On obtient deux résultats concernant ce spectre des fréquences : un calcul exact de son espérance et son comportement asymptotique en temps long.

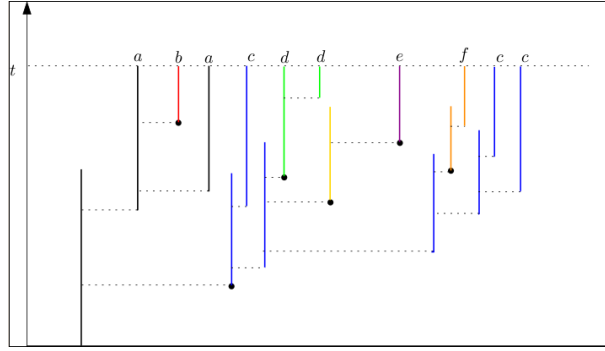


FIGURE 15 – Arbre aléatoire avec mutation à la naissance.

4 Approximation de processus conditionnés à l'aide de systèmes de particules (Denis Villemonais)

Les méthodes de Monte-Carlo classiques étant peu adaptées à l'approximation de processus conditionnés par des événements rares, nous présentons une méthode alternative. Cette méthode, basée sur la simulation de systèmes de particules en interaction de type champs-moyen [6, 12], sera décrite théoriquement et illustrée numériquement. Nous présenterons également des résultats et conjectures récents, liés à l'approximation de processus aléatoires de taille de population, du type processus de Galton-Watson [1] et du type processus de naissance et de mort.

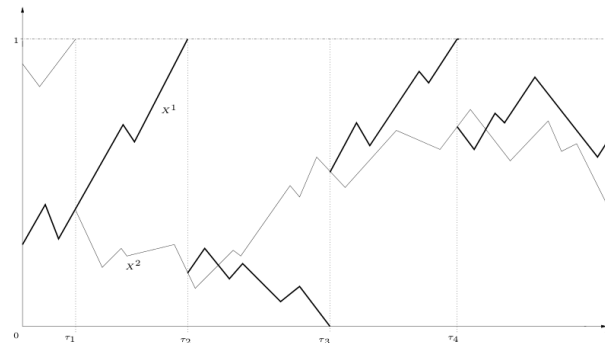


FIGURE 16 – Arbre aléatoire avec mutation à la naissance.

Références

- [1] AMINE ASSELAH, PABLO A. FERRARI, PABLO GROISMAN, MATTHIEU JONCKHEERE, *Fleming-Viot selects the minimal quasi-stationary distribution : The Galton-Watson case.*, Electronic preprint, arXiv :1206.6114..
- [2] BOUBACAR BAH, ETIENNE PARDOUX, A. B. SOW, *A look-down model with selection*, Stochastic Analysis and Related Topics, L. Decreusefond et J. Najim Ed, Springer Proceedings in Mathematics and Statistics Vol 22, 2012..
- [3] NATHANAEL BERESTYCKI, *Recent progress in coalescent theory*, Ensaios Matemáticos, 16. Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 193 pages, 2009.
- [4] JEAN BERTOIN, *Exchangeable coalescents*, Cours d'école doctorale 20-24 september CIRM Luminy 2010.
- [5] JEAN BERTOIN, JEAN FRANÇOIS LE GALL, *Stochastic flows associated to coalescent processes II : Stochastic differential equations*, Ann. Inst. Henri Poincaré Probabilités et Statistiques 41, 307-333, 2005..
- [6] KRZYSZTOF BURDZY, ROBERT HOLYST, PETER MARCH, *A Fleming-Viot Particle Representation of the Dirichlet Laplacian*, Communications in Mathematical Physics, 2000, Volume 214, Issue 3, pp 679-703..
- [7] CHAMPAGNAT NICOLAS, LAMBERT AMAURY, RICHARD MATHIEU, *Birth and death processes with neutral mutations*, International Journal of Stochastic Analysis, Volume 2012, 2012..
- [8] DONNELLY PETER, KURTZ TOM, *Particle representations for measure-valued population models.*, Ann. Probab., 27(1) :166-205, 1999..

- [9] HENARD OLIVIER, *Change of measure in the lockdown particle system*, Stochastic Processes and their Applications 123, pp. 2054-2083, 2013..
- [10] LAMBERT AMAURY, *Population dynamics and random genealogies*, Stochastic Models, 45–163, 2008.
- [11] MÉLÉARD SYLVIE, *Modèles aléatoires en écologie et évolution*, Cours de troisième année, Ecole Polytechnique.
- [12] DENIS VILLEMONAIS, *General approximation method for the distribution of Markov processes conditioned not to be killed.*, Electronic preprint, arXiv :1106.0878..

Mini-symposium MAT4NET

Mathématiques pour l'analyse de grands réseaux

Mini-symposium porté par le groupe MAIRCI

Résumé

Les graphes (ou réseaux) sont des objets mathématiques permettant de représenter des interactions entre des entités. Les entités, représentées par les sommets, sont connectées par des arêtes qui modélisent la topologie et l'intensité des relations. Depuis la précédente décennie, l'étude de grands réseaux (de la centaine au millions de sommets) a engendré un excitant mélange de cultures disciplinaires, au carrefour de la théorie des graphes et de la science des réseaux, des mathématiques, de la physique et de l'informatique. Les applications potentielles sont innombrables : étude des réseaux sociaux, des interactions entre gènes, du réseau des pages web, diffusion d'épidémies dans les réseaux, etc. Au travers des trois exposés, nous proposons de faire découvrir différentes facettes des mathématiques (informatique, stochastique, topologique) de l'analyse des réseaux.

Organisateurs

1. **Laurent Decreusefond**, Telecom ParisTech.
2. **Vincent Miele**, Université Lyon 1 - LBBE/CNRS. (chairman)

Liste des orateurs

1. **Bertrand Jouve**, Université Lyon 2 - ERIC/IXXI.
Titre : Théorie des graphes pour l'analyse des réseaux d'interactions.
2. **Marc Lelarge**, INRIA - ENS.
Titre : Diffusions et cascades dans les réseaux aléatoires.
3. **Laurent Decreusefond**, Telecom ParisTech.
Titre : Géométrie de la *vie connectée*.

Laurent Decreusefond, Telecom ParisTech,
46 rue Barrault, 75634 Paris,
laurent.decreusefond@mines-telecom.fr

Vincent Miele, Biométrie et Biologie Evolutive,
Université Claude Bernard Lyon 1, 43 bd du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne,
vincent.miele@univ-lyon1.fr

Bertrand Jouve, Entrepôts, Représentation et Ingénierie des Connaissances,
Université Lumière Lyon 2, 5 av. Pierre Mendès-France, 69676 Bron,
bertrand.jouve@univ-lyon2.fr

Marc Lelarge, INRIA,
23 av. d'Italie, 75214 Paris,
marc.lelarge@ens.fr

Le groupe thématique SMAI-MAIRCI (<http://smai.emath.fr/spip.php?article226>) propose une exploration des mathématiques associées à l'analyse des réseaux. Au travers de trois exposés de 30 minutes, ce mini-symposium présentera un *continuum* entre cadre théorique et donnée réelle, où le réseau est l'objet de l'étude (notamment l'analyse de sa topologie, voir l'exposé de Bertrand Jouve) ou son support (pour la modélisation de la diffusion, voir l'exposé de Marc Lelarge). Les approches présentées s'inscriront dans la transversalité constitutive du groupe SMAI-MAIRCI, entre algorithmique, géométrie (voir l'exposé de Laurent Decreusefond) et modélisation.

1 Théorie des graphes pour l'analyse des réseaux d'interactions (Bertrand Jouve)

La théorie des graphes est souvent citée comme incontournable pour l'analyse des réseaux d'interactions (réseaux sociaux) et la construction de modèles. Nous illustrerons ceci à partir de trois exemples de réseaux réels : réseau de neurones réels corticaux, réseau social de la paysannerie médiévale et réseau de parcelles anciens. Nous verrons par ailleurs comment certaines mathématiques peuvent être adaptées sur des objets comme les graphes et ainsi alimenter la théorie des graphes.

2 Diffusions et cascades dans les réseaux aléatoires (Marc Lelarge)

La diffusion des idées nouvelles, des comportements ou des nouvelles technologies a été largement étudiée en utilisant des modèles épidémiques. Ici, nous considérons un modèle de diffusion où le comportement des individus est le résultat d'un choix stratégique. Nous étudions un jeu simple de coordination avec des choix binaires et nous caractérisons les conditions pour qu'une nouvelle action 'cascade' dans un réseau aléatoire. Nos résultats diffèrent fortement de ceux obtenus avec des modèles épidémiques. Dans une seconde partie (travail commun avec E.Coupechoux), nous étudions un modèle de réseaux aléatoires qui possède à la fois une distribution des degrés donnée et un coefficient de clustering modifiable. Nous analysons l'impact du clustering sur âles cascades (taille et fréquence).

3 Géométrie de la *vie connectée* (Laurent Decreusefond)

De l'agriculture intelligente à la voiture connectée, en passant par la domotique, dans les prochaines années, tous les appareils que nous connaissons seront connectés entre eux et avec le réseau Internet. Les communications radio utilisées sont sensibles aux interférences et aux pertes de puissance, deux phénomènes dont l'intensité dépend des positions relatives entre émetteurs et récepteurs. Les mathématiques, notamment la topologie algébrique, seront indispensables pour comprendre la géométrie de ces réseaux. La notion de complexe simplicial généralise celle de graphe et permet de savoir si votre réfrigérateur peut envoyer la liste des courses à votre tablette.

Mini-symposium MATHERRE
Dynamique collective et auto-organisation
en lien avec la planète Terre

Mini-symposium porté par l'ARP "MATHématiqueS en INteractions pour la TERRE"

Résumé

L'année thématique de l'UNESCO "Mathématiques pour la Planète Terre" a pour but non seulement de mettre en valeur aux yeux du grand public le rôle actif que les mathématiques peuvent jouer dans l'étude des problématiques environnementales actuelles, mais aussi de sensibiliser la communauté mathématique à la richesse des thématiques de recherche liées à cette dynamique. Dans ce cadre, la mission de l'Atelier de Réflexion Prospective "MathsInTerre" est de soumettre à l'ANR des pistes pour les projets de demain en lien avec la planète Terre.

Ce mini-symposium se propose d'illustrer un aspect des mathématiques pour la planète Terre, à savoir l'aspect "Terre Humaine". En effet, l'une des grandes problématiques est de considérer les êtres humains comme des éléments de l'ensemble Terre, avec leur complexité de groupe et l'influence qu'ils exercent sur les autres entités (fleuves, atmosphère, êtres vivants...). En particulier, les orateurs s'intéresseront à l'étude et la modélisation de populations, de leur implantation et de leur interaction avec leur environnement afin de mieux comprendre les dynamiques sociales qui sont à l'œuvre.

Organisateur

1. **Yohan Penel**, CETMEF (équipe ANGE).

Liste des orateurs

1. **Adrien Blanchet**, Université Toulouse I.
Titre : Transport d'un tas de sable et applications à la forme des villes.
2. **Sepideh Mirrahimi**, IMT-MIP.
Titre : Migration et adaptation d'une population structurée : une approche Hamilton-Jacobi.
3. **Annick Vignes**, Université Paris II Panthéon-Assas.
Titre : Dynamique du marché du logement en milieu urbain : est-ce que la ségrégation socio-spatiale engendrée laisse de la place à une mixité sociale ?.

Adrien Blanchet, GREMAQ, Université Toulouse 1 – Capitole, Manufacture des Tabacs, 21 Allée de Brienne, 31000 Toulouse,

adrien.blanchet@univ-tlse1.fr

Sepideh Mirrahimi, Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex 09,

sepideh.mirrahimi@math.univ-toulouse.fr

Annick Vignes, ERMES (UMR 7181 CNRS), Université Paris II Panthéon-Assas, 12 place du Panthéon, 75230 Paris cedex 05,

avignes@u-paris2.fr

Résumés des communications

Adrien Blanchet – Transport d’un tas de sable et applications à la forme des villes

En économie, on modélise souvent les êtres humains comme des “agents” qui doivent déterminer une “action” et auront une certaine “satisfaction” en retour. On s’intéressera à une situation dans laquelle les agents doivent décider où habiter lorsqu’ils arrivent dans une nouvelle ville. L’agent peut, par exemple, vouloir s’installer plutôt en centre ville parce que c’est l’endroit d’où il aura, en moyenne, le moins de chemin à parcourir pour interagir avec ses futures relations. Par contre, il faut aussi prendre en compte le fait qu’en centre ville, la compétition est plus grande et donc les appartements plus petits ou plus chers.

La question est de déterminer “l’équilibre” de Nash (situation dans laquelle personne n’a intérêt à déménager). Dans une situation très schématique, il est possible de déterminer les équilibres, en utilisant les derniers développements de la théorie du transport optimal.

On montre que ces équilibres sont solutions d’une équation aux dérivées partielles de type Monge-Ampère assez compliquée mais qu’il est possible de simuler numériquement en 1d.

Cet exposé sera une introduction à ce problème. La technique mathématique sera développée dans un second exposé dans le mini-symposium OptTrans (Des probabilités aux EDP par le transport optimal).

Sepideh Mirrahimi – Migration et adaptation d’une population structurée : une approche Hamilton-Jacobi

Nous étudions un modèle de dynamique des populations structurées par trait phénotypique et un paramètre de l’espace. Il est connu que ce modèle admet des fronts de propagation en direction de l’espace, qui correspondent à des fronts d’invasion. Afin de décrire ce mouvement, nous effectuons un changement d’échelle hyperbolique en temps et en espace. Nous étudions ensuite le comportement asymptotique de la population en utilisant la méthode WKB. Nous montrons ainsi que le front d’invasion peut être décrite par une équation de Hamilton-Jacobi.

Cette approche basée sur des équations de Hamilton-Jacobi a été développée récemment pour étudier des modèles de populations structurées seulement par trait, fournissant un cadre qui permet de décrire la dynamique des traits dominants. Dans cet exposé, nous présentons une tentative pour généraliser ces résultats à des modèles spatiaux.

Ce travail a été effectué en collaboration avec Emeric Bouin (Unité de Mathématiques Pures et Appliquées, ENS Lyon).

Annick Vignes – Modeling urban housing market dynamics : can the socio-spatial segregation preserve some social diversity ?

Addressing issues in social diversity, we introduce a model of housing transactions between agents heterogeneous in their willingness to pay. A key assumption is that agents preferences for a place depend on both an intrinsic attractiveness and on the social characteristics of its neighborhood. The stationary space distribution of income is analytically and numerically characterized. The main results are that socio-spatial segregation occurs if and only if the social influence is strong enough, but even so, some social diversity is preserved at most locations. Comparing with the Parisian housing market, the results reproduce general trends concerning the price distribution and the income spatial segregation.

Mini-symposium MATHSIP
Mathématiques du signal et des images :
Méthodes parcimonieuses

Mini-symposium porté par le GdR MIA (Mathématiques de l'Imagerie et Applications)

Résumé

La parcimonie est devenue indéniablement un concept majeur en traitement du signal et des images, et son utilisation comme source d'a priori a connu un essor considérable ces dernières années notamment pour la compression, l'estimation, la restauration, la séparation de sources ou encore l'échantillonnage des signaux, etc. Au-delà de la théorie du traitement du signal et des images, la parcimonie constitue une propriété remarquable dans plusieurs domaines des mathématiques appliquées, notamment en analyse harmonique appliquée et computationnelle, en mathématiques statistiques ou en théorie de l'apprentissage.

L'objectif global de ce minisymposium est de favoriser la rencontre entre les communautés françaises du traitement du signal et des images et celle des mathématiques appliquées qui participent de concert au développement rapide du concept de la parcimonie et à ses applications, depuis les fondements mathématiques jusqu'aux dernières avancées algorithmiques.

Organisateur

1. **Jalal FADILI**, GREYC CNRS-ENSICAEN-Université de Caen.

Liste des orateurs

1. **Erwan Le Pennec**, INRIA IdF/Select/Université Paris Sud.
Titre : Segmentation non supervisée d'image hyperspectrale : une approche parcimonieuse.
2. **Guillaume Obozinski**, Ecole des Ponts ParisTech.
Titre : Relaxation convexe pour les pénalités combinatoires.
3. **Jalal Fadili**, GREYC CNRS-ENSICAEN-Université de Caen.
Titre : Reconstruction stable par régularisation décomposable.

Erwan Le Pennec, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay
Bat 425 Faculté des Sciences d'Orsay Université Paris-Sud 11
F-91405 Orsay Cedex,

Erwan.Le_Pennec@inria.fr

Guillaume Obozinski, Ecole des Ponts ParisTech
6 - 8 Avenue Blaise Pascal Cité Descartes
77455 Champs-sur-Marne, Marne la Vallée Cedex 2,

Guillaume.Obozinski@imagine.enpc.fr

Jalal Fadili, GREYC CNRS-ENSICAEN-Université de Caen
ENSICAEN 6 Bd Maréchal Juin
14050 Caen Cedex,

Jalal.Fadili@greyc.ensicaen.fr

Introduction

Ce mini-symposium s'articule autour de trois interventions, chacune représentative d'un domaine où le concept de la parcimonie a eu un impact considérable. La première présentation traitera de la parcimonie en statistique, la seconde de la parcimonie en théorie de l'apprentissage, la dernière de la parcimonie dans les problèmes inverses. Ces trois interventions auront pour fil conducteur les applications potentielles en traitement du signal et des images.

1 Parcimonie en statistique

Le synchrotron Soleil permet d'acquérir facilement un grand volume d'image hyperspectrale de très bonne résolution spatiale et fréquentielle. L'automatisation du traitement de ces données est nécessaire pour pouvoir exploiter pleinement ce potentiel.

Dans cette présentation, les auteurs proposent une nouvelle méthodologie pour segmenter ces images en régions homogènes non nécessairement connexes sans aucune intervention humaine. Cette approche se base sur une reformulation du problème en terme d'estimation d'estimation de densité conditionnelle et repose sur un principe de parcimonie pour le choix du nombre de ces régions. Les performances numériques de cette méthode sont expliquées par des résultats théoriques que seront également présentés. Ce travail fait l'objet de l'article [1].

2 Parcimonie en apprentissage

La parcimonie structurée a pour but de favoriser un modèle de faible complexité dans lequel on exploite non seulement le fait que l'objet est parcimonieux, mais en plus qu'il possède une structure particulière. Ainsi, les modèles de parcimonie structurée sont ceux dans lesquels les indices des entrées non nulles ou faibles forment des configurations structurées. Deux exemples importants sont la parcimonie par blocs/groupes, où les groupes de paramètres sont simultanément nuls ou non, et la parcimonie hiérarchique où les paramètres peuvent être sélectionnés seulement suivant un ordre partiel prescrit encodé par un graphe orienté acyclique. Pour recouvrer ces paramètres, l'approche conventionnelle consiste à minimiser la somme du risque empirique et d'une pénalisation explicite ou implicite de la configuration des entrées non nulles.

Dans cette présentation, les auteurs considèrent une formulation générique dans laquelle les configurations structurées autorisées sont encodées par une pénalité combinatoire, et montrent que lorsque ces pénalités sont combinées avec un terme de régularisation continu comme une norme ℓ_p , une relaxation convexe fine peut être construite et ainsi être utilisée comme pénalisation dans le problème de minimisation. La formulation ainsi obtenue permet de traiter dans un cadre unifié plusieurs régularisations parcimonieuses comme les normes basées sur les groupes avec recouvrement, les normes basées sur les représentations latentes (e.g. codage de blocs) ou encore les fonctions sous-modulaires. Pour les estimateurs obtenus par la minimisation du risque empirique régularisé par de telles pénalités, des résultats génériques de consistance et d'identification du support seront présentés. Ce travail fait l'objet de l'article [2].

3 Parcimonie en problèmes inverses

Dans cette présentation, les auteurs proposent une analyse théorique unifiée des propriétés structurelles des solutions de problèmes inverses régularisées par une pénalité favorisant des modèles de faible complexité. Plus exactement, la régularisation appartient à la classe générique de semi-norme définie comme une norme décomposable composée par un opérateur linéaire, d'où l'appellation d'a priori décomposable type analyse. Ce cadre inclut de nombreux cas particuliers comme la variation totale discrète (en dimension quelconque), la norme $\ell_1 - \ell_2$ pour la parcimonie par blocs/groupe analyse ou alors la norme nucléaire.

Pour cette classe de régularisations, les résultats principaux qui seront présentés établissent des conditions suffisantes génériques garantissant l'unicité de la solution régularisée et sa stabilité à un bruit arbitraire borné. En chemin, une condition nécessaire et suffisante d'unicité est établie, et dont la portée va bien au delà des normes décomposables. Ce travail fait l'objet de l'article [3].

Références

- [1] S. COHEN AND E. LE PENNEC, *Conditional Density Estimation by Penalized Likelihood Model Selection and Applications*, tech. rep., INRIA, 7596, Apr. 2011.
- [2] G. OBOZINSKI AND F. BACH, *Convex Relaxation for Combinatorial*, tech. rep., hal-00694765, May 2012.
- [3] M.J. FADILI, G. PEYRÉ, S. VAITER, C. DELEDALLE AND J. SALMON, *Stable Recovery with Analysis Decomposable Priors*, Sampling Theory and Applications (SampTA), submitted, 2013.

Mini-symposium MATRIX

Grandes matrices aléatoires, télécommunications et statistiques en grande dimension

Mini-symposium adossé à l'ANR Dionisos

Résumé

Depuis le milieu des années 90 et les travaux précurseurs de Téletar [1], la théorie des grandes matrices aléatoires a été utilisée avec succès pour aborder la description de systèmes complexes en télécommunications. Ce point de vue a été à l'origine de progrès considérables dans la compréhension de la couche physique des grands systèmes de communication et a motivé un certain nombre de développements mathématiques originaux. Depuis, l'intérêt pour cette théorie et son application aux télécommunications ne s'est pas démenti.

L'objectif de ce minisymposium est de présenter ce domaine d'activité ainsi que les enjeux mathématiques associés, de faire le point sur les questions ouvertes du domaine, et d'évoquer certaines directions de recherche actuelles telles que la statistique en grande dimension pour les télécommunications.

Le projet ANR Dionisos auquel les organisateurs participent est actuellement consacré à la thématique "estimation et grandes matrices aléatoires"

Organisateurs

1. **Jamal Najim**, Université Paris Est & CNRS.
2. **Djalil Chafaï**, Université Paris Est.

Liste des orateurs

1. **Jamal Najim**, Université Paris Est.
Titre : Modèles matriciels en communications numériques.
2. **Jakob Hoydis**, Alcatel Lucent.
Titre : Random matrices for finite block-length codes.
3. **Pascal Vallet**, Institut polytechnique de Bordeaux.
Titre : Matrices aléatoires et applications au traitement d'antennes.

Jamal Najim, Laboratoire d'informatique Gaspard Monge, Université Paris-Est, Cité Descartes, 5, Boulevard Descartes, Champs sur Marne 77 454 Marne la Vallée Cedex 2, France,

najim@univ-mlv.fr

Djalil Chafaï, Laboratoire d'analyse et de mathématiques appliquées Université Paris-Est, Cité Descartes, 5, Boulevard Descartes, Champs sur Marne 77 454 Marne la Vallée Cedex 2 France ,

djalil@chafai.net

Jakob Hoydis, Alcatel-Lucent, Lorenzstrasse 10, 70435 Stuttgart, Germany,

jakob.hoydis@gmail.com

Pascal Vallet, Laboratoire IMS, 351, Cours de la Libération, 33405 Talence cedex, France.,

pascal.vallet@enseirb-matmeca.fr

Introduction

Le milieu des années 90 a vu une convergence forte entre la théorie des grandes matrices aléatoires d'une part, et les communications numériques d'autre part, et quoique les deux domaines aient été séparément très actifs, les travaux pionniers de Telatar, Foschini, Verdù, Tse, etc. ont opéré un rapprochement extrêmement convaincant entre les deux domaines. Depuis lors, l'application des grandes matrices aléatoires aux communications numériques s'est développée continûment. Cela va du domaine d'applications original, c'est-à-dire essentiellement les canaux à entrées multiples et à sorties multiples (MIMO channels - Multiple-Input Multiple Output channels), et les systèmes d'accès multiple à répartition par les codes, à des domaines plus récents tels que la radio cognitive, ou l'étude des nouvelles architectures cellulaires (Small Cell Networks, Massive MIMO, etc.).

Le premier résultat mathématique à avoir été appliqué avec succès à l'analyse des canaux MIMO dans l'article de Telatar [1] (et où celui-ci a démontré la pertinence d'utiliser des systèmes multi-antennes dans les communications sans fil) est le célèbre théorème de Marčenko et Pastur [2] où ceux-ci décrivent la distribution spectrale limite de grandes matrices de covariances à entrées aléatoires. Depuis, les équations de Girko [3] et les nombreux résultats de Bai et Silverstein [4] ont rapidement été exploités.

Le besoin s'est néanmoins rapidement fait sentir de développer des résultats mathématiques spécifiques, propres au contexte des communications numériques, et qui n'existaient pas dans la littérature mathématique jusqu'à présent.

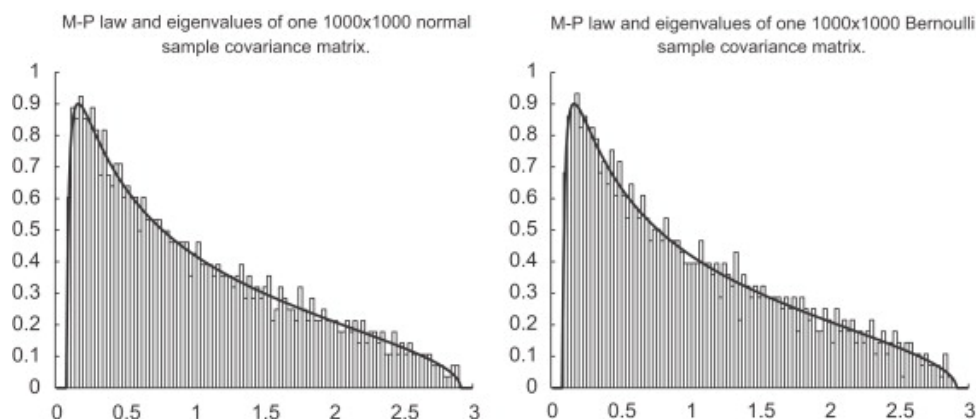


FIGURE 17 – Illustration du théorème de Marčenko et Pastur. Etant donnée une matrice X de dimensions 1000×1000 dont les entrées sont aléatoires, indépendantes, identiquement distribuées (Gaussiennes à gauche, Bernoulli à droite) et correctement renormalisées, l'histogramme représente la distribution des valeurs propres de la matrice XX^T ; la courbe en trait continu représente la densité de probabilité de la loi limite de répartition des valeurs propres quand les dimensions de la matrice tendent vers ∞ .

1 Modèles matriciels en communications numériques

Dans cet exposé, nous décrivons brièvement deux applications de la théorie des grandes matrices aléatoires aux communications numériques : les canaux de communication sans fil multi-antennes à l'émission et à la réception (canaux MIMO) et une application de détection dans un contexte de radio cognitive. À cette occasion, nous expliquerons certaines des raisons du succès de la modélisation des communications sans fil par les grandes matrices aléatoires. Enfin, nous introduirons certains modèles matriciels propres aux communications sans fil : grandes matrices aléatoires \tilde{A} profils de variances, matrices non centrées, à petites perturbations. Nous exposerons enfin les résultats asymptotiques standards obtenus pour ces modèles.

2 Random matrices for finite block-length codes

Channel capacity is the maximal rate at which information exchange with vanishing error probability is possible, provided that the length of each codeword is allowed to grow without limit. Owing to the celebrated Shannon theory, this asymptotic regime of communication is well understood. Since more than a decade, it is also known how practical codes which achieve the capacity (for certain channels and arbitrarily long codewords) can be constructed. Nevertheless, for real-world applications, the codeword (or block) length is naturally limited due to delay and complexity constraints. Thus, it is unfortunate that much less is known about the performance limits of communication in the finite block-length regime, where only bounds on the optimal error probability for a

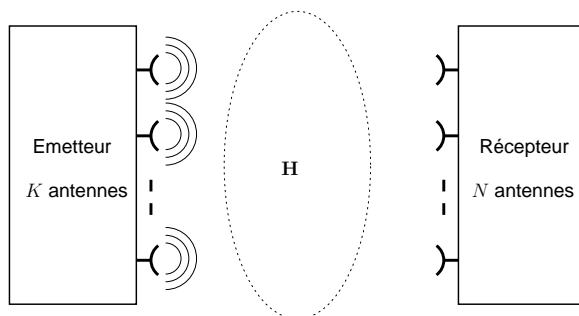


FIGURE 18 – Le canal MIMO. C’est un canal multi-antennes en émission et en réception. Le gain entre les antennes en émission et en réception est modélisé par une matrice H dont l’entrée H_{ij} représente le gain entre l’antenne j en émission et l’antenne i en réception. Etant donnée la nature du canal, il est raisonnable de modéliser cette matrice comme ayant des entrées aléatoires. Les propriétés statistiques de la matrices (corrélation des lignes, resp. corrélation des colonnes) correpondront alors à une propriété physique particulière (corrélation des antennes en réception, resp. en émission) du canal.

given code rate and block length are available. In addition, these bounds are in general difficult to analyze and to evaluate. As a consequence, code design for short block length is rendered difficult because no simple comparison to the theoretical optimum can be made. This is in particular the case for wireless multiple-input multiple-output (MIMO) channels for which the available bounds are even less tractable. Due to their high possible data rates and increased link reliability, MIMO techniques form an integral part of most modern wireless communication systems (WiFi, LTE) and their theoretical performance analysis is of high practical importance.

The input-output relation for n uses of a MIMO channel with K transmit and N receive antennas can be described by the following relation

$$\mathbf{Y}_n = \mathbf{H}_n \mathbf{X}_n + \mathbf{W}_n$$

where $\mathbf{Y}_n \in \mathbb{C}^{N \times n}$ is the matrix of the received signal, $\mathbf{H}_n \in \mathbb{C}^{N \times K}$, with i.i.d. entries $H_{ij} \sim \mathcal{CN}(0, 1/K)$, is the random channel matrix which describes the wireless channel from all input to all output antennas, $\mathbf{X}_n \in \mathbb{C}^{K \times n}$ is the channel input taken from a code book \mathcal{C}_n of cardinality M_n whose elements satisfy an energy constraint $\frac{1}{nK} \text{trace} \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^H \leq 1$, and $\mathbf{W}_n \in \mathbb{C}^{N \times n}$ is additive white Gaussian noise of variance σ^2 . The code rate is defined as $R = \frac{1}{nK} \log_2 M_n$ (bits/channel use/antenna) and the average error probability is

$$P_e^{(n)}(\mathcal{C}_n) = \Pr [\hat{\mathbf{X}}_n \neq \mathbf{X}_n]$$

where $\hat{\mathbf{X}}_n$ is the receiver’s decision about the code word \mathbf{X}_n which was sent and where the probability is taken over all $\mathbf{X}_n \in \mathcal{C}_n$, \mathbf{H}_n , and \mathbf{W}_n . In general, one would like to find the optimal average error probability for a given code rate R and block length n :

$$\mathbb{P}_e^{(n)}(R) = \inf_{\mathcal{C}_n} \left\{ P_e^{(n)}(\mathcal{C}_n) \mid \frac{1}{nK} \log M_n \geq R \right\}.$$

As mentioned above, the exact characterization of $\mathbb{P}_e^{(n)}(R)$ for fixed n , K , and N is generally intractable and only information-theoretic bounds which are difficult to evaluate exist. In this talk, we will discuss how the

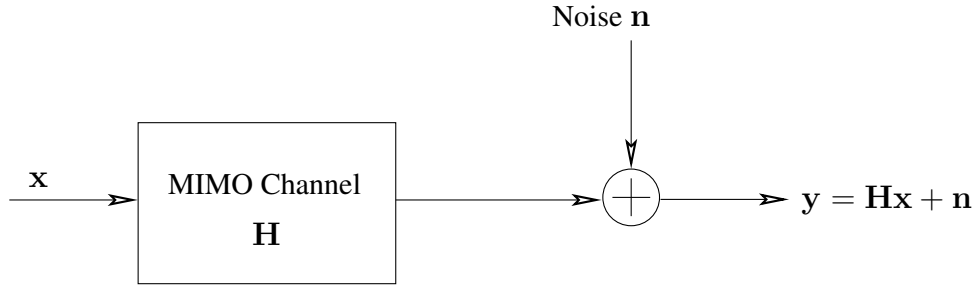


FIGURE 19 – Un modèle standard en communications numériques sans fil est $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$, où \mathbf{H} est la matrice de canal, supposée aléatoire, et dont les propriétés statistiques reflètent la réalité physique du canal ; \mathbf{x} représente le signal émis, \mathbf{n} , le bruit additif entachant la communication, et \mathbf{y} , le signal reçu. De nombreux indicateurs de performances de tels canaux (information mutuelle, capacité ergodique, etc.) sont des statistiques linéaires des valeurs propres de la matrice $\mathbf{H}\mathbf{H}^*$.

consideration of an asymptotic regime where all system parameters N , K , and n grow infinitely large at the same speed can simplify the analysis and even leads to tight closed-form approximations. Our analysis makes use of the Gaussian tools of random matrix theory developed by Pastur, which consist of an integration by parts formula to evaluate expectations of functionals of Gaussian matrices and the Poincaré–Nash inequality to control the variance of such functionals. A comparison to practical codes reveals a striking similarity between the empirical and theoretical slopes of the error-probability curve, seen as functions of n or the noise variance σ^2 . This allows one to predict in practice by how much n or the transmit power must be increased to realize a desired error probability improvement.

3 Matrices aléatoires et applications au traitement d’antennes

Le traitement d’antennes, dont les premiers travaux remontent aux années 1970, est un sous-domaine du traitement du signal, dont l’objectif est d’utiliser un réseau de capteurs, pour caractériser une ou plusieurs sources émettrices. Les applications industrielles concernées incluent aussi bien le domaine militaire (radar, guerre électronique), que le domaine civil (téléphonie cellulaire multi-antennes). Ainsi, dans le contexte où K sources, réparties dans l’espace, émettent sur un réseau de M capteurs, et où chaque capteur collecte un nombre N d’échantillons du signal reçu, le signal en sortie du réseau est couramment modélisé par une matrice de taille $M \times N$ notée \mathbf{Y}_N , définie par

$$\mathbf{Y}_N = \mathbf{X}_N + \mathbf{V}_N, \quad (8)$$

où les colonnes de \mathbf{Y}_N représentent les N échantillons de dimension M , \mathbf{X}_N est une matrice déterministe liée au signaux émis par les sources, et \mathbf{V}_N une matrice aléatoire, représentant un bruit additif lié au canal de propagation, et dont les entrées sont généralement modélisées par des variables aléatoires gaussiennes indépendantes et identiquement distribuées, centrées et de variance σ^2 (bruit blanc). Le traitement d’antennes regroupe un ensemble de méthodes statistiques permettant d’inférer sur différents paramètres de la matrice \mathbf{X}_N , liée aux sources. En particulier deux problèmes majeurs interviennent : la *détection et la localisation de sources*, qui consistent respectivement à estimer le nombre de sources K , ainsi que les directions d’arrivées de leurs signaux. Les méthodes traditionnelles de détection reposent notamment sur les valeurs propres et vecteurs propres de la matrice de covariance des observations $\mathbf{R}_N = \frac{\mathbf{X}_N \mathbf{X}_N^*}{N} + \sigma^2 \mathbf{I}$, qui, n’étant pas accessible, est couramment approchée par son estimée empirique

$$\hat{\mathbf{R}}_N = \frac{\mathbf{Y}_N \mathbf{Y}_N^*}{N}.$$

D’après la loi des grand nombres, cette estimée est relativement pertinente car on a alors

$$\left\| \hat{\mathbf{R}}_N - \mathbf{R}_N \right\| \rightarrow 0,$$

quand le nombre d’échantillons N tend vers l’infini tandis que le nombre de capteurs M reste fixe ($\|\cdot\|$ désigne la norme spectrale.). Autrement dit, la matrice de covariance empirique est un bon estimateur de la vraie matrice de covariance du modèle (8), dans le contexte où $N \gg M$, et les méthodes traditionnelles de détection/localisation présentent alors de bonnes performances.

Cependant, il n’est pas toujours possible de disposer d’une telle quantité d’échantillons, notamment lorsque le nombre de capteurs est grand, ou lorsque les modèles en jeu ne sont stationnaires que sur de courtes pAriodes

de temps. Pour ces raisons, le scenario où M et N sont du même ordre de grandeur s'avère plus raisonnable en pratique, et les performances des méthodes traditionnelles de détection et de localisation peuvent être fortement dégradées, notamment car les estimateurs en jeu ne "capturent" plus le comportement des valeurs propres et vecteurs propres de $\hat{\mathbf{R}}_N$.

Dans ce contexte, le régime asymptotique où M, N convergent vers l'infini de telle manière que le ratio $\frac{M}{N}$ converge vers une constante $c > 0$ apparaît alors pertinent pour appréhender le comportement de $\hat{\mathbf{R}}_N$ quand M et N sont du même ordre de grandeur. Dès lors, la théorie des matrices aléatoires fournit de puissants résultats décrivant finement le comportement asymptotique des valeurs propres et vecteurs propres de $\hat{\mathbf{R}}_N$, qu'il est possible d'exploiter pour mettre au point de nouvelles méthodes de détection/localisation, dont les performances surpassent celles des algorithmes traditionnels.

Dans cet exposé, nous introduirons ainsi quelques-uns de ces résultats, puis nous montrerons comment ils peuvent être utilisés pour obtenir des estimateurs consistants dans ce nouveau régime doublement asymptotique, et caractériser leurs performances statistiques.

Références

- [1] I. TELATAR, *Capacity of multi-antenna Gaussian channels*, European transactions on Telecommunications, vol. 10, num. 6, p. 585-596, 1999.
- [2] V.A. MARCENKO AND L. PASTUR, *Distribution of eigenvalues on some sets of random matrices*, Sbornik : Mathematics, 72 (114), 1967.
- [3] V. GIRKO, *Theory of stochastic canonical equations, Vol. I and II*, vol. 535, Mathematics and its applications, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [4] Z. BAI AND J. SILVERSTEIN, *Spectral Analysis of Large Dimensional random matrices*, Springer Series in Statistics, Second Edition, Springer, 2010.

Mini-symposium MENTOL

Méthodes numériques pour le transport optimal

Mini-symposium porté par l'ANR TOMMI et le GdR MIA

Résumé

L'idée générale du problème de Monge-Kantorovich est de déterminer une application optimale transportant une fonction vers une autre fonction. Pour cela, un coût de transport entre les fonctions (classiquement la distance de Wasserstein) est minimisé globalement. Une image pouvant être considérée comme une fonction (le niveau de gris), la communauté du traitement d'images s'est intéressée au calcul du transport optimal dans le cadre continu pour des applications de recalage [2]. Le transport discret a lui aussi eu des répercussions importantes pour le transfert de densités de couleurs entre images et le calcul de distances entre descripteurs d'images en vision par ordinateur [15]. Malgré de récentes percées théoriques [16, 1], les aspects algorithmiques et numériques du transport optimal ont été peu explorés. Ceci est par exemple notable dans le cadre continu, où l'approche proposée pour le transport de densités en 2000 dans [3] fait toujours figure de référence. Pour certaines applications, il apparaît de plus nécessaire de définir de nouvelles énergies tenant compte des caractéristiques de la masse à transporter (solide, élastique, fluide, ...) ainsi que du support des densités. Des problèmes théoriques et algorithmiques sont associés à ces nouvelles énergies. Le projet ANR TOMMI (Transport Optimal et Modèles Multiphysiques de l'Image) vise ainsi à proposer de nouvelles méthodes numériques pour traiter ces problèmes. Ce mini-symposium a vocation à mettre en avant des travaux récents de la communauté française concernant le développement de méthodes numériques permettant l'estimation de plans de transport optimaux pour des applications liées au traitement d'images.

Organisateurs

1. **Nicolas Papadakis**, CNRS, Institut de Mathématiques de Bordeaux (IMB), UMR 5251.
2. **Emmanuel Maitre**, Grenoble INP, Laboratoire Jean Kuntzmann (LJK), UMR 5224.

Liste des orateurs

1. **Jean-David Benamou**, Inria Rocquencourt, projet MOKAPLAN.
Titre : Solveur de Monge-Ampère pour le problème de Monge-Kantorovich avec coût quadratique.
2. **Damiano Lombardi**, Inria Rocquencourt, projet REO.
Titre : Une classe de méthodes lagrangiennes pour le problème de Monge-Kantorovich.
3. **Julien Rabin**, Université de Caen, GREYC, UMR 6072.
Titre : Distance de Wasserstein projetée et application à la segmentation d'images.

Nicolas Papadakis, IMB, 351 cours de la Libération, 33405 Talence,
nicolas.papadakis@u-bordeaux1.fr

Emmanuel Maitre, LJK, 51 rue des Mathématiques, 38041 Grenoble,
emmanuel.maitre@imag.fr

Jean-David Benamou, Inria Rocquencourt - B.P. 105, 78153 Le Chesnay,
jean-david.benamou@inria.fr

Damiano Lombardi, Inria Rocquencourt - B.P. 105, 78153 Le Chesnay,
damiano.lombardi@inria.fr

Julien Rabin, ENSICAEN, 6 Boulevard du Maréchal Juin, 14050 CAEN cedex,
julien.rabin@unicaen.fr

Après une brève introduction liée aux travaux réalisés dans le cadre de l'ANR TOMMI pour l'estimation du transport discret [11, 6] et continu [10, 5, 13, 9], trois nouvelles approches développées au sein de la communauté française seront présentées. Ces méthodes sont liées à différentes applications de traitement d'images : recalage, segmentation ou encore transfert de couleurs.

1 Solveur de Monge-Ampère pour le problème de Monge-Kantorovich avec coût quadratique

Orateur : J-D. Benamou, travail en collaboration avec B. D. Froese et A. M. Oberman.

Le problème de Monge-Kantorovich avec coût quadratique est la formulation faible d'une équation non-linéaire elliptique de Monge-Ampère. En toute généralité, les conditions aux limites y sont remplacées par une contrainte d'état sur le gradient de la solution. Nous proposons une reformulation de cette contrainte sous la forme de conditions aux limites non-linéaires pour lesquelles nous pouvons utiliser les méthodes d'approximations issues de la théorie des solutions de viscosité [4]. La discrétisation différences finies de l'équation de Monge-Ampère suit l'approche "wide-stencil" de Froese et Oberman. La méthode de Newton est bien adaptée à la résolution du problème discrétisé et permet d'espérer une complexité optimale. On présentera des résultats numériques en dimension 2 et l'on discutera des singularités de solutions calculables avec notre algorithme.

2 Une classe de méthodes lagrangiennes pour le problème de Monge-Kantorovich

Orateur : D. Lombardi, travail en collaboration avec A. Iollo.

Le problème de Monge (1781) a été récemment redécouvert à la fois du point de vue théorique et des applications. On peut notamment lier le transport optimal à l'optimisation, le mouvement des foules, l'électrodynamique non-linéaire et l'imagerie biomédicale.

Différentes méthodes ont été proposées dans la littérature pour approcher la solution de ce problème. L'objectif du travail proposé dans [7] est de mettre au point une classe de méthodes lagrangiennes permettant de formuler le problème en prenant en compte la structure des caractéristiques.

La méthode a été validée pour des cas tests 2D et 3D en imagerie biomédicale. En particulier, la scalabilité de la méthode est proportionnelle au nombre de degrés de liberté de la discrétisation en espace. Une méthode multi-niveau a été proposée pour accélérer la convergence.

Une application de la distance de Wasserstein en réduction de modèle a également été mise au point [8], en utilisant la méthode proposée afin de calculer la distance de Wasserstein entre densités associées aux solutions des systèmes EDP caractérisés par le transport. Un exemple sera discuté.

3 Distance de Wasserstein projetée et application à la segmentation d'images

Orateur : J. Rabin, travail en collaboration avec J. Fadili et G. Peyré.

Dans cet exposé, nous nous plaçons dans le cadre de la théorie du transport optimal de Monge-Kantorovich pour définir des termes de pénalité qui dépendent des statistiques des images. Afin de s'affranchir de la complexité algorithmique liée à l'utilisation de la distance dite de Wasserstein, nous proposons une formulation variationnelle approchée lorsque les statistiques sont exprimées sous forme de nuage de points multi-dimensionnels : la distance de Wasserstein projetée [14]. Nous illustrons l'intérêt de cette approche générique par une application au problème à la segmentation d'images [12]. Pour cela, nous proposons un modèle de contour actif combinant la distance de Wasserstein projetée entre les histogrammes de couleurs de l'image avec les outils de dérivées de forme. L'approche est alors assez flexible puisqu'elle permet aussi bien de minimiser la distance de Wasserstein à des distributions a priori, que de maximiser la distance entre les distributions des régions segmentées. Les résultats numériques démontrent les avantages de l'utilisation de la distance liée au transport optimal par rapport aux métriques locales.

Références

- [1] L. AMBROSIO, N. GIGLI, G. SAVARÉ, *Gradient Flows in Metric Spaces and in the Space of Probability Measures*, Lectures in Mathematics ETH Zürich, Birkhäuser Verlag, Basel, 2005.

- [2] S. HAKER, L. ZHU, A. TANNENBAUM, S. ANGENENT, *Optimal mass transport for registration and warping*, International Journal of Computer Vision 60 : 225-240, 2004.
- [3] J-D. BENAMOU, Y. BRENIER, *A computational fluid mechanics solution of the Monge-Kantorovich mass transfer problem*, Numerische Mathematik 84 : 375-393, 2000.
- [4] J-D. BENAMOU, B. D. FROESE, A. M. OBERMAN, *Numerical solution of the Optimal Transportation problem using the Monge-Ampere equation*, arXiv :1208.4870v1, 2012.
- [5] A. BOUHARGUANE, E. MAITRE, E. OUDET, N. PAPADAKIS, *Multiphysics optimal transportation and image analysis*, Submitted to ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 2012..
- [6] S. FERRADANS, N. PAPADAKIS, G. PEYRÉ, J. RABIN, J.-F. AUJOL, *Regularized discrete optimal transport*, in Scale Space and Variational Methods in Computer Vision (SSVM), 2013.
- [7] A. IOLLO, D. LOMBARDI, *A Lagrangian Scheme for the Solution of the Optimal Mass Transfer Problem*, Journal of Computational Physics, 230 : 3430-3442, 2011.
- [8] A. IOLLO, D. LOMBARDI, *Advection Modes by Optimal Mass Transfer*, Submitted to Journal of Fluid Mechanics, 2012.
- [9] E. MAITRE, D. LOMBARDI, *Model and algorithms for unbalanced optimal transport*, in preparation, 2013.
- [10] Q. MÉRIGOT, *A multiscale approach to optimal transport*, Computer Graphics Forum, 30 (5) : 1583-1592, 2011.
- [11] Q. MÉRIGOT, E. OUDET, *Discrete optimal transport : complexity, geometry and application*, Submitted, 2012.
- [12] G. PEYRÉ, J. FADILI, J. RABIN, *Wasserstein active contours*, IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'12), 2012.
- [13] G. PEYRÉ, E. OUDET, N. PAPADAKIS, *Optimal transport with proximal splitting*, In preparation, see <http://fr.slideshare.net/gpeyre/proximal-splitting-and-optimal-transport>, 2013.
- [14] J. RABIN, G. PEYRÉ, J. DELON, M. BERNOT, *Wasserstein Barycenter and its Application to Texture Mixing*, in Scale Space and Variational Methods in Computer Vision (SSVM), 2011.
- [15] Y., RUBNER, C. TOMASI, L. GUIBAS, *A metric for distributions with applications to image databases*, In International Conference on Computer Vision (ICCV'98), 59-66, 1998.
- [16] C. VILLANI, *Topics in Optimal Transportation*, Graduate Studies in Mathematics Series. American Mathematical Society, 2003.

Mini-symposium MENUDI
Méthodes numériques pour les problèmes
paramétriques de grande dimension

Mini-symposium soutenu par le GDR MIA

Résumé

La simulation numérique d'edp paramétriques est un préalable à des tâches telles que l'optimisation des paramètres pour un critère donné, l'estimation d'incertitude lorsque les paramètres sont de nature aléatoire. Ce minisymposium donnera un aperçu comparatif des méthodes actuellement envisagées : méthodes tensorisées et parcimonieuses, PGD et POD, bases réduites. On s'intéressera en particulier au comportement de ces méthodes quand le nombre de paramètres est élevé.

Organisateurs

1. **Albert Cohen**, Université Pierre et Marie Curie.
2. **Yvon Maday**, Université Pierre et Marie Curie.

Liste des orateurs

1. **Virginie Ehrlacher**, Ecole des Ponts, Marne La Vallée.
Titre : Greedy algorithms for high-dimensional eigenvalue problems.
2. **Benjamin Stamm**, Université Pierre et Marie Curie, Paris.
Titre : Efficient greedy algorithms for high-dimensional parameter spaces.
3. **Christophe Prud'homme**, Université Joseph Fourier, Grenoble.
Titre : Méthodes des bases réduites et calcul haute performance. Applications à des problèmes multi-physiques non linéaires.
4. **Julie Tryoen**, INRIA Bordeaux.
Titre : Méthode de Galerkin stochastique adaptative pour la propagation d'incertitudes dans les systèmes hyperboliques.

Albert Cohen, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie, 4 Place Jussieu, 75005 Paris, cohen@ann.jussieu.fr

Yvon Maday, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie, 4 Place Jussieu, 75005 Paris, maday@ann.jussieu.fr

La simulation numérique d'edp paramétriques est un préalable à des tâches telles que l'optimisation des paramètres pour un critère donné, l'estimation d'incertitude lorsque les paramètres sont de nature aléatoire. Ce minisymposium donnera un aperçu comparatif des méthodes actuellement envisagées : méthodes tensorisées et parcimonieuses, PGD et POD, bases réduites. On s'intéressera en particulier au comportement de ces méthodes quand le nombre de paramètres est élevé. Les quatre interventions sont résumées ci-dessous.

1 Greedy algorithms for high-dimensional eigenvalue problems - Virginie Ehlacher

In this talk, I will present some new greedy algorithms in order to compute the lowest eigenvalue of a linear eigenvalue problem operator defined on a high-dimensional Hilbert space. The principle of these numerical methods consists in expanding a tentative eigenvector associated to this eigenvalue as a sum of so-called tensor product functions and compute each of these tensor product function iteratively as the best possible, in a sense which will be made clear in the talk. The advantage of this family of methods relies in the fact that the resolution of the original high-dimensional problem is replaced with the resolution of several low-dimensional problems, which is more easily implementable. The convergence results we proved for our algorithms will be detailed, along with some convergence rates in finite dimension.

2 Efficient greedy algorithms for high-dimensional parameter spaces - Benjamin Stamm

We propose two new and enhanced algorithms for greedy sampling of high-dimensional functions. While the techniques have a substantial degree of generality, we frame the discussion in the context of methods for empirical interpolation and the development of reduced basis techniques for high-dimensional parametrized functions. The first algorithm, based on a assumption of saturation of error in the greedy algorithm, is shown to result in a significant reduction of the workload over the standard greedy algorithm. In an improved approach, this is combined with an algorithm in which the train set for the greedy approach is adaptively sparsefied and enriched. A safety check step is added at the end of the algorithm to certify the quality of the basis set. Both these techniques are applicable to high-dimensional problems and we shall demonstrate their performance on a number of numerical examples.

3 Méthodes des bases réduites et calcul haute performance. Applications à des problèmes multi-physiques non linéaires - Christophe Prudhomme

Nous présentons un framework libre pour les méthodes des bases réduites implémenté dans la librairie Feel++ que nous appliquons à deux applications multi-physiques non linéaires 3D en électro-thermique et aéro-thermique nécessitant de faire appel à du calcul haute performance. Outre certains aspects du framework mathématique et informatique qui sont décrits pour traiter ces problèmes, nous présentons le gain important obtenu grâce aux méthodes des bases réduites et leur utilisation dans un contexte industriel.

En effet le Laboratoire National des Champs Magnétique Intenses (LNCMI) est un grand équipement français permettant aux chercheurs de réaliser des expériences dans un champ magnétique le plus élevé possible (jusqu'à 35 T en stationnaire fourni par des aimants résistifs refroidis par eau liés à une alimentation de 24 MW de puissance). Dans la course mondiale au champ le plus élevé, les technologies magnétiques existantes sont poussées aux limites en terme de propriétés des matériaux et des méthodes de conception. Cela est encore plus vrai pour les aimants où soit le profil du champ, soit l'homogénéité du champ (par exemple pour des applications RMN) sont également visés. Pour faire face à ces limites nous avons besoin d'outils de conception fiables et robustes. Les méthodes des bases réduites font partie du framework de simulation mis en place.

4 Méthode de Galerkin stochastique adaptative pour la propagation d'incertitudes dans les systèmes hyperboliques - Julie Tryoen

Ce travail porte sur la propagation et la quantification d'incertitudes sur les données en entrée dans des modèles gouvernés par des systèmes hyperboliques de lois de conservation. Je considère des incertitudes sur les conditions

initiales et/ou des constantes physiques du problème, paramétrées par un vecteur de variables aléatoires indépendantes $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_1, \dots, \xi_N\} \in \Xi \subset \mathbb{R}^N$. Pour simplifier, les variables aléatoires sont supposées uniformes et le problème est unidimensionnel en espace. Les systèmes hyperboliques stochastiques (1D) ont la forme générale suivante

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} U(x, t, \boldsymbol{\xi}) + \frac{\partial}{\partial x} F(U(x, t, \boldsymbol{\xi}); \boldsymbol{\xi}) = 0, \\ U(x, t = 0, \boldsymbol{\xi}) = U^0(x, \boldsymbol{\xi}), \end{cases}$$

où le vecteur des variables conservatives $U \in \mathbb{R}^m$ et la fonction flux $F \in \mathbb{R}^m$ dépendent des incertitudes et sont par conséquent fonctions du vecteur aléatoire $\boldsymbol{\xi}$; la Jacobienne du système $\nabla F \in \mathbb{R}^{m,m}$ est supposée diagonalisable dans \mathbb{R} presque sûrement. J'utilise une méthode spectrale stochastique, où la solution U est cherchée sous forme d'un développement en série sur une base de fonctionnelles des variables aléatoires, les coefficients spectraux dépendant de l'espace et du temps :

$$U(x, t, \boldsymbol{\xi}) \approx U^P(x, t, \boldsymbol{\xi}) = \sum_{\alpha=1}^P u_{\alpha}(x, t) \Phi_{\alpha}(\boldsymbol{\xi}).$$

Le développement spectral stochastique de la solution fournit une représentation pratique pour quantifier l'impact des incertitudes. À partir des coefficients spectraux, on peut en effet estimer les moments statistiques de la solution, des intervalles de confiance, mener une analyse de sensibilité. . . J'ai proposé une méthode intrusive, où le vecteur des coefficients spectraux $\mathbf{u}(x, t) = (u_{\alpha}(x, t))_{\alpha \in \{1, \dots, P\}} \in \mathbb{R}^{mP}$ est solution du système d'équations obtenu par projection de Galerkin du système stochastique d'origine. La principale difficulté est que les solutions de systèmes hyperboliques stochastiques peuvent présenter des discontinuités dans les domaines spatial et stochastique, dues à la présence d'ondes de choc et de discontinuités de contact dans le domaine spatial. Pour surmonter cette difficulté, j'utilise une approximation polynomiale par morceaux pour la discrétisation stochastique et un schéma Volumes Finis pour la discrétisation spatiale; en particulier, j'ai proposé un nouveau solveur pour le système de Galerkin, de type Roe avec correcteur entropique. La méthode proposée, bien que capable de traiter des situations complexes, reste coûteuse car une discrétisation stochastique très fine est nécessaire pour représenter la solution au voisinage des discontinuités. Il est donc nécessaire de faire appel à des stratégies adaptatives. Comme les discontinuités sont localisées en espace et évoluent en temps, je propose des représentations stochastiques dépendant de l'espace et du temps, c'est-à-dire, qu'à un temps fixé, chaque cellule de Volume Fini supporte sa propre discrétisation stochastique. Je formule cette méthodologie dans un contexte multi-résolution multi-ondelettes basé sur le concept de partitions dyadiques locales et d'arbres binaires pour décrire une discrétisation non uniforme du domaine stochastique. Dans le cas multidimensionnel, une anisotropie de la procédure adaptative est proposée. La méthode est validée sur les équations d'Euler avec une incertitude et l'équation du trafic avec cinq incertitudes.

Mini-symposium MERLIN

Modèles et schémas pour l'imagerie sismique numérique

Résumé

L'imagerie sismique a pour objectif de produire une représentation du sous-sol qui colle au mieux aux données enregistrées lors des campagnes d'acquisition, qu'elles soient terrestre ou maritime. Elle est donc devenue un outil indispensable dont le développement est un enjeu majeur pour l'exploration et la production pétrolière. Le modèle mathématique le plus adapté est l'équation des ondes sismiques et on peut lui associer plusieurs techniques d'imagerie. Chacune d'elles repose sur la résolution de plusieurs équations d'ondes posées dans des milieux très hétérogènes comportant de l'anisotropie. Dans le cadre de ce mini-symposium, on présentera trois approches différentes pour l'imagerie sismique. La première est appelée Reverse Time Migration (RTM). La RTM s'appuie sur la réversibilité en temps de l'équation des ondes qui justifie qu'en rétro-propageant le champ réfléchi, on peut transformer l'information temporelle enregistrée par les récepteurs en une trace spatiale des réflecteurs. La seconde repose sur une inversion de l'équation des ondes (Full Wave Inversion) et fournit des informations sur la dynamique du milieu. Cette technique vient donc en complément de la RTM qui ne restitue que les propriétés cinématiques du milieu de propagation. Enfin la troisième montre un exemple où on utilise les ondes électromagnétiques pour imager des forages. Il s'agit d'une application originale qui commence à être de plus en plus utilisée par les industriels. Dans chacune des présentations, on montrera combien les mathématiques sont omniprésentes dans la production d'images du sous-sol par propagation d'ondes dont une des principales applications est l'exploration pétrolière.

Organisateurs

1. **Hélène Barucq**, Inria.
2. **Paul Williamson**, Total.

Liste des orateurs

1. **Florent Ventimiglia**, Magique-3D, Inria Bordeaux Sud-Ouest at LMA UMR 5142.
Titre : Schémas d'ordre élevés en temps et en espace pour l'équation des ondes. Application à la Reverse Time Migration.
2. **Romain Brossier**, ISTerre, Université Joseph Fourier Grenoble.
Titre : Imagerie sismique haute résolution par inversion des formes d'ondes.
3. **David Pardo**, IKERBASQUE et Université du Pays Basque à Bilbao.
Titre : Réduction de modèles et autres avancées pour la simulation et l'inversion de mesure de résistivité pour l'amélioration de la caractérisation des réservoirs.

Hélène Barucq, Equipe-projet MAGIQUE-3D commune à Inria Bordeaux Sud-Ouest et LMA UMR 5142, Université de Pau et des Pays de l'Adour, IPRA, Avenue de l'Université, 64013 Pau,
helene.barucq@inria.fr

Paul Williamson, Centre Scientifique et Technique Jean-Féger, avenue Larribau, 64000 Pau,
paul.willimason@total.com

Florent Ventimiglia, Equipe-projet MAGIQUE-3D commune à Inria Bordeaux Sud-Ouest et LMA UMR 5242, Université de Pau et des Pays de l'Adour, IPRA, Avenue de l'Université, 64013 Pau,
florent.ventimiglia@inria.fr

Romain Brossier, ISTerre, Université Joseph Fourier Grenoble, BP53, 38041 Grenoble Cedex 9,
romain.brossier@ujf-grenoble.fr

David Pardo, Departamento de Matemática Aplicada, Estadística e Investigación Operativa, Barrio Sarriena S/N, Facultad de Ciencia y Tecnología, 48940 Leioa (Bizkaia), Spain,
dzubiaur@gmail.com

Introduction

L'imagerie sismique a pour objectif de produire une représentation du sous-sol qui colle au mieux aux données enregistrées lors des campagnes d'acquisition, qu'elles soient faites en mer ou sur terre. Elle est donc devenue un outil indispensable pour l'exploration pétrolière, et son développement est un enjeu majeur pour l'exploration et la production pétrolière. Le modèle mathématique le plus adapté à l'imagerie sismique est l'équation des ondes sismiques et la technique d'imagerie qui lui est associée est appelée Reverse Time Migration (RTM). La RTM (voir [7]) s'appuie sur la réversibilité en temps de l'équation des ondes qui justifie qu'en rétro-propageant les champs réfléchis enregistrés par les capteurs, on peut transformer l'information temporelle enregistrée par les récepteurs en une trace spatiale des réflecteurs. Dans son travail pionnier, Hemon [8] a démontré que la résolution de l'équation des ondes est un outil efficace pour la migration. Il est amusant de noter que Hemon pensait que sa théorie n'avait aucun intérêt pratique. Il a fallu attendre l'article [9] pour accepter l'idée que la RTM est réellement efficace pour imager des dômes de sel puis deux décennies encore pour voir l'application de la RTM 3D répandue aux données industrielles de l'exploration. Ce délai était principalement dû au volume énorme de calcul nécessaire pour résoudre l'équation des ondes, même la plus simple, i.e. celle de l'acoustique. Aujourd'hui, les progrès spectaculaires du calcul scientifique, aidés par les performances tout aussi impressionnantes des calculateurs, font de la RTM 3D un outil fiable et appliqué en routine par l'exploration pétrolière. Mais l'imagerie sous le sel est toujours un défi pour les méthodes numériques car le sel a tendance à faire écran aux ondes sismiques. Or, dans certaines zones, les réservoirs à hydrocarbures sont recouverts d'une épaisse couche de sel. Il faut donc déployer des technologies innovantes pour relever le défi d'imager sous le sel et les méthodes numériques pour les équations d'ondes en font partie. On commence aussi à voir des résultats en FWI (Full Wave Form Inversion) qui viennent en complément aux résultats de RTM et qui n'étaient pas du tout envisageables il y a encore 10 ans, faute de moyens de calcul adaptés. Toutefois, imager des zones à tectonique complexe pose toujours des problèmes dont les solutions demandent des approches numériques toujours plus sophistiquées, et aussi très coûteuses. L'objectif de ce mini-symposium est d'une part de décrire des avancées récentes qui ont été réalisées pour discrétiser en temps l'équation des ondes élastiques. L'expérience montre en effet qu'il est nécessaire de développer des schémas d'ordre élevé en temps capables d'améliorer la précision des calculs sans augmenter les coûts de calcul. Un autre exposé est dédié à la FWI qui consiste à résoudre le problème inverse pour obtenir des informations sur la dynamique (caractéristiques physiques telles que la densité, la vitesse de propagation) du milieu de propagation. Enfin, un troisième exposé est consacré à l'utilisation des ondes électromagnétiques pour simuler des réservoirs.

1 Schémas d'ordre élevés en temps et en espace pour l'équation des ondes. Application à la Reverse Time Migration.

FLORENT VENTIMIGLIA, HÉLÈNE BARUCQ, HENRI CALANDRA and JULIEN DIAZ

L'exploration géophysique moderne est un bel exemple d'interaction entre le monde industriel et la communauté mathématique. En effet, à partir de la simulation numérique de la propagation d'ondes, il est possible de produire des images du sous-sol qui peuvent être utilisées pour décider s'il y a lieu de forer ou pas. Bien évidemment, ces images doivent être les plus précises possibles et c'est pourquoi il est nécessaire de développer des méthodes numériques avancées pour imager de manière très précise le sous-sol. Ces méthodes se doivent de combiner précision et charge de calcul minimisée, ce qui n'est pas facile à réaliser. En général, les algorithmes d'imagerie sismique, comme par exemple la Reverse Time Migration (RTM), génèrent des coûts de calcul vraiment importants et le plus souvent prohibitifs en 3D. Ceci est principalement dû au fait que ces algorithmes reposent sur la résolution d'un très grand nombre d'équations d'ondes et que la production des images demande *a priori* de stocker un grand nombre d'historiques. C'est donc sur l'optimisation du problème direct, qu'est l'équation d'onde, qu'il faut travailler en privilégiant précision, occupation de la mémoire et temps de calcul minimisés. Pour réduire la charge de calcul, nous avons d'abord choisi d'utiliser une méthode de Galerkin Discontinue (DGM) d'ordre élevé qui fournit une représentation quasi-explicite du champ d'onde. Pour prendre en compte les avantages d'une discrétisation en espace d'ordre élevé, il est cependant nécessaire de combiner la DGM avec une discrétisation en temps du même ordre. Ceci peut être fait en utilisant par exemple une méthode DG-ADER [2]. Il s'agit de méthodes à un pas, c'est-à-dire que seule la solution au pas de temps précédent doit être stockée. Cependant, même en utilisant des schémas de type DG-ADER, nous avons toujours besoin de stocker un très grand nombre d'inconnues. C'est pour cela que nous proposons une nouvelle méthode à un pas, nommée schéma Nabla-p, qui peut être vu comme une alternative aux schémas DG-ADER. Le schéma Nabla-p tient son originalité dans sa construction : il s'obtient en inversant l'ordre des discrétisations, i.e. que le temps est discrétisé en premier. On introduit alors des opérateurs en espace d'ordre élevé qui nécessitent une discrétisation particulière qu'une DGM réalise sans difficulté. Ceci a été appliqué avec succès sur l'équation des ondes acoustiques en formulation du second ordre [1] et nous nous concentrons ici sur la formulation du premier ordre de l'équation des ondes acoustiques et élastiques. Les résultats numériques montrent que le coût de calcul additionnel induit par le calcul des termes d'ordre élevé est compensé par la précision de la méthode. En effet, pour une précision donnée, nous pouvons

utiliser de plus grosses mailles par rapport à ADER, ce qui réduit considérablement le coût de calcul ainsi que le stockage.

2 Imagerie sismique haute résolution par inversion des formes d'ondes

ROMAIN BROSSIER, STÉPHANE OPERTO, LUDOVIC MÉTIVIER and JEAN VIRIEUX

À toutes les échelles de la Terre, la connaissance de plus en plus précise des structures et propriétés mécaniques des matériaux géologiques est une nécessité. Différentes méthodes géophysiques sont utilisées pour cette caractérisation, dont celles basées sur les ondes sismiques.

Parmi les méthodes sismiques, l'inversion des formes d'ondes [5] se révèle une des plus complètes : elle vise à expliquer l'ensemble des événements sismiques enregistrés, par la résolution d'un problème inverse. De part l'utilisation complète de l'information, la méthode peut théoriquement délivrer des images quantitatives des propriétés physiques du sous-sol à une résolution de la demie-longueur d'onde. Cependant, cette précision accrue est obtenue au détriment d'un nombre de difficultés physiques, mathématiques et informatiques.

La méthode repose sur l'ajustement de signaux observés et synthétiques calculés dans un modèle numérique du sous-sol. La première étape consiste donc à résoudre le système d'équations aux dérivées partielles qui modélise la propagation des ondes sismiques, pour des géométries 2D ou 3D et autant de fois que le nombre de sources sismiques réelles ($10^3 - 10^4$ pour des campagnes d'exploration). Cette EDP est résolue en pratique par des méthodes de différences-finies ou éléments-finis, soit dans le domaine temporel, mettant en oeuvre des schémas explicites en temps, soit en domaine fréquentiel menant à la résolution de grands systèmes linéaires creux. Ces algorithmes doivent être implémentés pour des architectures massivement parallèles et représentent le coeur du problème direct du processus d'inversion.

Le problème direct modélise des données synthétiques permettant de définir une mesure de l'erreur avec les données réelles, par la définition d'une fonctionnelle à minimiser. Le problème d'inversion de grande taille ($10^5 - 10^7$ inconnues) est résolu par des méthodes d'optimisation locales utilisant le gradient de cette fonctionnelle. Le gradient est obtenue par une méthode adjointe, menant là encore à la résolution de problèmes de modélisations directes. Des méthodes de Gradient-Conjugué préconditionné et de quasi-Newton sont classiquement utilisés pour cette optimisation locale. Des méthodes adjointes d'ordre deux permettent de prendre en compte efficacement les informations contenues dans la hessienne dans un formalisme "matrix-free" [6].

Enfin cette combinaison de problèmes direct et d'inversion efficaces doit être associée à une compréhension fine des processus physiques de propagation d'ondes afin de définir des approches d'inversion hiérarchiques permettant de limiter les effets non-linéaires de ce problème d'inversion.

Les développements menés dans le groupe de recherche SEISCOPE, liés aux problèmes direct et inverse ainsi qu'à l'application à des données réelles de l'exploration pétrolière, seront présentés.

3 Réduction de modèles et autres avancées pour la simulation et l'inversion de mesures de résistivité pour l'amélioration de la caractérisation des réservoirs.

DAVID PARDO, CARLOS TORRES-VERDÍN and IGNACIO MUGA

Un grand nombre de simulateurs 3D pour la mesure de résistivité de puits de réservoirs ont été développés ces vingt dernières années pour des applications à l'industrie pétrolière. Ces simulateurs ont été utilisés avec succès pour étudier et quantifier les différents phénomènes physiques induits par des géométries 3D. Cependant, malgré ces récentes avancées, il existe encore de nombreux effets 3D pour lesquels aucune simulation fiable n'est disponible. De plus, la plupart des résultats existants ont seulement été partiellement validés. Ces validations sont typiquement obtenues par des comparaisons de solutions pour des modèles simplifiés avec des solutions calculées par des méthodes numériques dans une dimension inférieure (2D ou 1D). Le manque de résultats de simulation (par opposition aux résultats 2D) est dû aux difficultés majeures rencontrées lors de la résolution de problèmes géométriquement complexes. Notamment, pour les méthodes basées sur des maillages (Éléments Finis, Différences Finies, Éléments Frontières), la taille du système linéaire devient beaucoup trop grande pour réaliser une résolution en temps réel.

Dans le cadre de cet exposé, nous expliquerons dans un premier temps les principales difficultés mathématiques et informatiques associées à la simulation de mesure de résistivité. Ensuite, nous décrirons les principales propriétés qu'une méthode numérique doit avoir pour relever les défis décrits ci-dessus. Troisièmement, nous présenterons

plusieurs méthodes possédant ces propriétés et en particulier une méthode de simulation basée sur des Éléments Finis de Fourier *hp* [3, 4].

Dans une deuxième partie, nous nous concentrerons sur l'inversion rapide de mesures de résistivité par une technique de réduction de modèle. Nous montrerons comment un système adéquat d'acquisition de mesures, couplé à une base de donnée précalculée, permet une inversion précise et en temps réel des mesures de résistivité en utilisant un algorithme simple de réduction de modèle.

Pour plus de détails et pour suivre les avancées de ces travaux de recherche, on peut consulter :
<http://sites.google.com/site/numemagroup>.

Conclusions

L'imagerie sismique est bien évidemment au cœur du métier de l'exploration pétrolière, fournissant aux géologues et géophysiciens un outil non invasif de prospection qui peut s'avérer très précieux dans des zones où la réalisation d'un forage est critique. Les mathématiques appliquées et plus généralement le calcul scientifique y ont la part belle car il s'agit de résoudre des équations d'ondes dans des milieux fortement hétérogènes. La complexité du sous-sol justifie la recherche de méthodes numériques toujours plus performantes. La quête de précision ne doit pas se faire au détriment de la scalabilité des algorithmes, ce qui fait de cette application un problème difficile qui réunit géophysiciens, mathématiciens et informaticiens experts en calcul parallèle.

Références

- [1] C. AGUT, J. DIAZ AND A. EZZIANI, *High-Order Schemes Combining the Modified Equation Approach and Discontinuous Galerkin Approximations for the Wave Equation*, Communications in Computational Physics, Global-Science Press, 2012, Vol. 11, 2 :691-708.
- [2] M. DUMBSER AND M. KÄSER, *An Arbitrary High Order Discontinuous Galerkin Method for Elastic Waves on Unstructured Meshes I : The Two-Dimensional Isotropic Case with External Source Terms*, Geophys. J. Int., 2006, 166 (2), 855-877.
- [3] D. PARDO, V.M. CALO, C. TORRES-VERDÍN, AND M.J. NAM, *Fourier series expansion in a non-orthogonal system of coordinates for simulation of 3D DC borehole resistivity measurements*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 197, Issue 1-3, 2008, pp. 1906-1925.
- [4] D. PARDO, M.J. NAM, C. TORRES-VERDÍN, M. HOVERSTEN, AND I. GARAY, *Simulation of Marine Controlled Source Electromagnetic (CSEM) Measurements Using a Parallel Fourier hp-Finite Element Method*, Simulation of Marine Controlled Source Electromagnetic (CSEM) Measurements Using a Parallel Fourier hp-Finite Element Method. Computational Geosciences, Vol. 15, Issue 1, 2011, pp. 53-67
- [5] J. VIRIEUX AND S. OPERTO, *An overview of full waveform inversion in exploration geophysics*, Geophysics, 2009, 74(6), WCC127-WCC152.
- [6] L. MÉTIVIER, R. BROSSIER, J. VIRIEUX AND S. OPERTO, ,, *Full Waveform Inversion and the truncated Newton method.* , *SIAM Journal On Scientific Computing*, in press
- [7] E.BAYSAL, D.D. KOSLOFF AND J.W.C. SHERWOOD, *Reverse-time migration*, *Geophysics*, 1983, 48(11), pp. 1514-1524, 1983.
- [8] C. HEMON, *Equations d'ondes et modèles*, *Geophys. Prosp.*, 1978, 26, 790-821.
- [9] N.D. WHITMORE, *Iterative depth migration by backward time propagation*, *Expanded abstracts of the Soc. Expl. Geophys*, 1983.

Mini-symposium MoCA
Aspects de la modélisation mathématique
pour le traitement des cancers

Résumé

La nécessité d'un effort important dans la lutte contre le cancer est reconnue depuis 'la guerre contre le cancer' déclarée par le président des USA, R. Nixon, en 1971 (National Cancer Act). Depuis, le cancer est devenu la première ou seconde cause de mortalité dans les pays avancés. Cet échec est dû à la multiplicité des événements conduisant au développement de tumeurs malignes, depuis la molécule, la cellule jusqu'au tissu et au corps entier. Les effets, les doses optimales et la chronologie des traitements sont souvent mal compris et peu optimaux.

La modélisation mathématique date également des années 70 avec les premières équations aux dérivées partielles pour décrire la croissance des tumeurs solides. De nombreuses équipes de mathématiciens dans le monde, et maintenant en France également, contribuent à cet effort. Le sujet est devenu largement pluridisciplinaire dépassant la médecine et la biologie, avec des apports de la biophysique, de la bio-informatique et des mathématiques.

Ce minisymposium, loin d'être exhaustif, propose de montrer quelques aspects des méthodes mathématiques utilisées dans ce domaine et liées à des questions biomédicales précises et actuelles. Il vise à montrer comment l'analyse de modèles mathématiques peut apporter des éléments de réponse à des questions d'intérêt biomédical. Il abordera divers aspects du développement tumoral et des traitements : l'angiogenèse et les effets métastatiques, la multirésistance aux thérapies et la réponse immunitaire.

Organisateur

1. **Benoît Perthame**, Laboratoire J.-L. Lions, UMPC-CNRS-INRIA EPC BANG.

Liste des orateurs

1. **Sébastien Benzekry**, EPI MC2, INRIA Sud-Ouest.
Titre : Mathematical modeling of systemic inhibition of angiogenesis and tumor-tumor interactions in metastatic cancers.
2. **Andrea Tosin**, IAC, CNR, Rome.
Titre : Tumor growth within a host tissue : A mixture theory approach.
3. **Alexei Tsygvintsev**, UMPA, ENS-Lyon.
Titre : Modélisation de l'immunothérapie du cancer : de Lotka-Volterra à Kirschner et Panetta.

Benoît Perthame, UPMC Univ Paris 06 et CNRS UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions et INRIA EPC BANG, 4 place Jussieu, 75005 Paris,

benoit.perthame@upmc.fr

Sébastien Benzekry, INRIA Sud-Ouest EPI MC2, 351 cours de la libération, 33405 Talence Cedex,

sbenzekry@gmail.com

Andrea Tosin, Istituto per le Applicazioni del Calcolo "M. Picone" Consiglio Nazionale delle Ricerche, Roma, Italie,

a.tosin@iac.cnr.it

Alexei Tsygvintsev, Ecole Normale Supérieure de Lyon, CNRS UMR 5669 (UMPA), 46, allée d'Italie, 69364 Lyon Cedex 07,

alexei.tsygvintsev@ens-lyon.fr

Introduction

La nécessité d'un effort important dans la lutte contre le cancer est reconnue depuis 'la guerre contre le cancer' déclarée par le Président des USA, R. Nixon, en 1971 (National Cancer Act). Depuis, le cancer est devenu la première ou seconde cause de mortalité dans les pays avancés. Cet échec est dû à la multiplicité des événements conduisant au développement de tumeurs malignes, depuis la molécule, la cellule jusqu'au tissu et au corps entier. Les effets, les doses optimales et la chronologie des traitements sont souvent mal compris et peu optimaux.

La modélisation mathématique date également des années 70 avec les premières équations aux dérivées partielles pour décrire la croissance des tumeurs solides. De nombreuses équipes de mathématiciens dans le monde, et maintenant en France également, contribuent à cet effort. Le sujet est devenu largement pluridisciplinaire dépassant la médecine et la biologie, avec des apports de la biophysique, de la bio-informatique et des mathématiques.

Ce minisymposium, loin d'être exhaustif, propose de montrer quelques aspects des méthodes mathématiques utilisées dans ce domaine et liées à des questions biomédicales précises et actuelles. Il vise à montrer comment l'analyse de modèles mathématiques peut apporter des éléments de réponse à des questions d'intérêt biomédical. Il abordera divers aspects du développement tumoral et des traitements : l'angiogenèse et les effets métastatiques [1], la multirésistance aux thérapies [2] et la réponse immunitaire [3].

1 Mathematical modeling of systemic inhibition of angiogenesis and tumor-tumor interactions in metastatic cancers

Cancer is an actual major disease that carries major public health and scientific challenges, both at the level of biological understanding and clinical treatment. Of particular importance is the development of metastases (secondary tumors) as 90% of deaths by cancer are due to them. Non-trivial biological dynamics govern the metastatic development of the disease and among them we focused our interest on molecular communications between a primary tumor and the metastases as well as between the metastases themselves. Based on the actual biological understanding of such interactions and some experiments performed in our lab, we developed a mathematical model for description of the development of metastatic colonies at the organism scale. The model is a nonlinear transport partial differential equation with nonlocal boundary condition, belonging to the theory of structured population dynamics. Simulation studies of the dynamics of the model yield interesting insights on biological phenomena such as global dormancy that yields to "cancer without disease" (large number of occult metastases that don't develop into a symptomatic state) and medical problematics about surgery of the primary lesion. Indeed, in some situations removal of the primary tumor can impair the metastatic state of the patient by provoking accelerated growth of the secondary tumors. In this context, our model could yield a powerful numerical tool for prediction of the post-surgery metastatic development, as well as a theoretical framework for the study of metastasis biology. In this talk I will present the modeling approach for this problem and some interesting numerical simulations about the model's dynamics.

2 Tumor growth within a host tissue : A mixture theory approach

Resorting to the theory of deformable porous media, we consider macroscopic models for the growth of tumor masses within healthy host tissues. In these models, the velocities of the various constituents (such as e.g., cancer and host cells) are derived from the mechanical response to mutual interactions among the constituents. Moreover, cell birth and death are accounted for in connection with the diffusion of some nutrients. Such models typically feature a few phenomenological terms, particularly related to the internal cell stress, to cell growth, and to nutrient consumption by cells, which are normally modeled on a heuristic basis. Different modeling choices are therefore possible, which we will discuss having in mind both biological consistency and mathematical robustness of the resulting problems.

3 Modélisation de l'immunothérapie du cancer : de Lotka-Volterra à Kirschner et Panetta

La biologie et les sciences médicales fournissent naturellement des exemples de systèmes des équations différentielles. Ces systèmes sont intéressants comme applications des techniques déjà développées dans la théorie des systèmes dynamiques. Nous exposons les résultats de Kirschner et Panetta qui ont proposé un modèle mathématique de l'immunothérapie du cancer ainsi que les généralisations récentes. Nous discutons les applications et prévisions basées sur ce modèle et montrons comment le phénomène de réapparition instantanée du cancer, qui échappe au système immunitaire, peut être analysé. Le concept d'immunothérapie, qui stipule que le système immunitaire pourrait intervenir pour prévenir l'apparition des tumeurs, est aujourd'hui soutenu par de nombreuses preuves expérimentales et cliniques. Du point de vue mathématique, l'interaction des cellules du système

immunitaire, des cytokines et des cellules du tumeur est régie par un système des trois équations différentielles non-linéaires à paramètres. Remarquons que ce sujet est d'intérêt autant en dynamique non linéaire qu'en biologie : nous étudions les modèles mathématiques avec une très grande richesse dynamique.

Conclusions

Les quelques aspects traités dans ce mini-symposium sont quelque peu arbitraires et ont été choisis pour couvrir des thèmes différents, des outils mathématiques variés et des équipes multiples. Ils laissent de côté l'analyse des données et la prévision thérapeutique, la description physique détaillée de la prolifération cellulaire, l'optimisation thérapeutique et de nombreuses autres questions. Ils suivent toutefois des efforts actuels et importants des équipes biomédicales pour mieux comprendre et guérir cette maladie.

Références

- [1] S. BENZEKRY, *Modeling and mathematical analysis of anti-cancer therapies for metastatic cancer*, PhD thesis University of Aix-Marseille (2011).
- [2] A. LORZ, T. LORENZI, M. E. HOCHBERG, J. CLAIRAMBAULT AND B. PERTHAME, *Populational adaptive evolution, chemotherapeutic resistance and multiple anti-cancer therapies.e*, ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis / Volume 47 (2), 2013, 377–399. DOI 10.1051/m2an/2012031s.
- [3] A. TSYGVINTSEV, S. MARINO AND D. E. KIRSCHNER, *A mathematical model of Gene Therapy for the Treatment of Cancer*, In "Mathematical Models and Methods in Biomedicine", Springer, 2012.

Mini-symposium MOMA

Modélisation multi-agents et dynamique en économie

Mini-symposium porté par l'action de coordination du FP7 Global System Dynamics & Policy (GSDP)

Résumé

Les modèles multi-agents permettent de simuler numériquement les dynamiques macro-économiques émergeant du comportement d'agents à rationalité limitée interagissant localement. Ces "laboratoires virtuels" devraient permettre de générer des modèles plus formalisés de la dynamique économique hors-équilibre. L'objectif du mini-symposium est, à travers la présentation de travaux récents utilisant des méthodologies diverses issus notamment de la physique statistique et de la théorie des jeux, d'identifier les démarches les plus pertinentes pour ce passage de la simulation à la théorie.

Organisateurs

1. **Jean-Marc Bonnisseau**, Ecole d'économie de Paris, Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne.
2. **Antoine Mandel**, Ecole d'économie de Paris, Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne.

Liste des orateurs

1. **Mauro Napoletano**, Observatoire Français des conjonctures économiques.
Titre : Insights on the Keynes-Schumpeter family of agent-based models.
2. **Jean-Philippe Bouchaud (TBC)**, Capital Fund Management et Ecole Polytechnique.
Titre : CRISIS - Complexity Research Initiative for Systemic InstabilitieS.

Jean-Marc Bonnisseau, Maison des sciences économiques, 106-112 Boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris,
jean-marc.bonnisseau@univ-paris1.fr

Antoine Mandel, Maison des sciences économiques, 106-112 Boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris,
antoine.mandel@univ-paris1.fr

Introduction

Le mini-symposium consistera en deux présentations portant sur des projets de modélisation en économie suivis d'une discussion générale modérée par les organisateurs sur les interactions possibles entre mathématiques appliquées et modélisation multi-agents dans le contexte de la dynamique économique.

1 Insights on the Keynes-Schumpeter family of agent-based models

We employ an evolutionary, agent-based model with an imperfect credit market composed of heterogeneous banks to analyze some features of the current global crisis by exploring the transmission mechanisms from finance to real dynamics at an economy-wide level. The model describes an economy composed of capital- and consumption-good firms, workers, and banks. Capital-good firms perform R and D and produce heterogeneous machine tools. Consumption-good firms invest in new machines and produce a homogeneous consumption good. Banks finance firms production and investment plans using alternative rules. Before carrying out policy analysis, we empirically validate the model showing that it is able to replicate a wide spectrum of macroeconomic and microeconomic stylized facts. Simulation exercises performed so far show a strong complementarity between Schumpeterian and Keynesian demand macro-management policies. Moreover, in line with the literature on financial fragility, policies impacting the financial side of the economy affect production and investment decisions of firms and can amplify or dampen business cycle fluctuations.

2 CRISIS & Complexity Research Initiative for Systemic Instabilities

The models and tools used by central banks, finance ministries, and regulators today generally rely on three strong assumptions : 1) that households, firms, and governments are perfectly rational and are homogeneous in their behaviors, 2) that markets always clear and the economy settles into a balanced equilibrium state, and 3) that the detailed institutional structures and interconnections of the financial system, i.e. the 'plumbing' of the system, does not generally matter for macro policy.

While models relying on these assumptions may provide 'good enough' answers during normal times, during the crisis they proved highly inadequate. The crisis was characterized by behaviors that did not fit the 'perfectly rational' models, markets that failed to clear, severe economic imbalances that were far from equilibrium, and micro level features of the system and network structures of interconnection between institutions had major systemic impacts.

The CRISIS project will seek to address these limitations by building a next generation macroeconomic and financial system policymaking model. The CRISIS model will be a bottom-up 'agent-based' simulation that fully accounts for the heterogeneity of households, firms, and government actors. The model will incorporate the latest evidence from behavioral economics in portraying agent behavior, and the CRISIS team will also collect new data on agent decision making using experimental economics techniques. While any model must make simplifying assumptions about human behavior, the CRISIS model will be significantly more realistic in its portrayal of relevant agent behavior than the current generation of policymaking models.

3 Discussion générale

Sur les interactions possibles entre mathématiques appliquées et modélisation multi-agents dans le contexte de la dynamique économique.

Mini-symposium MouvFoul

La modélisation des mouvements de foule et ses enjeux

Résumé

Le mini-symposium commencera par une brève introduction sur les différents types de modèles de mouvements de foule existants (macroscopiques ou microscopiques, déterministes ou stochastiques...). Ensuite, Monika Twarogowska présentera un modèle de type macroscopique qu'elle utilisera pour montrer que certains obstacles, correctement placés, peuvent permettre de diminuer le temps d'évacuation. Nous continuerons avec l'exposé d'Andrea Tosin, qui introduira une nouvelle modélisation ne se fixant ni au niveau microscopique, ni au niveau macroscopique. Celle-ci a pour but de passer de l'une à l'autre de ces échelles pour mieux rendre compte de l'influence des conflits individuels sur la dynamique globale du trafic piétonnier.

Organisateur

1. **Juliette Venel**, LAMAV, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis.

Liste des orateurs

1. **Monika Twarogowska**, INRIA Sophia Antipolis - Méditerranée, OPALE Project-Team.
Titre : Optimization of room evacuation.
2. **Andrea Tosin**, Istituto per le Applicazioni del Calcolo "M. Picone", Italy.
Titre : Multiscale Methods for Crowd Dynamics – Individuality vs. Collectivity.

Juliette Venel, Laboratoire de Mathématiques et leurs Applications de Valenciennes, ISTV2, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, Le Mont Houy, 59313 valenciennes Cedex 9 ,
juliette.venel@univ-valenciennes.fr

Monika Twarogowska, INRIA Sophia Antipolis - Méditerranée, OPALE Project-Team,
monika.twarogowska@inria.fr

Andrea Tosin, Istituto per le Applicazioni del Calcolo "M. Picone", Consiglio Nazionale delle Ricerche, Via dei Taurini 19, 00185 Rome, Italy,
a.tosin@iac.cnr.it

Introduction

Prévoir les déplacements des individus a plusieurs objectifs comme par exemple renseigner les constructeurs, les architectes sur la fluidité du trafic piétonnier dans l'enceinte de leur futur bâtiment. Déterminer les chemins les plus empruntés est aussi un enjeu stratégique pour savoir où placer des panneaux informatifs ou publicitaires. Enfin la prédiction des mouvements de foule a surtout pour but de garantir la sécurité des individus dans les lieux publics, les transports... En cas d'incendie par exemple, les personnes vont-elles pouvoir évacuer sans être blessées par les autres? C'est pourquoi beaucoup de logiciels continuent de se développer pour offrir des simulations d'évacuations qui se veulent de plus en plus réalistes. Ces logiciels se basent sur des modélisations différentes : elles peuvent être macroscopiques (lorsque la foule est représentée par une densité) ou microscopiques (lorsque chaque piéton est pris en compte individuellement), déterministes ou stochastiques, basées sur la dynamique des contacts ou faisant appel à des forces de répulsion pour gérer des situations de forte congestion.

Le mini-symposium commencera par une brève introduction sur les différents types de modèles de mouvements de foule existants. Ensuite, Monika Twarogowska présentera un modèle de type microscopique qu'elle utilisera pour montrer que certains obstacles correctement placés, peuvent permettre de diminuer le temps d'évacuation. Nous continuerons avec l'exposé d'Andrea Tosin, qui introduira une nouvelle modélisation ne se fixant ni au niveau microscopique, ni au niveau macroscopique. Celle-ci a pour but de passer de l'une à l'autre de ces échelles pour mieux rendre compte de l'influence des conflits individuels sur la dynamique globale du trafic piétonnier.

1 Optimization of room evacuation

Growing population densities combined with easier transport lead to greater accumulation of people and increasing number of life-threatening situations due to accidents and panic. Modern designs of walking facilities follow optimal requirements regarding flow efficiency and pedestrians comfort and security. Numerous engineering projects welcome the support of mathematical modeling in optimization processes and the analysis of pedestrian motion has recently attracted the interest of a rapidly increasing number of scientists.

Pedestrians moving within a given walking area are essentially a discrete system and can be described at microscopic scale by large systems of ordinary differential equations. However, when the distance between individuals is much smaller than a walking area the macroscopic description can be applied. We follow the latter approach, in which the crowd is seen as a "thinking" fluid [2], and consider a model introduced by Y.Jiang et.al.[1] describing the evolution of the density ρ of pedestrians and their velocity \vec{v} . In two space dimensions the system writes as

$$\begin{cases} \rho_t + \operatorname{div}(\rho\vec{v}) = 0, \\ (\rho\vec{v})_t + \operatorname{div}(\rho\vec{v} \otimes \vec{v}) = \frac{1}{\tau} \left(-\rho V(\rho) \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|} - \rho\vec{v} \right) - \nabla P(\rho), \\ |\nabla\phi| = \frac{1}{V(\rho)}. \end{cases} \quad (9)$$

Pedestrians are directed down the gradient of the potential ϕ which models the common sense of the target such as an exit. The density dependent running cost in the eikonal equation in (1) models the ability of the pedestrians to temper their estimated travel time by avoiding extremely high densities. Overcrowding is prevented by the pressure law for isentropic gases that is $P(\rho) = p_0\rho^\gamma$, $\gamma > 1$ and the speed-density relation is given by the exponential law $V(\rho) = v_{\max} \exp(-\alpha\rho^2)$.

We consider a two-dimensional walking facility and explore numerically evacuation of pedestrians through a single exit. Our analysis is motivated by the possible existence of the so called inverse Breass paradox, which says that a suitable barrier on the pedestrians pathway may reduce the travel time. We focus on the optimization of the outflow through the exit by placing obstacles in front of it. We first provide a comparison between the system (9) and the classical Hughes model [2] composed of a scalar conservation law closed by a phenomenological law for the velocity. We show that the latter one is incapable of reproducing complex crowd dynamics such as stop-and-go waves or clogging at bottlenecks. Then we present some cases where properly placed columns prevent density from building up in front of the exit and decrease the evacuation time.

This research has been conducted in collaboration with Paola Goatin (INRIA Sophia Antipolis - Méditerranée, OPALÉ Project-Team) and Régis Duvigneau (INRIA Sophia Antipolis - Méditerranée, OPALÉ Project-Team)

2 Multiscale Methods for Crowd Dynamics – Individuality vs. Collectivity

The dynamics of human crowds are mainly ruled by mutual interactions among pedestrians. This is because the latter are able to develop actively behavioral strategies based on their perception of the state of the surrounding

environment, especially the presence of neighboring individuals. For instance, when heading for a certain destination pedestrians normally deviate from their preferred paths in order to avoid crowded areas. Remarkably, interactions are usually non-cooperative, i.e., walkers do not pursue a goal collectively, and are expressed without the application of any external organizing principle.

Due to the intrinsic granularity (viz. discreteness) of the system (the number of pedestrians is possibly large, yet the approximation that it tends to infinity may not be always coherent), one-to-one or one-to-few interactions are better described at an individual level. On the other hand, collective representations, focused on the crowd distribution, are often preferable over particle-based ones in order to catch the spontaneously emerging self-organized group behaviors.

In this talk I will present a measure-theoretic approach, which offers useful conceptual tools for tackling such an “individuality vs. collectivity” dualism. Indeed, it makes possible a multiscale representation of the crowd in which single individuals, described as point masses, are embedded into the continuous pedestrian flow. This way models allow one to study the effects of a balanced interplay between small and large scales on the overall dynamics.

Références

- [1] YAN-QUN JIANG, PENG ZHANG AND S.C. WONG AND RU-XUN LIU, *A higher-order macroscopic model for pedestrian flows*, Physica A : Statistical Mechanics and its Applications 389(21), 2010, 4623 - 4635.
- [2] ROGER L. HUGHES, *A continuum theory for the flow of pedestrians*, Transportation Research Part B : Methodological 36(6), 2002, 507 - 535 .
- [3] N. BELOMO, B. PICCOLI, AND A. TOSIN., *Modeling crowd dynamics from a complex system viewpoint*, Math. Models Methods Appl. Sci., 22(supp02) :1230004, (29 pages), 2012.
- [4] L. BRUNO, A. TOSIN, P. TRICERRI, AND F. VENUTI, *Non-local first-order modelling of crowd dynamics : A multidimensional framework with applications*, Appl. Math. Model. 35(1), 2011, 426–445.
- [5] A. CORBETTA, A. TOSIN, AND L. BRUNO., *From individual behaviors to an evaluation of the collective evolution of crowds along footbridges*, Preprint : arXiv :1212.3711, 2012.
- [6] E. CRISTIANI, B. PICCOLI, AND A. TOSIN, *Modeling self-organization in pedestrians and animal groups from macroscopic and microscopic viewpoints*, In G. Naldi, L. Pareschi, and G. Toscani, editors, Mathematical Modeling of Collective Behavior in Socio-Economic and Life Sciences, Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology, Birkhäuser, Boston, 2010, 337–364.
- [7] E. CRISTIANI, B. PICCOLI, AND A. TOSIN, *Multiscale modeling of granular flows with application to crowd dynamics*, Multiscale Model. Simul. 9(1), 2011, 155–182.
- [8] E. CRISTIANI, B. PICCOLI, AND A. TOSIN, *How can macroscopic models reveal self-organization in traffic flow ?*, Proceedings of the 51st IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, USA, December 2012.
- [9] E. CRISTIANI, B. PICCOLI, AND A. TOSIN, *Multiscale Modeling of Pedestrian Dynamics*, Modeling, Simulation and Applications, Springer, 2013 (expected).
- [10] B. PICCOLI AND A. TOSIN, *Pedestrian flows in bounded domains with obstacles*, Contin. Mech. Thermodyn., 21(2), 2009, 85–107.
- [11] B. PICCOLI AND A. TOSIN, *Time-evolving measures and macroscopic modeling of pedestrian flow*, Arch. Ration. Mech. Anal. 199(3), 2011, 707–738.
- [12] A. TOSIN AND P. FRASCA, *Existence and approximation of probability measure solutions to models of collective behaviors*, Netw. Heterog. Media 6(3), 2011, 561–596.

Mini-symposium MSCHP

Méthodes scalables pour le calcul haute performance

Résumé

Avec la généralisation des calculateurs parallèles massifs, la scalabilité est une propriété de plus en plus recherchée pour les algorithmes parallèles. Pour les méthodes de décomposition de domaines, la scalabilité est la capacité à augmenter le nombre de sous-domaines et la taille du problème dans les mêmes proportions sans augmenter le temps de calcul. Puisque ces méthodes échangent les informations entre sous-domaines voisins uniquement, cette scalabilité ne peut être obtenue qu'en ajoutant une correction grille grossière, pour assurer le transfert global entre sous-domaines lointains. Dans cette perspective, les méthodes à deux niveaux associées aux méthodes de Schwarz, FETI et Neumann-Neumann sont maintenant bien établies, voir [4].

Cette question de grille grossière a connu récemment un renouveau d'intérêt, dans plusieurs directions, par exemple pour les problèmes à fort contraste de coefficients, comme dans [3], pour les algorithmes comme Schwarz optimisé ou RAS, où les itérées locales sont discontinues, comme dans [1], pour les problèmes d'évolution, comme dans [2]. Ce minisymposium se propose de faire un point sur ces travaux récents, et les perspectives qu'ils ouvrent.

Organisateurs

1. **Martin J. Gander**, Université de Genève.
2. **Laurence Halpern**, Université Paris 13.
3. **Kévin Santugini**, Institut Polytechnique de Bordeaux.

Liste des orateurs

1. **Robert Scheichl**, University of Bath.
Titre : Méthodes de décomposition de domaine à deux niveaux robustes pour des systèmes d'EDPs Multi-échelles.
2. **Felix Kwok**, Université de Genève.
Titre : Correction grille grossière pour la méthode de Neumann-Neumann relaxation d'onde.
3. **Kévin Santugini**, Institut Polytechnique de Bordeaux.
Titre : Espaces grossiers discontinus pour les méthodes de décomposition de domaines.

Martin J. Gander, Section de mathématiques / 2-4 rue du Lièvre, Case postale 64 / 1211 Genève 4 / Suisse,
Martin.Gander@unige.ch

Laurence Halpern, Laboratoire Analyse, Géométrie & Applications / UMR 7539 / Institut Galilée / Université Paris 13 / 99 avenue J.B. Clément / 93430 Villetaneuse / France,
halpern@math.univ-paris13.fr

Kévin Santugini, Institut de Mathématiques de Bordeaux UMR 5251 / Université Bordeaux 1 / 351, cours de la Libération / 33405 Talence cedex / France ,
Kevin.Santugini@math.u-bordeaux1.fr

Robert Scheichl, Department of Mathematical Sciences / University of Bath / Bath BA2 7AY / United Kingdom,
R.Scheichl@bath.ac.uk

Félix Kwok, Section de mathématiques / 2-4 rue du Lièvre, Case postale 64 / 1211 Genève 4 / Suisse,
Felix.Kwok@unige.ch

Introduction

Avec la généralisation des calculateurs parallèles massifs, la scalabilité est une propriété de plus en plus recherchée pour les algorithmes parallèles. Les méthodes de décomposition de domaines permettent de paralléliser les simulations numériques en décomposant un domaine global en plusieurs sous-domaines. Pour ces méthodes, la scalabilité est la capacité à augmenter le nombre de sous-domaines et la taille du problème dans les mêmes proportions sans augmenter le temps de calcul. Dans leur versions itératives —que l’on préfère en pratique accélérer par des méthodes de Krylov—, des informations sont échangées à chaque itération entre sous-domaines voisins. Pour avoir le moindre espoir de convergence, le nombre d’itérations doit être suffisant pour que l’information se propage sur l’ensemble des sous-domaines.

Pour rendre les méthodes de décomposition de domaines scalables lorsque le nombre de sous-domaines augmente, il est nécessaire d’ajouter une correction grille grossière, pour assurer le transfert global d’information entre sous-domaines lointains. Dans cette perspective, les méthodes à deux niveaux associées aux méthodes de Schwarz, FETI et Neumann-Neumann sont bien établies, voir [4]. Cette question de grille grossière a connu récemment un renouveau d’intérêt, dans plusieurs directions, par exemple :

1. Pour les problèmes à fort contraste de coefficients comme dans [3].
2. Pour les algorithmes comme Schwarz optimisée ou RAS, où les itérées locales sont discontinues dans [1].
3. Pour les problèmes d’évolution comme dans [2].

Ce minisymposium se propose de faire un point sur ces travaux récents, et les perspectives qu’ils ouvrent.

1 « Méthodes de décomposition de domaine à deux niveaux robustes pour des systèmes d’EDPs Multi-échelles » par Robert Scheichl

Un moyen efficace pour obtenir des méthodes de décomposition de domaine extensibles (« scalables » en anglais) est l’utilisation d’une grille grossière. Cependant, lorsque les coefficients des équations présentent de grandes hétérogénéités, les méthodes usuelles tombent en défaut, surtout dans le cas des systèmes. Nous introduisons ici, au niveau variationnel, une grille grossière robuste même en présence de telles discontinuités. Pour cela, nous résolvons des problèmes aux valeurs propres généralisées locaux qui isolent les composantes de la solution nuisant à la convergence. La construction variationnelle se généralise et peut être réduite à une condition locale pour l’espace grossier qui ressemble à une variante abstraite du lemme de Bramble-Hilbert. Ceci ouvre des pistes de construction d’espaces grossiers ne nécessitant pas forcément la résolution de problèmes de valeurs propres. Nous présentons les résultats théoriques généraux puis quelques résultats numériques pour des problèmes d’écoulement surfacique et d’élasticité à coefficients discontinus.

Ces travaux sont en collaboration avec Nicole Spillane, Victorita Dolean, Patrice Hauret, Frédéric Nataf, Clemens Pechstein, Panayot Vassilevski and Ludmil Zikatanov.

2 « Espaces grossiers discontinus pour les méthodes de décomposition de domaines » par Kévin Santugini

Dans cette présentation, nous expliquons pourquoi les espaces grossiers continus sont non-optimaux lorsqu’ils sont combinés avec des méthodes de décomposition de domaines qui produisent des itérées discontinues, *e.g.*, les méthodes de Schwarz optimisées ou les méthodes de Schwarz additif restreintes. Nous proposons d’utiliser des espaces grossiers discontinus et présentons des algorithmes qui calculent des corrections grossières dans le cas spécial des méthodes de Schwarz optimisées.

Les espaces grossiers discontinus peuvent être utilisés quel que soit la dimension d’espace. Toutefois, dans le cas particulier d’une seule dimension et pour des problèmes linéaires, la convergence ne nécessite qu’une seule itération grossière.

3 « Correction grille grossière pour la méthode de Neumann-Neumann relaxation d’onde » par Félix Kwok

La méthode de Neumann-Neumann relaxation d’onde a été développée récemment [2] pour résoudre l’équation de la chaleur dans un intervalle de temps fini. En analogie avec le cas stationnaire, chaque itération consiste à résoudre deux fois l’EDP en espace-temps dans chaque sous-domaine, une fois avec des conditions de Dirichlet à l’interface, une autre fois avec celles de Neumann. La convergence de cette méthode est super-linéaire, mais

comme toutes les méthodes sans grille grossière, la méthode devient très lente lorsque le nombre de sous-domaines est grand.

Le but de l'exposé est d'introduire une correction grille grossière pour cette méthode. Nous décrivons d'abord une correction optimale, qui donne la convergence vers la solution exacte en deux itérations. Cette correction est utile pour des problèmes en 1D, mais elle est trop chère en 2D ou 3D. Nous analysons ensuite une autre correction moins chère qui est plus adaptée aux problèmes multi-dimensionnels.

Références

- [1] GANDER, M.J., HALPERN, L., SANTUGINI, K., *Discontinuous coarse spaces for DD-Methods with discontinuous iterates*, In : Domain Decomposition Methods in Science and Engineering XXI. Springer LNCSE (2013). Submitted.
- [2] GANDER, M.J., KWOK, AND F., MANDAL, B.C., *Dirichlet-Neumann and Neumann-Neumann Waveform Relaxation Methods for the Time-Dependent Heat Equation*, Submitted..
- [3] NICOLE SPILLANE, VICTORITA DOLEAN, PATRICE HAURET, FRÉDÉRIC NATAF, CLEMENS PECHSTEIN, ROBERT SCHEICHL, *A robust two-level domain decomposition preconditioner for systems of PDEs.*, C.R.Acad.Sci. Paris, Ser. I349, 1255â1259 (2011).
- [4] TOSELLI, A., WIDLUND, O., *Domain Decomposition Methods*, Algorithms and Theory, Springer Series in Computational Mathematics, vol. 34. Springer (2004).

Mini-symposium MSGR

Méthodes stochastiques en gestion des risques

Mini-symposium porté par le LabEx MME-DII : Modèles Mathématiques et Économiques de la Dynamique, de l'Incertitude et des Interactions.

Résumé

Ce minisymposium portera sur les méthodes probabilistes et statistiques de gestion des risques en finance, économie et assurances qui est une des thématiques de recherche du LabEx MME-DII. En particulier, on couvrira des sujets tels que les statistiques des risques extrêmes (dans les exposés de Paul Doukhan et Patrice Bertail) ainsi que les applications de techniques plus probabilistes et analytiques dans les modèles de prix de l'énergie (dans l'exposé de Luciano Campi).

Organisateur

1. **Luciano Campi**, Université Paris 13 et CREST.

Liste des orateurs

1. **Paul Doukhan**, Université de Cergy-Pontoise.
Titre : Subsampling extremes of weakly dependent time series.
2. **Patrice Bertail**, Université de Paris Ouest Nanterre La Défense.
Titre : Extreme values for Markov Chains : Bootstrap confidence intervals for extremal index and tail index.
3. **Luciano Campi**, Université de Paris 13 et CREST.
Titre : Pricing and hedging of power derivatives.

Introduction

Un des buts de ce minisymposium est de faire connaître une partie des sujets de recherches qui sont abordés dans le LabEx MME-DII : Modèles Mathématiques et Économiques de la Dynamique, de l'Incertitude et des Interactions, qui a l'ambition de favoriser l'interaction des chercheurs opérant dans plusieurs laboratoires de mathématiques et d'économie sur des sujets à l'interface de la modélisation mathématique et économique telles que l'interaction des agents face au risques. Les exposés de ce minisymposium se focaliseront surtout sur les méthodes statistiques pour l'analyse des risques extrêmes (dans les exposés de Paul Doukhan et Patrice Bertail) et sur la gestion des risques liée au problème de pricing and hedging dans le marché de l'énergie (dans l'exposé de Luciano Campi). Pour une description détaillée des trois exposés on renvoie aux résumés suivants.

1 Paul Doukhan : Subsampling extremes of weakly dependent time series

Extreme value theory admits complicated formulations for time series. A simple way to reach them is to estimate them in terms of subsampling. The presentation follows a discussion paper in (TEST2011), joint with Silika Prohl and Christian Yann Robert. A smoothed form of subsamplers is proposed for convergent sequences of statistics. It is adapted to work out asymptotics under weak dependence. Such dependence also includes much more various models, as described in Dedecker et al. (2007)'s monograph (LNS190), after Doukhan and Louhichi (SPA1999). This specific form of subsamplers also permits to derive uniform almost sure behaviors for such expressions, extending on the previous work by Bertail et al. (JET2004). The case of extremes is more tricky and even normalizations are unknown but a nice trick from the previous authors also allows to derive analogue results for those divergent sequences of statistics. Overlapping and non overlapping procedures are processed for electric data of volumes and prices. This proves that much additional work is still needed for the automatic selection of the necessary bandwidths. Applications to the estimation of the clusters is the natural application of those subsampling procedure.

2 Patrice Bertail : Extreme values for Markov Chains : Bootstrap confidence intervals for extremal index and tail index

As originally pointed out in Rootzen(88), the extremal behavior of instantaneous functionals $f(X) = f(X_n)_{nN}$ of a Harris recurrent Markov chain X may be described through the regenerative properties of the underlying chain, just like for the asymptotic mean behavior. Following in the footsteps of this seminal contribution (see also Asmussen, 98), we investigate the performance of regeneration-based statistical procedures for estimating key parameters related to the extremal behavior analysis in the Markovian setup. In particular, special attention has been paid to the problem of estimating the extremal index of the weakly dependent sequence $f(X)$, which measures to which extent extreme values tend to come in "small clusters". It has been established in Bertail, Cléménçon and Tressou (2009), Extremes, that a regenerative version of the Hill estimator, computed from the set of cycle submaxima, namely maximum values observed in between consecutive renewal times, yields consistent estimation of the tail index of $f(X)$'s 1-d marginal distribution in the (supposedly existing) stationary regime, in the case when the latter belongs to the Fréchet maximum domain of attraction.

It is the purpose of this work to continue this approach by investigating the problem of constructing Bootstrap confidence intervals for the extremal and tail indexes, using approximate regeneration times. We prove the asymptotic normality of the regeneration-based estimators considered and then show how to studentize the latter in order to build asymptotic Gaussian confidence intervals. Next, we propose to extend the range of application of the (approximate) regenerative block-bootstrap (A-RBB in abbreviated form) originally introduced by Bertail and Cléménçon(2006), Bernoulli, for bootstrapping Markovian sample means, to the present setting. Simulations are carried out, in order to evaluate empirically its performance when compared to Gaussian asymptotic intervals.

This talk is based on joint work with S. Cléménçon (ENST) et J. Tressou (INRA).

3 Luciano Campi : A structural risk-neutral model for pricing and hedging power derivatives

We develop a structural risk-neutral model for energy market modifying along several directions the approach introduced in Aid et al. (IJTAF, 2009). In particular a scarcity function is introduced to allow important deviations of the spot price from the marginal fuel price, explaining price spikes. We focus on pricing and hedging electricity derivatives. The hedging instruments are forward contract on fuels and electricity. The presence of production capacities and electricity demand makes such a market incomplete. We follow a local risk minimization approach

to price and hedge energy derivatives. Despite the richness of information included in the spot model, we achieve closed-form formulas for futures prices and semi-explicit formulas for spread options and European options on electricity forward contracts. An analysis of the electricity price risk premium is provided showing the contribution of demand and capacity to the futures prices. We show that when far from delivery, electricity futures behaves like a basket of futures on fuels.

This talk is based on a joint paper with R. Aïd (EDF) et N. Langrené (Paris 7).

Mini-symposium NuMach

Méthodes numériques valables à tout nombre de Mach

Mini-symposium porté par le CDMATH

Résumé

Être capable de traiter des écoulements à tout nombre de Mach est essentiel. C'est par exemple le cas dans le domaine de la sûreté nucléaire lorsque l'on étudie des situations accidentelles. Ce type de question peut être abordé suivant deux axes différents et complémentaires qui seront développés dans les exposés du mini-symposium.

Le premier axe consiste à construire des solveurs compressibles qui dégénèrent correctement vers des solveurs incompressibles lorsque le nombre de Mach tend vers zéro, ce qui correspond à proposer des schémas AP dans la limite bas Mach. Or, proposer de tels schémas n'est pas forcément évident. Par exemple, il est maintenant bien connu que les schémas de type Godunov se comportent très mal lorsque le nombre de Mach tend vers zéro.

Le deuxième axe consiste à résoudre un modèle dédié au régime à bas nombre de Mach là où il est justifié, et un modèle compressible dans le reste du domaine. La difficulté de cette approche de type décomposition de domaine réside dans une bonne prise en compte des conditions aux limites entre les deux sous-domaines.

Organisateur

1. **Gloria Faccanoni**, IMATH, Université du Sud Toulon-Var.
2. **Bérénice Grec**, MAP5, Université Paris Descartes.

Liste des orateurs

1. **Marie-Hélène Vignal**, Institut Mathématique de Toulouse.
Titre : Schéma asymptotiquement préservant dans les limites bas Mach et de dérive pour le modèle d'Euler Lorentz.
2. **Khaled Saleh**, IRSN.
Titre : Sur une classe de schémas à mailles décalées sur maillages généraux valables à tout nombre de Mach.
3. **Yohan Penel**, CETMEF, UPMC.
Titre : Modélisation d'écoulements compressibles : couplage de modèles pour le traitement des zones bas Mach.

Gloria Faccanoni, IMATH, Université du Sud Toulon-Var, avenue de l'Université, 83957 La Garde (France),
gloria.faccanoni@univ-tln.fr

Bérénice Grec, MAP5, Université Paris Descartes, 45 rue des Saints Pères, 75270 PARIS Cedex 06 (France),
berenice.grec@parisdescartes.fr

Marie-Hélène Vignal, Institut de Mathématiques de Toulouse, Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex 9 (France),
mhvignal@math.univ-toulouse.fr

Khaled Saleh, Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire, BP3 13115 Saint-Paul-lez-Durance cedex (France),
khaled.saleh@irsn.fr

Yohan Penel, Équipe ANGE (CETMEF-INRIA-UPMC-CNRS), LJLL, 4 place Jussieu, 75005 Paris (France),
penel@ann.jussieu.fr

Lancé à l'occasion du CEMRACS 2011, le CDMATH (www.cdmath.jimdo.com) est un groupe de travail ouvert et collaboratif dont les travaux portent sur la thématique de la thermohydraulique.

1. Exposé de Marie-Hélène Vignal : Schéma asymptotiquement préservant dans les limites bas Mach et de dérive pour le modèle d'Euler Lorentz

Mon exposé portera sur le modèle d'Euler-Lorentz constitué des équations d'Euler avec un terme de force électromagnétique. Ce modèle est utilisé pour décrire le mouvement de particules chargées plongées dans un champ électromagnétique. Dans certains régimes rencontrés dans les Tokamaks comme ITER, le champ électromagnétique est très fort et les forces de pression le long des lignes de champ sont très grandes. On est dans une limite combinée Bas Mach et de dérive. Je montrerai comment construire un schéma asymptotiquement préservant dans cette limite. Je terminerai avec des résultats numériques montrant le bon comportement du schéma ainsi qu'avec une description des extensions pour les limites Bas Mach pures qui ont été développées.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec P. Degond, F. Deluzet et A. Sangam.

2. Exposé de Khaled Saleh : Sur une classe de schémas à mailles décalées sur maillages généraux valables à tout nombre de Mach

Le travail présenté ici s'inscrit dans une démarche de développement de schémas pour le calcul d'écoulements à tout nombre de Mach qui a débuté il y a maintenant quelques années. Les schémas étudiés sont basés sur une technique de discrétisation spatiale à mailles décalées : schéma MAC pour les maillages structurés et schéma avec, à chaque face, des degrés de liberté pour toutes les composantes de vitesse pour les maillages quelconques. Un ingrédient essentiel de ces algorithmes est un opérateur de convection original, qui a pour propriété de permettre l'obtention d'une équation de bilan d'énergie cinétique discrète. Des variantes implicites [1,2] ou explicites [3] ont été mises au point. Sur le plan théorique, nous avons démontré à ce jour des propriétés de stabilité et de consistance en 1D.

Nos efforts portent aujourd'hui, entre autres, sur l'extension de ces résultats théoriques aux problèmes multidimensionnels. Cette présentation décrit une première étape de cette démarche.

Pour des maillages en quadrangles et hexahèdres généraux, nous construisons tout d'abord un opérateur de diffusion basé sur une technique d'éléments finis de Rannacher-Turek non-paramétriques ; les fonctions de forme choisies sont caractérisées par leur moyenne sur les faces. Nous étudions notamment les conditions de régularité du maillage qui garantissent la stabilité et la consistance de cette approximation. Dans un second temps, nous montrons que la norme H^1 naturelle associée à cet opérateur de diffusion contrôle la norme discrète usuelle des volumes finis ; considérant alors les solutions discrètes comme des fonctions constantes par morceaux sur un maillage dual, nous obtenons ainsi un ensemble de résultats d'analyse fonctionnelle discrète.

Nous construisons ensuite un schéma implicite pour les équations de Navier-Stokes incompressibles instationnaires, sur la base de cet opérateur de diffusion et de l'opérateur de convection précité, et nous démontrons sa convergence.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec J.-C. Latché.

[1] T. Gallouët, L. Gastaldo, R. Herbin et J.-C. Latché – *An unconditionally stable pressure correction scheme for compressible barotropic Navier-Stokes equations* – Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 42 :303–331, 2008.

[2] R. Herbin, W. Kheriji et J.-C. Latché – *Staggered schemes for all speed flows* – ESAIM :Proceedings, 35 :122–150, 2012.

[3] R. Herbin, J.-C. Latché et T.T. Nguyen – *Explicit staggered schemes for the compressible Euler equations* – ESAIM :Proceedings, to appear, 2013.

3. Exposé de Yohan Penel : Modélisation d'écoulements compressibles : couplage de modèles pour le traitement des zones bas Mach

La construction de modèles dédiés à la simulation d'écoulements caractérisés par un faible nombre de Mach a permis de remédier à certaines difficultés numériques constatées lors de l'utilisation de modèles compressibles dans ce contexte. Toutefois, afin de couvrir un panel plus large de situations réalistes, il apparaît nécessaire de ne pas supposer qu'un écoulement reste à "bas Mach" pour tout temps et en tout point du domaine. La stratégie proposée dans ce travail consiste à coupler un modèle compressible (localisé dans un domaine variable) avec le modèle qui en dérive sous l'hypothèse bas Mach.

Le point-clé réside alors dans le choix des conditions de transmission à appliquer sur la frontière entre les deux domaines. Dans le cas du modèle d'Euler avec terme source, l'approche naturelle reposant sur la continuité des variables physiques permet de construire un état asymptotique global et débouche sur un algorithme de couplage robuste.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec S. Dellacherie et B. Després.

Mini-symposium OAMS

Optimisation en aéronautique et mécanique spatiale

Avec le soutien du réseau européen SADCO (Sensitivity Analysis for Deterministic Controller Design, Initial Training Network, FP7 grant no. 264735-SADCO)

Résumé

L'aéronautique, le spatial, et l'optimisation interagissent depuis de nombreuses décennies ; la découverte du principe du maximum en contrôle optimal par Pontrjagin, Boltianski, Gamkrelidze et Mishchenko dans les années 50 est un exemple emblématique de cette interaction. Trois exposés de chercheurs du transport aérien ou de l'industrie du spatial essaieront d'illustrer comment ces domaines continuent de s'enrichir mutuellement. Il sera question d'optimisation en dimension finie ou infinie, déterministe ou stochastique, appliquée au calcul de trajectoire, ou encore au dimensionnement d'engins spatiaux.

Organisateur

1. **Jean-Baptiste Caillau**, Univ. Bourgogne & CNRS.

Liste des orateurs

1. **Marion Gabarrou**, Université Toulouse 3.
Titre : Une méthode de faisceau non convexe et son application à la synthèse de lois de commande structurées.
2. **Matthieu Meaux**, EADS Astrium.
Titre : Optimisation Multi Disciplinaire Robuste, la chimère des industriels?.
3. **Charlie Vanaret**, ENAC / CENA.
Titre : Algorithmes évolutionnaires et hybrides pour l'optimisation de problèmes difficiles.

Jean-Baptiste Caillau, Institut math., Univ. Bourgogne & CNRS, 9 avenue Savary, F-21078 Dijon,
jean-baptiste.caillau@u-bourgogne.fr

Marion Gabarrou, Université Paul Sabatier Institut de Mathématiques de Toulouse 118 route de Narbonne -
F-31062 TOULOUSE Cedex 9,
marion.gabarrou@math.univ-toulouse.fr

Matthieu Meaux, EADS-Astrium, 12 Rue Pasteur, F-92150 Suresnes,
fabien.mangeant@eads.net

Charlie Vanaret, CENA / ENAC, 7 avenue E. Belin, F-31055 Toulouse,
vanaret@cena.fr

1 Une méthode de faisceau non convexe et son application à la synthèse de lois de commande structurées

On présentera une méthode de faisceau pour la minimisation de fonctions non différentiables et non convexes, puis on l'appliquera à un problème de synthèse de loi de commande par séquençage de gain pour le contrôle longitudinal d'un avion de transport civil. Les méthodes de faisceau utilisent un oracle qui, en chaque itéré, retourne la valeur de l'objectif et un sous-gradient de Clarke arbitraire. Afin de générer un pas de descente de qualité à partir de l'itéré sérieux courant, ces techniques stockent et accumulent de l'information variationnelle, dans ce que l'on appelle le faisceau, obtenue par évaluations successives de l'oracle en chaque pas d'essai insatisfaisant. Dans un contexte non convexe, on ne peut pas travailler directement avec les tangentes de l'objectif. Dans ce travail on propose de les décaler vers le bas selon un procédé qui assure que tous les points d'accumulation de la suite des itérés sérieux sont des points critiques de l'objectif.

2 Optimisation multi-disciplinaire robuste, la chimère des industriels ?

Derrière cette dénomination fourre-tout se cache une kyrielle de méthodologies et de méthodes mathématiques ayant des usages très divers. On s'attachera à présenter dans cet exposé un état de l'art d'un sous-ensemble de ces méthodes et formulations identifiées pour résoudre des problèmes d'optimisation multi-disciplinaire en y associant les différentes notions de robustesse. Des exemples tirés de l'aéronautique viendront illustrer les avantages et inconvénients de ces méthodes, permettant d'ouvrir le débat sur les challenges scientifiques et technologiques à venir.

3 Algorithmes évolutionnaires et hybrides pour l'optimisation de problèmes difficiles

Dans cette présentation, nous proposons d'étudier différentes techniques d'optimisation globale stochastiques (algorithmes génétiques [3], essais particuliers [4], évolution différentielle [5]) et déterministes (algorithmes de branch and bound par intervalles [2]) et nous expliquerons comment ces techniques peuvent être combinées pour obtenir des preuves d'optimalité sur des problèmes jugés intraitables jusqu'ici [1]. Nous montrerons comment ces techniques peuvent être utilisées pour résoudre des problèmes d'optimisation théoriques, par exemple les fonctions trompeuses de type Griewank et Michalewicz, et des problèmes concrets dans le domaine de l'aéronautique et du spatial.

Références

- [1] ALLIOT, J.-M. ; DURAND, N. ; GIANAZZA, D. ; GOTTELAND, J.-B., *Finding and proving the optimum : Cooperative stochastic and deterministic search*, 20th European Conference on Artificial Intelligence, 2012.
- [2] HANSEN, P., *Global optimization using interval analysis*, Dekker, 1992.
- [3] HOLLAND, J. H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Univ. Michigan Press, 1975.
- [4] KENNEDY, J. ; EBERHART, R., *Particle swarm optimization*, Proc. IEEE Int. Conf. on Neural Networks, 1995.
- [5] STORN, R. ; PRICE, K., *Differential Evolution — A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces*, J. Global Optim. (1997), 341–359.

Mini-symposium OFME
Optimisation du fonctionnement des marchés de l'énergie

Résumé

Dans les prochaines années, le réseau électrique va vivre une transformation architecturale spectaculaire, similaire à celle observée dans les réseaux de communication il y a quelques années. Pour que cette transformation soit possible, il est nécessaire de relever de très nombreux défis, nécessitant une interdisciplinarité entre ingénierie, économie et mathématiques appliquées. La spécificité du réseau électrique intelligent, communément appelé *Smart grid*, réside dans le lien étroit qui lie la structure économique du marché à l'architecture du système sous-jacent. Cette particularité nécessite d'inventer de nouvelles approches pour modéliser ces systèmes économiques et guider leur transformation.

Organisateurs

1. **Hélène Le Cadre**, MINES ParisTech.
2. **Nadia Maïzi**, MINES ParisTech.

Liste des orateurs

1. **Mireille Bossy**, INRIA Sophia Antipolis.
Titre : Modélisation de la valeur carbone.
2. **Odile Pourtallier**, INRIA Sophia Antipolis.
Titre : Permis CO₂ et prix de l'électricité : une approche par la théorie des jeux.
3. **Jean-Louis Bergerand**, Schneider Electric.
Titre : Options de flexibilité pour les systèmes d'énergie.
4. **Nadia Maïzi**, MINES ParisTech.
Titre : Approches optimales pour l'évaluation de l'impact de la *Demand Response* sur le système électrique : visions de court et de long terme.

Hélène Le Cadre, MINES ParisTech, Centre de Mathématiques Appliquées, rue Claude Daunesse, Sophia Antipolis,

helene.le_cadre@mines-paristech.fr

Nadia Maïzi, MINES ParisTech, Centre de Mathématiques Appliquées, rue Claude Daunesse, Sophia Antipolis,

nadia.maizi@mines-paristech.fr

Introduction

Dans les prochaines années, le réseau électrique va vivre une transformation architecturale spectaculaire, similaire à celle observée dans les réseaux de communication il y a quelques années. Pour que cette transformation soit possible, il est nécessaire de relever de très nombreux défis, nécessitant une interdisciplinarité entre ingénierie, économie et mathématiques appliquées. La spécificité du réseau électrique intelligent, communément appelé *Smart grid*, réside dans le lien étroit qui lie la structure économique du marché à l'architecture du système sous-jacent. Cette particularité nécessite d'inventer de nouvelles approches pour modéliser ces systèmes économiques et guider leur transformation.

1 Climat, carbone et optimisation énergétique

Le système économique doit être considéré dans son ensemble. Un point important consiste à évaluer son impact sur l'environnement qui l'entoure. En effet, le choix du mix énergétique impacte le comportement du réseau sous-jacent et également les émissions de CO₂. Par exemple, un mix énergétique privilégiant le charbon sera moins coûteux, puisque les centrales à charbon ont des coûts marginaux très bas, mais beaucoup plus polluant en terme de dégagement de CO₂ que des bouquets énergétiques basés sur le nucléaire ou les énergies renouvelables. Le réchauffement climatique, inéluctable, a été pointé du doigt par de nombreux experts, pas seulement par les climatologues. L'objectif, à l'heure actuelle, est de déterminer quels seront les impacts sur l'activité humaine et de limiter l'ampleur des dégâts en réduisant les émissions de gaz à effet de serre, plus spécifiquement du CO₂, qui contribuent à la destruction de la couche d'ozone.

De nombreux rapports ont mis en avant la nécessité de remanier les mécanismes économiques pour permettre la prise en compte des conséquences du réchauffement climatique. En effet, les marchés actuels ne permettent pas d'évaluer les bénéfices financiers que généreront les investissements pour la réduction d'émission de CO₂. Il apparaît nécessaire de définir une valeur par unité de CO₂ émise. Or, le CO₂ n'a pas seulement une valeur administrative, établie par des règles contraignantes, mais aussi un coût technologique défini comme les investissements nécessaires à réduire les émissions sur un horizon fini, ainsi qu'un coût sociétal puisque le réchauffement climatique risque d'impacter l'organisation de la société toute entière.

D'autres solutions peuvent être envisagées pour décarboner le mix énergétique. Elles reposent sur des mécanismes économiques implementés au niveau du réseau électrique visant à optimiser le système d'un point de vue énergétique. Il s'agit de solutions basées sur une gestion intelligente de la demande des consommateurs, sur des méthodes de tarification performantes ainsi que sur l'optimisation des effacements aussi appelés interruptions volontaires de consommation, au niveau client. De nombreuses stratégies de tarification ont été introduites dans l'industrie des télécommunications. Elles sont sans doute partiellement transposables au monde de l'énergie avec la contrainte qu'une dégradation de la qualité de service en télécommunication n'a pas les mêmes conséquences sur le consommateur et sur le gestionnaire de réseau, qu'une rupture d'approvisionnement dans le réseau électrique. Pour illustrer notre propos, citons les stratégies de tarification reposant sur les forfaits qui proposent des prix fixes ou variables sur des plages horaires définies a priori, la tarification dynamique où le prix évolue continuellement au cours de la journée en fonction de la demande, les mécanismes de rabais où des bonus sont reversés aux clients par zones géographiques ou par tranches horaires sur lesquelles la demande est faible, etc [4]. Le prix apparaît dans toutes ces méthodes, comme une variable de décision (plus ou moins complexe) permettant le contrôle de la demande des consommateurs. Bien sûr, la mise en oeuvre de ces méthodes pose le problème de l'acceptabilité du point de vue du consommateur : jusqu'à quel point le consommateur est-il prêt à décaler sa demande dans l'espoir de gagner plus ? Dans le contexte du réseau électrique intelligent, l'objectif principal de ces approches est de garantir la fiabilité du système électrique intelligent dont l'équilibre offre-demande est particulièrement fragile, du fait de l'introduction des énergies renouvelables [3]. Ces dernières sont en effet des sources de production intermittentes dépendant de facteurs exogènes tels la force du vent, l'ensoleillement, la force des courants marins, etc., dont l'évolution peut être particulièrement difficile à prévoir [2], [3].

2 Le design d'un marché carbone : un juste prix pour une tonne de CO₂

Les mathématiques analysent de nombreux aspects des marchés financiers et des produits de la finance. Dans le cas des marchés de permis d'émission de CO₂ (où sont comptabilisés les rejets directs en CO₂ ou l'équivalent CO₂ des rejets des autres gaz à effet de serre), il convient de choisir les règles de fonctionnement de type *Cap & Trade* : ce mécanisme fixe dans le futur un objectif de rejet de pollution à respecter, et émet des droits à polluer qui sont achetés et échangés par les industriels concernés. En cas de non respect de l'objectif à terme, une

Le terme client est générique. Il peut représenter aussi bien un consommateur individuel qu'une grosse entreprise privée, une collectivité locale, etc.

pénalité est versée par les producteurs qui ont dépassé le quota qui leur avait été alloué. Réaliser le design du marché consiste à choisir en particulier un calendrier pour l'utilisation des permis, le mode de distribution initial (allocations gratuites, mise aux enchères, etc.), la forme de la fonction de pénalité, etc.

Ces marchés de permis sont encore balbutiants : sous l'impulsion du protocole de Kyoto et de son prolongement, on compte un petit nombre de tentatives d'ouvertures de marchés dans certains pays (dont la Communauté Européenne depuis 2005) auquel s'ajoutent des initiatives plus récentes (Australie, Chine et certains états américains). Les marchés de permis de CO₂ sont perçus comme des outils incitatifs pour la réduction des émissions de gaz à effet de serre issus de certains secteurs d'activité. De la théorie à la pratique, les mathématiques peuvent aider à y voir plus clair sur un choix de design permettant que la mise en place de ces marchés conduise à une réduction effective. De plus, ces marchés de permis impactent les prix sur les marchés de biens (dont la production a comme externalité l'émission de gaz à effets de serre) et de matières premières.

La théorie des jeux permet d'analyser l'interaction des acteurs sur ces marchés, de comprendre le lien entre le design du *Cap & Trade*, la formation des prix par exemple de l'électricité, les effets d'aubaines, les technologies de production favorisées [1].

D'autre part, à l'aide d'un modèle de production industrielle, on peut adopter le point de vue d'un acteur soumis à la pénalité sur le CO₂. Pour un design de marché fixé, la simulation numérique permet de quantifier son bilan d'activité (richesse produite, CO₂ rejeté) et de calculer son prix subjectif pour l'acquisition d'un permis. Ces informations permettent de tester et de comparer différents designs suivant des critères variés, dont la réduction des émissions.

Ces aspects seront abordés dans les deux premières présentations.

3 Le réseau électrique intelligent comme support

Toutes les transactions financières qui ont lieu sur les marchés (carbone, énergie) ne doivent pas faire oublier la réalité physique, i.e. le réseau électrique, qui demeure la colonne vertébrale du système. Dans le Smart grid, les consommateurs deviennent acteurs à part entière du système puisqu'ils ont, ou auront, la possibilité de contrôler leur demande et de produire de l'énergie, par exemple, par le biais de panneaux solaires déployés sur leur toit, leurs façades, ou d'éoliennes gérées par les collectivités [2].

L'intelligence du réseau provient de l'ajout des fonctionnalités issues des technologies de l'information et de la communication (TICs). Cette communication entre les différents points du réseau permet de prendre en compte les actions des différents acteurs du système électrique, et notamment des consommateurs. L'explosion du nombre d'acteurs qui rentrent en jeu donne une idée de l'importance de la taille des données échangées au sein du réseau. Pour optimiser le fonctionnement du système tout entier, il devient alors urgent de développer des approches permettant d'extraire les informations pertinentes de ces masses de données. Beaucoup de méthodes existent déjà en traitement de l'information et fusion de données. Mais leur couplage avec des techniques d'optimisation au niveau du système comprenant le réseau et les marchés, semble peu abordé pour le moment.

Le réseau électrique intelligent sera défini par les caractéristiques suivantes qui soulèvent un certains nombres de défis en terme d'ingénierie, de modélisation économique et d'outils mathématiques :

- *L'intégration des sources d'énergie renouvelable* : la production d'énergie provenant de sources renouvelables telles le vent ou le soleil est intermittente et particulièrement difficile à prédire [3]. Comment optimiser le contrôle de l'infrastructure, les mécanismes de marchés et l'extraction de l'information issue de gigantesques volumes de données de façon à équilibrer production et demande, à réduire les pics de consommation en présence d'une telle volatilité ?
- *Une structure décentralisée et hiérarchisée* : les consommateurs ont la possibilité de devenir producteur. Le nombre d'agents en jeu devient extrêmement grand. Chaque agent va chercher à optimiser individuellement son utilité. Mais, comment modéliser les préférences des différents agents en terme d'utilité ? Au niveau système, différents critères d'optimalité peuvent être envisagés comme l'optimisation du mix énergétique de façon à minimiser les émissions de CO₂, la minimisation du coût global du système, l'équilibrage production-demande, etc. La question se pose de déterminer comment concilier ces critères globaux avec l'optimisation locale effectuée par les consommateurs [4].
- *Le marché de capacité* : le rapport Sido-Poignant a mis en avant une croissance inquiétante des pics de consommation électrique d'ici 2015. A terme, le réseau électrique ne sera plus capable de satisfaire la totalité de la demande des consommateurs lors des pics de consommation. Le marché ne semble pas rémunérer efficacement les investissements dans les capacités de pointe i.e., la production de pointe, et les effacements. Le principe d'un marché de capacité est de fournir l'assurance que le système électrique dispose d'une capacité suffisante pour couvrir les besoins des consommateurs en période de pointe, soit en obligeant les fournisseurs à apporter la preuve qu'ils disposent de suffisamment de capacité, soit en élaborant un mécanisme supplémentaire nécessitant l'intervention du gestionnaire du réseau de façon à garantir l'équilibre entre l'offre et la demande. Quelles incitations économiques doivent être mises en place pour générer des investissements dans les capacités

Les standards varient en fonction des pays.

de production, aux bons endroits, suivant le mix énergétique le plus efficace économiquement et au niveau environnemental ?

D'un point de vue physique, le management des systèmes d'énergie électrique repose sur un équilibre temps réel entre génération et consommation mesuré par la tenue du plan de tension et le respect de la fréquence. Jusqu'à présent cet équilibre était satisfait par l'appel à des réserves plus ou moins rapides pour adapter la production à la courbe de charge, et marginalement par des mécanismes d'effacement plus ou moins coercitifs type effacement jour de pointe (EJP), tarif heure pleine/heure creuse (HP/HC) ou des délestages des presqu'îles électriques telles la Bretagne ou la région PACA. L'ouverture des marchés de fourniture électriques -y compris à de nouveaux acteurs (tels les agrégateurs, les entreprises proposant des services énergétiques, les telcos, etc.), la faiblesse des possibilités d'investissement des opérateurs historiques ou encore l'incidence du changement climatique sur l'évolution des systèmes d'énergie, conduisent à envisager d'autres mécanismes de flexibilité de la demande visant à moduler la courbe de charge en fonction du prix de l'électricité, de la consommation en énergies primaires, des émissions de CO₂, etc. Des exemples sectoriels (industrie, tertiaire) pourront être abordés. Ces aspects seront traités dans la quatrième présentation.

Rendre le réseau plus intelligent, c'est être capable d'en adapter les infrastructures pour que l'approvisionnement énergétique satisfasse des critères de durabilité, de compétitivité et de fiabilité. Les ambitions sont grandes tant le concept recouvre un spectre large d'améliorations potentielles. Et, au vu de la multitude des objectifs affichés, il paraît pertinent pour évaluer l'impact réel du déploiement d'un réseau plus intelligent d'utiliser une approche rationnelle qui s'appuie sur un paradigme optimal [5]. La quatrième présentation se focalisera sur le levier potentiel que constitue l'effacement, *Demand Response* en anglais, selon deux échelles temporelles :

- le pilotage de la recharge des véhicules électriques pour le court terme,
- le déploiement de l'effacement sur certains usages sur le long terme.

Conclusions

L'optimisation du fonctionnement du réseau électrique intelligent est indissociable de la compréhension de la structure économique des marchés de l'énergie, du carbone et depuis peu, de capacité. Guider leur évolution requiert des compétences multi-disciplinaires regroupant ingénierie, économie et mathématiques appliquées. Les exposés illustrant notre mini-symposium reflètent une partie des différentes facettes des approches qu'il est nécessaire de mettre en œuvre pour mener à bien ce projet d'envergure.

Références

- [1] BOSSY M., CARMONA R., MAÏZI N., POURTALLIER O., *Carbon Allowances and Electricity Prices : a Game-theory Approach*, 7-th International Congress on Industrial and Applied Mathematics, ICIAM 2011.
- [2] GUERASSIMOFF G., MAÏZI N., *Smarts Grids : Au-delà du concept, comment rendre les réseaux plus intelligents*, Paris, Presses des MINES, 2013.
- [3] LE CADRE H., BEDO J.-S., *Distributed Learning in Hierarchical Networks*, 6(th International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools, ValueTools 2012, pp.188 – –197.
- [4] LE CADRE H., MERCIER D., *Is Energy Storage an Economic Opportunity for the Eco-neighborhood?*, NetNomics : Economic Research and Electronic Networking, DOI : 10.1007/s11066-013-9075-7, 2013.
- [5] MAÏZI N., BOUCKAERT S., MARMORAT J.-P., BORDIER M., *Approches optimales pour l'évaluation de l'impact de la Demand Response sur le système électrique : visions de court et de long-terme*, Working paper, MINES ParisTech, 2013.

Mini-symposium ONDENUM
Equations intégrales pour la diffraction d'ondes
Enjeux numériques

Mini-symposium porté par l'ANR Microwave

Résumé

La résolution numérique de problèmes de diffraction d'ondes par un obstacle intervient dans de nombreuses applications industrielles, notamment en aéronautique. La méthode des équations intégrales de frontière est l'une des approches utilisées pour s'affranchir du caractère non borné du domaine de calcul. La discrétisation par éléments finis de frontière des équations intégrales usuelles amène à la résolution de systèmes linéaires complexes pleins et le plus souvent mal conditionnés. Plusieurs solutions numériques apparaissent alors : construction de préconditionneurs analytiques ou algébriques, méthodes multipôles rapides, algorithmes \mathcal{H} -Matrices . . . L'objectif de ce mini-symposium est de présenter plusieurs approches récemment proposées pour répondre aux questions liées à la résolution numérique de problèmes de propagation d'ondes.

Ce mini-symposium sera organisé ainsi :

- Introduction (10 minutes)
- Exposé 1 : M. Darbas
- Exposé 2 : S. Pernet
- Exposé 3 : B. Lizé
- Conclusion (5 minutes)

Chaque exposé durera 20 minutes et sera suivi de 5 minutes de questions.

Organisateur

1. **Marion Darbas**, LAMFA UMR CNRS 7352 - Université de Picardie Jules Verne.

Liste des orateurs

1. **Marion Darbas**, LAMFA UMR CNRS 7352, UPJV, Amiens.
Titre : Préconditionneurs analytiques et méthodes multipôles rapides pour la résolution itérative de problèmes de diffractions d'ondes acoustiques.
2. **Sébastien Pernet**, ONERA, French Aerospace Lab, Toulouse.
Titre : Application du formalisme GCSIE à des problèmes hétérogènes en électromagnétisme.
3. **Benoît Lizé**, EADS Innovation Works & LAGA UMR CNRS 7539.
Titre : Application et parallélisation des \mathcal{H} -Matrices pour la résolution directe de problèmes de diffraction d'ondes électromagnétiques et acoustiques.

Marion Darbas, LAMFA, 33 rue Saint-Leu 80039 Amiens,
marion.darbas@u-picardie.fr

Sébastien Pernet, ONERA, French Aerospace Lab, 2 Avenue Edouard Belin, 31000 Toulouse,
Sebastien.Pernet@onera.fr

Benoît Lizé, EADS Innovation Works, 12 rue Pasteur, 92150 Suresnes,
benoit.lize@eads.net

Introduction

Ce mini-symposium est consacré à la résolution numérique de problèmes de diffraction d'ondes en régime harmonique par un obstacle. On considère une onde acoustique, électromagnétique ou élastique, dite incidente se propageant dans un milieu homogène isotrope. La présence d'un obstacle (domaine borné) perturbe la propagation de cette onde. On cherche à déterminer cette perturbation créée par l'obstacle et réémise dans toutes les directions de l'espace, appelée onde diffractée. De nombreuses applications industrielles relèvent de cette modélisation. Pour la propagation des ondes acoustiques, on peut citer par exemple l'étude de la réduction des nuisances sonores dans le secteur aéronautique.

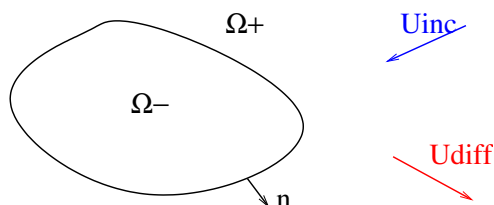


FIGURE 20 – La diffraction par un obstacle.

L'onde diffractée vit dans un domaine extérieur, au sens du complémentaire d'un domaine borné (l'obstacle). C'est une première difficulté numérique et se pose alors le problème de la troncature du domaine de calcul. Parmi les approches possibles pour se ramener à un domaine de calcul fini, on choisit la méthode des équations intégrales de frontière [6, 15]. Cette méthode permet de reformuler de façon équivalente le problème aux limites extérieur sous la forme d'une équation intégrale posée sur la frontière de l'objet de diffraction. Pour cela, on applique la théorie du potentiel. Les opérateurs intégraux sont définis par un noyau de Green.

L'avantage de la méthode des équations intégrales de frontière par rapport aux méthodes volumiques est le gain non négligeable d'une dimension d'espace lors de la discrétisation. On maille uniquement la surface de l'obstacle, et non pas un domaine tridimensionnel englobant l'obstacle. Cependant, les systèmes linéaires résultants sont pleins puisque les formulations intégrales font intervenir une fonction de Green non locale. De plus, pour reproduire le caractère oscillant de la solution, il faut considérer un nombre suffisant de points de discrétisation par longueur d'onde. De nombreuses applications se ramènent alors à la résolution de systèmes linéaires pleins de grande taille. On peut résoudre ces systèmes :

- soit par une méthode itérative comme GMRES [17] en faisant appel à des méthodes multipôles rapides (e.g. [5]) pour réaliser de façon économique les produits matrice-vecteur pleins intervenant dans le solveur. Il faut cependant composer avec le mauvais conditionnement des systèmes linéaires issus de la discrétisation des équations intégrales usuelles. Différentes approches ont été proposées ces dernières années pour obtenir des équations intégrales bien conditionnées et par suite une convergence rapide des solveurs itératifs, comme par exemple [3, 1, 4] (cf. Exposés de M. Darbas et de S. Pernet) ;
- soit par une méthode directe, permettant de s'affranchir des problèmes de convergence des solveurs itératifs, et de traiter efficacement des problèmes aux nombreux seconds membres. Cependant, pour un problème à n inconnues, la quantité de stockage nécessaire est $\mathcal{O}(n^2)$ et le temps de calcul $\mathcal{O}(n^3)$. Les \mathcal{H} -Matrices [10, 9] permettent d'obtenir un solveur direct dont la complexité peut atteindre $\mathcal{O}(n \log_2^2(n))$. Ces méthodes, qui ont été peu appliquées aux équations des ondes, et notamment la question d'une implémentation parallèle efficace permettant de traiter des problèmes de grande dimension, suscitent un nouvel intérêt (cf. Exposé de B. Lizé).

1 Préconditionneurs analytiques et méthodes multipôles rapides pour la résolution itérative de problèmes de diffractions d'ondes acoustiques (exposé M. Darbas)

Les résultats présentés ont été obtenus [8] en collaboration avec

- E. Darrigrand, IRMAR UMR CNRS 6625, Université de Rennes 1 (eric.darrigrand-lacarrière@univ-rennes1.fr)
- Y. Lafranche, IRMAR UMR CNRS 6625, Université de Rennes 1 (yvon.lafranche@univ-rennes1.fr)

On considère la diffraction d'une onde acoustique plane par un obstacle, un domaine borné de \mathbb{R}^3 . On souhaite calculer l'onde diffractée par l'obstacle pour des nombres d'onde élevés. Pour une résolution itérative efficace, on couple deux approches :

- un preconditionneur analytique [1] pour obtenir une convergence rapide indépendante des paramètres physiques et de discrétisation,
- et la méthode multipôle rapide (FMM, Fast Multipole Method [5]) pour réaliser à un moindre coût les produits matrice-vecteur pleins intervenant dans le solveur.

Plus précisément, on introduit dans la représentation intégrale du champ diffracté une approximation de l'opérateur Neumann-to-Dirichlet. Cet opérateur joue un rôle régularisant et cette réécriture de la représentation du champ permet d'obtenir une équation intégrale qui est une perturbation compacte de l'opérateur identité. C'est une situation idéale en vue d'une résolution itérative. On la compare numériquement à la CFIE (Combined Field Integral Equation), équation intégrale de référence. Précisons que l'opérateur régularisant est défini par un opérateur racine carrée que l'on localise efficacement par des approximations rationnelles de Padé. A chaque itération du solveur, son application nécessite seulement la résolution de quelques systèmes linéaires creux.

Pour les simulations numériques, on considère différents obstacles : sphère pour la validation, domaines avec cavité, sous-marin. Pour chaque obstacle, on mène une étude numérique détaillée des valeurs propres des opérateurs intégraux. Ceci permet de justifier clairement les résultats de convergence du GMRES obtenus. Le couplage entre l'équation intégrale preconditionnée considérée et la FMM offre une méthode de résolution rapide et très robuste vis-à-vis à la fois d'une montée en fréquence et d'un raffinement de maillage, contrairement à la CFIE classique très mal conditionnée.

2 Application du formalisme GCSIE à des problèmes hétérogènes en électromagnétisme (exposé S. Pernet)

Les résultats présentés ont été obtenus en collaboration avec

- D. Levadoux, ONERA, French Aerospace Lab, Chemin de la lumière 91761 Palaiseau (David.Levadoux@onera.fr)
- F. Millot, CERFACS, 42 avenue G. Coriolis 31057 Toulouse (Florence.Millot@cerfacs.fr)

La simulation numérique par équations intégrales d'un phénomène de propagation d'onde électromagnétique est assujettie à un certain nombre de difficultés. L'une des plus délicates est l'obtention de la solution numérique lorsque la taille du problème représente plusieurs dizaines de longueur d'onde. Dans ces conditions, seule une résolution basée sur la combinaison d'un solveur itératif et d'une accélération d'un produit matrice-vecteur par la méthode FMM (Fast Multipole Methods) est envisageable. Or, il est bien connu que la plupart des équations intégrales conduisent à des systèmes difficiles à résoudre itérativement du fait de leur mauvais conditionnement. Et même l'utilisation d'un preconditionneur algébrique afin d'améliorer la convergence du solveur itératif n'élimine pas ce problème. Celui-ci en ajoute un autre qui est sa construction en terme de profil et taux de remplissage.

Il est apparu ces dernières années que la problématique du conditionnement pouvait être prise en compte dès la conception des équations, c'est-à-dire au niveau continu de la formulation du problème plutôt qu'après sa discrétisation. En particulier, le formalisme GCSIE (Generalized Combined Source Integral Equation) propose une démarche pour construire des équations intégrales conduisant à des systèmes linéaires intrinsèquement bien conditionnés. La genèse de ces techniques sont les travaux de D. Levadoux à l'ONERA. En effet, dans sa thèse [12], il a initié ce nouveau formalisme intégral dans lequel l'analyse pseudo-différentielle et caractéristiques physiques des ondes sont combinées pour une équation intégrale bien adaptée à une résolution itérative. Ces travaux ont conduit à l'émergence d'un formalisme général de construction qui a été appliqué avec succès à de nombreux problèmes en acoustique et en électromagnétique. Ce formalisme dépend du choix d'un opérateur qui est défini comme une approximation de l'opérateur optimal c'est-à-dire celui qui conduit à une équation intégrale définie par l'opérateur identité. Ce dernier s'identifie à l'opérateur d'admittance lorsque l'on s'intéresse à la diffraction

par un obstacle parfaitement conducteur. Dans ce cas, de nombreuses propositions d'approximation ont été faites [3, 7]. Les résultats numériques sont impressionnants en terme de réduction du nombre d'itérations et du temps CPU. Nous présenterons au cours de ce mini-symposium des applications du formalisme GCSIE aux problèmes imparfaitement conducteurs [16] et diélectriques [13].

3 Application et parallélisation des \mathcal{H} -Matrices pour la résolution directe de problèmes de diffraction d'ondes électromagnétiques et acoustiques (exposé B. Lizé)

La discrétisation par éléments finis de frontière mène à de grands systèmes linéaires complexes pleins ($10^6 - 10^8$ inconnues), dont le temps de résolution est un obstacle majeur. L'accélération d'un solveur itératif par une méthode MLFMM (Multi-Level FMM) parallèle [18] permet de traiter de tels problèmes, avec néanmoins l'inconvénient de la convergence parfois problématique, et d'un temps de résolution proportionnel au nombre de seconds membres, dont le nombre peut dépasser 10^4 , en plus des inconvénients propres à l'approximation du produit multipôle.

La méthode des \mathcal{H} -Matrices fournit une arithmétique riche portant sur une approximation de la matrice du problème, permettant de réaliser un solveur itératif, direct ou un préconditionneur pour certaines matrices, dont celles des problèmes d'équations intégrales. Elle se base sur deux éléments : (a) un partitionnement hiérarchique des degrés de liberté et de leurs produits ; et (b) une compression adaptative des ces groupes. La première étape est souvent réalisée à l'aide d'arbres binaires, et produit une structure dont chaque feuille représente l'interaction de deux groupes de degrés de liberté. La seconde produit une approximation de rang faible d'un nœud de l'arbre, et repose usuellement sur l'algorithme ACA (Adaptative Cross Approximation) [2], ou une variante de celui-ci. Les algorithmes tels la factorisation $\mathcal{H}LU$ opèrent ensuite sur cette représentation approchée, avec des étapes de recompression adaptatives pour éviter la croissance de la quantité de données et donc du temps de calcul. Ces méthodes ont été appliquées avec succès aux équations intégrales dans le cas d'un noyau de Green non oscillant tel $\frac{1}{r}$, mais très peu pour les problèmes d'onde. De plus, la littérature restreinte sur la parallélisation [11] de ces algorithmes donne un passage à l'échelle non optimal, lié à la structure irrégulière des algorithmes et aux méthodes de parallélisation employées.

Après une brève présentation des principes et algorithmes sous-jacents, les travaux et résultats présentés [14] dans cet exposé s'articulent autour de :

1. La mise en œuvre des \mathcal{H} -Matrices pour les problèmes d'électromagnétisme et d'acoustique dans un cadre industriel, avec la gestion de nombreuses configurations (conditions aux limites, symétries, écoulement, *etc.*). Des résultats sur des configurations réalistes seront présentés, en terme de précision et temps de calcul.
2. La parallélisation efficace des algorithmes à l'aide de méthodes innovantes reposant sur un formalisme de graphe de tâches. L'utilisation de ce formalisme au-dessus d'un moteur d'exécution permet d'obtenir un passage à l'échelle quasi-optimal sur des machines à mémoire partagée, autorisant le calcul de problèmes de grande dimension sur des machines relativement modestes.

À titre d'exemple, ces travaux permettent d'obtenir la factorisation d'un problème comportant 960.000 degrés de liberté issu de la discrétisation d'un missile de 100λ de longueur en 1h30m sur 32 processeurs, avec un temps de résolution de 0,6s par second membre, indépendamment de leur nombre ou propriétés, ce problème en comportant plusieurs milliers (calcul de signature radar monostatique), contre plusieurs semaines pour un solveur direct ou FMM.

Références

- [1] X. ANTOINE, M. DARBAS, *Generalized combined field integral equations for the iterative solution of the Helmholtz equation in three dimensions*, M2AN, **41**(1) (2007) 147-167.
- [2] M. BEBENDORF, S. RJASANOW, *Adaptive Low-Rank Approximation of Collocation Matrices*, Computing **70**(1) (2003), 1-24.
- [3] S. BOREL, D.LEVADOUX, F. ALOUGES, *A new well-conditioned integral formulation for Maxwell equations in three-dimensions*, IEEE Trans. Antennas Propag., **53**(9) (2005) 2995-3004.
- [4] O.P. BRUNO, T. ELLING, C. TURC, *Regularized integral equations and fast high-order solvers for sound-hard acoustic scattering problems*, IJNME **91**(10) (2012) 1045-1072.
- [5] R. COIFMAN, V. ROKHLIN, S. WANDZURA, *The Fast Multipole Method for the Wave Equation : A Pedestrian Prescription*, IEEE Antennas and Propagation Magazine, **35**(3) (1993), 7-12.
- [6] D.L. COLTON, R. KRESS, *Integral equation methods in scattering theory*, Pure and Applied Mathematics, John Wiley and Sons Inc., 1983.

- [7] M. DARBAS, *Generalized CFIE for the Iterative Solution of 3-D Maxwell Equations*, Applied Mathematics Letters, **19**(8) (2006) 834-839.
- [8] M. DARBAS, E. DARRIGRAND, Y. LAFRANCHE, *Combining OSRC preconditioning and Fast Multipole Method for the 3-D Helmholtz equation*, Journal of Computational Physics, **236** (2013) 289-316.
- [9] L. GRASEDYCK, W. HACKBUSCH, *Construction and Arithmetics of H-Matrices*, Computing **70**(4) (2003), 295-334.
- [10] W. HACKBUSCH, *A Sparse Matrix Arithmetic Based on H-Matrices. Part I : Introduction to H-Matrices*, Computing, **62**(2) (1999), 89-108.
- [11] R. KRIEMANN, *Parallel H-Matrix Arithmetics on Shared Memory Systems*, Computing **74**(3) (2005) 273-297.
- [12] D. LEVADOUX, *Etude d'une équation intégrale adaptée à la résolution haute fréquence de l'équation de Helmholtz*, Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2001.
- [13] D. LEVADOUX, F. MILLOT, S. PERNET, *New trends in the preconditioning of integral equations of electromagnetism*, Mathematics in industry - scientific computing in electrical engineering, Springer, 2010.
- [14] B. LIZÉ, *Méthodes numériques pour les problèmes d'ondes électromagnétiques haute fréquence en cavité*, Thèse de doctorat Mathématiques appliquées, Université Paris XIII, 2013.
- [15] J.-C. NÉDÉLEC, *Acoustic and Electromagnetic Equations*, Applied Mathematical Sciences (144), New York, Springer-Verlag, 2001.
- [16] S. PERNET, *A well-conditioned integral equation for iterative solution of scattering problems with a variable Leontovitch boundary condition*, M2AN, **44**(4) (2010) 781-801.
- [17] Y. SAAD, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, PWS Publishing Company, Boston, 1996.
- [18] G. SYLVAND, *La méthode multipôle rapide en électromagnétisme. Performances, parallélisation, applications*, Thèse de doctorat Mathématiques appliquées, Ecole des Ponts ParisTech, 2002.

Mini-symposium OPSTAHF

Méthodes d'optimisation et d'analyse statistique en finance haute fréquence

Résumé

Ce domaine rassemble plusieurs communautés de mathématiques appliquées, à l'interface de développements récents en statistique des processus, approximation et algorithmes stochastiques ainsi qu'en contrôle stochastique. L'analyse haute fréquence aborde des thèmes et des questions variées, allant de la compréhension de la structure fondamentale des prix des actifs à l'application industrielle de l'exécution optimale d'ordres en passant par les problèmes très contemporains de régulation des marchés électroniques.

Organisateurs

1. **Marc Hoffmann**, Université Paris-Dauphine.
2. **Mathieu Rosenbaum**, Université Pierre et Marie Curie.

Liste des orateurs

1. **Gilles Pagès**, Université Pierre et Marie Curie.
Titre : Positionnement optimal en ligne d'ordres limites : learning by trading.
2. **Huyên Pham**, Université Paris Diderot.
Titre : A semi-Markov process approach for market microstructure and high frequency trading.
3. **Charles Lehalle**, CFM.
Titre : Dynamical models for order books dynamics : which ones and what for.
4. **Mauricio Labadie**, Exqim.
Titre : Trading haute fréquence avec contraintes d'inventaire et paris directionnels.

Marc Hoffmann, Université Paris-Dauphine et CEREMADE (UMR CNRS 7534),
hoffmann@ceremade.dauphine.fr

Mathieu Rosenbaum, Université Pierre et Marie Curie et LPMA (UMR CNRS 7599),
mathieu.rosenbaum@upmc.fr

Gilles Pagès : Positionnement optimal en ligne d'ordres limites : learning by trading

Co-auteurs : S. Laruelle (ECP) et C.-A. Lehalle (CFM).

Nous proposons un modèle dynamique du processus d'exécution d'ordres limites postés à une distance donnée du prix de référence (ou du best opposite) fondé sur un processus de Cox dont l'intensité est une fonction exponentielle (décroissante) de la distance au best opposite au fil du temps (voire du mid price). La stratégie de positionnement optimale se calcule en ligne à partir de l'historique récent des transactions, en minimisant une fonction objectif pénalisée qui prend notamment en compte l'impact de marché en cas d'exécution insuffisante au terme de l'horizon fixé. Cette minimisation se fait via une procédure d'approximation stochastique de type Robbins-Monro/gradient stochastique. Des bornes d'efficience de la procédure sont calculées en fonction de paramètres de marché à partir d'un principe de co-monotonie fonctionnelle dont on montre qu'il est vérifié par les dynamiques courantes adoptées pour les prix d'actifs (brownien, diffusions, etc).

Huyên Pham : A semi-Markov process approach for market microstructure and high frequency trading

We introduce a new model for describing the fluctuations of a tick-by-tick single asset price. Our model is based on Markov renewal process. We consider a point process associated to the timestamps of the price jumps, and marks associated to price increments. By modeling the marks with a suitable Markov chain, we can reproduce the strong mean-reversion of price returns known as microstructure noise. Moreover, by using Markov renewal process, we can model the presence of spikes in intensity of market activity, i.e. the volatility clustering. We also provide simple statistical procedures for estimating parameters in our model. We obtain closed-form formulae for the mean signature plot, and illustrate our results by numerical simulations. Our model is consistent with empirical data on futures Euribor and Eurostoxx. Finally, we apply our model to the problem of optimal high frequency trading by taking into account in particular the adverse selection risk.

Charles Lehalle : Dynamical models for order books dynamics : which ones and what for

Following the financial crisis and some regulatory changes, a recent focus on market liquidity motivated researches on the dynamics of limit order books. The initial proposals made by econophysicists in the late nineties have been elaborated in different directions : the choice of the state space (last traded price, mid price, bid and ask prices, a diffusive latent price, market events, etc) and of the memory scale (iid, Markovian, etc). Since the quality of a model can only be evaluated conditionally to a criterion, a good understanding of models demands an overview of their possible use. Optimal trading, real-time risk computations, measure of the role of each type of agent, etc demand different features to order book models. This short presentation will put the models in perspective of their uses, listing some expected stylized facts and main characteristics of each model.

Mauricio Labadie : Trading haute fréquence avec contraintes d'inventaire et paris directionnels

La vente de liquidité (market-making) est une des stratégies les plus utilisées pour les traders haute fréquence. Elle demande un contrôle sur l'inventaire, notamment lorsque les marchés prennent une direction. En utilisant des techniques de contrôle stochastique (qui marient processus stochastiques et EDPs) on calculera explicitement les prix optimaux d'achat et de vente d'un THF. On étudiera aussi l'effet du risque d'inventaire et des anticipations de tendance boursière sur ces prix optimaux, ainsi que la distribution statistique du profit d'un market-maker.

Mini-symposium OptTrans

Des probabilités aux EDP par le transport optimal

Mini-symposium porté par l'ANR STAB et l'institut Universitaire de France

Résumé

Il s'agit de montrer comment le transport optimal a pris maintenant une place importante liant fortement probabilités et EDP, tout à la fois de manière très abstraite par les différentes notions de courbure à la Lott-Sturm-Villani, mais aussi pour l'étude du comportement en temps long d'EDP non linéaires (type Mc-Kean-Vlasov), ou de concentration de la mesure (et d'inégalités de déviations renforçant les théorèmes limites probabilistes usuels), et également des problèmes concrets en économie ou phénomènes de congestion de trafic.

Organisateur

1. **Arnaud Guillin**, Université Blaise Pascal et Institut Universitaire de France.

Liste des orateurs

1. **Adrien Blanchet**, Université Toulouse 1.
Titre : Applications of optimal transport to Cournot-Nash equilibria.
2. **Francois Bolley**, Université Paris Dauphine.
Titre : Deux applications du transport optimal en EDP et probabilité.
3. **Filippo Santambrogio**, Université Paris Sud.
Titre : Transport Optimal et Congestion de Trafic.

Introduction

Il s'agit de montrer comment le transport optimal a pris maintenant une place importante liant fortement probabilités et EDP, tout à la fois de manière très abstraite par les différentes notions de courbure à la Lott-Sturm-Villani, mais aussi pour l'étude du comportement en temps long d'EDP non linéaires (type Mc-Kean-Vlasov), ou de concentration de la mesure (et d'inégalités de déviations renforçant les théorèmes limites probabilistes usuels), et également des problèmes concrets en économie ou phénomènes de congestion de trafic.

1 Deux applications du transport optimal en probabilités et en EDP

Le transport optimal a connu récemment de nombreux développements, au niveau de la théorie comme de ses applications. On montre ici sur deux exemples comment cette théorie peut être très efficace dans le domaine de la concentration de la mesure et des inégalités de déviation de mesures empiriques, et dans l'étude du comportement en temps long d'EDP d'évolution non linéaires, du type McKean-Vlasov.

2 Application du transport optimal à l'équilibre de Cournot-Nash

On considère un jeu non-coopératif, non-atomique, anonyme avec un continuum de joueurs. Mathématiquement, soient l'espace X du type des agents, l'espace Y des actions et un coût $c(x, y)$ qui mesure le coût d'un agent de type x à prendre une action y . La distribution du type des agents $\mu \mathcal{P}(X)$ étant donnée, un agent de type x qui entreprend une action y paie le coût $\Gamma(x, y, \lambda)$ où λ est la distribution des actions de l'ensemble des joueurs. Nous nous intéressons aux équilibres de Nash de ce jeu. Nos résultats s'appliquent au cas de jeux de potentiel. On prouve, sous des conditions assez générales, qu'il existe un unique équilibre et qu'il peut être vu comme le minimiseur de la fonctionnelle :

$$J_\mu[\nu] := W_c(\mu, \nu) + E[\nu]$$

où $W_c(\mu, \nu)$ est la distance de Monge-Kantorovich entre μ et ν pour le coût c et E est typiquement de la forme

$$E[\nu] := \int_C V[\nu(x)] dy + \int_C A(y) \lambda(y) dy + \frac{1}{2} \iint_{C \times C} \phi(y-z) \lambda(y) \lambda(z) dy dz /;$$

La fonctionnelle n'est pas convexe au sens classique mais elle l'est le long des géodésiques généralisées au sens du transport optimal. Nous caractérisons les équilibres en termes d'une équation de Monge-Ampère et calculons les taxes qui permettent de rétablir l'efficacité du jeu.

3 Transport optimal et congestion de trafic

Le problème du transport optimal dans sa formulation de Monge avec coût linéaire $c(x, y) = |x - y|$ est équivalent à un problème de "flot minimal" (minimisation de la norme L^1 sous contraintes de divergence), introduit par Beckmann dans les années '50, [1], à peu près à la même époque des travaux de Kantorovitch, sans connaître le lien entre les deux théories. On introduira ce problème et la manière de passer de Monge à Beckmann, avec les variantes qui permettent de prendre en compte des coûts non homogènes en espace. À partir de là, on pourra construire un problème de transport optimal qui prenne en compte les effets que la congestion de trafic a sur le coût de transport. Ce problème d'optimisation, introduit dans [2], se formule en termes de mesures de probabilité sur l'espace des courbes; il se trouve être équivalent à un problème d'équilibre, bien connu dans le cadre des jeux de congestion sous le nom d'équilibre de Wardrop. Il en est la version "continue". Dans certains cas, il est aussi équivalent à un problème de minimisation (cette fois-ci d'une fonctionnelle strictement convexe au lieu de la norme L^1) sous contrainte de divergence, et l'équivalence se fait par voie de résultats de régularité (voir [3]). Or, dans tout cela, le transport et la densité de trafic sont décrits de manière stationnaire, en imaginant un flux continu d'agents qui suivent les mêmes courbes. La théorie qui prend en compte de manière explicite l'aspect dynamique du trafic est la théorie récente des jeux de champ moyen (voir [4]), qui décrit par des EDP les équilibres d'une densité de joueurs qui se déplacent en minimisant la congestion. On abordera brièvement ce sujet pour voir aussi ce qui a été fait dans des modèles où les pénalisations pour des densités de trafic trop élevées sont remplacées par des contraintes ([5, 6]).

Références

- [1] M. BECKMANN, *A continuous model of transportation*, *Econometrica* (20), 643-660, 1952.

- [2] G. CARLIER, C. JIMENEZ AND F. SANTAMBROGIO, *Optimal transportation with traffic congestion and Wardrop equilibria*, SIAM J. Control Optim. (47), 1330-1350, 2008.
- [3] L. BRASCO, G. CARLIER AND F. SANTAMBROGIO, *Congested traffic dynamics, weak flows and very degenerate elliptic equations*, J. Math. Pures et Appl., 93, No 6, 2010, 652–671..
- [4] J.-M. LASRY AND P.-L. LIONS,, *Mean-field games*, Japan. J. Math, 2, 229–260, 2007.
- [5] B. MAURY, A. ROUDNEFF-CHUPIN AND F. SANTAMBROGIO, *A macroscopic crowd motion model of gradient flow type*, Math. Models and Methods in Appl. Sciences Vol. 20, No. 10, 1787–1821, 2010.
- [6] F. SANTAMBROGIO, ,, *A Modest Proposal for MFG with Density Constraints*. accepted in the proceedings of the conference *Mean Field Games and related Topics, Roma 1(2011)*, publié dans *Net. Het. Media, Volume 7, Issue 2, Pages 337-347, 2012*

Mini-symposium OutilsRR

Outils logiciels pour la recherche reproductible

Résumé

En mathématiques appliquées, l'outil informatique est devenu incontournable pour la résolution pratique de nombreux problèmes : équations différentielles, modèles stochastiques, algorithmique sur de très grandes données, etc. Cependant, les résultats et les méthodes proposés sont difficiles à reproduire et à réutiliser. Dans ce mini-symposium, nous présentons des outils logiciels dédiés au travail collaboratif et à la diffusion des résultats scientifiques au travers d'exemples issus de nos propres travaux de recherche. Ces outils facilitent la programmation et la documentation des codes sources, suivent l'utilisation des programmes et les paramètres utilisés, ou encore fournissent une plateforme de démonstration des approches développées.

Organisateur

1. **Sébastien Li-Thiao-Té**, LAGA UMR 7539 CNRS/Université Paris 13.

Liste des orateurs

1. **Christophe Hurlin**, Université d'Orléans.
Titre : RunMyCode.
2. **Rafael Grompone von Gioi**, ENS Cachan.
Titre : IPOL : a Research Journal Focused on Algorithms and Software.
3. **Sébastien Li-Thiao-Té**, Université Paris 13.
Titre : Lepton.

Christophe Hurlin, Université d'Orléans, Rue de Blois BP 6739, 45067 Orleans Cedex 2,
<http://www.runmycode.org/>

Rafael Grompone von Gioi, CMLA ENS Cachan, 61 avenue du Président Wilson 94235 Cachan cedex,
<http://www.ipol.im/>

Sébastien Li-Thiao-Té, LAGA Institut Galilée, 99 avenue Jean-Baptiste Clément 93430 Villetaneuse,
<http://www.math.univ-paris13.fr/~lithiao/ResearchLepton/Lepton.html>

Introduction

Algorithmes, logiciels, données massives, l'outil informatique est devenu incontournable dans de nombreux domaines scientifiques, y compris en mathématiques appliquées. Toutefois, cette partie du travail de recherche est souvent considérée comme optionnelle dans les pratiques actuelles de publication.

Le manque de considération du travail d'implémentation conduit souvent à un manque de soin et de documentation des codes source et logiciels et rend difficile la reproduction ultérieure des résultats produits. Ainsi, il est difficile de réutiliser des travaux antérieurs, réalisés par des collaborateurs ou publiés dans la littérature, et il est difficile de comparer les résultats de différentes approches.

Dans ce minisymposium, nous présentons trois outils logiciels qui placent code source et logiciels au centre de la diffusion des résultats scientifiques. Ils encouragent la diffusion des implémentations logicielles et l'appropriation des résultats par les lecteurs, soit sous la forme de site web avec démonstrations ou sous la forme de documents exécutables sur un ordinateur personnel.

1 RunMyCode

RunMyCode vise à proposer à la communauté académique mondiale, une plateforme de mise à disposition de codes de calculs scientifiques dans le domaine de l'économie et de la gestion. RunMyCode repose sur le concept novateur de "site compagnon" de publication scientifique. Un site compagnon est un site Internet à partir duquel les utilisateurs peuvent exécuter en ligne et de façon interactive des programmes informatiques associés à une publication à partir de leurs propres données et/ou de leurs propres choix de paramètres. Ils utilisent pour ce faire un simple navigateur internet. Les calculs nécessaires à la restitution des résultats sont effectués sur les serveurs de calcul de la grille de services du Très Grand Equipement (TGE) Adonis de l'Institut SHS du CNRS.

Le premier objectif du projet RunMyCode est de permettre aux chercheurs de diffuser de façon rapide à l'échelle internationale les résultats de leurs recherches à partir d'un site centralisant des ressources informatiques de calcul et de traitement, disponibles en ligne. Ce service devrait notamment permettre d'augmenter le potentiel de citations de certains articles scientifiques.

Le second objectif est d'offrir à une très large communauté d'utilisateurs, qui dépasse largement la seule communauté académique, la possibilité d'utiliser, en ligne et de façon interactive, des méthodes de calcul et de traitement scientifiques parmi les plus récentes pour leurs propres données et avec leurs propres choix de paramètres.

Le troisième objectif est de fournir à la communauté académique (chercheurs, éditeurs, arbitres, etc.) un moyen simple de pouvoir répliquer les résultats scientifiques et d'en démontrer ainsi l'exactitude, la fiabilité et la portée générale.

2 IPOL

IPOL est un journal en ligne open access qui a pour objectif la recherche reproductible via la publication des algorithmes et du code source correspondant dans les domaines de la vision computationnelle et l'analyse d'images. Ceci va à l'encontre des publications traditionnelles où les logiciels sont considérés comme compléments optionnels aux publications scientifiques, rarement fournis et encore moins expertisés.

IPOL encourage la diffusion des détails algorithmiques et de l'implémentation logicielle en récompensant les chercheurs par des publications dans un journal avec peer-review. Le code source est fourni par les auteurs pour chaque algorithme ; il est examiné par les reviewers et fait partie intégrante de la publication. De plus, une interface web permet à des utilisateurs anonymes de tester les programmes en ligne.

Nous présenterons IPOL, ses principales fonctionnalités ainsi que des exemples.

3 Lepton

Le logiciel Lepton permet de créer des manuscrits exécutables, à partir desquels on peut re-générer l'ensemble des éléments d'un travail de recherche — code source, exécutables, résultats des calculs, figures et manuscrit PDF — de façon quasi-automatique.

Un tel manuscrit exécutable peut être utilisé dans différents contextes :

- par son propre auteur afin d’archiver l’ensemble des étapes menant à un résultat, ou afin de comparer différents choix de méthodes ou de paramètres,
- par un relecteur ou un collaborateur souhaitant examiner les détails de la méthode,
- comme un programme de démonstration d’une nouvelle méthode ou d’un nouvel algorithme.

L’approche choisie consiste à inclure code source et instructions exécutables à l’intérieur d’un document. Ceci donne à l’auteur une totale liberté pour la documentation de son travail. Lepton permet également le découpage du code source en blocs pour faire apparaître la structure du programme. Ces blocs peuvent être réorganisés et réutilisés dans plusieurs programmes.

Lepton encourage la création de document où tout est visible par défaut, pour comprendre en profondeur les résultats annoncés, et faciliter la réutilisation des algorithmes.

Conclusions

La recherche reproductible regroupe un ensemble d’initiatives visant à améliorer la diffusion des résultats scientifiques produits par l’outil informatique, à favoriser leur compréhension et à faciliter la reproduction des résultats annoncés.

Les trois logiciels présentés dans ce minisymposium montrent la diversité des approches actuellement en discussion dans le domaine de la recherche reproductible. Ils montrent également la diversité des publics concernés, ce qui est de la responsabilité des auteurs, ce qui peut être fait par les éditeurs, et les nouvelles fonctionnalités que l’on peut apporter aux lecteurs.

Références

- [1] V. STODDEN, C. HURLIN, C. PERIGNON, *RunMyCode.Org : A Novel Dissemination and Collaboration Platform for Executing Published Computational Results*, SSRN, September 15, 2012.
- [2] N. LIMARE, J.-M. MOREL, *The IPOL Initiative : Publishing and Testing Algorithms on Line for Reproducible Research in Image Processing*, *Procedia Computer Science*, 4, 2011, 716-725.
- [3] S. LI-THIAO-TÉ, *Literate Program Execution for Reproducible Research and Executable Papers*, *Procedia Computer Science*, Volume 9, 2012, 439-448.

Mini-symposium PrISMe
Problèmes inverses de sources
et leurs applications en médecine

Résumé

Les problèmes inverses de sources (ISP) ont attiré l'attention de nombreux chercheurs durant ces dernières années en raison de leurs applications dans de nombreux domaines tels que l'environnement (sources de pollution), la tomographie optique, l'acoustique, la bioluminescence et notamment la médecine pour ne citer que ceux-là. En médecine, il s'agit des problèmes inverses en Electroencéphalographie (EEG) et en Magnétoencéphalographie (MEG). Les problèmes inverses en EEG (respectivement en MEG) consistent à reconstruire, à partir des mesures du potentiel sur le scalp (respectivement du champ électromagnétique extra crânien), la distribution, dans le cerveau, de sources de courant ayant pu générer ces mesures. La tête étant considérée comme un milieu conducteur inhomogène constitué de plusieurs couches ; le scalp, l'os, le LCR et le cerveau. Les équations de base gouvernant le comportement électrique du cerveau dérivent des équations de Maxwell. L'objet de ce mini-symposium est de réunir autour de cette problématique des chercheurs en mathématiques et un médecin neurophysiologie afin de faire le point sur les derniers développements sur la question, d'un point de vue médical et mathématique.

Organisateur

1. **Abdellatif El Badia**, Université de Technologie de Compiègne.

Liste des orateurs

1. **Ahmad El Hajj**, Université de Technologie de Compiègne.
Titre : Inverse MEG problem : Algebraic method and stability estimate.
2. **Juliette Leblond**, INRIA Sophia-Antipolis.
Titre : Source recovery issues in EEG.
3. **Alexandre Gramfort**, Telecom-Paris.
Titre : Analyse temps-fréquence et parcimonie pour la localisation de sources par EEG et MEG.
4. **Fabrice Wallois**, CHU Amiens.
Titre : Echanges avec la salle.

1 Introduction

L'activité de recherche, de localisation de sources d'activité électromagnétique dans le cerveau, notamment epileptogènes, a été intensifiée ces dernières années si l'on juge par le nombre de méthodes, logiciels, thèses et publications qui lui sont réservés, notamment en EEG/MEG. Le problème inverse en EEG/MEG est un vrai défi. En plus d'être mal posé, s'ajoutent les problèmes liés au bruit de mesure, aux imperfections du modèle de source et du modèle de tête, les défauts du système de mesure, ce qui rend le problème extrêmement difficile. Sa résolution nécessite en plus des données anatomiques du crâne (scalp, os, LCR), cortex), la connaissance des conductivités électriques de ces tissus. Estimer les valeurs de la conductivité dans les tissus de la tête est une tâche difficile et demeure un problème largement ouvert. Il est communément admis, voir par exemple [5], que l'activité électrique cérébrale est concentrée dans un petit nombre d'aires dont la dimension est petite comparée à leur distance aux capteurs placés à la surface de la tête (électrodes). Dans chacune de ces aires, l'activité électrique est assimilée à un groupe de charges négatives et un groupe de charges positives, un puits et une source, qui, "vu de loin", se comporte comme un dipôle de Courant. Le modèle dipolaire est le plus largement utilisé dans la résolution du problème inverse en EEG/MEG, il existe principalement deux variantes de ce modèle :

- le dipôle équivalent (ou source dipolaire ponctuelle) qui est caractérisé par une position et un moment ;
- la couche dipolaire (ou source dipolaire distribuée, diffuse, étendue) qui est formée d'un nombre important de dipôles répartis régulièrement dans une partie ou dans la totalité du volume cérébral.

La difficulté dans ce choix de modèle réside dans le fait que le nombre de dipôles est très grand.



FIGURE 21 – EEG-NIRS HD

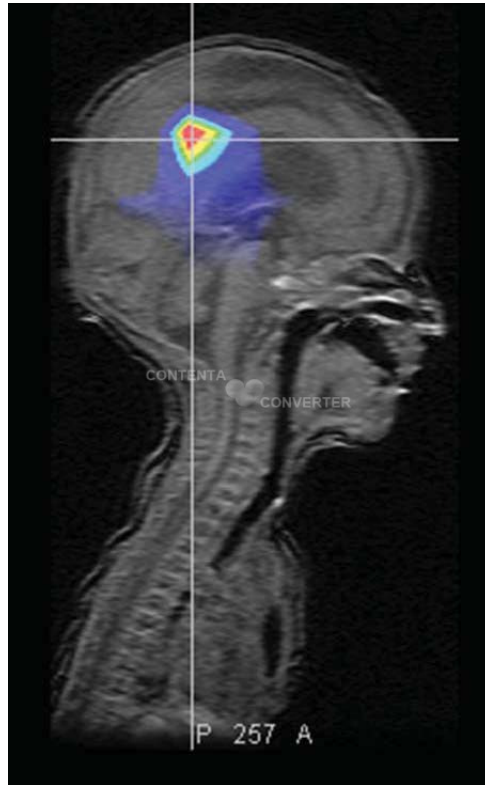


FIGURE 22 – Localisation de sources

2 Exposé 1. Inverse MEG problem : Algebraic method and stability estimate

Source identification in quasi-static Maxwell's equations has a wide variety of applications such as in bio-electromagnetic inverse problems and non-destructive inspection. For example, in the so called electroencephalography (EEG) and magneto-encephalography (MEG) inverse problems, the neuronal current in the human brain should be reconstructed from the electro-magnetic boundary measurements in order to find epileptic foci or to clarify the brain function. Usually, this problem is described by the quasi-static Maxwell equation since the wave length of the electric and magnetic field with a temporal frequency at most 1 kHz is much larger than the size of the head so that the quasi-static field is dominant. It is also shown that the displacement current with such a low frequency can be neglected compared to the Ohmic current inside the head. In this problem, the localized and synchronized neural current source is often modeled as multiple dipoles. Also, the human head is modeled as three or more layered conductors, where the electrical conductivity of each layer is assumed to be constant. Hence, the unknown source in this problem is the number, positions, and moments of the dipoles which exist in the innermost domain. In this talk, we propose an algebraic algorithm to identify the number, locations, and moments of the dipoles from boundary measurements of tangential components of the electric and magnetic fields, show a stability result. [2, 3]

3 Exposé 2. Source recovery issues in EEG

The inverse EEG (electroencephalography) problem consists in recovering a current distribution within the brain from measurements of the generated electric potential taken by electrodes on the scalp. From Maxwell's equation in their quasi-static approximation, it may be modelled by a conductivity elliptic partial differential equation (PDE). Functional and clinical applications in medical imaging and brain analysis are among the most important non-destructive testing current physical issues.

Such inverse source problems from partial boundary data are severely ill-posed in this elliptic PDE framework (this is known since Hadamard), due to the lack of uniqueness of solutions or of their stability properties.

One of these strong ill-posedness phenomena is the case of silent sources, that correspond to non-unique solutions : what are the electrical currents localized inside the head that generate an electrical potential vanishing identically outside (including the boundary) ? A characterization of silent electrical sources within a sphere (a classical

geometry for EEG models of the head) will be proposed.

Further, for situations of (non silent) pointwise dipolar sources, constructive localization properties will be described, by techniques of rational approximation applied to the measured potential. Stability considerations and numerical illustrations will be provided as well [1].

4 Exposé 3. Analyse temps-fréquence et parcimonie pour la localisation de sources par EEG et MEG

La localisation des sources cérébrales à l'origine des signaux mesurés par magnéto- et électroencéphalographie (M/EEG) est un problème inverse mal-posé permettant d'imager l'activité électrique cérébrale avec une précision temporelle de l'ordre de la milliseconde. Mathématiquement, il peut être formulé comme un problème de régression linéaire avec plus de variables que d'observations. Il est donc nécessaire de le régulariser par l'intermédiaire d'un a priori sur la dynamique spatio-temporelle des sources. Il est naturel de supposer notamment deux caractéristiques sur les sources : elles sont peu nombreuses, ce qui se traduit par le fait qu'une solution est spatialement parcimonieuse, et les séries temporelles d'activations sont régulières et non-stationnaires. La méthode présentée utilise les propriétés des normes mixtes et de la transformée de Fourier à fenêtre pour modéliser ces connaissances a priori. La minimisation du critère se fera par une méthode de premier ordre accélérée adaptée aux problèmes non-différentiables. Des résultats sur simulations et données réelles seront présentés [4].

5 Discussion

Echanges avec la salle autour du professeur F. Wallois, neurophysiologiste, Praticien Hospitalier, Inserm U1105, Fac Médecine, Amiens.

Références

- [1] M. CLERC, J. LEBLOND, J.-P. MARMORAT AND T. PAPADOPOULOU, *Source localization in EEG using rational approximation on plane sections*, Inverse Problems, 28 2012, 055018.
- [2] A. EL-BADIA AND A. EL HAJJ , *Holder stability estimates for some inverse pointwise source problems*, C. R. Math. Acad. Sci. Paris 350, no. 23-24, 2012, 10311035.
- [3] A. EL BADIA AND T. NARA, *An inverse source problem for the quasi-static Maxwell's equations*, Journal of Inverse and Ill-Posed Problems, 18, 2011, 741-764.
- [4] A. GRAMFORT, D. STROHMEIER, J. HAUEISEN, M. S. HÄMÄLÄINEN, M. KOWALSKI, *Time-frequency mixed-norm estimates : Sparse M/EEG imaging with non-stationary source activations*, NeuroImage, Volume 70, 2013, 410422.
- [5] M. HAMALAINIEN, R. HARI, R. J. ILMONIEMI , J. KNUUTILA AND O. V. LOUNASMAA, *Magnetoencephalography - theory, instrumentation, and applications to noninvasive studies of the working human brain*, Review of modern physics, 65, 1993, 413-97.

Mini-symposium PROBABLE

PDMP et EDP : modèles de croissance en biologie

Mini-symposium porté par l'ERC SKIPPERAD

Résumé

Les processus de croissance en biologie peuvent se modéliser aussi bien par des processus de Markov déterministes par morceaux (PDMP) que par des équations aux dérivées partielles (EDP), ou encore par des processus statistiques plus complexes (processus de Hawkes par exemple). Pour cette raison, ils sont un lieu d'interaction croissante entre les trois disciplines mathématiques que sont les probabilités, l'analyse des EDP et la statistique des processus. Ce mini-symposium propose de faire parler des chercheurs venant de chacune de ces branches, ainsi qu'une biologiste spécialiste de la polymérisation des protéines qui évoquera les enjeux et questions ouvertes de ce domaine, auxquels les mathématiciens peuvent contribuer.

Organisateurs

1. **Marie Doumic**, INRIA et Université Paris 6.
2. **Florent Malrieu**, Université Rennes 1.

Liste des orateurs

1. **Stéphanie Prigent et Hadjer Wafaâ Haffaf**, INRIA et Université Paris 6.
Titre : Analyse de la polymérisation du prion.
2. **Pierre Gabriel**, Université de Versailles Saint Quentin.
Titre : Comportement en temps grand de l'équation de croissance-fragmentation.
3. **Bertrand Cloez**, Université de Paris Est - Marne-la-Vallée.
Titre : Etude d'un modèle simple de croissance-fragmentation..
4. **Patricia Reynaud-Bouret**, Université de Nice.
Titre : Les processus de Hawkes comme modèles statistiques en génomique et en neurosciences.

Marie Doumic, INRIA Paris-Rocquencourt et Université Paris 6,
marie.doumic@inria.fr

Florent Malrieu, Université Rennes 1,
florent.malrieu@univ-rennes1.fr

Stéphanie Prigent et Hadjer Wafaâ Haffaf, Inria ,
stephanie.prigent1@inria.fr

Pierre Gabriel, Université de Versailles - Saint-Quentin-en-Yvelines,
pierre.gabriel@uvsq.fr

Bertrand Cloez, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées, Université Paris-Est - Marne-la-Vallée,
bertrand.cloez@univ-mlv.fr

Patricia Reynaud-Bouret, Université de Nice,
patricia.reynaud-bouret@unice.fr

Introduction

Les processus de croissance en biologie peuvent se modéliser aussi bien par des processus de Markov déterministes par morceaux (PDMP) que par des équations aux dérivées partielles (EDP) ou des processus statistiques plus complexes (processus de Hawkes). Pour cette raison, ils sont un lieu d'interaction croissante entre les trois disciplines mathématiques que sont les probabilités, l'analyse des EDP et la statistique des processus. Ce mini-symposium propose de faire parler des chercheurs venant de chacune de ces branches, ainsi qu'une biologiste spécialiste de la polymérisation des protéines qui évoquera les enjeux et questions ouvertes de ce domaine, auxquels les mathématiciens peuvent contribuer.

1 Analyse de la polymérisation du prion (S. Prigent et H.W. Haffaf)

Plus de vingt maladies dont celle d'Alzheimer et de Parkinson sont dues au mauvais repliement de protéines naturellement présentes dans le corps humain, impliquant une polymérisation en fibres amyloïdes. En particulier la polymérisation du prion est responsable de maladies neurodégénératives qui peuvent être infectieuses telles que celle de Creutzfeldt-Jakob. Le moyen par lequel le caractère infectieux est transmis reste incompris. Pour comprendre comment un agrégat de prion infectieux de type PrPsc (prion "mal replié") peut induire la modification d'un prion PrPc (prion "normal") qui n'est pas infectieux en un prion de type PrPsc, nous avons étudié les cinétiques d'élongation des fibres. Une perte de la capacité de polymérisation des fibres a été observée. Plusieurs hypothèses peuvent expliquer cette perte, notamment l'apparition d'un défaut dans la structure des fibres. Nous entreprenons une analyse mathématique, analytique et numérique, pour vérifier cette hypothèse. Une traduction en termes d'équations de ces expériences nous a mené au système d'EDO de Becker-Döring [1]

$$\begin{cases} \frac{dc_i}{dt} = -k_{on_i} c_1 c_i + k_{on_{i-1}} c_1 c_{i-1} - k_{dep_i} c_i + k_{dep_{i+1}} c_{i+1}, & i \geq 2, \\ \frac{dc_1}{dt} = -c_1 \sum_{i=1}^{\infty} k_{on_i} c_i + \sum_{i=2}^{\infty} k_{dep_i} c_i. \end{cases}$$

où c_i représente la concentration en polymères de taille i (dans une unité de volume), c_1 représente la concentration en monomères et k_{on} et k_{dep} , les coefficients cinétiques.

A travers des simulations de ce système, nous essayons de retrouver les résultats obtenus expérimentalement où l'entité biologique mesurée représente une combinaison linéaire du moment d'ordre 2 définie par $\sum i^2 c_i$. L'effet de la diffusion sera simulé et la variation des constantes de réaction en fonction de la taille des polymères sera testée. De plus, bien que l'on pense que la dépolymérisation ou la fragmentation soient susceptibles de libérer des particules infectieuses, les mécanismes de désagrégation sont insuffisamment compris. Pour caractériser ces mécanismes, nous nous sommes placés dans des conditions expérimentales dépolymérisantes. Des cinétiques oscillatoires ont été observées et diffèrent selon la concentration initiale utilisée. Les oscillations sont des mécanismes déjà observés dans la (dé-)polymérisation de la tubuline, mais n'avaient jusqu'alors pas été mentionnées dans le cas du prion. Nous avons recours à la modélisation mathématique pour identifier de potentiels mécanismes responsables des oscillations, là où les approches biologiques atteignent leur limite technique.

2 Comportement en temps grand de l'équation de croissance-fragmentation (P. Gabriel)

L'équation de croissance-fragmentation permet de modéliser des processus biologiques divers, tels que la division cellulaire ou la polymérisation de protéines - cf. l'exposé ci-dessus. Dans cet exposé nous nous intéresserons au comportement en temps grand des solutions de cette EDP. Les techniques d'entropie développées par P. Michel, S. Mischler et B. Perthame en 2004 ont permis une grande avancée dans ce domaine. Nous verrons comment à partir de ces résultats nous pouvons prouver la relaxation exponentielle vers une distribution stationnaire. L'extension à des modèles non linéaires sera aussi abordée.

Les résultats présentés reprennent des travaux en collaboration avec Daniel Balagué, José Alfredo Cañizo et Marie Doumic [2, 4].

3 Etude d'un modèle simple de croissance-fragmentation (B. Cloez)

Dans cet exposé, nous nous intéresserons au modèle suivant, qui peut être vu comme une version probabiliste de l'équation de croissance-fragmentation dont P. Gabriel a parlé dans l'exposé précédent :

- on commence avec une cellule de taille quelconque;
- à un temps inhomogène, cette cellule se divise;
- après cet événement, chaque cellule évolue indépendamment l'une de l'autre, comme la première cellule.

C'est un modèle de particules avec une interaction de type branchement. Si l'on s'intéresse au comportement d'une lignée cellulaire alors ce processus peut être modélisé à l'aide d'un PDMP. Celui-ci modélise aussi la congestion TCP/IP [5] et a été très étudié ces dernières années. On connaît donc la plupart de ses propriétés. Le comportement de toute la population est, quant à lui, souvent modélisé via des méthodes d'EDP [4](cf. exposé précédent). Nous décrivons le lien entre ces différentes approches et donneront quelques théorèmes de convergence [3].

4 Les processus de Hawkes comme modèles statistiques en génomique et en neurosciences (P. Reynaud-Bouret)

Après une introduction aux modèles de Hawkes multivariés - modèles qui présentent des similitudes avec un certain type de modèles d'EDP de population structurée - cet exposé détaillera en quoi ces processus peuvent être pertinents pour modéliser les distances évitées ou favorisées entre motifs (ou éléments régulateurs de la transcription) le long de la chaîne d'ADN [6], mais aussi pour modéliser les interactions entre trains de potentiels d'action en neurosciences [7, 8]. Après avoir expliqué quels sont les principaux moyens pour estimer de manière paramétrique dans ces modèles les fonctions d'interaction, une méthode pour s'affranchir d'hypothèses paramétriques sur ces fonctions et obtenir une méthode statistique qui s'adapte aux données sans que l'on ait aucune hypothèse majeure à faire sera exposée. Pour finir, il est possible de tester que ces modèles sont valides sur les données étudiées.

Références

- [1] S. PRIGENT, A. BALLESTA ET AL, *An efficient kinetic model for amyloid fibrils assemblies and its application to polyglutamine aggregation*, PLoS ONE, Vol.7, No.11, 2012, e43273.
- [2] D. BALAGUÉ, J. A. CAÑIZO ET P. GABRIEL, *Fine asymptotics of profiles and relaxation to equilibrium for growth-fragmentation equations with variable drift rates*, Kinetic Related Models, Vol.6, No.2, 2013, p.219-243..
- [3] B. CLOEZ, *Limit theorem for some branching measure-valued measures*, Arxiv e-print.
- [4] M. DOUMIC AND P. GABRIEL, *Eigenelements of a general aggregation-fragmentation model*, Math. Models. Methods. Appl. Sci., 2010..
- [5] D. CHAFAÏ, F. MALRIEU, AND K. PAROUX., *On the long time behavior of the TCP window size process*, Stochastic Processes and their Applications (120) :1518–1534, 2010.
- [6] REYNAUD-BOURET, PATRICIA AND SCHBATH, SOPHIE, *Adaptive estimation for Hawkes processes ; application to genome analysis*, Ann. Statist., 38(5), 2781-2822, 2010.
- [7] HANSEN, NIELS R. AND REYNAUD-BOURET, PATRICIA AND RIVOIRARD, VINCENT, *Lasso and probabilistic inequalities for multivariate point processes*, submitted.
- [8] REYNAUD-BOURET, P. AND TULEAU-MALOT, C. AND RIVOIRARD, V. AND GRAMMONT, F, *Spike trains as (in)homogeneous Poisson processes or Hawkes processes : non-parametric adaptive estimation and goodness-of-fit tests*, submitted.

Mini-symposium QSDetQPr

Progrès récents sur les distributions quasi-stationnaires et les Q -processus

Résumé

Les distributions quasi-stationnaires sont un outil utilisé pour modéliser le comportement à long terme de systèmes stochastiques absorbés (en un sens général), mais qui ont un comportement stable sur des échelles de temps relativement grandes. Une distribution quasi-stationnaire est une distribution préservée par une dynamique en chaque instant positif, lorsque l'on conditionne le processus à ne pas être absorbé au même instant. Cette notion est reliée à celle du Q -processus, obtenu en conditionnant le processus à ne jamais être absorbé. Ces outils sont utilisés aussi bien en modélisation (par exemple en dynamiques de populations, où l'absorption correspond à l'extinction de la population) que pour des besoins numériques (par exemple pour simuler des dynamiques métastables, où l'absorption correspond à la sortie du voisinage d'un attracteur). Les exposés de ce mini-symposium aborderont ces différents aspects.

Organisateur

1. **Nicolas Champagnat**, Inria Nancy - Grand Est.

Liste des orateurs

1. **Denis Villemonais**, Université de Lorraine (Ecole des Mines de Nancy, IECL).
Titre : Comportement asymptotique de la taille d'une espèce avant extinction.
2. **Mathieu Faure**, Aix-Marseille Université (AMSE, GREQAM).
Titre : Quasi-stationary distributions and randomly perturbed dynamical systems.
3. **Tony Lelièvre**, Ecole des Ponts ParisTech (CERMICS).
Titre : Distributions quasi stationnaires et métastabilité : applications en dynamique moléculaire.

Nicolas Champagnat, IECL, Campus Scientifique, B.P. 70239, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy,
Nicolas.Champagnat@inria.fr

Denis Villemonais, IECL, Campus Scientifique, B.P. 70239, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy,
Denis.Villemonais@univ-lorraine.fr

Mathieu Faure, GREQAM, Centre de la Vieille Charité, 2 rue de la Charité, 13236 Marseille Cedex 02,
mathieu.faure@univ-amu.fr

Tony Lelièvre, CERMICS - Ecole des Ponts ParisTech, 6 et 8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes - Champs sur Marne, 77455 Marne la Vallée Cedex 2,
lelievre@cermics.enpc.fr

Les distributions quasi-stationnaires (*quasi-stationary distributions*, ou QSD) sont un outil utilisé pour modéliser le comportement à long terme de systèmes stochastiques qui sont absorbés en un certain sens (on peut par exemple penser à des pannes en fiabilité ou à des extinctions dans des dynamiques de population), mais qui ont un comportement stable sur des échelles de temps relativement grandes. Une QSD est une distribution qui est préservée par une dynamique (par exemple markovienne) en chaque instant positif, lorsque l'on conditionne le processus à ne pas être absorbé au même instant. Cette notion est reliée à celle du Q -processus, obtenu en conditionnant le processus à ne jamais être absorbé.

L'étude de ces objets est relativement ancienne, mais a connu un regain d'intérêt ces dernières années dû notamment au développement des modélisations pour l'écologie, où la plupart des modèles stochastiques s'éteignent presque sûrement en temps fini. Parmi les domaines où les QSD ont un rôle important à jouer, on peut citer la biologie de la conservation, l'épidémiologie et plus généralement les interactions entre espèces (écologie, évolution...). Les QSD sont également naturellement liées à des questions de métastabilité, où un système stochastique reste piégé au voisinage d'états quasi-stables pendant des échelles de temps longues avant de franchir une barrière de potentiel lui permettant d'explorer d'autres parties de l'espace d'état. De nouveau, les domaines applicatifs dans ce contexte sont multiples. On peut citer l'exemple des dynamiques moléculaires, qui sont par essence en grande dimension et multistables.

Le but de ce mini-symposium est de présenter dans un contexte applicatif de dynamiques de populations au sens large et de dynamique moléculaire quelques développements récents dans la théorie des QSD et des Q -processus et leurs applications.

En premier lieu, l'approche traditionnelle pour étudier ces objets est spectrale. Du point de vue du modélisateur, il est souhaitable de développer des outils probabilistes (et donc non spectraux) afin de garantir l'existence de ces objets et d'étudier leurs propriétés, comme par exemple la vitesse de convergence des lois conditionnelles vers une QSD, ou du Q -processus vers sa mesure invariante. L'objet du premier exposé, par Denis Villemonais (Univ. Lorraine) est de présenter des développements récents sur ces questions.

Ensuite, lorsque l'on considère une dynamique déterministe perturbée par un bruit stochastique (c'est typiquement le cas dans le cas des dynamiques de grandes populations), les DQS visent à décrire le comportement en temps long de tels systèmes ainsi que leur transition vers l'absorption. Il est alors naturel d'étudier l'influence du bruit sur les QSD. Ce sera l'objet du second exposé du mini-symposium, par Mathieu Faure (Aix-Marseille Univ.).

Enfin, en dynamique moléculaire, plusieurs algorithmes destinés à raccourcir la durée d'une simulation moléculaire exploitent de façon implicite les QSD et leurs propriétés. Le troisième exposé, par Tony Lelièvre (Ecole des Ponts ParisTech) présentera l'analyse numérique de deux de ces algorithmes.

Les trois exposés dureront chacun 25 minutes et seront suivis de 5 minutes de questions.

Premier exposé : Denis Villemonais (Univ. Lorraine, Ecole des Mines de Nancy, IECL)

Titre Comportement asymptotique de la taille d'une espèce avant extinction

Résumé Nous considérons une classe de processus aléatoires modélisant des tailles de populations. La principale particularité de ces modèles consiste en ce qu'ils prennent en compte la possibilité d'extinction de la population. Nous nous intéressons à la tailles des populations observées après un temps long (c'est-à-dire non éteintes) et démontrons qu'elle converge vers une variable aléatoire indépendante du temps et de la position initiale. Nous verrons des implications spécifiques de ce type de comportement, comme l'existence de plateaux d'extinctions.

Second exposé : Mathieu Faure (Aix-Marseille Univ., AMSE, GREQAM)

Title Quasi-stationary distributions and randomly perturbed dynamical systems

Summary This is joint work with Sebastian J. Schreiber (University of California, Davis).

In this talk, we are interested by the quasi-stationary distributions μ^ε of a family of Markov chains $\{X^\varepsilon\}_{\varepsilon>0}$ that are random perturbations of a bounded, continuous map $F : M \rightarrow M$ where M is a closed subset of \mathbb{R}^k . Consistent with many models in biology, these Markov chains have a closed absorbing set $M_0 \subset M$ such that $F(M_0) = M_0$ and $F(M \setminus M_0) = M \setminus M_0$. Building on techniques introduced by Kifer [1], we show that, under some large deviations assumptions on the random perturbations, the weak* limit points of μ^ε are supported by the positive attractors of F .

Troisième exposé : Tony Lelièvre (Ecole des Ponts ParisTech, CERMICS)

Titre Distributions quasi stationnaires et métastabilité : applications en dynamique moléculaire.

Résumé Je présenterai l'analyse numérique de quelques algorithmes proposés par Arthur Voter (Los Alamos National Laboratory) à la fin des années 1990 destinés à simuler efficacement des trajectoires métastables. Cette analyse utilise les distributions quasi-stationnaire comme un outil permettant de faire le lien entre des processus de Markov à espace d'état continu métastables et des processus de Markov à espace d'état discret.

Références

- [1] Y. KIFER, *Random perturbations of dynamical systems*, Birkhäuser Boston, 1988.

Mini-symposium ReprNum

Étapes vers la reproductibilité numérique des calculs

Mini-symposium porté par le GT Arith du GDR Informatique Mathématique

Résumé

Des doutes sur le caractère reproductible de simulations numériques sont apparus en énergétique [1], météorologie dynamique [2], dynamique moléculaire [3], dynamique des fluides [4], ... Une des causes profondes de cette non-reproductibilité numérique est la précision finie des calculs. L'arithmétique en virgule flottante est en effet extrêmement sensible à la précision du calcul (homogénéité) et à l'ordre dans lequel ils sont effectués (séquentialité). Ces deux aspects sont fortement présents dans l'HPC massivement parallèle mêlant CPU multi-cœurs et GPU par exemple. Comment pouvoir accorder plus de confiance à ces résultats ? Ce mini-symposium abordera cet objectif aux travers de trois grands thèmes plus particulièrement étudiés par la communauté française de l'arithmétique des ordinateurs au sein du GT Arith du GDR Informatique Mathématique.

Organisateur

1. **Philippe Langlois**, DALI-LIRMM, Université de Perpignan Via Domitia.

Liste des orateurs

1. **Claude-Pierre Jeannerod**, Inria, Laboratoire LIP - ENS de Lyon.
Titre : Avantages et limites du modèle flottant standard.
2. **Issam Said**, Total et LIP6, UPMC.
Titre : Validation numérique de codes scientifiques sur GPU.
3. **Nathalie Revol**, Inria, Laboratoire LIP - ENS de Lyon.
Titre : Algorithmes et approches validés par arithmétique d'intervalles.

Philippe Langlois, Univ. Perpignan Via Domitia, Digits, Architectures et Logiciels Informatiques, F-66860, Perpignan. Univ. Montpellier II, Laboratoire d'Informatique Robotique et de Microélectronique de Montpellier, UMR 5506, F-34095, Montpellier. CNRS, Laboratoire d'Informatique Robotique et de Microélectronique de Montpellier, UMR 5506, F-34095, Montpellier,
langlois@univ-perp.fr

Introduction

Des doutes sur le caractère reproductible de simulations numériques de grande taille, maintenant accessibles grâce à la puissance de calcul de l’HPC, sont apparus dans des domaines variés : énergétique [1], météorologie dynamique [2], dynamique moléculaire [3], dynamique des fluides [4], . . . Est-il encore possible aujourd’hui de garantir la validité des nombreux résultats publiés qui reposent essentiellement sur des simulations numériques ? Une des causes profondes de cette non-reproductibilité numérique est la précision finie des données et des traitements numériques — ces deux sources devant être bien distinguées : la première est inévitable (toute expérience en souffre), la seconde est introduite par la dimension numérique de la simulation.

Le calcul en précision finie, et en particulier en arithmétique (à virgule) flottante, est un des facteurs de cette fondamentale remise en question. Arithmétiques réelle et flottante ne (re)produisent pas les mêmes résultats. A titre d’exemple significatif, retenons que la simple addition de n nombres en arithmétique à virgule flottante est loin de produire systématiquement un résultat proche du résultat mathématique. La perte de propriétés simples mais fondamentales, e.g., associativité de l’addition, distributivité de la multiplication, monotonie . . . , produit des effets complexes sur la stabilité, la convergence, la précision des méthodes du calcul scientifique. Le(s) parallélisme(s) des exécutions modernes nui(sen)t à la répétabilité des résultats, même à environnement de calcul constant, même pour des séquences de calculs très simples. La reproductibilité des résultats obtenus lorsque la chaîne de calcul est modifiée, par exemple améliorée, ou sur deux chaînes de calculs n’est pas du tout assurée. Les questions sont nombreuses. Comment pouvoir accorder plus de confiance à ces résultats ? La norme IEEE-754, pourtant présente sur la majorité des unités de calcul et qui visaient plus de portabilité numérique, est-elle mise en échec ? Si l’objectif de reproductibilité est trop ambitieux, comment atteindre au moins la répétabilité des résultats ? Que chercher à reproduire : un ordre de grandeur, une valeur arrondie, la chaîne de bits ?

Ce mini-symposium abordera ces questions aux travers de trois grands thèmes plus particulièrement étudiés par la communauté française de l’arithmétique des ordinateurs au sein du GT Arith du GDR Informatique Mathématique. Il permettra de faire le point sur certaines étapes récentes vers plus de reproductibilité du calcul en arithmétique flottante. Les exposés permettent d’aborder les aspects théorique, appliqué, logiciel et aussi plus industriel de ces questions. Ils illustreront les acquis et, surtout les zones d’ombres qu’il convient d’aborder prudemment . . . au moins à ce jour.

1 Avantages et limites du modèle flottant standard

Orateur : Claude-Pierre Jeannerod (Inria, Laboratoire LIP - ENS Lyon)

Travail en collaboration avec Nicolas Louvet (Université Claude Bernard Lyon 1, Laboratoire LIP - ENS de Lyon) et Jean-Michel Muller (CNRS, Laboratoire LIP - ENS de Lyon)

En analyse numérique, l’arithmétique flottante IEEE 754 est le plus souvent décrite de façon simplifiée par le “modèle flottant standard”, qui majore l’erreur d’arrondi commise à chaque opération élémentaire. Ce modèle est depuis plus de 50 ans l’outil de choix pour analyser *a priori* le comportement numérique de nombreux algorithmes, notamment en algèbre linéaire. Il permet d’établir de façon efficace et élégante des résultats de stabilité et des bornes d’erreur valables quelle que soit l’implantation de briques de base comme les sommes de n nombres ou les produits scalaires. Cependant, de nombreuses propriétés de l’arithmétique IEEE 754 échappent à ce modèle, et ceci conduit parfois à des analyses inutilement pessimistes. Dans cet exposé nous verrons comment la prise en compte de ces propriétés supplémentaires permet au contraire de prédire et garantir le très bon comportement, en arithmétique flottante, de certains noyaux numériques comme les déterminants 2×2 et les opérations sur les nombres complexes.

2 Validation numérique de codes scientifiques sur GPU

Orateur : Fabienne Jézéquel (LIP6, UPMC) ou Issam Said (Total et LIP6, UPMC)

Travail en collaboration avec Jean-Luc Lamotte (LIP6, UPMC)

Comme de plus en plus de codes scientifiques tirent parti des GPU, il est nécessaire de contrôler la qualité numérique des résultats obtenus sur ce type d’architecture. Nous présentons les particularités de l’utilisation sur GPU de l’arithmétique stochastique pour l’estimation de la propagation d’erreur d’arrondi. Des solutions spécifiques ont été proposées notamment pour la détection des instabilités numériques et l’implantation du mode d’arrondi

Ce qui permet de mentionner que le “big data” massif contribuera significativement à de mauvaises surprises numériques.

aléatoire. Nous montrons comment contrôler, grâce à l'arithmétique stochastique, la fiabilité d'applications scientifiques pour lesquelles des problèmes de reproductibilité numérique ont été mis en évidence. En particulier, nous présentons l'apport de l'arithmétique stochastique dans un code de géophysique dont les résultats diffèrent selon l'architecture utilisée : CPU séquentiel, CPU multicoeur et différents types de GPU.

3 Algorithmes et approches validés par arithmétique d'intervalles

Oratrice : Nathalie Revol (Inria, LIP, ENS Lyon)

Travail en collaboration avec Hong Diep Nguyen (U.C. Berkeley, USA) et Philippe Théveny (Laboratoire LIP - ENS de Lyon)

L'arithmétique par intervalles consiste à manipuler et calculer non pas avec des nombres ou des valeurs approchées, mais avec des intervalles qui sont garantis contenir les valeurs exactes. Un calcul par intervalles offre donc la garantie de contenir le résultat exact. Dans le cas où l'exigence de reproductibilité se traduit par le calcul de l'arrondi correct du résultat exact, un calcul par intervalles contiendra également ce résultat. En revanche, les calculs par intervalles sont tout aussi sensibles que les calculs en arithmétique flottante aux questions de répétabilité : en effet, le même algorithme pourra effectuer un nombre différent d'itérations, ou de bisections, d'une exécution à l'autre et retourner des résultats variables. Ils sont également très sensibles aux questions de reproductibilité : d'une machine à l'autre, les formats utilisés et l'accessibilité ou non des modes d'arrondis pourront entraîner des variations dans les résultats calculés.

Références

- [1] O. VILLA, D. G. CHAVARRÍA-MIRANDA, V. GURUMOORTHY, A. MÁRQUEZ, AND S. KRISHNAMOORTHY, *Effects of floating-point non-associativity on numerical computations on massively multithreaded systems*, *CUG 2009 Proceedings*, pages 1–11, 2009..
- [2] Y. HE AND C. DING., *Using accurate arithmetics to improve numerical reproducibility and stability in parallel applications*, *The Journal of Supercomputing*, 18 :259–277, 2001.
- [3] M. TAUFER, O. PADRON, P. SAPONARO, AND S. PATEL, *Improving numerical reproducibility and stability in large-scale numerical simulations on gpus*, *IPDPS*, pages 1–9. IEEE, 2010.
- [4] R. W. ROBEY, J. M. ROBEY, AND R. AULWES, *In search of numerical consistency in parallel programming*, *Parallel Computing*, 37(4-5) :217–229, 2011.

Mini-symposium SPTS

Statistique des séries temporelles physiologiques

Mini-symposium porté par l'ANR "Do Well B."



Résumé

L'utilisation de la statistique des séries temporelles dans les sciences biologiques est un domaine émergent.

- *The Journal of Time Series Analysis* lui a consacré un numéro thématique en septembre 2012.
- L'ANR a sélectionné le projet blanc intitulé "Do Well B." (2013-2017) sur l'utilisation d'outils de statistique des séries temporelles pour mesurer le bien-être ou le stress d'enfants autistes, de sportifs et/ou de personnes au travail.

Nous proposons quelques exemples d'applications des séries temporelles à l'analyse de signaux physiologiques, dont certains correspondent aux débuts du projet ANR "Do Well B."

Organisateur

1. **Pierre R. Bertrand**, Laboratoire de mathématiques, UMR 6620, Clermont-Ferrand.

Liste des orateurs

1. **Romain Hérault**, INSA Rouen.
Titre : Analyse de la dynamique temporelle des angles inter-segmentaires lors d'escalade sur glace.
2. **Pierre R. Bertrand**, Laboratoire de mathématiques, UMR 6620, Clermont-Ferrand.
Titre : Une méthode rapide de détection de ruptures : Dérivée filtrée + p-value.
3. **Nadia Khalfa**, École Nationale d'Ingénieur de Tunis (ENIT).
Titre : Analyse comparative de l'activité électrodermale entre un sujet autiste et un sujet témoin : vers l'extraction de signatures temporelles.
4. **Nourddine Azzaoui**, Laboratoire de mathématiques, UMR 6620, Clermont-Ferrand.
Titre : Analyse du rythme cardiaque de médecins urgentistes du CHU Clermont-Ferrand.

Pierre Raphael Bertrand, Laboratoire de Mathématiques UMR 6620 - CNRS et Université Blaise Pascal Campus des Cézeaux - B.P. 80026 63171 Aubière cedex,

Pierre.Bertrand@math.univ-bpclermont.fr

Romain Hérault, Laboratoire LITIS - EA 4108 - INSA de Rouen - Avenue de l'Université - BP 8 - 76801 Saint-Etienne-du-Rouvray Cedex,

romain.herault@insa-rouen.fr

Nadia Khalfa, Unité de recherche signaux et systèmes - Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis - Université Tunis El Manar - 1002 Tunis,

nadia.khalifa@gmail.com

Nourddine Azzaoui, Laboratoire de Mathématiques UMR 6620 - CNRS et Université Blaise Pascal Campus des Cézeaux - B.P. 80026 63171 Aubière cedex,

Nourddine.azzaoui@math.univ-bpclermont.fr

Introduction

Nous présentons quelques modèles stochastiques adaptés aux séries physiologiques. Trois types de signaux physiologiques indexés par le temps (séries temporelles) sont étudiées : angles inter-segmentaires (cf. section 1 ci-dessous), rythme cardiaque (cf. section 2 et 4 ci-dessous), conductance de la peau (section 3 ci-dessous). Plusieurs modèles de séries ou processus stochastique sont utilisés : série circulaire d'angles (cf. section 1 ci-dessous), série de variables indépendantes avec rupture sur la moyenne (cf. section 2 ci-dessous), processus de type fractal (cf. section 3 ci-dessous), processus gaussien localement stationnaires (cf. section 4 ci-dessous). Les sections 2, 3, et 4 correspondent aux débuts des travaux du projet ANR "*Do Well B.*"

1 Analyse de la dynamique temporelle des angles inter-segmentaires lors d'escalade sur glace (L. Seifert, J.-F. Coeurjolly, R. Héroult, L. Wattebled, K. Davids)

L'étude présentée dans [14] examine la dynamique temporelle des angles inter-segmentaires chez des grimpeurs de niveau différents sur cascade de glace afin de déterminer l'effet de l'expertise sur l'adaptation de la coordination motrice en relation avec les propriétés de la cascade de glace. Pour ce faire, nous observons deux séries temporelles circulaires qui correspondent aux membres supérieurs et inférieurs de sept grimpeurs sur glace experts et de sept amateurs. Nous analysons ces données au travers des points de rupture multiples dans la moyenne géodésique (ou de Fréchet) sur le cercle. Guidés par le fait que nous obtenons la moyenne géodésique par le biais d'une procédure d'optimisation, nous mettons en place une extension aux données circulaires de la méthode des dérivées filtrées qui est connue pour être rapide et peu coûteuse en calculs. Une estimation locale de la variabilité a été obtenue par le nombre de points de rupture calculés par les dérivées filtrées avec la méthode de p-valeurs pour les séries temporelles et l'erreur quadratique intégrée (EQI). Les résultats de l'analyse des points de rupture ne montrent pas une différence significative entre les groupes mais une EQI plus élevée qui suppose l'existence de plateaux pour les débutants. En outre, ils mettent en évidence une plus grande variabilité locale des angles des membres pour les experts que pour les débutants ce qui suggère une plus grande perméabilité des experts aux propriétés de l'environnement qui se traduit par une plus grande adaptation des comportements. Au contraire, la faible variance locale des angles des membres affichée par les débutants peut refléter une imperméabilité aux contraintes d'environnement pouvant se comprendre par le besoin de contrôle de l'équilibre du corps.

2 Une méthode rapide de détection de ruptures (P.R. Bertrand, M. Fhima)

Dans de nombreuses applications, on modélise les données par une série temporelle avec un nombre fini de paramètres structurels constants par morceaux. Ces paramètres changent brutalement, et il est pertinent de détecter les instants de ruptures. Le progrès technologique a entraîné l'accès à des flux de données longitudinales de grande (ou très grande) taille. Par exemple, on peut actuellement enregistrer tous les battements de coeur lors d'un marathon ou pendant 24 heures. Ceci conduit alors à des tailles de données $n = 40.000$ ou $n = 100.000$. Ce phénomène de grand jeu de données ou "*Data deluge*" est général depuis le début du 21ème siècle. Ceci a conduit à revisiter le problème de détection de ruptures a posteriori en prenant compte la complexité des algorithmes en fonction de la taille du jeu de données. Avant le déluge de données, la méthode la plus utilisée pour la détection de ruptures était la méthode des moindres carrés pénalisés (PLS= Penalized Least Squares), [3]. Sa complexité en temps de calcul et en mémoire utilisée est en $\mathcal{O}(n^2)$. Dans [5], nous avons introduit une nouvelle méthode de complexité $\mathcal{O}(n)$, à la fois en temps de calcul et en mémoire. Cette méthode est la combinaison de deux étapes : une étape 1, basée sur les moyennes mobiles, qui détecte les ruptures potentielles ainsi que de nombreuses fausses alarmes, une étape 2 qui élimine la majorité des fausses alarmes. Nous procédons à des comparaisons numériques avec la méthode PLS et donnons quelques exemples d'applications à des données physiologiques réelles (rythme cardiaque, [2, 12]).

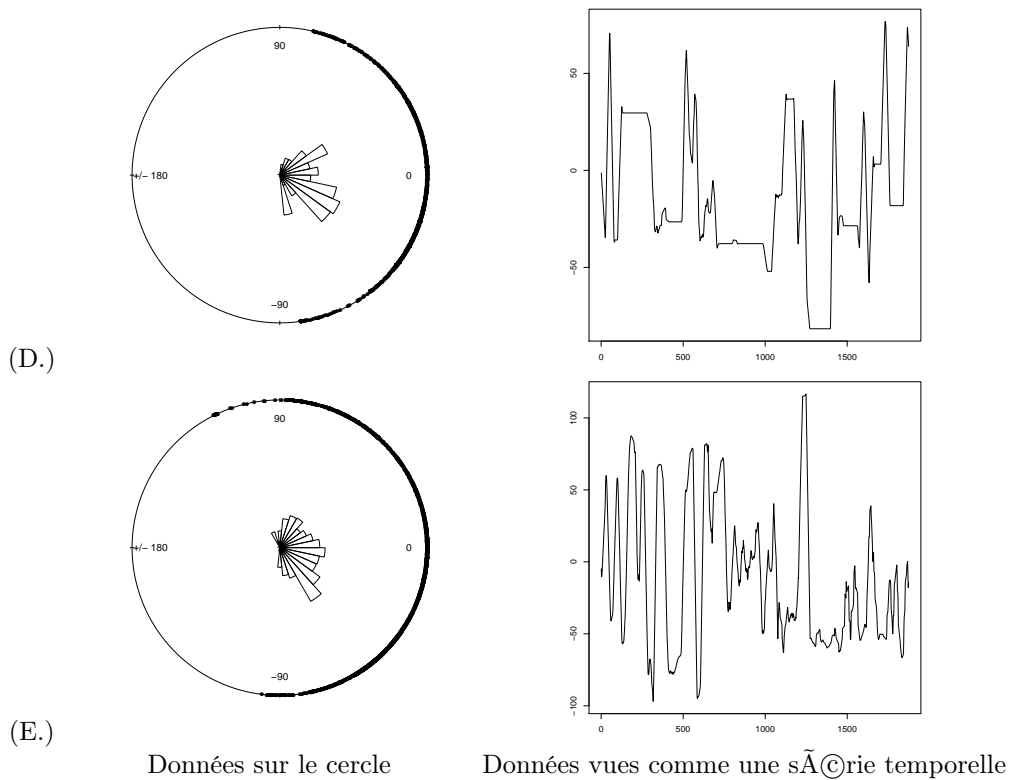


FIGURE 23 – Données angulaires des crampons pour les débutants (haut) et pour les experts (bas).

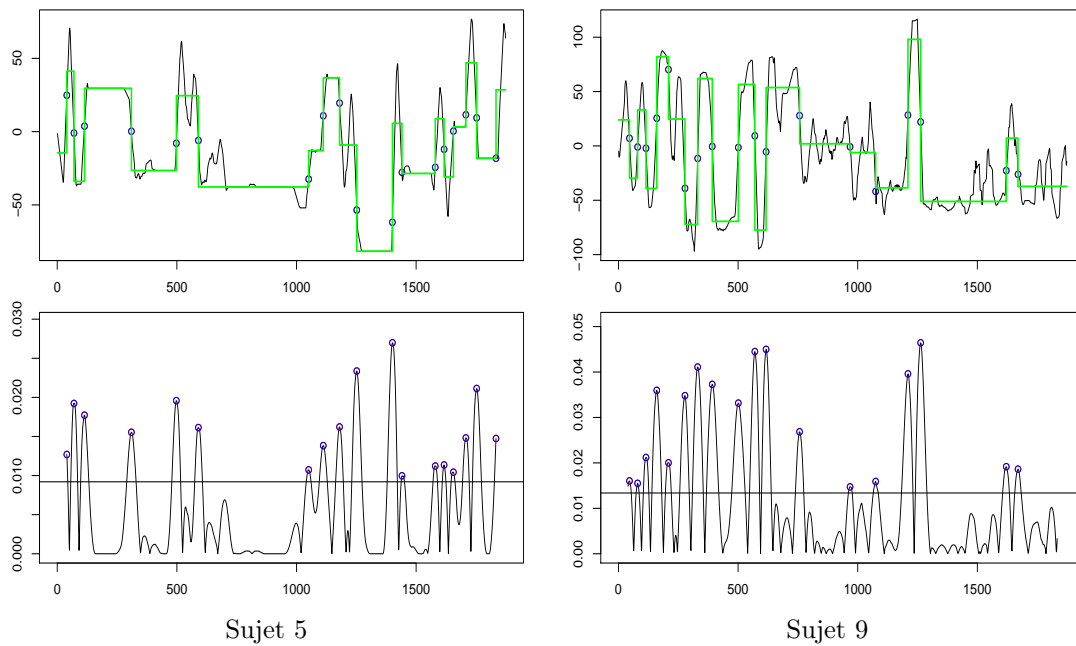


FIGURE 24 – Exemples d'analyse des points de rupture sur les données angulaires temporelles avec la méthode des dérivées filtrées

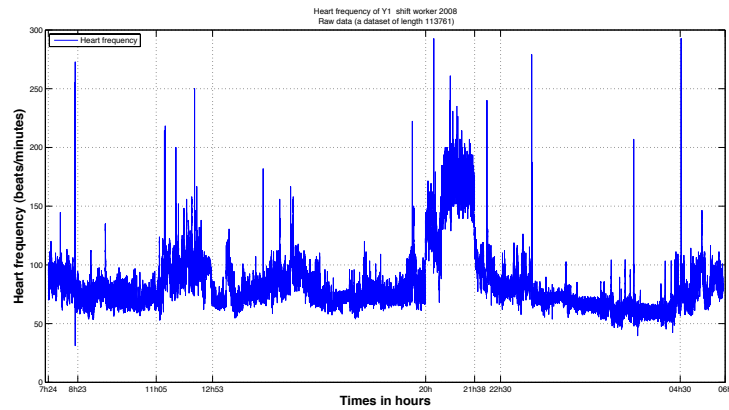


FIGURE 25 – Rythme cardiaque du travailleur Y pendant 24H (113.000 données)

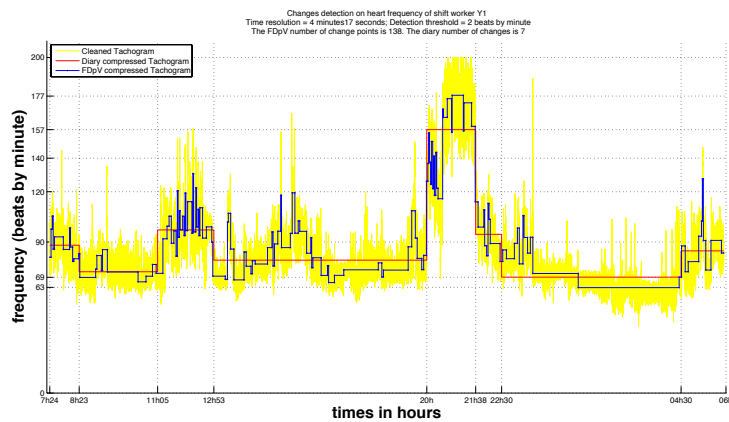


FIGURE 26 – Rupture sur la moyenne du Rythme cardiaque d'un travailleur pendant 24H

3 Analyse comparative de l'activité électrodermale entre un sujet autiste et un sujet témoin : vers l'extraction de signatures temporelles (N. Khalfa, M. Jaidane, R. Ghozi, ENIT)

L'activité électrodermale se mesure à travers la conductance de la peau (ou aussi la résistance). Elle reflète l'état d'activation émotionnelle d'un sujet et/ou sa charge mentale [6, 9, 11, 8]. Par ailleurs, des études ont confirmé la pertinence de cette mesure physiologique dans le cas de l'autisme [13]. Elle permet de suivre l'état de "stress" du sujet et par conséquent sa gestion des facteurs et conditions extérieures.

Dans le présent travail, on se propose d'analyser le caractère fractale de l'activité électrodermale, mesuré sur trois jeunes sujets (voir Fig.27) : deux autistes (S1,S2) et un sujet témoin (T).

Toutes les mesures ont été prises dans des conditions de vie "normales" hors hôpital et laboratoire. T (le sujet témoin) accompagnait S1 (le premier sujet autiste). S2, le second sujet autiste, a effectué un parcours indépendamment de T et S1.

Pour l'analyse du caractère fractal, on se propose d'utiliser la statistique IRS (Increment ratio statistic) [15] sur deux périodes différentes du signal électrodermal en distinguant les zones à haute et basse fréquence en termes de nombre de pics. Ainsi, on appellera une période 'storm' celles correspondant à plus de 5 pics/minute pendant au moins 10 minutes consécutives, sinon, c'est une période 'calme'. Notons que la notion de 'storm' était introduite par [7]. Un premier résultat est présenté sur la figure Fig.28

Il est à noter que le choix des périodes décrites est fait d'une manière purement visuelle. Un algorithme de détection et calcul de pics pourra être utilisé pour classer les différentes périodes du signal.

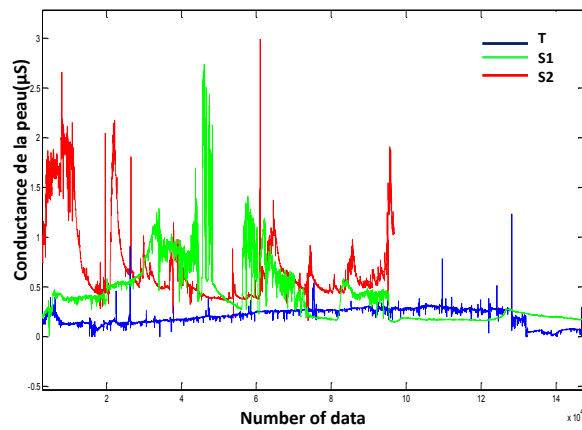


FIGURE 27 – Activité électrodermale, mesurée par la conductance de la peau en micro Siemens, de trois sujets : S1 (autiste), S2 (autiste) et T (sujet témoin)

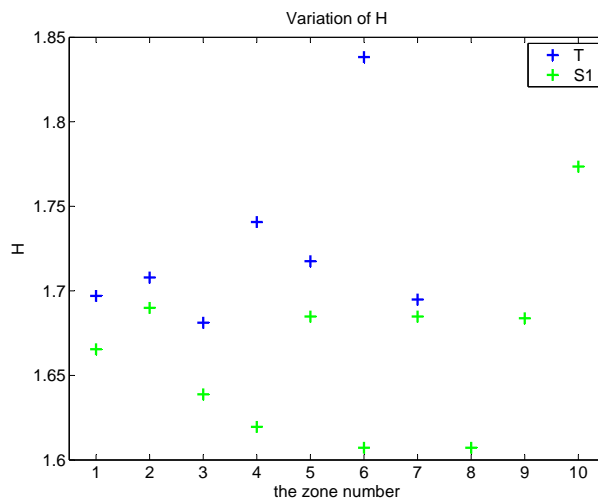


FIGURE 28 – Evolution de l'increment ratio statistic pendant les périodes calmes Vs les périodes storm de Activité électrodermale pour les sujets : S1 (autiste) et T (sujet témoin)

4 Analyse du rythme cardiaque de médecins urgentistes du CHU Clermont-Ferrand (N. Azzaoui, F. Dutheil, A. Chamoux, G. Boudet, C. Perrier, J. Schmidt)

Nous analysons le rythme cardiaque de médecins urgentistes pendant des gardes (service des urgences) et pendant les périodes de repos (travail administratif). En effet, la variabilité du rythme cardiaque reflète la régulation du coeur, [10, 16]. Nous modélisons la série de battements cardiaques par un processus gaussien localement stationnaire. La régulation du rythme cardiaque résulte de deux systèmes antagonistes : le système sympathique et le système parasympathique qui correspondent à deux bandes de fréquence différentes. L'étude dynamique du rythme cardiaque est faite par la combinaison de deux méthodes statistiques : la transformée en ondelettes continue pour le calcul de l'énergie spectrale dans les bandes hautes fréquences (HF) et basses fréquences (LF) et la détection de ruptures [2, 5, 12]. Nous présentons un soft qui fait une analyse automatique de la série des battements cardiaques.

Références

- [1] , *Special issue on Time Series in the Biological Sciences*, Journal of Time Series Analysis, 2012.
- [2] AYACHE, A., AND BERTRAND, P.R. , *Discretization error of wavelet coefficient for fractal like process*, Advances in Pure and Applied Mathematics, vol.2, No. 2, 2011, 297–321.
- [3] BAI, J., AND PERRON, P. , *Estimating and Testing Linear Models with Multiple Structural Changes*, Econometrica 66, 1998, 47–78..
- [4] BARDET, J-M., AND SURGAILIS, D., *Measuring the roughness of random paths by increment ratios*, Bernoulli, Volume 17, Number 2, 2011, 749–780.
- [5] BERTRAND, P.R., FHIMA M., AND GUILLIN, A., *Off-line detection of multiple change points with the Filtered Derivative with p-Value method*, Sequential Analysis, 30, (2), 2011, 172–206.
- [6] BOUCSEIN, W., *Electrodermal activity*, New York : Plenum Press, 1992.
- [7] BURCH, N., *Data processing of psychophysiological recordings*, In L. D. Proctor & W. R. Adey (Eds.), Symposium on the analysis of central nervous system data using computer methods (pp. 165-180). Washington, D.C. : National Aeronautics and Space Administration, 1965.
- [8] CLARION, A., *Recherche d'indicateurs électrodermaux pour l'analyse de la charge mentale en conduite automobile*, PhD Thesis presented in 2009, Claude Bernard university- Lyon I.
- [9] CLOCHARD, *L'activité électrodermale, technique pertinente pour l'évaluation des émotions ?*, 2010-2011.
- [10] DUTHEIL F., BOUDET G., PERRIER C., LAC G., OUCHCHANE L. , BROUSSE G., CHAMOUX A., DUCLOS M., AND SCHMIDT J., *JOBSTRESS Study : Comparison of heart rate variability in emergency physicians working a 24-hour shift or a 14-hour night shift in a randomized trial*, International Journal of Cardiology. 2012. doi : 10.1016/j.ijcard.2012.04.141..
- [11] GHOZI, R., FRAJ, O., KHALFA, N., JAIDANE, M. AND HUSSEIN, F., *Presbycusis and Stress Evaluation in Urban Settings*, 4th International Symposium on Applied Sciences in Biomedical and Communication Technologies, Barcelone, October 2011.
- [12] KHALFA, N., BERTRAND, P. R., BOUDET, G., CHAMOUX, A., AND BILLAT, V., *Heart rate regulation processed through wavelet analysis and change detection. Some case studies.*, Acta Biotheoretica, Vol. 60, Issue 1-2, 2012, 109–129.
- [13] PICARD, R.W., SANO, A., KALIOUBY, R., *Palmar vs. Forearm EDA during Natural Sleep at Home*, 50th annual meeting of Society for Psychophysiological Research, Portland, OR, USA, Sep.29 - Oct.3, 2010..
- [14] L. SEIFERT, J.-F. COEURJOLLY, R. HÉRAULT, L. WATTEBLED, K. DAVIDS, *Temporal dynamics of inter-limb coordination in ice climbing revealed through change-point analysis of the geodesic mean of circular data*, Journal of Applied Statistics, in press.
- [15] SURGAILIS, D., TEYSSIÈRE, G. AND VAICIULIS, M., *The increment ratio statistic*, Journal of multivariate analysis, **99**, 2008, 510–541.
- [16] TASK FORCE OF THE EUROPEAN SOC. CARDIOLOGY AND THE NORTH AMERICAN SOCIETY OF PACING AND ELECTROPHYSIOLOGY , *Heart rate variability. Standards of measurement, physiological interpretation, and clinical use*, Circulation 93 (5), 1996, 1043–1065.

Mini-symposium Tourbi

Tourbillons de sillage

Mini-symposium porté par le projet Emergences "Instabilités Hydrodynamiques", financé par la Mairie de Paris et la FSMP

Résumé

Les temps de sécurité d'une à deux minutes entre les décollages de deux avions de ligne sont imposés en particulier par les tourbillons de sillage générés par leur passage. Actuellement, ces temps de sécurité ont été établis de manière relativement grossière, par une classification des avions en quatre catégories de taille.

Une réduction de ces délais permettrait aux aéroports d'absorber l'augmentation du trafic. Mieux comprendre l'apparition et l'évolution de ces tourbillons représenterait une avancée vers le but de minimiser ces délais sous les contraintes de sécurité.

Dans ce mini-symposium, nous parlerons des dernières campagnes radar et lidar faites par Thalès à l'aéroport Charles-De-Gaulle, qui ont pour objectif de mettre en place une procédure de détection et prédiction de ces tourbillons. Nous donnerons ensuite quelques modèles mathématiques concernant la création de ces tourbillons, puis nous discuterons de la stabilité des filaments de vortex.

Organisateur

1. **Benjamin Texier**, IMJ-PRG (Université Paris Diderot-Paris 7) - DMA (ENS).

Liste des orateurs

1. **Frédéric Barbaresco**, THALES AIR SYSTEMS.
Titre : Mesures Radar/Lidar sur l'aéroport CDG et Wake-Vortex Decision Support System.
2. **Christophe Lacave**, IMJ-PRG (Université Paris Diderot).
Titre : Fluide idéal incompressible à l'extérieur d'une aile d'avion.
3. **Chao Wang**, IMJ-PRG (Université Paris Diderot).
Titre : The vortex sheet for Euler 2D.

Benjamin Texier, Ecole Normale Supérieure. Département de Mathématiques et applications. Bureau 9 (espace Cartan) 45 rue d'Ulm, 75005 Paris.,

texier@math.jussieu.fr

Frédéric Barbaresco, THALES AIR SYSTEMS SAS. LIMOURS,

frederic.barbaresco@thalesgroup.com

Christophe Lacave, IMJ-PRG. Université Paris-Diderot, Batiment Sophie Germain, Case 7012, 75205 PARIS Cedex 13,

lacave@math.jussieu.fr

Chao Wang, IMJ-PRG. Université Paris-Diderot, Batiment Sophie Germain, Case 7012, 75205 PARIS Cedex 13,

wangc@math.jussieu.fr

1 Mesures Radar/Lidar sur l'aéroport CDG et Wake-Vortex Decision Support System

Exposé de Frédéric Barbaresco.

Le passage d'un avion crée des tourbillons d'une telle intensité qu'ils peuvent représenter un danger pour d'autres avions. Les recherches consistant à réduire l'apparition de ces tourbillons ont été infructueuses ; en fait, on comprend leur existence comme étant une conséquence de la portance des ailes, et donc du fait que l'avion puisse voler. Le but des industriels n'est donc pas de réduire ces tourbillons, mais d'étudier leur évolution et leur dissipation. Cette étude est cruciale au voisinage des aéroports, en particulier autour des pistes d'atterrissage et de décollage, là où les tourbillons se concentrent.

L'évolution des tourbillons est un problème très complexe, car elle est dépendante de plusieurs facteurs variables, que nous ne pouvons pas mesurer précisément : l'humidité, le vent, le domaine (bâtiments, autres véhicules circulant...). Thalès a mis au point plusieurs Radar pour chercher à détecter ces tourbillons (invisible à l'œil nu). A partir du modèle WAKE4D de l'Université Catholique de Louvain (le WVDSS : Wake-Vortex Decision Support System), nous combinons les techniques de Radar (efficace en temps humide) et Lidar (efficace en temps sec) afin de déterminer l'état du tourbillon, et comprendre son évolution.

2 Fluide idéal incompressible à l'extérieur d'une aile d'avion

Exposé de Christophe Lacave.

L'une des questions posées par Thales à notre équipe fut "quelle est la forme précise du tourbillon derrière une plaque en translation dans un fluide incompressible ?" En effet, la connaissance de cette forme est nécessaire pour l'interprétation des signaux radar.

Nous montrerons dans cet exposé comment utiliser les outils d'analyse complexe (en particulier l'application conforme de Joukowski) pour écrire explicitement la géométrie des lignes de courant du champ de vitesse. Nous expliquerons aussi qu'il manque quelque chose aux équations d'Euler pour justifier la création du tourbillon de sillage : la viscosité joue un rôle au voisinage de l'aile d'avion, créant une circulation telle que les lignes de courant partent au niveau du point de fuite de l'aile. Ce principe connu en physique sous le nom de condition de Kutta-Joukowski n'a toujours pas été établi rigoureusement. Dans une seconde partie de l'exposé, en supposant aussi ce principe, nous commenterons et perfectionnerons le modèle de discrétisation point vortex, pour justifier et prédire les tourbillons créés pendant les phases d'accélération ou freinage (décollage ou atterrissage).

3 The vortex sheet for Euler 2D

Exposé de Chao Wang.

La question qui sera considérée dans ce troisième exposé concerne la stabilité des filaments de vortex pour les équations d'Euler 2D. Un cisaillement du champ de vitesse le long d'une courbe peut être interprété comme une concentration du tourbillon sur cette courbe : c'est ce qu'on appelle un filament de vortex (*vortex sheet* en anglais). Une première approche consiste à étudier les solutions faibles de l'équation en vitesse pour une telle donnée initiale (Delort, DiPerna-Majda). Nous nous intéresserons plutôt à une seconde approche, via l'étude des équations de Birkhoff-Rott, qui sont les équations régissant l'évolution de cette courbe. Nous rappellerons tout d'abord le résultat de Lebeau concernant une condition nécessaire pour la stabilité d'un filament de vortex. Nous énoncerons ensuite l'amélioration de Wu, et nous proposerons une preuve simplifiée de ce dernier résultat.

Mini-symposium Turbu

Turbulences hydrodynamiques

*Mini-symposium porté par le projet Emergences "Instabilités Hydrodynamiques",
financé par la Mairie de Paris et la FSMP*

Résumé

Il sera question dans ce mini-symposium de turbulence et d'instabilités en hydrodynamique.

Emmanuel Dormy parlera de magnéto-hydrodynamique, et du rôle des non-linéarités dans l'effet dynamo, dont l'existence est le reflet d'une instabilité de la solution non magnétique du système physique qui décrit le couplage entre les mouvements convectifs du fluide conducteur et du champ magnétique.

Olivier Lafitte parlera de l'instabilité du front d'ablation, qui est une instabilité de type Rayleigh-Taylor qui apparaît dans le cadre de la fusion par confinement inertiel, pour l'approximation quasi-isobare avec conduction thermique des équations d'Euler en deux dimensions d'espace, approximation proposée par Kull et Anisimov.

Enfin, Benjamin Texier parlera des équations de Prandtl, et d'une approche micro-locale, en particulier non dépendante d'un ansatz, pour la description de phénomènes d'instabilité dans des systèmes d'équations quasi-linéaires pouvant modéliser l'hydrodynamique.

Organisateur

1. **Christophe Lacave**, IMJ-PRG (Université Paris-Diderot).

Liste des orateurs

1. **Emmanuel Dormy**, LRA (Département de Physique, Ecole Normale Supérieure).
Titre : Nonlinearities in rotating MHD flows.
2. **Olivier Lafitte**, Institut Galilée (Université Paris-Nord).
Titre : Taux de croissance de l'instabilité du front d'ablation dans le modèle de Kull-Anisimov.
3. **Benjamin Texier**, IMJ-PRG (Université Paris-Diderot) et DMA (Ecole Normale Supérieure).
Titre : Une approche micro-locale pour les instabilités hydrodynamiques.

Christophe Lacave, Institut de Mathématiques de Jussieu-Paris Rive Gauche, Université Paris-Diderot, Bâtiment Sophie Germain, Case 7012, 75205 PARIS Cedex 13,

lacave@math.jussieu.fr

Emmanuel Dormy, LRA, Département de Physique, Ecole Normale Supérieure, 75231 Paris Cedex 05,

dormy@phys.ens.fr

Olivier Lafitte, Département de Mathématiques, Institut Galilée, Université Paris 13, 93430 Villetaneuse,

lafitte@math.univ-paris13.fr

Benjamin Texier, Institut de Mathématiques de Jussieu-Paris Rive Gauche, Université Paris-Diderot, 75205 Paris Cedex 13 et Ecole Normale Supérieure, DMA, 75005 Paris,

texier@math.jussieu.fr

1 Génération de champ magnétique par effet dynamo

Exposé d'Emmanuel Dormy.

Beaucoup d'objets naturels (planètes, étoiles, galaxies) génèrent un champ magnétique interne par une instabilité magnétohydrodynamique appelée "effet dynamo". Cette instabilité peut être comprise comme une bifurcation secondaire sur un écoulement complètement turbulent. Dans cet exposé je présenterai les résultats obtenus ces dernières années, tant expérimentalement que numériquement. J'expliquerai comment ils ont permis d'apporter un éclairage nouveau sur les mécanismes de génération du champ et sur les inversions de polarité. J'insisterai tout particulièrement sur les questions mathématiques ouvertes associées à ce problème, en particulier la régularité de la solution dans une limite de rotation rapide, mais aussi les difficultés soulevées par la limite des très grands nombres de Reynolds magnétiques.

2 Taux de croissance de l'instabilité du front d'ablation dans le modèle de Kull-Anisimov

Exposé d'Olivier Lafitte.

Il sera question dans cet exposé d'un modèle d'Euler en deux dimensions avec conduction thermique dans une approximation quasi-isobare : le modèle de Kull-Anisimov. C'est un modèle qui est susceptible de décrire l'instabilité du front d'ablation dans le cadre de la fusion par confinement inertiel. Dans ce modèle, le flux de chaleur est donné par une loi de Fourier, avec un coefficient de conduction thermique donné par une loi de puissance sur-linéaire, et le système est soumis à la gravité. Une solution stationnaire étant donnée, un ansatz de type mode normal permet de se ramener à un système d'équations différentielles d'ordre cinq. Un calcul précis de la fonction d'Evans associée permet de détecter des instabilités spectrales pour l'opérateur linéarisé. Ce calcul est ici rendu difficile par des singularités des coefficients de la matrice du système différentiel, et leur défaut de décroissance exponentielle à l'infini.

3 Une approche micro-locale pour les instabilités hydrodynamiques

Exposé de Benjamin Texier.

Étant donné un écoulement de référence u_s d'un système $\partial_t u = F(u, \partial_x)u$ décrivant par exemple des équations hydrodynamiques, je décrirai comment l'examen du spectre du symbole principal $F(u_s, i\xi)$, et plus particulièrement du flot du symbole principal, défini comme la solution du système d'équations différentielles linéaires *en dimension finie* engendré par la famille de matrices $F(u_s, i\xi)$, donne des informations sur la stabilité de u_s . Il s'agit d'une approche micro-locale, c'est-à-dire en particulier qu'il sera question de spectres de symboles, et donc de spectres en dimension finie, et non de conditions portant sur le spectre de l'opérateur linéaire $F(u_s, \partial_x)$. Dans cette approche, il n'est typiquement pas nécessaire de supposer des propriétés de symétrie pour u_s , comme par exemple une invariance par translation dans une direction. En d'autres termes, la preuve de l'instabilité ne repose pas sur un ansatz.

Mini-symposium Willmore
**Fonctionnelles géométriques d'ordre 2 :
de la théorie au numérique**

Mini-symposium porté par l'ANR GEOMETRYA

Résumé

Des fonctionnelles géométriques dépendant de la courbure (en dimension 2 ou 3) apparaissent naturellement dans différents problèmes d'optimisation de forme, par exemple en physique des membranes (globules rouges, films minces, etc.), en géométrie computationnelle (régularisation de surfaces discrètes), en traitement des images ou de la vidéo (inpainting, interpolation temporelle, segmentation). Ces fonctionnelles présentent de nombreuses difficultés, à la fois d'un point de vue théorique et numérique, en raison de leur caractère fortement non linéaire. L'objectif de ce minisymposium est d'offrir un aperçu de ces difficultés, et des outils théoriques (level sets, varifolds, Γ -convergence) et numériques (méthodes champ de phase, éléments finis) qui ont été proposés pour y répondre.

Organisateurs

1. **Elie Bretin**, INSA de Lyon.
2. **Simon Masnou**, Université Lyon 1.

Liste des orateurs

1. **Simon Masnou**, Université Lyon 1.
Titre : Fonctionnelles géométriques d'ordre deux : un bref état des lieux théorique.
2. **Benoît Merlet**, École Polytechnique.
Titre : Un modèle mécanique pour les membranes biologiques convergeant vers l'énergie de Willmore.
3. **Elie Bretin**, INSA de Lyon.
Titre : Approximation de champ de phase pour l'énergie de Willmore et l'énergie de seconde forme fondamentale totale.
4. **Edouard Oudet**, Université Joseph Fourier (Grenoble).
Titre : Régularisation de contours discrets à l'aide de l'énergie de Willmore.

Elie Bretin, Institut Camille Jordan, INSA de Lyon, Bâtiment Léonard de Vinci 21 avenue Jean Capelle 69621 Villeurbanne ,

elie.bretin@insa-lyon.fr

Simon Masnou, Institut Camille Jordan, Université Lyon 1, 43, Boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne ,

masnou@math.univ-lyon1.fr

Benoît Merlet, CMAP, École Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau,

merlet@cmap.polytechnique.fr

Edouard Oudet, LJK, Université Joseph Fourier, Tour IRMA, BP 53, 51 rue des Mathématiques, Grenoble cedex 9,

edouard.oudet@imag.fr

Introduction

Des fonctionnelles géométriques dépendant de la courbure (en dimension 2 ou 3) apparaissent naturellement dans différents problèmes d'optimisation de forme, par exemple en physique des membranes (globules rouges, films minces, etc.), en géométrie computationnelle (régularisation de surfaces discrètes), en traitement des images ou de la vidéo (inpainting, interpolation temporelle, segmentation). Ces fonctionnelles présentent de nombreuses difficultés, à la fois d'un point de vue théorique et numérique, en raison de leur caractère fortement non linéaire. L'objectif de ce minisymposium est d'offrir un aperçu de ces difficultés, et des outils théoriques (level sets, varifolds, Γ -convergence) et numériques (méthodes champ de phase, éléments finis) qui ont été proposés pour y répondre.

Simon Masnou – Fonctionnelles géométriques d'ordre deux : un bref état des lieux théorique

Dans ce premier exposé introductif, nous présenterons un bref état des lieux théorique sur les énergies géométriques d'ordre 2. Nous rappellerons tout d'abord quelques notions de géométrie différentielle, en particulier la seconde forme fondamentale, les différentes courbures et le théorème de Gauss-Bonnet. Nous évoquerons ensuite les résultats récents autour de la conjecture de Willmore [1] et la régularité des points critiques de l'énergie éponyme. Nous présenterons enfin les outils nécessaires à l'étude de la minimisation de quelques fonctionnelles géométriques d'ordre 2 par la méthode directe du calcul des variations.

Benoît Merlet – Un modèle mécanique pour les membranes biologiques convergeant vers l'énergie de Willmore

Helfrich a montré en 1973 [2] que les énergies de surface des vésicules biologiques pouvaient être modélisées à l'aide d'une énergie géométrique d'ordre 2 de la forme

$$J(E) = \int_{\partial E} \frac{\kappa_b}{2} (H_{\partial E} - H_0)^2 + \kappa_G K_{\partial E} d\sigma(x),$$

où $H_{\partial E}$ et $K_{\partial E}$ représentent respectivement la courbure moyenne et la courbure de Gauss à l'interface ∂E et κ_b , H_0 et κ_G sont des constantes physiques. Plus précisément et de manière simplifiée, les vésicules biologiques ou artificielles sont constituées de molécules lipidiques organisées en deux couches superposées qui forment une membrane. Cette structure est induite par les interactions faibles entre ces molécules et le milieu aqueux environnant. Les couches sont des fluides bidimensionnels car les lipides peuvent se mouvoir dans le plan de la membrane. En proposant un modèle d'élasticité Eulérien qui rend compte de la double nature fluide/solide des vésicules, et en faisant ensuite tendre l'épaisseur de la membrane vers 0, nous montrons qu'à la limite, la membrane peut être représentée par une surface et que l'énergie élastique associée Γ -converge vers l'énergie de Helfrich-Willmore de cette même surface. Ces résultats contribuent en particulier à donner une vraie justification physique et mathématique du modèle qu'Helfrich avait obtenu par des seules considérations de symétrie.

Elie Bretin – Approximation de champ de phase pour l'énergie de Willmore et l'énergie de seconde forme fondamentale totale

Il existe de nombreuses méthodes numériques dans la littérature qui permettent de minimiser des énergies d'interfaces géométriques telles que le périmètre, l'énergie de Willmore-Helfrich ou l'énergie de seconde forme fondamentale totale. Ces méthodes peuvent être classifiées en trois catégories : les approches paramétriques (les interfaces sont représentées explicitement à l'aide d'une paramétrisation), les approches *level sets* (représentation implicite de l'interface comme une ligne de niveau zéro d'une fonction donnée) ou encore les approches de type champ de phase. Nous nous intéresserons dans cet exposé aux méthodes de champ de phase, dont l'idée générique est d'approcher par Γ -convergence les énergies géométriques surfaciques à partir d'énergies volumiques. Dans le cas particulier du périmètre, ces approches conduisent à l'énergie de Cahn-Hilliard

$$J_\epsilon(u) = \int \frac{\epsilon |\nabla u|^2}{2} + \frac{1}{\epsilon} W(u) dx,$$

où ϵ est un petit paramètre d'approximation et W un potentiel double puits. Le flot de gradient de J_ϵ dans L^2 conduit à l'équation d'Allen-Cahn.

Le cas de l'énergie de Willmore est plus délicat et nous nous intéresserons en particulier aux deux énergies suivantes

$$W_\epsilon(x) = \frac{1}{\epsilon} \int \left(\epsilon \Delta u - \frac{1}{\epsilon} W'(u) \right)^2 dx, \quad \text{et} \quad W_\epsilon^M(x) = \frac{1}{\epsilon} \int \left| \epsilon \nabla^2 u - \frac{1}{\epsilon} W'(u) \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \otimes \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right|^2 dx.$$

qui permettent d'approcher deux relaxées différentes de l'énergie de Willmore. Après avoir rappelé quelques résultats récents [3] sur la convergence de ces deux énergies, nous présenterons des expériences numériques qui confirmeront à la fois l'efficacité des approches champ de phase mais aussi le comportement bien distinct de ces deux énergies lorsque les interfaces deviennent singulières.

Edouard Oudet – Régularisation de contours discrets à l'aide de l'énergie de Willmore

L'objectif de ce dernier exposé est de présenter une méthode de régularisation d'images numériques basée sur la minimisation de l'énergie de Willmore [4]. Plus précisément, à partir d'une image noir et blanc, représentant un domaine pixelisé Ω_d , il s'agit d'introduire un domaine intérieur Ω_{int} et un domaine extérieur Ω_{ext} afin de construire une approximation lisse de Ω_d via la minimisation de l'énergie de Willmore sous une contrainte de confinement $\Omega_{int} \subset \Omega \subset \Omega_{ext}$. Nous justifierons tout d'abord l'existence de solution de ce problème d'optimisation de forme, au moins sous l'hypothèse que les domaines Ω_{int} et Ω_{ext} sont convexes. Puis, nous comparerons deux approches numériques que nous illustrerons par de nombreux tests numériques. Nous discuterons enfin d'une extension possible de cette approche dans le cas d'images segmentées.

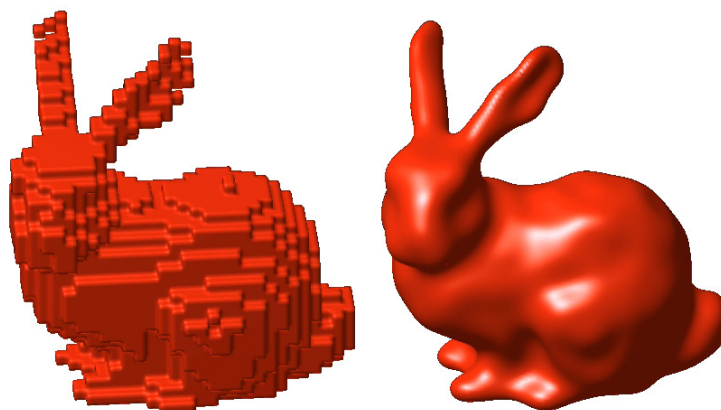


FIGURE 29 – Exemple de régularisation d'une surface discrète avec l'énergie de Willmore

Références

- [1] F.C. MARQUES, A. NEVES, *Min-Max theory and the Willmore conjecture*, arXiv :1202.6036, 2012.
- [2] W. HELFRICH, *Elastic properties of lipid bilayers : theory and possible experiments*, Z Naturforsch C.,1973.
- [3] M. RÖGER, R. SCHÄTZLE, *On a Modified Conjecture of De Giorgi*, Mathematische Zeitschrift, 2006.
- [4] E. BRETIN, J.O. LACHAUD, E. OUDET , *Regularization of discrete contour by Willmore energy*, Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2011.

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Communications orales

- Gregory ARBIA, Une approche tridimensionnelle des conditions aux limites pour les écoulements sanguins, Lundi 27 mai, 18h00-18h17, Salle Soule
- Sylvain ARGUILLERE, Analyse de formes et contrôle géométrique, Mercredi 29 mai, 11h30-11h47, Salle Pala
- Thomas AUPHAN, Méthodes de résolution de l'équation modélisant le potentiel dans le plasma de bord d'un tokamak, Lundi 27 mai, 18h00-18h17, Salle Ramuntcho
- Brigitte BIDEGARAY-FESQUET, Recalage de courbes non uniformément échantillonnées, Lundi 27 mai, 18h00-18h17, Salle Goufi
- Emilie BLANC, Modélisation numérique des ondes poroélastiques avec dérivées fractionnaires en milieu anisotrope, Mercredi 29 mai, 10h30-10h47, Salle Ramuntcho
- Bertrand BONAN, Estimation de paramètres sous-glaciaires par filtre de Kalman d'ensemble pour un modèle d'évolution de calotte polaire, Mercredi 29 mai, 11h30-11h47, Salle Chistera
- Henri BONNEL, Post-Pareto Analysis for Multiobjective Optimal Control of Parabolic Systems, Mercredi 29 mai, 11h30-11h47, Salle Atlantique
- Anne-Céline BOULANGER, Data Assimilation for hyperbolic conservation laws: a Luenberger observer approach based on a kinetic description, Mercredi 29 mai, 11h50-12h07, Salle Chistera
- Loïc BOURDIN, Principe du Maximum de Pontryagin pour des problèmes de contrôle optimal non linéaires sur time scales en dimension finie, Mercredi 29 mai, 10h30-10h47, Salle Pala
- Céline CALDINI-QUEIROS, Schémas micro-macro pour le transport de particules chargées sous l'influence de champs magnétiques forts, Mercredi 29 mai, 10h30-10h47, Salle Chistera
- Mathieu CATHALA, Prise en compte de topographies irrégulières dans des modèles shallow water, Mercredi 29 mai, 11h30-11h47, Salle Ramuntcho
- Fabien CAUBET, Sur un problème inverse de détection d'obstacles avec des conditions d'impédance généralisées, Lundi 27 mai, 18h00-18h17, Salle Chistera
- Paul CAZEAUX, Modélisation multi-échelle de la propagation du son à travers le parenchyme pulmonaire, Lundi 27 mai, 18h40-18h57, Salle Atlantique
- Moulay Abdellah CHKIFA, High-dimensional adaptive sparse polynomial interpolation and application for parametric and stochastic elliptic PDE's, Lundi 27 mai, 18h00-18h17, Salle Galipot
- Pierre-Henri COCQUET, Approximation numérique de modèles homogénéisés de métamatériaux, Lundi 27 mai, 18h00-18h17, Salle Atlantique
- Camille CORON, Quasi-stationary behavior of a diploid population, Lundi 27 mai, 18h20-18h37, Salle Soule
- Sébastien COURT, A fictitious domain approach for Fluid-Structure Interactions based on the extended Finite Element Method, Mercredi 29 mai, 11h50-12h07, Salle Ramuntcho
- Charles DAPOGNY, Une stratégie d'évolution de maillage pour l'optimisation de formes basée sur la méthode des lignes de niveaux, Mercredi 29 mai, 10h30-10h47, Salle Atlantique
- Thibaut DEHEUVELS, Un problème de transmission avec interface fractale auto-similaire, Lundi 27 mai, 18h40-18h57, Salle Soule
- Erwan DERIAZ, Raffinement de maillage par ondelettes. Application aux équations de Burgers et de Gross-Pitaevskii en dimension deux., Mercredi 29 mai, 11h50-12h07, Salle Galipot
- Sébastien DUMINIL, Vector extrapolation and applications to partial differential equations, Lundi 27 mai, 18h20-18h37, Salle Galipot
- Xavier DUPUIS, Leucémie et contrôle optimal, Mercredi 29 mai, 10h50-11h07, Salle Pala
- Rola EL-MOALLEM, A shifted extrapolation method applied on nonsymmetric algebraic Riccati equations, Lundi 27 mai, 18h40-18h57, Salle Galipot

- Elodie ESTECAHANDY, Une méthode de Newton régularisée pour la solution d'un problème inverse de type élasto-acoustique, Lundi 27 mai, 18h20-18h37, Salle Chistera
- Aurélie FISCHER, Caractéristiques du second ordre et ANOVA fonctionnelle pour l'étude de l'organisation spatiale de tumeurs colorectales, Mercredi 29 mai, 10h30-10h47, Salle Trinquet
- Bruno GALERNE, Synthèse par l'exemple de texture procédurale de type Gabor noise, Lundi 27 mai, 18h20-18h37, Salle Goufi
- Ludovic GOUDENEGE, Méthode numérique pour des processus de Markov déterministes par morceaux avec frontières, Mercredi 29 mai, 10h50-11h07, Salle Soule
- Mamadou GUEYE, Contrôlabilité exacte pour une classe d'équations dégénérées en une dimension d'espace, Mercredi 29 mai, 11h50-12h07, Salle Pala
- Boris HASPOT, Limite hautement compressible pour les équations de Navier-Stokes compressible, Lundi 27 mai, 18h00-18h17, Salle Pala
- Carole HEINRY, Formulation for multi-phase multicomponent flows and a posteriori error analysis for the two-phase flow, Mercredi 29 mai, 10h30-10h47, Salle Galipot
- Harsha HUTRIDURGA, Homogenization of multicomponent transport in porous media, Lundi 27 mai, 18h20-18h37, Salle Atlantique
- Lise-Marie IMBERT - GÉRARD, Sur l'approximation numérique des équations de Maxwell avec solutions singulières, Mercredi 29 mai, 11h50-12h07, Salle Soule
- Lukas JAKABCIN, Modélisation de matériaux géophysiques pour la simulation numérique de collisions de plaques continentales, Mercredi 29 mai, 10h50-11h07, Salle Ramuntcho
- Gaspard JANKOWIAK, Solutions stationnaires pour deux modèles de mouvement de foule : multiplicité et stabilité dynamique, Lundi 27 mai, 18h20-18h37, Salle Pala
- Jonathan JUNG, Calcul d'un écoulement de deux fluides compressibles sur GPU, Mercredi 29 mai, 10h50-11h07, Salle Galipot
- Mohamed KARIMOU GAZIBO, Problème parabolique dégénéré avec une condition de flux nul au bord : Approximations numérique, Mercredi 29 mai, 10h30-10h47, Salle Goufi
- Marie LACLAU, Communication in repeated network games with imperfect monitoring, Mercredi 29 mai, 11h50-12h07, Salle Atlantique
- Thibault LAGACHE, Testing spatial clustering with fast and robust analytical statistics, Mercredi 29 mai, 10h50-11h07, Salle Trinquet
- Stanislas LARNIER, Détection de courants marins côtiers à partir de séquences vidéo, Lundi 27 mai, 18h40-18h57, Salle Goufi
- Simon LEMAIRE, A generalization of the Crouzeix–Raviart space to general meshes with application to quasi-incompressible linear elasticity, Mercredi 29 mai, 11h30-11h47, Salle Galipot
- Antoine LEVITT, Convergence d'algorithmes pour le modèle Hartree-Fock en chimie quantique, Mercredi 29 mai, 11h30-11h47, Salle Goufi
- Alix LHERITIER, A High-dimensional Non-parametric Two-sample Test based on Spatial Partitions and Minimum Description Length, Mercredi 29 mai, 11h30-11h47, Salle Trinquet
- Vanessa LLERAS, Comportements asymptotiques de plusieurs modèles de frottement, Mercredi 29 mai, 11h10-11h27, Salle Ramuntcho
- Yong LU, Instabilités haute-fréquence pour des systèmes de Klein-Gordon, Mercredi 29 mai, 11h50-12h07, Salle Goufi
- Imed MAHFOUDHI, Sur un problème inverse de source dans des équations de transport 2D à coefficients variables, Lundi 27 mai, 18h40-18h57, Salle Chistera
- Gilles MARCK, Optimisation topologique des écoulements et des transferts de chaleur en régime laminaire, Mercredi 29 mai, 10h50-11h07, Salle Atlantique
- Mohamed MESLAMENI, Unicité et régularité pour les équations d'Oseen, Lundi 27 mai, 18h40-18h57, Salle Pala
- Mestapha OUMOUNI, Méthode de Monte Carlo et des grilles clairsemées anisotropes pour la modélisation du transport de soluté dans un milieu aléatoire, Mercredi 29 mai, 11h10-11h27, Salle Soule
- Milana PAVIC-COLIC, Asymptotique diffusive pour un modèle cinétique de mélange gazeux, Mercredi 29 mai, 10h50-11h07, Salle Chistera
- Laurent PFEIFFER, Conditions d'optimalité pour des solutions fortes de problèmes de contrôle optimal, Mercredi 29 mai, 11h10-11h27, Salle Pala
- Nhung PHAM, Approximation hyperbolique de l'équation de Vlasov uniquement en espace, Lundi 27 mai, 18h20-18h37, Salle Ramuntcho
- Yannick PRIVAT, Optimisation de forme sous contrainte de diamètre, Mercredi 29 mai, 11h10-11h27, Salle Atlantique
- Zheng QU, Taux de contraction de flots croissants sur un cône et application au contrôle stochastique, Mercredi 29 mai, 10h30-10h47, Salle Soule
- Dina RAZAFINDRALANDY, Méthode de resommation de séries divergentes utilisée comme schéma d'intégration temporelle, Mercredi 29 mai, 11h30-11h47, Salle Soule

- Christine ROTH, Morse Theory for Point Cloud Data, Mercredi 29 mai, 12h10-12h27, Salle Pala
- Souhila SABIT, Méthodes Numériques de Transport Réactif en milieu poreux : approche globale DAE, Mercredi 29 mai, 11h10-11h27, Salle Galipot
- Joseph SALMON, The Scaled Heteroscedastic Dantzig selector (ScHeDs), Mercredi 29 mai, 11h50-12h07, Salle Trinquet
- Rémy SART, Hiérarchie de modèles MHD réduits pour les plasmas de Tokamaks, Lundi 27 mai, 18h40-18h57, Salle Ramuntcho
- Paul SAUVY, Extinction en temps fini des solutions de certains problèmes paraboliques quasilineaires et singuliers, Mercredi 29 mai, 10h50-11h07, Salle Goufi
- Marta STRANI, Metastable dynamics for nonlinear parabolic equations, Mercredi 29 mai, 11h10-11h27, Salle Goufi
- Larissa VALMY, Modèle stochastique d'intensité d'arrière plan non stationnaire, Mercredi 29 mai, 12h10-12h27, Salle Trinquet
- Yannick VIOSSAT, Links between learning processes in game theory, Mercredi 29 mai, 12h10-12h27, Salle Atlantique
- Lisl WEYNANS, Une nouvelle méthode cartésienne pour des problèmes elliptiques avec interfaces immergées, Mercredi 29 mai, 12h10-12h27, Salle Galipot

Une approche tridimensionnelle des conditions aux limites pour les écoulements sanguins

Grégory ARBIA, INRIA Rocquencourt

Irène VIGNON-CLEMENTEL, INRIA Rocquencourt

Jean-Frédéric GERBEAU, INRIA Rocquencourt

La simulation tridimensionnelle des écoulements du sang dans les artères nécessite la résolution des équations de Navier-Stokes dans un domaine tronqué et la prise en compte des effets de l'arbre vasculaire sous-jacent par des modèles réduits de type Windkessel (équation différentielle ordinaire). Dans des conditions physiologiques, pathologiques ou non, l'écoulement est complexe et un débit négatif peut alors apparaître au niveau des sorties. Dès lors le choix des conditions aux limites est crucial pour préserver la stabilité énergétique du système mais aucune solution satisfaisante n'existe à ce jour.

Une première approche consiste à imposer la pression résultant du modèle réduit comme condition naturelle. Par cette méthode la composante tangentielle de la traction est nulle et la composante normale de celle-ci est uniforme [1]. Cependant cette approche comporte deux inconvénients majeurs : d'une part, le fait de forcer l'uniformité de la traction normale n'est pas physique lors d'écoulements complexes, et d'autre part un terme convectif apparaît dans l'analyse de stabilité, pouvant déstabiliser le système lors d'écoulement rétrograde. Pour résoudre ce dernier problème, une méthode consiste à ajouter un terme dissipatif lorsque le débit est négatif pour assurer l'équilibre énergétique du système [2].

Une seconde approche consiste à utiliser une formulation des équations de Navier-Stokes induisant naturellement la traction normale égale à la pression totale. Cette méthode implique de traiter le terme advectif avec un rotationnel et est stable énergétiquement [3, 4]. Cependant, elle induit un comportement non physiologique du champ de vitesses à chaque sortie, et génère des instabilités lorsque le nombre de Reynolds est trop élevé, ce qui est le cas par exemple lors de la systole en écoulements sanguins.

Dans cet exposé, nous proposons une approche tridimensionnelle du modèle réduit où nous modifions, dans une petite partie du domaine proche des sorties, les équations de Navier-Stokes de manière à les rendre énergétiquement équivalentes à un modèle de Windkessel. Ce modèle permet de ne pas imposer l'uniformité de la traction normale à l'interface, et préserve le bilan d'énergie. Nous présenterons des tests numériques pour comparer ces méthodes dans des conditions physiologiques normales et pathologiques.

Références

- [1] J.G. HEYWOOD, R. RANNACHER, S. TUREK, *Artificial boundaries and flux and pressure conditions for the incompressible Navier-Stokes equations*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 22 325-352, 1996.
- [2] Y. BAZILEVS, J.R. GOHEAN, T.J.R. HUGUES, R.D. MOSER, Y. ZHANG, *Patient-specific isogeometric fluidstructure interaction analysis of thoracic aortic blood flow due to implantation of the Jarvik 2000 left ventricular assist device*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 198 3534-3550, 2009.
- [3] C. BEGUE, C. CONCA, F. MURAT, O. PIRONNEAU, *Les équations de Stokes et de Navier-Stokes avec des conditions aux limites sur la pression*, Séminaire Collège de France, 1987.
- [4] L. FORMAGGA, A. QUARTERONI, C. VERGARA, *On the physical consistency between three-dimensional and one-dimensional models in haemodynamics*, Journal of Comp Phys, in press.

Grégory ARBIA, INRIA Rocquencourt & Laboratoire Jacques Louis Lions UPMC - Domaine de Voluceau - 78153 Le Chesnay Cedex
gregory.arbia@inria.fr

Irène VIGNON-CLEMENTEL, INRIA Rocquencourt & Laboratoire Jacques Louis Lions UPMC - Domaine de Voluceau - 78153 Le Chesnay Cedex
irene.vignon-clementel@inria.fr

Jean-Frédéric GERBEAU, INRIA Rocquencourt & Laboratoire Jacques Louis Lions UPMC - Domaine de Voluceau - 78153 Le Chesnay Cedex
jean-frederic.gerbeau@inria.fr

Analyse de formes et contrôle géométrique

Sylvain ARGUILLÈRE, Université de Paris 6

Emmanuel TRÉLAT, Université de Paris 6

Alain TROUVÉ, ENS Cachan

Laurent YOUNÈS, Johns Hopkins University

Mots-clés : Analyse de formes, Difféomorphisme, Contrôle optimal, Principe du maximum

Soit S une variété riemannienne. Un espace typique de formes est l'ensemble M des plongements lisses de S dans un espace euclidien \mathbb{R}^d . L'analyse de formes consiste à comparer différents éléments d'un tel espace M , en prenant en compte certaines de ses propriétés géométriques. Les applications sont nombreuses, particulièrement dans le domaine médical. Des outils pour l'analyse statistique d'images de certaines parties du cerveau et du coeur ont déjà été développés avec succès.

Une des méthodes les plus utilisées actuellement est de considérer l'action par composition sur M du groupe G des difféomorphismes de classe C^∞ . En considérant alors un produit hilbertien sur l'espace des champs de vecteurs, on munit G d'une métrique invariante à droite, que l'on peut projeter sur M à travers l'action de G , permettant ainsi l'utilisation d'outils classiques de la géométrie pour l'analyse de formes, comme par exemple l'équation des géodésiques [1].

En changeant de point de vue [2], la théorie du contrôle donne par ailleurs des algorithmes efficaces dans la pratique pour la comparaison effective d'éléments de M . De plus, ce cadre permet d'étudier des modèles plus généraux [3], mais n'a pas été étudié en détail jusqu'à présent.

Le but de notre travail est de donner un cadre général pour développer et appliquer la théorie du contrôle dans l'analyse de formes et d'en étudier les diverses applications. La principale, pour le moment, est la possibilité d'ajouter des contraintes sur l'espace de formes. Par exemple, on peut imposer que certains points restent fixes au cours de la déformation, ou étudier plusieurs objets, chacun déformé par un difféomorphisme différent, mais liés entre eux par des contraintes à définir en fonction de la modélisation.

Dans cet exposé, après avoir brièvement défini le problème dans le cadre du contrôle optimal, on donne des exemples d'espaces de formes de dimension finie ou infinie, puis, grâce au principe du maximum de Pontryagin, on calcule les équations géodésiques avec contraintes sur ces espaces.

Enfin, on présente quelques simulations numériques pour illustrer les notions présentées.

Références

- [1] A. TROUVÉ, *Action de groupe de dimension infinie et reconnaissance de formes*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math., 1995, no. 8
- [2] A. TROUVÉ AND L. YOUNÈS, *Shape Spaces*, Handbook of Mathematical Imaging, Springer, 2011
- [3] L. YOUNÈS, *Constrained Diffeomorphic Shape Evolution*, Foundations of Computational Mathematics, juin 2012

Sylvain ARGUILLÈRE, LJLL, Université de Paris 6, 4 place jussieu, 75005 Paris
arguillere@ann.jussieu.fr

Emmanuel TRÉLAT, LJLL, Université de Paris 6, 4 place jussieu, 75005 Paris
emmanuel.trelat@upmc.fr

Alain TROUVÉ, CMLA, ENS Cachan, 61 Av. du Président Wilson, 94235 Cachan Cédex, France
trouve@cmla.ens-cachan.fr

Laurent YOUNÈS, CIS, Johns Hopkins University, 3400 N. Charles st., 21218 Baltimore MD
laurent.younes@jhu.edu

Méthodes de résolution de l'équation modélisant le potentiel dans le plasma de bord d'un tokamak

Thomas AUPHAN, Aix-Marseille Université, LATP

Philippe ANGOT, Aix-Marseille Université, LATP

Olivier GUÈS, Aix-Marseille Université, LATP

Pour réaliser de manière efficace la fusion par confinement magnétique, les interactions entre le plasma à haute température et la paroi sont un des problèmes majeurs. La paroi des tokamaks comporte des obstacles comme les limiteurs dans TORE SUPRA. On se propose d'utiliser ici une méthode de domaine fictif pour la modélisation du potentiel dans la zone proche de la paroi.

On considère alors un modèle 1D où l'abscisse z suit une ligne de champ magnétique. Le potentiel électrique est représenté par ϕ , tandis que N_0 et N_1 correspondent à la densité du plasma proche de la paroi du limiteur, η désigne la résistivité du plasma et Λ_0, Λ_1 sont deux constantes. Le système s'écrit alors :

$$\begin{cases} -\partial_z \left(\frac{1}{\eta} \partial_z \phi \right) = -\partial_z \left(\frac{1}{\eta} f \right) & z \in]0, 1[\\ \frac{1}{\eta(0)} \partial_z \phi(0) = \frac{1}{\eta(0)} f(0) + N_0 (1 - \exp(\Lambda_0 - \phi(0))) & z = 0 \\ -\frac{1}{\eta(1)} \partial_z \phi(1) = -\frac{1}{\eta(0)} f(1) + N_1 (1 - \exp(\Lambda_1 - \phi(1))) & z = 1 \end{cases} \quad (1)$$

Où f est un terme source supposé connu.

Cette équation, en apparence très simple, soulève deux problèmes :

1. En pratique, $\eta \approx 10^{-6}$: faire tendre formellement η vers 0 dans le système (1), génère un système mal posé, même dans le cas linéarisé. La résolution numérique du problème est alors difficile.
2. Pour la résolution numérique de ce problème, on souhaite prendre en compte les conditions aux limites grâce à une méthode de frontière immergée : Mais, ici les conditions aux limites sont non-linéaires.

Pour mieux traiter le cas $\eta \ll 1$, on se propose de mettre en place une méthode de type *asymptotic preserving*. Une méthode simple consiste à chercher l'équation satisfaite par $\psi = \phi - \langle \phi \rangle$, d'une manière similaire à ce qui est proposé dans [1] pour un cas linéaire anisotrope. Cela permet d'avoir des estimations de ψ uniformes en η , même dans le cas non-linéaire. Les tests numériques, à l'aide d'un schéma volume finis, confirment le bon comportement de la méthode quand $\eta \rightarrow 0$, avec une convergence en $\mathcal{O}(\eta)$.

Concernant la prise en compte des conditions aux limites dans un modèle de domaine fictif, on propose d'appliquer une pénalisation sans couche limite décrite par Angot [2]. Le caractère non-linéaire est traité par une méthode de point fixe.

Ces travaux pourront, par la suite, être intégrés dans un modèle plus fin prenant en compte l'évolution de la densité du plasma, du moment, de la température et du potentiel. L'étude de méthodes de pénalisation pour les trois premiers items ayant déjà été réalisée [3, 4].

Références

- [1] DEGOND P., DELUZET F., NEGULESCU C., *An Asymptotic Preserving Scheme for Strongly Anisotropic Elliptic Problems*, Multiscale Modeling & Simulation, Vol. 8, no. 2, 2009, pp. 645 - 666.
- [2] ANGOT PH., *A unified fictitious domain model for general embedded boundary conditions*, Comptes Rendus Mathématique, Vol. 341, no. 11, pp. 683 - 688, 2005.
- [3] ANGOT PH., AUPHAN T., GUÈS O., *An optimal penalty method for the hyperbolic system modelling the edge plasma transport in a tokamak*, soumis (2012)
- [4] PAREDES A., BUFFERAND H., SCHWANDER F., CIRAOLO G., SERRE E., GHENDRIH PH., TAMAIN P. *Penalization technique to model wall-component impact on heat and mass transport in the tokamak edge*, Journal of Nuclear Materials, 2013

Thomas AUPHAN, Laboratoire d'Analyse, Topologie, Probabilités, CMI, 39, rue F. Joliot Curie, 13453 Marseille Cedex 13 FRANCE
tauphan@cmi.univ-mrs.fr

Recalage de courbes non uniformément échantillonnées

Brigitte BIDÉGARAY-FESQUET, Université Grenoble–Alpes

Frédérique LEBLANC, Université Grenoble–Alpes

Mots-clés : traitement du signal, échantillonnage non-uniforme, calage de courbes, application industrielle

Le traitement du signal s'applique en général à des échantillons qui sont prélevés régulièrement. Cependant différents contextes peuvent amener à traiter une irrégularité. Cette irrégularité peut être faible dans le cas petites variations sur les temps d'échantillonnage (*jitter*) ou d'échantillons manquants. Nous nous intéressons au cas vraiment non uniforme pour lequel les échantillons ont été prélevés à des temps totalement irréguliers. Il faut alors repenser complètement les techniques de traitement du signal. L'application initiale de ces travaux, en collaboration avec un laboratoire de micro-électronique, est le traitement du signal appliqué à des systèmes embarqués asynchrones (sans horloge globale) qui prélève des échantillons par traversée de niveau. Ceci a permis le développement de la librairie MATLAB SPASS [1] dédiée au traitement de signaux non uniformes avec en particulier l'implémentation de filtres. Les algorithmes testés numériquement sont ensuite implantés sur puce. Pour les applications embarquées visées, un important gain de consommation est observé du fait que l'on traite des données sporadiques et que l'échantillonnage non uniforme permet un gain en terme de nombre d'échantillons qui compense très largement le coût de traitement de chaque échantillon qui est un peu plus complexe que dans le cas classique.

Une autre application s'est présentée en collaboration avec une entreprise qui développe des logiciels pour l'électronique. Il s'agit de recalage des courbes qui sont définies avec des échantillons non uniformes, le but étant de déterminer si une réalisation (signal en sortie d'un composant électronique) est conforme ou non aux spécifications (signal théorique). La difficulté est que, contrairement au cas uniforme, il est n'est pas possible de définir une méthode versatile qui marche pour de larges classes de signaux. Il faut donc adapter la méthode au type de signal à reconnaître (sinusoïdes ou superpositions de sinusoïdes, créneaux...). Dans cette application, les signaux proposés n'étaient pas non plus sporadiques et étaient très largement sur-échantillonnés. Nous avons donc défini des stratégies permettant, pour les classes de signaux traités, de diminuer drastiquement (de plusieurs décades) le nombre d'échantillons utiles au recalage des courbes.

Dans le cas du traitement de signaux de type sinusoïdal, la décimation des échantillons permet, outre une diminution de leur nombre, la détermination de la plage de fréquences potentiellement présentes dans le signal, ce qui est absolument crucial en terme de complexité de l'algorithme. Dans le cas du recalage de créneaux, nous avons également montré qu'une bonne partie de l'analyse pouvait se réaliser par une méthode de "zero crossing". L'implémentation de ces outils dans le logiciel industriel est en cours.

Références

- [1] B. BIDÉGARAY-FESQUET ET L. FESQUET, *SPASS : Signal Processing for ASynchronous Systems*, Matlab Toolbox, <http://ljk.imag.fr/membres/Brigitte.Bidegaray/SPASS>, 2010.

Brigitte BIDÉGARAY-FESQUET, Université Grenoble–Alpes, Laboratoire Jean Kuntzmann, 51 rue des Mathématiques, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 09

Brigitte.Bidegaray@imag.fr

Frédérique LEBLANC, Université Grenoble–Alpes, Laboratoire Jean Kuntzmann, 51 rue des Mathématiques, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 09

Frederique.LebLANC@imag.fr

Modélisation numérique des ondes poroélastiques avec dérivées fractionnaires en milieu anisotrope

Emilie BLANC, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique

Guillaume CHIAVASSA, Laboratoire de Mécanique, Modélisation et Procédés Propres

Bruno LOMBARD, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique

On s'intéresse à la propagation des ondes poroélastiques en milieu anisotrope décrites par le modèle de Biot, dans le domaine temporel. La plupart des méthodes numériques existantes ont été développées en régime basse-fréquence [1]. On propose ici de concevoir des méthodes numériques dans l'ensemble du domaine de validité du modèle de Biot. En régime haute-fréquence, les effets de couche limite visqueuse à l'intérieur des pores doivent être pris en compte. On utilise pour cela le modèle de perméabilité dynamique de Johnson-Koplik-Dashen (JKD). Certains coefficients du modèle de Biot-JKD sont alors proportionnels à la racine carrée de la fréquence. Dans le domaine temporel, les équations d'évolution se mettent sous la forme d'un système hyperbolique avec des dérivées fractionnaires. Celles-ci généralisent la notion de dérivées classiques, et reviennent à un produit de convolution en temps dont le noyau singulier est lentement décroissant.

Pour calculer ces dérivées fractionnaires, deux stratégies existent. La première consiste à calculer directement le produit de convolution mis en jeu. Cependant, cela nécessite de stocker le passé de la solution, ce qui est trop pénalisant en terme de mémoire informatique. La deuxième stratégie, que nous mettons en oeuvre ici, est basée sur une représentation diffusive du noyau de convolution. Celui-ci est remplacé par un nombre fini de variable de mémoire dont la relaxation est gouvernée par une équation différentielle ordinaire du premier ordre, locale en temps. Les coefficients de la représentation diffusive sont déterminés par une technique d'optimisation sur la plage de fréquence d'intérêt.

On propose une analyse mathématique du modèle 2D anisotrope de Biot-JKD avec représentation diffusive. Le système est modélisé numériquement en utilisant une méthode de splitting : la partie propagative est discrétisée par un schéma aux différences finies ADER, d'ordre 4 en temps et en espace, et la partie diffusive est intégrée exactement. Une méthode d'interfaces immergées est implémentée pour discrétiser les interfaces et les conditions de saut sur une grille cartésienne. Les propriétés de cet algorithme sont ensuite analysées. Les solutions numériques sont proposées pour des valeurs des paramètres physiques représentatives de milieux réels.

Références

- [1] G. CHIAVASSA, B. LOMBARD, *Time domain numerical modeling of wave propagation in 2D heterogeneous porous media*, J. Comput. Phys., 230-13 (2011), 5288-5309.
- [2] E. BLANC, G. CHIAVASSA, B. LOMBARD, *Biot-JKD model : simulation of 1D transient poroelastic waves with fractional derivatives*, J. Comput. Phys., 237 (2013), 1-20.
- [3] E. BLANC, G. CHIAVASSA, B. LOMBARD, *A time-domain numerical modeling of two-dimensional waves propagation in porous media with frequency-dependent dynamic permeability*, J. Acoust. Soc. Am., (2013).

Emilie BLANC, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, UPR 7051 CNRS, 31 chemin Joseph Aiguier, 13402 Marseille

`eblanc@lma.cnrs-mrs.fr`

Guillaume CHIAVASSA, Laboratoire de Mécanique, Modélisation et Procédés Propres, UMR 6181 CNRS, Technopôle de Chateau-Gombert, 38 rue Frédéric Joliot-Curie, 13451 Marseille

`gchiavassa@centrale-marseille.fr`

Bruno LOMBARD, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, UPR 7051 CNRS, 31 chemin Joseph Aiguier, 13402 Marseille

`lombard@lma.cnrs-mrs.fr`

Estimation de paramètres sous-glaciaires par filtre de Kalman d'ensemble pour un modèle d'évolution de calotte polaire

Bertrand BONAN, Inria – Laboratoire Jean Kuntzmann

Maëlle NODET, Université Joseph Fourier - Grenoble 1 / Inria – Laboratoire Jean Kuntzmann

Catherine RITZ, Université Joseph Fourier - Grenoble 1 / CNRS – LGGE

Les calottes polaires (Antarctique et Groenland), en perdant ou gagnant de la masse, jouent un rôle majeur dans l'évolution du niveau des mers. Pour estimer leur contribution future pour les 100 prochaines années, il est nécessaire de disposer de modèles d'évolution performants. Ces derniers prennent en entrée des paramètres (dont l'état initial) tels le coefficient de frottement basal, la topographie du socle rocheux, l'épaisseur de glace ou le champ de température dans la glace. Or ceux-ci sont essentiels pour prévoir le comportement des calottes sur 100 ans mais sont mal (ou pas) connus. Par contre, nous possédons un certain nombre d'observations telles la hauteur de surface, les vitesses de surfaces ou la topographie du socle (pas partout). Utiliser l'assimilation de ces données afin d'estimer au mieux les paramètres d'entrée semble pertinent dans ce cadre.

Nous avons mis en place un filtre de Kalman d'ensemble LETKF [1] afin de construire un état initial de calotte et des paramètres d'entrée optimaux grâce aux observations disponibles. Nous commençons par des expériences jumelles avec un modèle 2D d'évolution de calotte polaire nommé Winnie (le long d'une ligne d'écoulement). Ceci constitue un premier pas vers l'assimilation de données avec un modèle 3D, GRISLI. Malgré sa simplicité, la physique contenue dans Winnie est fortement non linéaire et ce modèle est un bon prototype pour tester nos méthodes. Dans le cas présent, nous essayons de retrouver les paramètres et variables suivants : coefficient de frottement basal, topographie du socle rocheux et épaisseur de glace grâce aux données simulées suivantes : altitude de la surface de la calotte, vitesses de surface et quelques observations de la topographie du socle rocheux. Nous étudions aussi la qualité des variables retrouvées à l'aide de diagnostics a posteriori.

Références

- [1] B. R. HUNT, E. J. KOSTELICH, I. SZUNYOGH, *Efficient data assimilation for spatiotemporal chaos : A local ensemble transform Kalman filter*, Physica D, 230, 112-126, 2007.

Bertrand BONAN, Inria – Laboratoire Jean Kuntzmann, 51 rue des Mathématiques, BP 53, 38041 Grenoble cedex 09

`bertrand.bonan@inria.fr`

Maëlle NODET, Université Joseph Fourier - Grenoble 1 / Inria – Laboratoire Jean Kuntzmann, 51 rue des Mathématiques, BP 53, 38041 Grenoble cedex 09

`maelle.nodet@inria.fr`

Catherine RITZ, Université Joseph Fourier - Grenoble 1 / CNRS – Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement, 54 rue Molière, BP 96, 38402 Saint Martin d'Hères cedex

`catritz@lgge.obs.ujf-grenoble.fr`

Post-Pareto Analysis for Multiobjective Optimal Control of Parabolic Systems

Henri BONNEL, Université de la Nouvelle-Calédonie, ERIM

In multiobjective optimization problems, the solution set (Pareto or efficient set) is often very large (infinite and even unbounded). A multiobjective optimal control problem can be considered as a grand coalition of a cooperative differential game. Assuming that this game is supervised by a decision maker (DM), one possible issue for choosing a Pareto process is to consider the problem of optimizing a secondary scalar objective (DM's objective) over the Pareto set. Moreover, solving this problem it may be possible to avoid generating all the Pareto processes set.

For multiobjective mathematical programming problems (finite dimensional optimization) there are many contributions in this field. My talk deals with a new setting : multiojective control of convex optimal parabolic systems. Some optimality conditions will be presented.

Références

- [1] HENRI BONNEL, *Post-Pareto Analysis for Multiobjective Parabolic Control Systems*, Annals of the Academy of Romanian Scientists, Series on Mathematics and its Applications, (to appear in 2013), http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2012/07/3545.html.
- [2] HENRI BONNEL AND JACQUELINE MORGAN, *Semivectorial Bilevel Convex Optimal Control Problems : An Existence Result*, SIAM Journal on Control and Optimization, Vol. 50, No. 6, 3224-3241, 2012.
- [3] HENRI BONNEL AND YALCIN KAYA, *Optimization Over the Efficient Set of Multi-objective Convex Optimal Control Problems*, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 147, No. 1, 93-112, 2010.

Henri BONNEL, Université de la Nouvelle-Calédonie, ERIM, B.P. R4, F98851 Nouméa Cedex
henri.bonnel@univ-nc.nc

Data Assimilation for hyperbolic conservation laws : a Luenberger observer approach based on a kinetic description

Anne-Céline BOULANGER, Team ANGE : LJLL Paris VI, INRIA Rocquencourt, CETMEF

Philippe MOIREAU, Team M3DISIM : INRIA Saclay

Benoît PERTHAME, Team BANG : LJLL paris VI, INRIA Rocquencourt

Jacques SAINTE-MARIE, Team ANGE : LJLL Paris VI, INRIA Rocquencourt, CETMEF

Data assimilation has become a popular strategy to refine the quality of numerical simulations of complex physical phenomena by taking into account available measurements. In particular numerous works in environmental sciences and life sciences – see [1, 2]– have used data assimilation to deal with the various sources of error restricting the performance of a numerical prediction. This is particularly the case for hyperbolic systems of conservation laws where, in the absence of dissipation, even small numerical errors are likely to propagate and expand in time. We consider in this work a general class of conservation laws that may contain non-linearities as typically illustrated by transport equations, Burgers equation, the shallow-water or Euler systems and we focus on the non-viscous configurations.

We follow the path introduced by Luenberger [3] and popularized for PDE with the *nudging* appellation [4] to define a sequential observer which converges to the actual system in one forward simulation and in which the correction term remains tractable in practice. The principle is to introduce the simplest possible correction so that the error between the actual observed trajectory and the simulated systems stabilizes rapidly to 0. However, for conservation laws, despite some recent effort [5], the observer performances remain difficult to analyze in a general context, in particular in the presence of non-linearities. In this study, we propose a new nudging strategy which, for hyperbolic conservation laws admitting a kinetic description, can be thoroughly justified even for non-linear systems.

First we expose the basic concepts of hyperbolic conservation laws and their kinetic approach. We introduce the theorem establishing equivalence between a linear kinetic equation and a nonlinear system of conservation laws. Afterwards, we deal with the theoretical framework of the kinetic nudging we propose. Convergence theorems are given in the case of complete observations, partial observations and noisy observations. We emphasize the benefit of our method for the Saint-Venant system : we build an efficient numerical assimilation scheme based on heights observations only. Eventually, we present numerical results on Burgers equation and Saint-Venant system.

Références

- [1] BLUM, J. AND LE DIMET, F.-X. AND NAVON, I. M., *Data assimilation for geophysical fluids*, Elsevier, 2008.
- [2] NAVON, I.M., *Data assimilation for Numerical Weather Prediction : a review*, Springer, 2009.
- [3] LUENBERGER, D.G., *An introduction to observers*, IEEE Transactions on Automatic Control, 1971.
- [4] HOKE, J.E. AND ANTHES, R.A., *The initialization of numerical models by a dynamic-initialization technique(fluid flow models for wind forecasting*, Monthly Weather Review, 1976.
- [5] AUROUX, D. AND NODET, M., *The Back and Forth Nudging algorithm for data assimilation problems : theoretical results on transport equations*, ESAIM : COCV, 2012.

Anne-Céline BOULANGER, Laboratoire J.-L. Lions, UPMC, F-75005 Paris and INRIA Paris-Rocquencourt, Domaine de Voluceau, F-78153 Le Chesnay and CETMEF, 2 boulevard Gambetta, F-60200 Compiègne
anne-celine.boulanger@inria.fr

Philippe MOIREAU, INRIA Saclay - IdF, Bat. Alan Turing, 1 rue H. d'Estienne d'Orves, F-91120 Palaiseau
philippe.moireau@inria.fr

Benoît PERTHAME, Laboratoire J.-L. Lions, UPMC, F-75005 Paris and INRIA Paris-Rocquencourt, Domaine de Voluceau, F-78153 Le Chesnay
benoit.perthame@ljl.math.upmc.fr

Jacques SAINTE-MARIE, Laboratoire J.-L. Lions, UPMC, F-75005 Paris and INRIA Paris-Rocquencourt, Domaine de Voluceau, F-78153 Le Chesnay and CETMEF, 2 boulevard Gambetta, F-60200 Compiègne
jacques.sainte-marie@inria.fr

Principe du Maximum de Pontryagin pour des problèmes de contrôle optimal non linéaires sur time scales en dimension finie.

Loïc BOURDIN, LMAP, Université de Pau (France)

Emmanuel TRÉLAT, LJLL, Université Paris 6 (France)

Mots-clés : Principe du Maximum de Pontryagin, contrôle optimal, time scale, conditions de transversalité, principe variationnel d'Ekeland, variations aiguilles.

Nous présentons ici une version forte du Principe du Maximum de Pontryagin pour des problèmes de contrôle optimal non-linéaires sur time scales en dimension finie issue de [1]. Le temps final peut être fixé ou non et dans le cas de conditions de bord générales, nous obtenons les conditions de transversalité correspondantes. Notre preuve est basée sur le principe variationnel d'Ekeland.

Notre résultat et nos commentaires montrent la distinction qu'il existe entre les points right-dense et les points right-scattered. En effet, en un point right-dense, une condition de maximisation du Hamiltonien est obtenue comme dans le cas classique continu. Par contre, en un point right-scattered, une condition plus faible est obtenue en termes de directions Ω -denses stables. Notre résultat englobe les versions classiques continue et discrète du Principe du Maximum de Pontryagin mais est aussi valable sur tous les time scales généraux *i.e.* sur tout sous-ensemble non vide et fermé de \mathbb{R} .

Références

- [1] L. BOURDIN AND E. TRÉLAT, *Pontryagin Maximum Principle for finite dimensional nonlinear optimal control problems on time scales*, soumis à SIAM Journal on Control and Optimization (SICON), preprint arXiv :1302.3513 [math.OA], 2013.

Loïc BOURDIN, Laboratoire de Mathématiques et de leurs Applications de Pau. UMR CNRS 5142. Université de Pau et des Pays de l'Adour, France.

`bourdin.l@univ-pau.fr`

Schémas micro-macro pour le transport de particules chargées sous l'influence de champs magnétiques forts.

Céline CALDINI QUEIROS, LMB-INRIA

Mihaï BOSTAN, LATP

Nicolas CROUSEILLES, INRIA Rennes-Bretagne Atlantique

Mohammed LEMOU, IRMAR

Mots-clés : équation de Vlasov, théorie gyrocinétique, opérateur de moyenne, schéma préservant l'asymptotique, décomposition micro-macro

La fusion thermonucléaire par confinement magnétique est au cœur de la recherche en physique des plasmas. Motivés par cette problématique nous nous concentrons sur l'équation de Vlasov, dont la solution f est la fonction de distribution des particules. Dans une configuration 2D avec un champ B orthogonal aux coordonnées d'espace, nous réécrivons l'équation de Vlasov comme suit :

$$\partial_t f + \frac{a(x, v)}{\varepsilon} \cdot \nabla_{x, v} f + \frac{1}{\varepsilon^2} \mathcal{T} f = 0 \quad (1)$$

avec $a(x, v) = (v, qE(x)/m)$, $\mathcal{T} = \omega_c \perp v \cdot \nabla_v$, $\perp v = (v_2, -v_1)$ et ε devient petit quand le champ magnétique s'intensifie.

On définit la projection sur le noyau de \mathcal{T} qui coïncide avec un opérateur de moyenne $\langle \cdot \rangle$ le long du flot caractéristique de cette équation, associé au champ dominant, $\perp v \cdot \nabla_v$. Il est évident que la difficulté apparaît pour des ε très petits. L'étude du modèle limite montre que dans ce cas f tend vers un élément du noyau de \mathcal{T} , ce qui motive une décomposition de f en une partie dominante, sa projection dans $\ker \mathcal{T}$, et un reste petit. Cette décomposition est de type micro-macro, comme étudiée précédemment par exemple dans [1], [3] et [2]. On peut ainsi réécrire l'équation de Vlasov comme un système des nouvelles inconnues $g := \langle f \rangle$ et $r := f - \langle f \rangle$.

$$\partial_t g + \frac{1}{\varepsilon} \langle a \cdot \nabla_{x, v} r \rangle = 0 \quad (2)$$

$$\partial_t r + \frac{1}{\varepsilon} a \cdot \nabla_{x, v} g + \frac{1}{\varepsilon} a \cdot \nabla_{x, v} r - \frac{1}{\varepsilon} \langle a \cdot \nabla_{x, v} r \rangle + \frac{1}{\varepsilon^2} \mathcal{T} r = 0. \quad (3)$$

Ainsi, le champ magnétique fort influe uniquement sur le reste. Nous utilisons donc des méthodes implicites qui nous permettent d'obtenir un schéma préservant l'asymptotique, alors que la partie dominante est calculée de manière explicite. Nous présentons également des simulations numériques de résolution de l'équation de Vlasov basées sur cette approche.

Références

- [1] M. BENNOUNE, M. LEMOU, L. MIEUSSENS, *Uniformly stable numerical scheme for the Boltzmann equation preserving compressible Navier-Stokes asymptotics*, J. Comput. Phys. 227(2008) 3781-3803.
- [2] N. CROUSEILLES, M. LEMOU, *An asymptotic preserving scheme based on a micro-macro decomposition for collisional Vlasov equations : diffusion and high-field scaling limits*, Kinet. Relat. Models 4(2011) 441-477.
- [3] M. LEMOU, L. MIEUSSENS, *A new asymptotic preserving scheme based on micro-macro formulation for linear kinetic equations in the diffusion limit*, SIAM J. Sci. Comp. 31(2008) 334-368.

Céline CALDINI QUEIROS, Laboratoire de Mathématiques de Besançon, UMR CNRS 6623, Université de Franche-Comté, 16 route de Gray, 25030 Besançon Cedex France.

celine.caldini-queiros@univ-fcomte.fr

Mihaï BOSTAN, Laboratoire d'Analyse, Topologie, Probabilités LATP, Centre de Mathématiques et Informatique CMI, UMR CNRS 7353, 39 rue Frédéric Joliot Curie, 13453 Marseille Cedex 13 France

bostan@cmi.univ-mrs.fr

Nicolas CROUSEILLES, INRIA-Rennes Bretagne Atlantique, ENS Cachan Bretagne, Projet IPSO France

nicolas.crouseilles@inria.fr

Mohammed LEMOU, IRMAR et Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu 35042 Rennes France

mohammed.lemou@univ-rennes1.fr

Prise en compte de topographies irrégulières dans des modèles shallow water

Mathieu CATHALA, Université Montpellier 2

Mots-clés : Équations d'Euler à surface libre, Modèles shallow water, Bathymétries irrégulières, Opérateur de Dirichlet-Neumann

En océanographie, les équations de Saint-Venant permettent de décrire à la fois efficacement et sous une forme particulièrement simple la dynamique des vagues. Ce modèle simple consiste en une approximation des équations d'Euler à surface libre dans un régime particulier d'écoulement, à savoir lorsque la profondeur de l'eau est petite devant la longueur d'onde typique des vagues. Aussi, la construction rigoureuse de ce modèle repose en partie sur l'hypothèse que les variations du fond sont régulières [1]. Néanmoins, pour des raisons pratiques, les équations de Saint-Venant sont souvent utilisées en présence de topographies irrégulières. Dans ce cas, il n'y a pourtant pas de raison de penser que ces équations fournissent encore une approximation valide des équations d'Euler à surface libre. On sait par exemple que cette approximation est en général fautive pour des fonds rapidement oscillants [2].

Partant de ce constat, on se propose de s'intéresser à l'influence du fond lors de la recherche de modèles approchés pour l'évolution des vagues. Plus précisément, il s'agira de procéder à la construction d'un nouveau modèle asymptotique à même de prendre en compte des topographies irrégulières.

Références

- [1] B. ALVAREZ-SAMANIEGO, D. LANNES, *Large time existence for 3D water-waves and asymptotics*, Invent. Math., 171(3) :485â541, 2008.
- [2] W. CRAIG, D. LANNES, C. SULEM, *Water waves over a rough bottom in the shallow water regime*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire, 29(2) :233â259, 2012.

Mathieu CATHALA, Institut de Mathématiques et de Modélisation de Montpellier, Université Montpellier 2
CC 051, Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5
mcathala@math.univ-montp2.fr

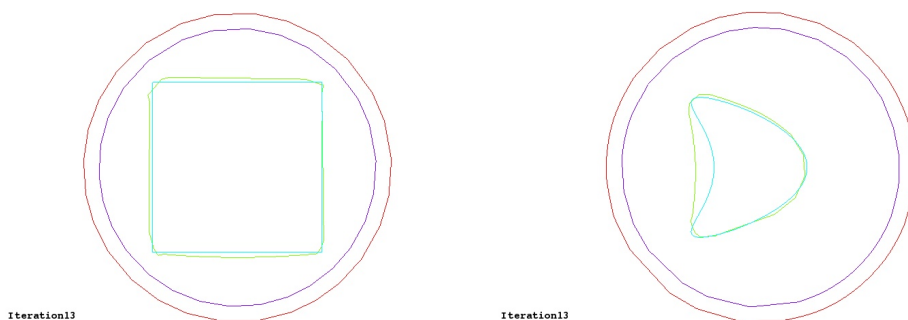
Sur un problème inverse de détection d'obstacles avec des conditions d'impédance généralisées

Fabien CAUBET, Université de Technologie de Compiègne

Une méthode pour résoudre le problème inverse de reconstruction d'un objet est l'optimisation de forme, en particulier l'optimisation de forme géométrique. Ce type d'étude a été réalisé pour la tomographie par impédance électrique par Afraites *et al.* dans [1] ou pour les équations de Stokes et Navier-Stokes dans [2, 5, 6] en utilisant des techniques de différentiation par rapport à la forme.

Nous étudions ici le cas de conditions d'impédance généralisées (d'ordre deux) sur l'obstacle, à savoir des conditions de Ventcel mettant en jeu l'opérateur de Laplace-Beltrami. Ce type de conditions aux bords apparaît dans la modélisation de couches minces ou d'effets de corrosion. Nous nous intéressons à la reconstruction d'un objet ω immergé dans un fluide parfait s'écoulant dans un domaine plus grand Ω . Une méthode pour détecter l'objet est d'effectuer une "mesure frontière" sur $\partial\Omega$. Une première étude de ce problème est faite par Cakoni *et al.* dans [3] (et [4]) en utilisant une méthode d'équations intégrales de bord. Ici, notre stratégie est de minimiser une fonctionnelle coût de type moindres carrés.

Premièrement, nous obtenons un résultat d'identifiabilité (*i.e.* l'unicité de la solution du problème inverse) pour des configurations annulaires à l'aide de calculs explicites. Nous montrons ensuite l'existence des dérivées de forme par rapport au domaine ω et calculons le gradient de forme de la fonctionnelle considérée. Nous caractérisons également la Hessienne de forme et montrons avec un argument de régularité locale que ce problème inverse est instable au sens suivant : la fonctionnelle est dégénérée pour des perturbations fortement oscillantes. Finalement, nous présentons des simulations numériques qui soulignent que, contrairement au cas de conditions aux bords classiques, nous pouvons obtenir des reconstructions acceptables sans méthode de régularisation. En effet, la présence de l'opérateur de Laplace-Beltrami dans les conditions d'impédance généralisées d'ordre deux semble en quelque sorte régulariser le problème.



Références

- [1] L. AFRAITES, M. DAMBRINE, K. EPPLER ET D. KATEB, *Detecting perfectly insulated obstacles by shape optimization techniques of order two*, Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B, 8(2) :389D416, 2007.
- [2] M. BADRA, F. CAUBET ET M. DAMBRINE, *Detecting an obstacle immersed in a fluid by shape optimization methods*, Math. Models Methods Appl. Sci., 21(10) :2069D2101, 2011.
- [3] F. CAKONI ET R. KRESS, *Integral equations for inverse problems in corrosion detection from partial Cauchy data*, Inverse Probl. Imaging, 1(2) :229D245, 2007.
- [4] F. CAKONI ET R. KRESS, *Integral equations methods for the inverse obstacle problems with generalized impedance boundary condition*, Inverse Problems, 29 :015005, 2012.
- [5] F. CAUBET, *Instability of an inverse problem for the stationary Navier-Stokes equations*, SICON, 2012.
- [6] F. CAUBET, M. DAMBRINE, D. KATEB ET C. Z. TIMIMOUN, *A Kohn-Vogelius formulation to detect an obstacle immersed in a fluid*, Inverse Probl. Imaging, Vol. 7, no. 1, 123–157, 2012.

Fabien CAUBET, Université de Technologie de Compiègne, Centre de Recherches de Royallieu, 60205 Compiègne
fabien.caubet@utc.fr

Modélisation multi-échelle de la propagation du son à travers le parenchyme pulmonaire

Paul CAZEAUX, UPMC

Jan HESTHAVEN, Brown University

Mots-clés : Modélisation mathématique ; Homogénéisation périodique ; Milieux poreux ; Acoustique

La production et la transmission du son au sein du tissu pulmonaire (appelé le parenchyme pulmonaire) est un outil important de diagnostic des pathologies du poumon. C'est une des raisons pour lesquelles nous nous intéressons à la modélisation du comportement acoustique du parenchyme pulmonaire. Le parenchyme pulmonaire est un tissu proche d'une mousse avec une structure complexe. Il est constitué de fibres élastiques soutenant les parois de millions d'alvéoles remplies d'air, de sang et d'autres substances. Les propriétés effectives du parenchyme dépendent en particulier fortement de la fréquence [4].

On présentera dans cet exposé la dérivation d'un modèle macroscopique, et des méthodes numériques efficaces pour l'approximer, qui puisse rendre compte ces propriétés acoustiques macroscopiques complexes du parenchyme. Dans ce travail [2], nous modélisons le mouvement du parenchyme en utilisant un modèle viscoélastique linéarisé et la loi des gaz parfaits pour décrire la réponse des bulles d'air emplissant les alvéoles. Le tissu alvéolaire est lui-même fortement hétérogène à l'échelle ε en raison de la multiplicité de ses composants. Nous supposons que le parenchyme occupe un domaine perforé ε -périodiquement par des pores fermés modélisant les alvéoles, et que les caractéristiques viscoélastiques du matériau varient de manière ε -périodique.

Par la méthode de l'homogénéisation double-échelle [1], nous dérivons rigoureusement un modèle macroscopique lorsque la taille des pores ε tend vers 0. Nous trouvons une loi constitutive visco-élastique dont les coefficients effectifs dépendent de la fréquence. Nous présentons et discutons des coefficients obtenus de manière numérique sur une géométrie 2D simple.

Le procédé d'homogénéisation nous permet ainsi de réduire significativement la taille du problème et le coût de calcul. Cependant, dans le domaine temporel le comportement acoustique du matériau effectif est régi par une loi visco-élastique de nature intégral-différentielle, qui décrit des effets de mémoire par une convolution. Comme il est d'usage, nous transformons cette convolution en équations différentielles additionnelles en considérant un modèle de Maxwell généralisé. Nous présentons une méthode Galerkin Discontinue [3] pour la résolution du système viscoélastique obtenu. Cette méthode permet des simulations d'ordre élevé, explicites en temps et facilement parallélisables. Des tests numériques en 2D sont proposés pour illustrer cette approche.

Références

- [1] G. ALLAIRE, *Homogenization and two-scale convergence*, SIAM J. Math. Anal., 23(6) :1482–1518, 1992.
- [2] P. CAZEAUX ET J. S. HESTHAVEN, *Multiscale modelling of sound propagation through the lung parenchyma*, soumis.
- [3] J. S. HESTHAVEN ET T. WARBURTON, *Nodal discontinuous Galerkin methods, volume 54 of Texts in Applied Mathematics*, Springer, New York, 2008.
- [4] D. RUETER, H. P. HAUBER, D. DROEMAN, P. ZABEL, ET S. UHLIG, *Low-frequency ultrasound permeates the human thorax and lung : a novel approach to non-invasive monitoring*, Ultraschall Med., 31(1) :53â-62, 2010.

Paul CAZEAUX, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 4 Place Jussieu, 75005 Paris

cazeaux@ann.jussieu.fr

Jan HESTHAVEN, Division of Applied Mathematics, Brown University, 182 George Street, Providence, RI 02912, USA

jan.hesthaven@brown.edu

High-dimensional adaptive sparse polynomial interpolation and application for parametric and stochastic elliptic PDE's

Moulay Abdellah CHKIFA, LJLL

Albert COHEN, LJLL

Christoph SCHWAB, ETHZ

L'approximation numérique des solutions des équations différentielles partielles paramétriques, dépendant d'un très grand nombre de paramètres, dans les espaces de discrétisation classiques s'avère insuffisante. Il faut donc envisager de nouvelles approches numériques adaptées aux grandes dimensions qui tient compte de l'éventuelle anisotropie de la dépendance de la solution en les paramètres.

Dans ce cadre, nous avons considéré une classe d'EDP elliptiques linéaires du second ordre paramétriques dans un domaine borné D et avec un coefficient de diffusion dépendant du paramètre $y := (y_1, y_2, \dots)$ de façon affine. Pour une telle classe, il a été démontré dans [1] que sous des hypothèses très faibles sur le coefficient de diffusion, toute la famille des solutions peut être simultanément approchée dans l'espace de Hilbert $V = H_0^1(D)$ par des polynômes "parcimonieux" en le paramètre y avec un nombre contrôlé N de termes. La vitesse de la convergence est algébrique en N et est robuste en la dimension de y qui peut éventuellement être infinie permettant ainsi un traitement de la plaie des grandes dimensions de ce cas. Ces résultats théoriques ne décrivent pas la construction pratique des approximations polynomiales qui peuvent être des séries de Taylor, des séries de Legendre, ou des polynômes construits par l'interpolation ou la méthode des moindres carrés.

On présentera la méthode d'interpolation en très grande dimension proposée dans [3]. On expliquera comment le calcul de la formule d'interpolation se ramène à un calcul récursif de type formule d'interpolation de Newton. On notera ensuite que les opérateurs d'interpolation ont des constantes de Lebesgue modérées quand les points d'interpolation sont localisés selon une construction basée sur les résultats de [2]. En ce qui concerne l'application aux EDP paramétriques considérées, on montrera qu'il existe des espaces de polynômes en y de dimensions N ou les polynômes construits par interpolation convergent avec la vitesse algébrique optimale. Enfin, nous présenterons des tests numériques en très grande dimension confirmant l'efficacité de la méthode proposée.

Références

- [1] A. COHEN, R. DEVORE, AND C. SCHWAB, *Analytic regularity and polynomial approximation of parametric and stochastic PDE's*, Analysis and Applications (Singapore) 9, 1-37 (2011).
- [2] A. CHKIFA, A. COHEN, R. DEVORE, AND C. SCHWAB, *Sparse Adaptive Taylor Approximation Algorithms for Parametric and Stochastic Elliptic PDEs*, M2AN, volume 47-1, pages 253-280, 2013.
- [3] A. CHKIFA, *On the Lebesgue constant of Leja sequences for the complex unit disk and of their real projection*, volume 166, pages 176-200, 2013.
- [4] A. CHKIFA, A. COHEN, AND C. SCHWAB, *High-dimensional adaptive sparse polynomial interpolation and applications to parametric PDEs*, To appear in JfoCM 2013
- [5] A. CHKIFA, A. COHEN, *Breaking the curse of dimensionality in sparse polynomial approximation of parametric PDEs.*, Submitted

Moulay Abdellah CHKIFA, Laboratoire Jacques Louis Lions, 5 place Jussieu, 75005 Paris
chkifa@ann.jussieu.fr

Approximation numérique de modèles homogénéisés de métamatériaux

Pierre-Henri COCQUET, IMT-INSA Toulouse.

Les métamatériaux sont des milieux dont le comportement physique vis-à-vis des ondes diffère de celui des milieux naturels. Ils peuvent, par exemple, avoir des paramètres physiques (selon la physique étudiée : permittivité, perméabilité, indice de réfraction, . . .) de parties réelles négatives.

De tels milieux n'existent pas à l'état naturel et sont, pour la plupart, créés via des assemblages de petites inclusions qui reproduisent à l'échelle macroscopique le comportement typique d'un métamatériau [4]. Le milieu macroscopique est alors obtenu par homogénéisation.

Enfin, les comportements exotiques des métamatériaux permettent d'envisager de nombreuses applications intéressantes telles que la super-lentille qui permet de passer outre la limite de Rayleigh ou encore la cape d'invisibilité.

Concernant l'étude mathématique et numérique des équations issues de la modélisation physique des métamatériaux, la principale difficulté provient de la présence d'indices négatifs. Cela entraîne en effet une perte de coercivité des opérateurs de multiplications intervenant dans ces équations impliquant que les techniques classiques ne s'appliquent plus.

Des travaux ont toutefois déjà été réalisés. Dans [3], des problèmes de transmission du second ordre entre métamatériaux et milieux naturels ont été traités. Les auteurs ont montré, sous certaines conditions géométriques sur l'interface, que le problème relevait de l'alternative de Fredholm et ont de plus prouvé l'injectivité pour certaines géométries. Pour ces cas là, la convergence du schéma élément finis a été démontrée. Dans [2], des systèmes de propagation d'ondes du premier ordre (système de l'acoustique, équations de Maxwell) en présence de métamatériaux homogénéisés ont été étudiés et l'existence et l'unicité de solution avec dépendance continue par rapport aux données a été établie.

Dans cette présentation nous allons nous intéresser à l'approximation numérique de systèmes de propagation d'ondes du premier ordre en présence de métamatériaux homogénéisés. Nous présenterons un schéma numérique de type éléments finis issu et adapté de [1]. Ce dernier a l'avantage de converger dès que le problème considéré est bien posé. De ce fait, les métamatériaux vérifiant les hypothèses introduites dans [2] pourront être approximés par cette méthode. Des expériences numériques seront ensuite présentées afin d'illustrer les performances du schéma. Nous comparerons enfin les résultats obtenus avec ceux du schéma Galerkin discontinu afin de déterminer numériquement s'il est valable pour l'approximation des métamatériaux.

Références

- [1] A.K. AZIZ, S. LEVENTHAL, *Finite element approximation for first order systems*, SIAM Journal on Numerical Analysis, vol. 15, p. 1103–1111, 1978.
- [2] P.H. COCQUET, P.A. MAZET, V. MOUYSET, *On the existence and uniqueness of solution for some frequency-dependent partial differential equations coming from the modelling of metamaterials*, SIAM Journal on Mathematical Analysis, vol. 44, no. 6, p. 3806–3833, 2012.
- [3] L. CHESNEL, P. CIARLET JR., *T-coercivity and continuous Galerkin methods : application to transmission problems with sign changing coefficients*, Numerische mathematik, accepté, 2012.
- [4] S. GUENNEAU, F. ZOLLA, *Homogenization of 3D finite chiral photonic crystals*, Physica B, vol. 394, p. 145–147, 2007.
- [5] V.G. VESELAGO, *The electrodynamics of substance with simultaneously negative values of ε and μ* , Soviet Physics USPEKHI, vol. 10, no. 4, p. 509–514, 1968.

Pierre-Henri COCQUET, Institut de Mathématiques de Toulouse-INSA, 135 Avenue de Rangueil, 31400 Toulouse.

Pierre-Henri.Cocquet@onera.fr

Quasi-stationary behavior of a diploid population

Camille CORON, Ecole Polytechnique

Mots-clés : Diffusion process, diploid population, quasi-stationary distribution

On considère une population d'individus hermaphrodites caractérisés par leur génotype à un locus bi-allélique. Cette population est modélisée par un processus de naissance et mort à trois types dont les taux de naissance sont créés de façon à modéliser la reproduction diploïde. En divisant la taille des individus par un paramètre d'échelle K tout en accélérant le temps, on obtient la convergence de la population lorsque $K \rightarrow \infty$ vers l'équilibre de Hardy-Weinberg. La suite des processus indexés par K donnant l'évolution au cours du temps des nombres respectifs d'allèles converge quant à elle vers une diffusion de dimension 2. Suite à un changement de variable approprié et sous certaines conditions, cette diffusion peut s'écrire sous la forme :

$$dS_t = dW_t - \nabla Q(S_t)dt \quad (1)$$

où W est un mouvement brownien bidimensionnel et Q une fonction de deux variables connue et à valeurs réelles. On étudie enfin le comportement quasi-stationnaire de cette dernière diffusion, en s'appuyant sur certains résultats de [1]. Les résultats obtenus pour une population diploïde (voir [2]) seront éventuellement comparés à ceux obtenus pour une population haploïde (voir [3]).

Références

- [1] CATTIAUX, P., COLLET, P., LAMBERT, A., MARTÍNEZ, S., MÉLÉARD, S., SAN MARTÍN, J., *Quasi-stationary distributions and diffusion models in population dynamics*, The Annals of Probability, 2009, Vol. 37, No. 5, 1926–1969.
- [2] CORON, C., *Quasi-stationary behavior of a diploid population*, prépublication.
- [3] CATTIAUX, P., MÉLÉARD, S., *Competitive or weak cooperative stochastic Lotka-Volterra systems conditioned on non-extinction*, J. Math. Biol. (2010), 60 :797–829.

A fictitious domain approach for Fluid-Structure Interactions based on the eXtended Finite Element Method

Sébastien COURT, Institut de Mathématiques de Toulouse

Michel FOURNIÉ, Institut de Mathématiques de Toulouse

Alexei LOZINSKI, Université de Franche-Comté

The aim of this work is to develop a numerical method for Fluid-Structure Interactions involving the incompressible Navier-Stokes equations. In the present work, we propose to restrict the problem to a low Reynolds number case (Stokes problem). Different approaches exist, for instance methods based on remeshing, or fixed grid methods we consider (the interface between the fluid and the structure is independent of the mesh). We consider a new fictitious domain method inspired by eXtended Finite Element Method [3, 1] that we have recently extended to the Stokes problem in [2].

A mixed finite element method is used for the fluid flow. For Fluid-Structure Interactions, at the interface localized by *level-set*, Dirichlet boundary conditions are taken into account using Lagrange multipliers. A *stabilization* term is introduced in order to obtain an optimal approximation of the normal trace of the Cauchy stress tensor at the interface and *prevent from imposing a discrete inf-sup condition*.

Some simulations will be presented in order to demonstrate the strength of our method in the case of a free fall of a solid in a viscous incompressible fluid (see Figure 2). Obtaining a good numerical approximation of the normal stress tensor $\sigma(u, p)n$ in the interface is crucial, since it determines the force of the fluid in the interface and thus the dynamics of the moving solid. The time-dependent domain occupied by the solid is given by $\mathcal{S}(t) = h(t) + \mathbf{R}(t)\mathcal{S}(0)$, with $\Gamma(t) = \partial\mathcal{S}(t)$, where $h(t)$ denotes the position of its center of mass and $\mathbf{R}(t)$ is the rotation associated with its angular velocity $\omega(t)$. The fluid fulfills the domain $\mathcal{F}(t) = \mathcal{O} \setminus \overline{\mathcal{S}(t)}$ (see Figure 1). For (u, p) denoting the velocity and the pressure of the fluid computed in $\mathcal{F}(t)$, the Stokes system we consider is the following

$$-\nu\Delta u + \nabla p = 0 \quad \text{and} \quad \text{div } u = 0 \quad \text{in } \mathcal{F}(t),$$

$$u = 0 \quad \text{on } \partial\mathcal{O} \quad \text{and} \quad u = h' + \omega \wedge (x - h) \quad \text{on } \Gamma(t),$$

and the dynamics of the solid is governed by the Newton laws

$$Mh''(t) = - \int_{\Gamma(t)} \sigma(u, p)nd\Gamma - Mg, \quad I\omega'(t) = - \int_{\Gamma(t)} (x - h(t)) \wedge \sigma(u, p)nd\Gamma$$

(M, I stand for the mass and the inertia moment of the solid respectively).

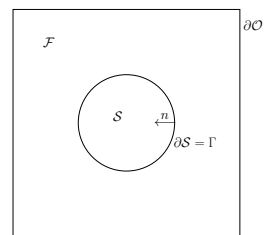


Figure 1 : The domains.

Some numerical tests (implemented with the free generic library Getfem++) are performed to underline the good performance of the method, specially the good accuracy of $\sigma(u, p)n$. A specific algorithm is carried out to take into account the time-dependent aspect of the problem.

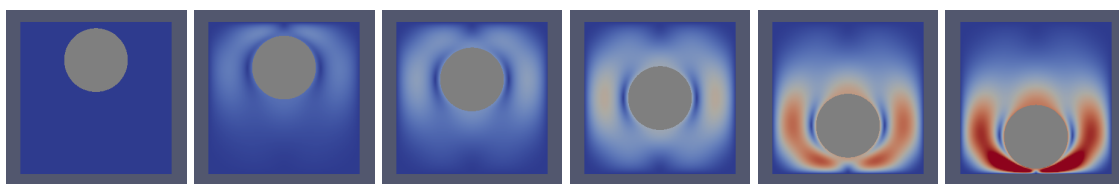


Figure 2 : Intensity of the velocity represented at $t = 0, t = 21, t = 31, t = 41, t = 51, t = 54$.

Références

- [1] J. HASLINGER AND Y. RENARD, *A new fictitious domain approach inspired by the extended finite element method*, SIAM J. Numer. Anal., **47** (2009), no. 2, pp. 1474–1499.
- [2] S. COURT, M. FOURNIÉ AND A. LOZINSKI, *A fictitious domain approach for the Stokes problem based on the extended finite element method*, Int. J. Numer. Meth. Fluids. (2012), submitted.
- [3] N. MOËS, J. DOLBOW AND T. BELYTSCHKO, *A finite element method for crack growth without remeshing*, Int. J. Numer. Meth. Engng, **46** (1999), pp. 131–150.

Sébastien COURT, Institut de Mathématiques de Toulouse, 118 route de Narbonne, 31062 TOULOUSE Cedex. sebastien.court@math.univ-toulouse.fr

This work is partially supported by the foundation STAE in the context of the RTRA platform SMARTWING, and the ANR-project CISIFS, 09-BLAN-0213-03.

Une stratégie d'évolution de maillage pour l'optimisation de formes basée sur la méthode des lignes de niveaux

Charles DAPOGNY, Laboratoire Jacques-Louis Lions & Renault

Grégoire ALLAIRE, Centre de Mathématiques Appliquées

Pascal FREY, Laboratoire Jacques-Louis Lions

Mots-clés : Méthode des lignes de niveaux, optimisation de formes, remaillage local.

Les problèmes d'optimisation de formes se formulent de manière générique comme des problèmes de minimisation d'une fonctionnelle du domaine $\mathbb{R}^d \supset \Omega \mapsto J(\Omega)$. À partir d'un design initial Ω^0 , une variation $\Omega(t)$ de formes, discrétisée numériquement par une suite $\Omega^0, \dots, \Omega^n$, minimisant progressivement le critère choisi est produite par un algorithme de *gradient de forme*.

L'une des difficultés numériques posées par de tels problèmes réside dans la manière de représenter les déformations successives $\Omega^n \rightarrow \Omega^{n+1}$. Pour ce faire, G. Allaire, F. Jouve et A.-M. Toader [1] ont proposé de recourir à la méthode des lignes de niveaux : le domaine en évolution $\Omega(t)$ est représenté comme le sous-domaine négatif d'une fonction scalaire $\phi(t, \cdot)$ définie sur \mathbb{R}^d - ou sur une 'boîte de calcul' D , maillée une fois pour toutes - et l'évolution du domaine est remplacée par la résolution numérique d'une équation d'évolution de type Hamilton-Jacobi attenante à ϕ sur un maillage fixe. Les problèmes aux limites posés sur les formes en évolution dont la résolution est nécessaire au calcul du gradient de forme $J'(\Omega)$ sont alors approchés par des problèmes aux limites sur D .

Dans ce travail, on se propose de combiner l'usage de la méthode des lignes de niveaux avec des outils de remaillage local pour travailler avec un maillage exact de chaque forme intermédiaire Ω^n , ce qui permet une résolution exacte des problèmes aux limites en jeu, et un calcul plus précis des gradients de forme.

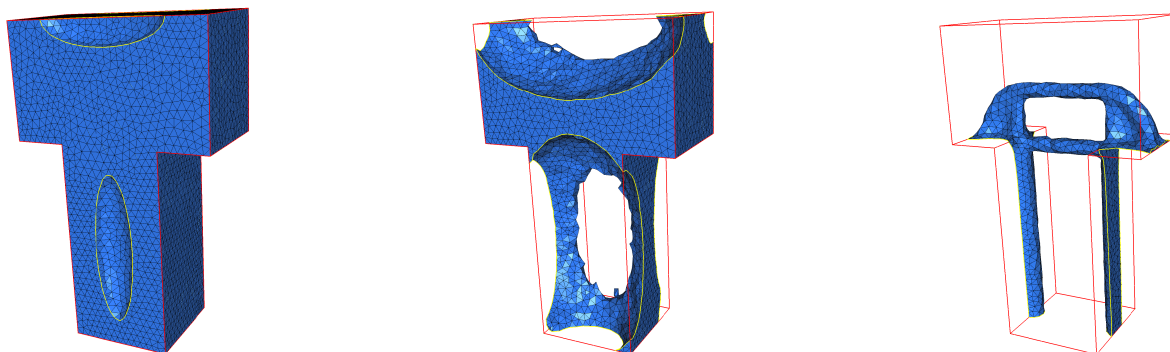


FIGURE 30 – De gauche à droite : Première, dixième et dernière itérations de l'optimisation d'un pilône.

Références

- [1] G. ALLAIRE, C. DAPOGNY, P. FREY, *Topology and Geometry Optimization of Elastic Structures by Exact Deformation of Simplicial Mesh*, C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I, vol. 349, no. 17, pp. 999-1003 (2011).
- [2] G. ALLAIRE, F. JOUVE, A.M. TOADER, *Structural optimization using shape sensitivity analysis and a level-set method*, J. Comput. Phys., 194, pp. 363-393 (2004).

Charles DAPOGNY, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598, Laboratoire J.-L. Lions, F-75005, Paris, France & Renault DREAM-DELTA Guyancourt, France
dapogny@ann.jussieu.fr

Grégoire ALLAIRE, Centre de Mathématiques Appliquées UMR 7641, École Polytechnique 91128 Palaiseau, France
gregoire.allaire@polytechnique.fr

Pascal FREY, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598, Laboratoire J.-L. Lions, F-75005, Paris, France
frey@ann.jussieu.fr

Un problème de transmission avec interface fractale auto-similaire

Thibaut DEHEUVELS, IRMAR Rennes

Yves ACHDOU, UFR maths, Université Paris Diderot

Nicoletta TCHOU, IRMAR Rennes

Ce travail s'inscrit dans un projet visant à simuler la diffusion d'aérosols dans les poumons. On s'intéresse ici à une modélisation bidimensionnelle de l'arbre bronchique : on introduit une classe de domaines ramifiés du plan dont la frontière comporte une partie fractale auto-similaire.

On s'intéresse à un problème de transmission entre un domaine ramifié Ω de cette classe et le domaine extérieur correspondant Ω_e (voir figure 31). L'interface associée au problème est la partie fractale Γ de la frontière de Ω .

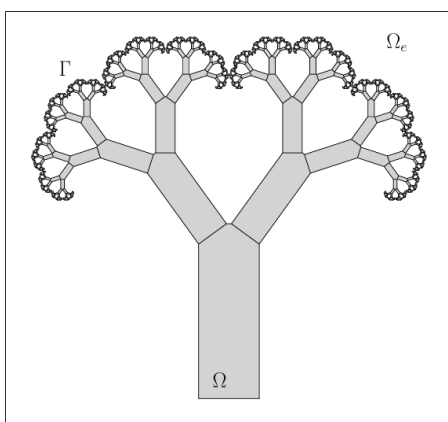


FIGURE 31 – Les domaines Ω et Ω_e .

Plus précisément, on considère des problèmes du type

$$\begin{cases} \Delta u = f_i & \text{dans } \Omega, \\ \Delta u = f_e & \text{dans } \Omega_e, \\ [u] = 0 & \text{sur } \Gamma, \\ [\partial_n u] = 0 & \text{sur } \Gamma, \end{cases}$$

avec en plus des conditions mixtes sur le reste du bord de Ω . On désigne ici par $[u]$ et $[\partial_n u]$ les sauts respectifs de u et de sa dérivée normale, en un sens faible à préciser, à travers l'interface fractale.

On étudie en fait le problème analogue en remplaçant Ω par le sous-domaine Ω^m obtenu en tronquant le domaine Ω après m générations et Ω_e par le domaine extérieur Ω_e^m associé à Ω^m .

On propose une méthode de résolution numérique du problème qui consiste à coupler une méthode intégrale pour la résolution du problème extérieur et une méthode d'éléments finis auto-similaires pour le problème intérieur (voir [1]).

Références

- [1] Y. ACHDOU, N. TCHOU, *Neumann conditions on fractal boundaries*, *Asymptotic Analysis* 53, 2007.
- [2] T. DEHEUVELS, *Sobolev Extension Property for Tree-shaped Domains with Self-contacting Fractal Boundary*, soumis.

Thibaut DEHEUVELS, Université Rennes 1, 263 avenue du Général Leclerc, 35000 Rennes
thibaut.deheuvels@univ-rennes1.fr

Raffinement de maillage par ondelettes. Application aux équations de Burgers et de Gross-Pitaevskii en dimension deux.

Erwan DERIAZ, IJL - CNRS - Université de Lorraine

Mots-clés : ondelettes, raffinement de maillages, simulation adaptative, équation de Burgers, équation de Gross-Pitaevskii

Dans de nombreuses simulations, les zones d'intérêt se déplacent ou apparaissent puis disparaissent. Un maillage adaptatif permet tout justement de détecter ces zones et de les suivre. Ainsi, on réduit de plusieurs ordres de grandeur le nombre de points nécessaires pour atteindre une précision donnée.

Dans la lignée des méthodes et des codes existants [1, 2, 3], on présente ici un code de raffinement de maillage par ondelettes, efficace, rapide, basé sur une structure d'arbre. On se propose d'illustrer cette technique sur deux exemples d'équations aux dérivées partielles : l'équation de Burgers en dimension deux, et le calcul des équilibres des condensats de Bose-Einstein, travail en collaboration avec XAVIER ANTOINE de l'Institut Elie Cartan à Nancy sur un problème qui constitue toujours un enjeu scientifique important [4].

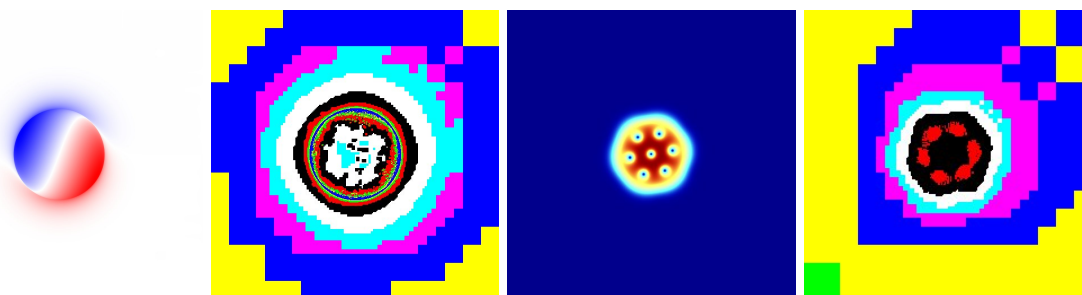


FIGURE 32 – En partant de la gauche : 1. Résultat d'une simulation de Burgers sans viscosité induisant un choc sur le bord du disque. 2. Maillage correspondant ; à chaque fois que la couleur change, le pas d'espace est modifié d'un facteur deux ; ici il va de $6.25 \cdot 10^{-2}$ à $1.22 \cdot 10^{-4}$. 3. État convergé pour le calcul d'un état d'équilibre d'un condensat de Bose-Einstein. 4. Maillage correspondant ; ici on va de $1.25 \cdot 10^{-1}$ à $9.77 \cdot 10^{-4}$

Références

- [1] H.-J. BUNGARTZ, M. GRIEBEL, *Sparse grids*, Acta Numerica **13** 1-123, 2004.
- [2] D. ROSSINELLI, M. BERGDORF, B. HEJAZIALHOSSEINI, P. KOUMOUTSAKOS, *Wavelet-based adaptive solvers on multi-core architectures for the simulation of complex systems*, Euro-Par 2009 Parallel Processing 721-734, Springer Berlin/Heidelberg, 2009.
- [3] O.V. VASILYEV, *Solving Multi-Dimensional Evolution Problems with Localized Structures Using Second Generation Wavelets*, Int. J. Comp. Fluid Dyn., Special issue on High-Resolution Methods in Computational Fluid Dynamics **17**(2) 151-168, 2003.
- [4] R. ZENG, Y. ZHANG, *Efficiently computing vortex lattices in rapid rotating Bose-Einstein condensates*, Computer Physics Communications **180** 854-860, 2009.

Erwan DERIAZ, Institut Jean Lamour, Matériaux-Métallurgie-Nanosciences-Plasmas-Surfaces UMR 7198 - CNRS - Université de Lorraine, Faculté des Sciences et Technologies, Campus Victor Grignard - BP 70239, 54506 VANDOEUVRE-LES-NANCY CEDEX
erwan.deriaz@univ-lorraine.fr

Vector extrapolation and applications to partial differential equations

Sébastien DUMINIL, LMPA, Université du Littoral, Calais

In this talk, we study polynomial extrapolation methods. We discuss the design and implementation of these methods for computing solutions of fixed point methods. Extrapolation methods transform the original sequence into another sequence that converges to the same limit faster than the original one without having explicit knowledge of the sequence generator. One of the most popular vector extrapolation methods is the Reduced Rank Extrapolation (RRE) by Eddy [2] and Mesina [3].

Restarted methods permit to keep the storage requirement and the average of computational cost low. We apply these methods for solving problems arising from discretization of partial differential equations. For examples, we had apply the RRE method to sequences coming from the resolution of Navier-Stokes equations or Schrodinger problem. Vector extrapolation methods are considered to be most effective when applied to nonlinear systems of equations, see [1, 4, 5].

Références

- [1] S. DUMINIL AND H. SADOK, *Reduced Rank Extrapolation Applied To Electronic Structure Computations*, ETNA, 38 (2011), pp. 347-362.
- [2] R.P. EDDY, *Extrapolation to the limit of a vector sequence*, P.C.C. Wang, ed., Information Linkage Between Applied Mathematics and Industry, Academic Press, New-York, (1979), pp. 387-396.
- [3] M. MEŠINA, *Convergence acceleration for the iterative solution of $x=Ax+f$* , Comput. Methods Appl. Mech. Eng., v 10 (1977), pp. 165-173.
- [4] K. JBILOU AND H. SADOK, *Analysis of some vector extrapolation methods for linear systems*, Numer. Math., v 70 (1995), pp. 73-89.
- [5] K. JBILOU AND H. SADOK, *Vector extrapolation methods. Applications and numerical comparison*, J. Comp. Appl. Math., v 122 (2000), pp. 149-165.

Sébastien DUMINIL, LMPA, Université du Littoral, Maison de la recherche Blaise Pascal, 50 rue Ferdinand Buisson, 62228 Calais
duminil@lmpa.univ-littoral.fr

Leucémie et contrôle optimal

Xavier DUPUIS, CMAP, Ecole Polytechnique

Mots-clés : contrôle optimal, équations à retards, hématopoïèse, leucémie LAM

Nous nous intéressons à optimiser la co-administration de deux médicaments pour certaines leucémies aigües myéloblastiques (LAM). Cette question peut se formuler comme un problème de contrôle optimal. La dynamique est celle de populations de cellules et décrit l'hématopoïèse, i.e. le processus de production du sang. Elle se ramène à des équations différentielles à retards dans les cas qui nous intéressent, [1]-[2]. Les contrôles représentent l'action des médicaments, les contraintes prennent en compte leur toxicité et on cherche à minimiser le nombre de cellules cancéreuses à un certain horizon.

Nous présentons les aspects de modélisation qui permettent d'arriver à ce problème de contrôle optimal d'équations à retards, puis nous l'étudions théoriquement et numériquement. En particulier, nous donnons des conditions d'optimalité et nous discutons de certains protocoles optimaux obtenus après transformation, [3].

Références

- [1] MACKEY, M.C., *Unified hypothesis of the origin of aplastic anaemia and periodic hematopoiesis*, Blood, 51 :941â-956, 1978.
- [2] ADIMY, M. AND CRAUSTE, F., *Mathematical model of hematopoiesis dynamics with growth factor-dependent apoptosis and proliferation regulations*, Math. Comput. Modelling, 49(11-12) :2128-2137, 2009.
- [3] GÖLLMANN, L.G. AND KERN, D. AND MAURER, H., *Optimal control problems with delays in state and control variables subject to mixed control-state constraints.*, Optimal Control Appl. Methods, 30(4) :341-365, 2009.

A shifted extrapolation method applied on nonsymmetric algebraic Riccati equations

Rola EL-MOALLEM, Université de Lille 1

Hassane SADOK , Université de Littorale Côte d'Opale

Nonsymmetric algebraic Riccati equations, transport theory, minimal positive solution, extrapolation method(RRE), a shifted technique, convergence acceleration.

An important problem that arises in different areas of science and engineering is that of computing limits of sequences of vectors x_n , where the x_n are complex N -vectors with N very large. Such sequences may result from iterative methods or perturbation techniques and many of them may converge extremely slowly to their limits with a desired accuracy. This is the case, for example, when they result from the finite-difference or finite-element discretizations of continuum problems, where their rates of convergence become worse as the relevant mesh sizes get smaller. This requires the use of convergence acceleration methods. Vector extrapolation methods are techniques which can be applied to such vector sequences. These methods transform a sequence of vectors generated by some process to a new one so that it converges faster than the initial sequence. Here, suitable vector extrapolation methods may be applied to accelerate their convergence. An example to these vector sequences is those which are obtained from iterative solution of linear and nonlinear systems of equations. The limits of these sequences are simply the required solutions of these systems.

Our concern is a special kind of nonsymmetric algebraic Riccati equations (NARE) arising in transport theory of the general form

$$XCX - XD - AX + B = 0,$$

where A, B, C , and $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ are given coefficient matrices. The computation of the minimal positive solution of this equation was shown in [1] to be done via computing the minimal positive solution of a vector equation. Many methods tried to compute this solution using specific iterative schemes but results showed that the convergence of vector sequences produced by such schemes tends to be very slow. Here, we will try to apply a vector extrapolation method, namely the RRE due to [4], to a vector sequence produced by an iterative method, namely the method of Y. Lin [2], and which succeeds to compute the minimal positive solution of NARE. We will compare our results with a fast Newton method of [3], a very efficient method.

On the other hand, the convergence turns to be linear in the critical case. So a shifted technique is proposed to transform the convergence from being linear to quadratic. Numerical results are conducted to show the effectiveness of our approach.

Références

- [1] L.Z. LU, *Solution form and simple iteration of a nonsymmetric algebraic Riccati equation arising in transport theory*, SIAM J. MATRIX ANAL. APPL. 26, (2005), 679-685.
- [2] YIQIN LIN, *A class of iterative methods for solving nonsymmetric algebraic Riccati equations arising in transport theory*, COMPUTERS AND MATHEMATICS WITH APPLICATIONS 56, (2008), 3046-3051.
- [3] D.A. BINI, B. IANNAZZO AND F. POLONI, *A fast Newton's method for a nonsymmetric algebraic Riccati equation*, SIAM J. MATRIX ANAL. APPL. 30, (2008), pp. 276-290.
- [4] K. JBILOU, H. SADOK, *Vector extrapolation methods. Application and numerical comparison*, J. COMPUT. APPL. MATH. 122, (2000), 149-165 .

Rola EL-MOALLEM, Laboratoire Paul Painlevé, Université de Lille 1- Sciences et Technologies, Cité Scientifique, 59 655 Villeneuve d'Ascq Cedex

rola.el-moallem@math.univ-lille1.fr

Hassane SADOK , LMPA, Université de Littorale Côte d'Opale, Centre Universitaire de la Mi-Voix, BP 699 62228 Calais cedex, FRANCE

Hassane.Sadok@lmpa.univ-littoral.fr

Une méthode de Newton régularisée pour la solution d'un problème inverse de type élasto-acoustique

Elodie ESTECAHANDY, INRIA EPI Magique-3D - LMA PAU

Hélène BARUCQ, INRIA EPI Magique-3D - LMA PAU

Rabia DJELLOULI, IRIS - California State University Northridge

La détermination de la forme d'un objet à partir de mesures du champ d'onde diffracté en présence d'ondes incidentes est un problème d'un vif intérêt dans de nombreuses applications telles que le sonar, l'exploration géophysique, l'imagerie médicale ou le contrôle non destructif. A cause de son caractère non-linéaire et mal posé, ce problème inverse de l'obstacle (PIO) est très difficile à résoudre, particulièrement d'un point de vue numérique. Le succès de la reconstruction dépend fortement de la qualité des mesures, à savoir du domaine des angles d'observations, et du niveau de bruit. De plus, l'étude de ce PIO requiert la compréhension fondamentale de la théorie du problème de diffraction direct associé, et la maîtrise des méthodes de résolution correspondantes.

Dans ce travail, nous sommes intéressés par la reconstruction de la forme d'un obstacle élastique à partir de mesures du champ lointain acoustique diffracté, et en supposant certaines caractéristiques de la surface de l'obstacle. Nous proposons une méthodologie de résolution du PIO basée sur une méthode de type Newton régularisée, connue pour être robuste et efficace, qui étend l'algorithme développé pour résoudre le cas de diffraction acoustique par des obstacles impénétrables [1]. La résolution de ce PIO par une méthode de Newton régularisée implique, à chaque itération, la résolution d'un système linéaire dont les entrées sont les dérivées de Fréchet du champ d'onde élasto-acoustique par rapport aux paramètres de forme. De plus, assurer la stabilité, la convergence rapide, et une efficacité de calcul demande d'évaluer ces dérivées avec une robustesse et une précision plus grandes qu'avec des différences finies. Pour cela, suivant l'approche utilisée dans [2] pour le cas de problèmes d'Helmholtz extérieurs, nous avons établi que la dérivée de Fréchet requise se caractérise comme la solution du même problème direct élasto-acoustique avec des conditions de transmission adéquates sur l'interface de l'obstacle [3]. Par conséquent, à chaque itération, nous pouvons évaluer le champ diffracté et les dérivées directionnelles nécessaires à la construction de la matrice jacobienne du Newton en résolvant le même système linéaire avec différents seconds membres. Par ailleurs, l'efficacité de calcul du solveur PIO dépend principalement de l'efficacité de résolution des problèmes directs qui se posent à chaque itération de Newton. A cet effet, nous proposons de résoudre les problèmes directs en utilisant une méthode éléments finis basée sur des approximations de Galerkin discontinues, équipée d'arêtes courbes sur les interfaces [4]. Des résultats numériques seront présentés pour illustrer le potentiel de la méthodologie de résolution proposée pour ce PIO.

Références

- [1] R. DJELLOULI, C. FARHAT, R. TEZAU, *On the solution of three-dimensional inverse obstacle acoustic scattering problems by a regularized Newton method*, Inverse Problems, 18, 1229-1246, 2002.
- [2] R. DJELLOULI, C. FARHAT, *On the Characterization of the Fréchet Derivative with Respect to a Lipschitz Domain of the Acoustic Scattered Field*, J. Math. Anal. Appl., 238, 259-276, 1999.
- [3] H. BARUCQ, R. DJELLOULI, E. ESTECAHANDY, *Characterization of the Fréchet derivative of the elasto-acoustic field with respect to Lipschitz domains*, accepted, 2013.
- [4] H. BARUCQ, R. DJELLOULI, E. ESTECAHANDY, *Efficient DG-like formulation equipped with curved boundary edges for solving elasto-acoustic scattering problems*, submitted, 2013.

Elodie ESTECAHANDY, INRIA Bordeaux Sud-Ouest Research Center, Team Project Magique-3D, LMA - UMR CNRS 5142, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Avenue de l'Université, BP 1155 64013 PAU Cedex elodie.estecahandy@inria.fr

Hélène BARUCQ, INRIA Bordeaux Sud-Ouest Research Center, Team Project Magique-3D, LMA - UMR CNRS 5142, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Avenue de l'Université, BP 1155 64013 PAU Cedex helene.barucq@inria.fr

Rabia DJELLOULI, Interdisciplinary Research Institute for the Sciences (IRIS) & INRIA, Department of Mathematics, California State University Northridge, 18111 Nordhoff Street, CA 91330 Northridge, USA rabia.djellouli@csun.edu

Caractéristiques du second ordre et ANOVA fonctionnelle pour l'étude de l'organisation spatiale de tumeurs colorectales

Maya ALSHEH ALI¹, Johanne SEGUIN¹, Aurélie FISCHER²,
Nathalie MIGNET¹, Laurent WENDLING¹, Thomas HURTUT¹,
Université Paris Descartes¹, Université Paris Diderot²

Mots-clés : Carte topographique, Fonction de Besag, ANOVA fonctionnelle, modèles animaux de cancer

Dans cet exposé, nous présentons une méthode permettant de décrire l'organisation spatiale d'objets biologiques, tels que des cellules, dans des images histologiques stationnaires, dans le but de comparer différents modèles tumoraux. Pour évaluer une nouvelle thérapie, les biologistes utilisent en effet deux types de modèles de cancer sur l'animal : soit la tumeur est implantée à son emplacement d'origine (modèle orthotopique), soit elle est implantée à un autre endroit (modèle ectopique), par exemple sous la peau. Ce dernier modèle est plus facile à mettre en oeuvre, mais on peut se demander dans quelle mesure le mécanisme de croissance tumorale du modèle ectopique peut être assimilé à celui du modèle orthotopique. Nous examinons ce problème à partir d'images histologiques correspondant aux deux méthodes et à différents jours après implantation (jours 11, 15, 18 et 21). Pour décrire l'organisation spatiale de cellules et de vaisseaux sanguins dans les images histologiques, la première étape consiste à extraire les positions de ces objets. Effectuer cette tâche manuellement est coûteux en temps et la variabilité induite par les opérateurs peut poser problème, d'où l'intérêt de disposer d'une méthode automatique. La méthode de détection des objets proposée est basée sur la carte topographique de l'image, c'est-à-dire l'ensemble de ses lignes de niveau pour tous les niveaux $\lambda = 0, \dots, 255$. Elle fournit un ensemble de contours disjoints. Chaque objet biologique est associé à un tel contour et peut être représenté par son centre gravité.

Ensuite, les images histologiques provenant des deux modèles de cancer sont comparées à l'aide d'outils de statistique spatiale et d'un test d'analyse de la variance pour des données fonctionnelles. Pour chaque image, l'ensemble des points obtenus à l'étape d'extraction est supposé être une réalisation d'un processus ponctuel planaire X stationnaire et isotrope. Soit N la fonction de comptage associée au processus : $N(A)$ désigne le nombre de points du processus X tombés dans le borélien A . La fonction K de Ripley [3] est définie pour tout $r \geq 0$ par $K(r) = \frac{1}{\lambda} \mathbb{E}_x[N(B(x,r) \setminus \{x\})]$, où \mathbb{E}_x est l'espérance sachant que $x \in X$, $B(x,r)$ est la boule de centre x et de rayon r , et λ est l'intensité du processus ponctuel, c'est-à-dire le nombre moyen de points par unité de surface. Pour une image contenant n objets x_i , $i = 1, \dots, n$, la fonction K de Ripley peut être estimée par : $\hat{K}(r) = \frac{1}{\lambda n} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} \mathbf{1}_{\{\|x_i - x_j\| < r\}}$. Chaque image histologique est décrite par sa fonction L de Besag [1], donnée par $L(r) = \sqrt{\hat{K}(r)/\pi} - r$. Pour comparer les images, nous proposons alors d'appliquer un test d'analyse de la variance à ces fonctions. Nous avons choisi d'utiliser la procédure [2], qui repose sur des projections aléatoires. Nous constatons ainsi que les fonctions L de Besag présentent des différences significatives selon le jour depuis implantation de la tumeur et le modèle de cancer, ectopique et orthotopique. Il est intéressant de noter que l'analyse au second ordre révèle certaines caractéristiques des images qui ne sont pas détectées avec une approche au premier ordre, basée uniquement sur la densité des objets biologiques.

Références

- [1] BESAG, J., *Discussion of "Modelling spatial patterns" by B.D. Ripley*, Journal of the Royal Statistical Society (Series B), 39, 193–195, 1977.
- [2] CUESTA-ALBERTOS, J.A. ET FEBRERO-BANDE, M., *A simple multiway anova for functional data*, TEST : An Official Journal of the Spanish Society of Statistics and Operations Research, 19, 537–557, 2010.
- [3] RIPLEY, B.D., *The second-order analysis of stationary point patterns*. Journal of Applied Probability, 13, 255–266, 1976.

Aurélie FISCHER, LPMA, Université Paris Diderot, 5 rue Thomas Mann, 75013 Paris.
aurelie.fischer@univ-paris-diderot.fr

Synthèse par l'exemple de texture procédurale de type *Gabor noise*

Bruno GALERNE, Laboratoire MAP5 (UMR CNRS 8145), Université Paris Descartes

Mots-clés : synthèse de texture, bruit procédural, texture procédurale, Gabor noise

Le but de cette communication est de présenter les travaux de l'article [1] effectués en collaboration avec Ares Lagae, Sylvain Lefebvre et George Drettakis.

Les bruits procéduraux sont un outil fondamental en infographie pour la génération de textures dans des environnements virtuels. Cependant le design de textures réalistes à l'aide de bruits procéduraux est difficile à effectuer et nécessite une connaissance poussée des modèles de bruits par les artistes.

Après avoir introduit la notion de bruit procédural, on présentera dans cette communication une méthode de synthèse d'un bruit procédural à partir d'une image de texture donnée en exemple. Plus précisément, la méthode développée est capable de reproduire visuellement la version gaussienne d'une image de texture donnée en entrée. Les bruits procéduraux utilisés sont de type *Gabor noise* [2], c'est-à-dire qu'ils sont définis comme des *shot noise* de noyaux de Gabor. Après avoir introduit ce modèle de bruit, on présentera en détail la méthode d'estimation des paramètres de ce modèle à partir d'une image donnée qui repose sur un problème d'optimisation convexe de type *basis pursuit denoising*. On détaillera également l'algorithme parallèle d'évaluation à la volée des textures procédurales obtenues. La qualité des résultats obtenues ainsi que les limitations de la méthode seront illustrées par de nombreux exemples.

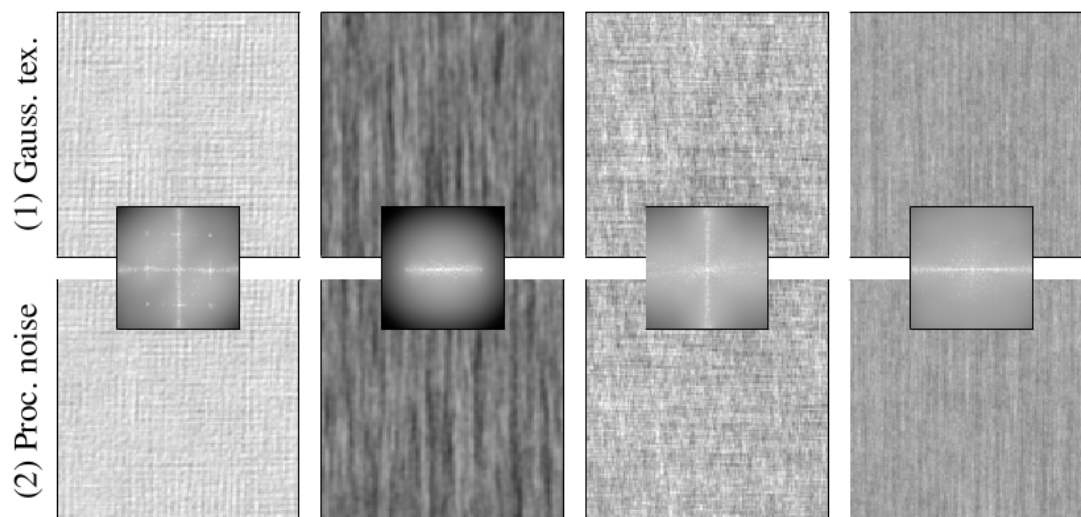


FIGURE 33 – La méthode proposée permet de générer un bruit procédural de type *Gabor noise* qui soit visuellement similaire à une texture gaussienne donnée en entrée. Première ligne : Images de textures gaussiennes ; Deuxième ligne : Spectres de puissance estimés ; Troisième ligne : Bruit procédural de type *Gabor noise* généré.

Références

- [1] BRUNO GALERNE, ARES LAGAE, SYLVAIN LEFEBVRE, AND GEORGE DRETTAKIS, *Gabor Noise by Example*, ACM Transactions on Graphics (Proceedings of ACM SIGGRAPH 2012), 2012.
- [2] ARES LAGAE, SYLVAIN LEFEBVRE, GEORGE DRETTAKIS, AND PHILIP DUTRÉ, *Procedural noise using sparse Gabor convolution*, ACM Transactions on Graphics (Proceedings of ACM SIGGRAPH 2009), 2009.

Bruno GALERNE, Laboratoire MAP5 (UMR CNRS 8145), Université Paris Descartes, Sorbonne Paris Cité, 45 rue des Saints-Pères, 75006 Paris
bruno.galerne@parisdescartes.fr

Problème parabolique dégénéré avec une condition de flux nul au bords : Approximations numérique

Mohamed Karimou GAZIBO, Laboratoire de Mathématiques-CNRS : UMR 6623

Boris ANDREIANOV, Laboratoire de Mathématiques-CNRS : UMR 6623

Johanne SEGUIN, Université Paris Descartes

Mots-clés : Volume fini, Flux nul au bord, Solution entropique, Semi-groupe nonlinéaire

On s'intéresse à la formulation entropique d'un problème parabolique dégénéré avec une condition dite de flux nul au bord :

$$(P) \begin{cases} u_t + \operatorname{div} f(u) - \Delta \phi(u) = 0 & \text{in } Q = (0, T) \times \Omega, \quad \Omega \subset \mathbb{R}^N; \\ u(0, x) = u_0(x) & \text{in } \Omega, \\ (f(u) - \nabla \phi(u)) \cdot \eta = 0 & \text{on } \Sigma = (0, T) \times \partial\Omega. \end{cases}$$

Ici, Ω est un domaine borné de \mathbb{R}^N , de bord Lipschitzienne. La donnée initiale u_0 est une fonction mesurable bornée. La fonction f est continue. On suppose qu'il existe une valeur critique de l'inconnu u notée u_c de sorte que si la valeur de l'inconnu u est inférieure à u_c , la fonction Lipschitzienne ϕ est nulle, sinon, elle est strictement croissant. Ainsi le problème (P) dégénère en hyperbolique suivant certaine valeur de u . La difficulté principale ici est la prise en compte de la condition de bord. Dans [1], on propose une formulation entropique inspiré de la formulation entropique de [Bürger Frid Karlsen]. En s'inspirant des travaux de [3], on propose un schéma implicite volume fini pour le problème (P) prenant en compte la condition de bord. On introduit une nouvelle notion de solution dite solution processus intégrale pour le problème continue. En se référant à la théorie semi-groupe nonlinéaire ([2]) on prouve l'unicité de la solution processus intégrale. Enfin, on prouve que la solution numérique converge vers la solution entropique ([1]) du problème continue. Quelques illustrations numériques seront proposées.

Références

- [1] B. ANDREIANOV, M. KARIMOU GAZIBO, *Entropy formulation of degenerate parabolic equation with zero-flux boundary condition*, ZAMP DOI :10.1007/s00033-012-0297-6, 2013.
- [2] PH. BÉNILAN, M.G. CRANDALL AND A. PAZY, *NONLINEAR EVOLUTION EQUATIONS IN BANACH SPACES*. Preprint book.
- [3] R. EYMARD, T. GALLOÛET, R. HERBIN AND A. MICHEL, *CONVERGENCE OF FINITE VOLUME SCHEME FOR NONLINEAR DEGENERATE PARABOLIC EQUATIONS*. Numer. Math., **92**, (1), (2002) 41-82.

Mohamed Karimou GAZIBO, Université de Franche-Comte ; 16, route de Gray 25030 Besancon France
mgazibok@univ-fcomte.fr

Méthode numérique pour des processus de Markov déterministes par morceaux avec frontières

Ludovic GOUDENÈGE, Université de Paris-Est - Marne-la-Vallée

Christiane COCOZZA, Robert EYMARD, Michel ROUSSIGNOL, Université de Paris-Est - Marne-la-Vallée

Les processus de Markov déterministes par morceaux (PDMP) apparaissent dans de nombreux domaines comme l'ingénierie, la biologie, l'économie... Dans toutes ces applications, la quantité d'intérêt dépend de la distribution du processus à chaque instant, d'où l'importance de savoir simuler les distributions marginales en temps. Dans cet exposé, je présenterai une approche basée sur des schémas en volumes finis. On utilisera les schémas numériques pour trouver les équations vérifiées par les distributions marginales. La caractérisation de ces distributions marginales (par les équations qu'elles vérifient) est étudiée dans [1] pour un PDMP sans frontière, et des schémas numériques sont étudiés dans [2] et [3].

Ici, on présentera une classe de PDMP avec frontière définie ci-après. L'espace des états du processus est un sous-domaine F de \mathbb{R}^d avec une frontière Γ . Le processus $(X_t)_{t \geq 0}$ est un processus stochastique de sauts dans le domaine F , dont les trajectoires sont déterministes entre les instants de sauts. Deux types de sauts peuvent donc avoir lieu. Les premiers sont stochastiques de F dans F . Partant d'une position x et suivant un taux de sauts $\lambda(x)$, le point d'arrivée est donné par une loi $Q(x, dy)$. Les seconds ont lieu lorsque le processus atteint un point z de la frontière Γ . Le processus saute alors à l'intérieur de F suivant la loi $q(z, dy)$.

En notant ρ_{ini} la distribution initiale du processus au temps $t = 0$ et $\mu(dx, dt)$ la mesure sur $F \times \mathbb{R}_+$ donnée par la limite du schéma, on montre qu'il existe $\sigma(dz, dt)$ une mesure sur $\Gamma \times \mathbb{R}_+$ (donnée aussi par la limite du schéma) telle que

$$0 = \int_F g(x, 0) \rho_{\text{ini}}(dx) + \int_{\mathbb{R}_+} \int_F (\partial_t + \partial_\phi) g(x, t) \mu(dx, dt) \\ + \int_{\mathbb{R}_+} \int_F \lambda(x) \left(\int_F g(y, t) Q(x, dy) - g(x, t) \right) \mu(dx, dt) + \int_{\mathbb{R}_+} \int_\Gamma \left(\int_F g(y, t) q(z, dy) - g(z, t) \right) \sigma(dz, dt)$$

pour toute fonction g continue bornée, différentiable par rapport au temps et par rapport au flôt. On montrera également que ces solutions sont uniques et que $\mu(dx, dt)$ est égale à une mesure $\rho_t(dx)dt$ qui est la marginale recherchée.

Références

- [1] COCOZZA-THIVENT, R. EYMARD, S. MERCIER, M. ROUSSIGNOL, CHARACTERIZATION OF THE MARGINAL DISTRIBUTIONS OF MARKOV PROCESSES USED IN DYNAMIC RELIABILITY, *Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis*, Volume 2006, Article ID 92156, pp. 1-18.
- [2] C. COCOZZA-THIVENT, R. EYMARD, S. MERCIER, A FINITE VOLUME SCHEME FOR DYNAMIC RELIABILITY MODELS, *IMA Journal of Numerical Analysis*, published online on March 6, 2006, DOI :10.1093/imanum/drl001.
- [3] R. EYMARD, S. MERCIER, M. ROUSSIGNOL, IMPORTANCE AND SENSITIVITY ANALYSIS IN DYNAMIC RELIABILITY, *Methodology and Computing in Applied Probability*, 13(1), pp. 75-104. DOI 10.1007/s11009-009-9122-x.

Ludovic GOUDENÈGE, LAMA, 5 boulevard Descartes, Cité Descartes, 77454 Marne-la-Vallée
goudenege@math.cnrs.fr

Christiane COCOZZA, Robert EYMARD, Michel ROUSSIGNOL, LAMA, 5 boulevard Descartes, Cité Descartes, 77454 Marne-la-Vallée

Contrôlabilité exacte pour une classe d'équations dégénérées en une dimension d'espace

Mamadou GUEYE, Laboratoire Jacques-Louis Lions

Mots-clés : contrôlabilité, observabilité, fonctions de Bessel, transmutation

Les problèmes de contrôlabilité pour des équations à coefficients singuliers requièrent une attention particulière. Nombreux sont les modèles ou de telles équations apparaissent : en climatologie, en mécanique des fluides, en biologie...

On présente ici quelques résultats de contrôlabilité pour les équations dégénérées suivantes :

$$y_{tt} - (x^\alpha y_x)_x = 0, \quad (x, t) \in Q, \quad (\text{H})$$

$$y_t - (x^\alpha y_x)_x = 0, \quad (x, t) \in Q, \quad (\text{P})$$

où α est un réel positif et $Q := (0, 1) \times (0, T)$. Contrairement aux cas parabolique considérés dans cette référence antérieure [1], le contrôle prend place à l'endroit de la dégénérescence. L'une des difficultés principale est alors d'obtenir une inégalité d'observabilité adaptée à la notion de contrôlabilité considérée. Afin de traiter les problèmes paraboliques et hyperboliques dans un cadre unifié nous nous affranchissons de la méthode des inégalités de Carleman utilisée jusqu'ici.

Dans un premier temps on montrera comment transformer l'équation parabolique dégénérée (P) en une équation hyperbolique qui, elle aussi, dégénère au bord comme (H). Ensuite on analysera les propriétés de contrôlabilité de la classe d'équations hyperboliques dégénérées à l'aide de la méthode des moments présentée dans [3]. Ceci nécessitera des analyses asymptotiques fines des valeurs propres et des vecteurs propres de notre opérateur principal exprimés en termes de fonctions de Bessel.

Références

- [1] P. Cannarsa, P. Martinez and J. Vancostenoble, Carleman estimates for a class of degenerate parabolic operators, SIAM J. Control Optim., Vol. 47, no. 1, 1-19 (2008).
- [2] M. Gueye, Exact Boundary Controllability of 1-D Parabolic and Hyperbolic Degenerate Equations, soumis.
- [3] D. L. Russell, Controllability and stabilizability theory for linear partial differential equations : recent progress and open questions, Siam Review, (1978) 639-739.

Mamadou GUEYE, UPMC, Laboratoire Jacques-Louis Lions 4, Place Jussieu Boîte courrier 187, 75252 Paris Cedex 05
gueye@ann.jussieu.fr

Limite hautement compressible pour les équations de Navier-Stokes compressible

HASPOT, Université Paris Dauphine

Dans [1, 2, 3, 4], nous avons introduit une nouvelle notion de "quasi-solution" pour les équations de Navier-Stokes compressible nous permettant en particulier d'obtenir l'existence de solutions fortes globales en dimension $N \geq 2$ pour des données initiales irrotationnelles petites dans des normes sous critiques pour le scaling des équations. On en déduit ainsi l'existence de solutions fortes globales en dimension $N = 2$ pour certaines familles de données initiales grandes dans les espaces d'énergie. Dans cet exposé nous montrerons l'existence globale de solutions faibles pour ces "quasi-solutions" et nous décrirons le lien entre ces "quasi-solutions" et les équations des milieux poreux. Enfin nous nous intéresserons à la limite hautement compressible des équations de Navier-Stokes compressible et vérifierons que dans ce cadre les solutions de Navier-Stokes compressible convergent vers ces "quasi-solutions".

Références

- [1] B. HASPOT, *Global existence of strong solution for shallow water system with large initial data on the irrotational part*, preprint arxiv (2012)
- [2] B. HASPOT, *Global existence of strong solution for shallow water system with large initial data on the rotational part*, preprint et soumis.
- [3] B. HASPOT, *Global existence of strong solution for the Saint-Venant system with large initial data on the irrotational part*, *C. R. Math. Acad. Sci. Paris*, Vol 350 - N^o 5-6 - mars 2012 229-332.
- [4] B. HASPOT, *Existence of global strong solutions for the barotropic Navier Stokes system system with large initial data on the rotational part of the velocity*, *C. R. Math. Acad. Sci. Paris.* , 350 (2012), pp. 487-492 .

Formulation for multi-phase multicomponent flows and a posteriori error analysis for the two-phase flow

Carole HEINRY, IFPen and UPMC-LJLL

Vivette GIRAULT, UPMC, LJLL

Martin VOHRALÍK, INRIA

The petroleum industry needs to model multi-phase multi-component flows in large geological porous domains. These computations are very expensive and thus one is interested in optimizing them. The present work will first discuss a formulation for the multi-phase multi-component flows, its Finite Volume (FV) discretization and an efficient computer implementation, inspired by [1].

Then we derive here a posteriori error estimates for a Two-Point FV discretization of the nonmiscible two-phase Darcy problem. We consider a nonwetting phase o and a wetting phase w , and $\mathcal{P} = \{o, w\}$. Let $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ denotes a bounded connected polygonal domain and $t_F > 0$ represents the final time of the modelization. Let us neglect the gravity term and consider an isothermal case. The unknowns are the pressure P and the phase saturations S_p , for $p \in \mathcal{P}$. The equations of the model can be written as :

$$\begin{cases} \partial_t(\phi S_o) + \nabla \cdot (\nu_o(P, S_o) \vec{u}_o(P, S_o)) = q_o, & \text{in } \Omega \times (0, t_F), \\ \partial_t(\phi S_w) + \nabla \cdot (\nu_w(P, S_w) \vec{u}_w(P, S_w)) = q_w, & \text{in } \Omega \times (0, t_F), \\ S_o + S_w = 1, & \text{in } \Omega \times (0, t_F), \end{cases} \quad (1)$$

where, for $p \in \mathcal{P}$:

- ν_p denotes the phase mobility defined as the ratio of the relative permeability to the viscosity ;
- The velocities satisfy Darcy's Law : $\vec{u}_p(P, S_p) = -\mathbf{K}(\nabla[P + P_{c_p}(S_p)])$, where P_{c_p} denotes the capillary pressure and the permeability tensor \mathbf{K} is piecewise constant, uniformly elliptic and diagonal.

Problem (1) is complemented by :

- Initial conditions : $S_p(\cdot, 0) = S_p^0$ in Ω , for , $p \in \mathcal{P}$;
- Imposed no-flow boundary conditions, corresponding to homogeneous Neumann boundary conditions : $\vec{u}_p(P, S_p) \cdot \mathbf{n}_\Omega = 0$, in $\partial\Omega \times (0, t_F)$, for $p \in \mathcal{P}$.

The purpose of the present work is to present fully computable a posteriori error estimates for the cell-centered finite volume discretization of Problem (1) complemented by the previous initial and boundary conditions. The proposed estimators yield a fully computable upper bound for the error measure, as proposed in [2]. The estimates also allows to estimate separately and compare the linearization and algebraic errors and the time and space discretization errors, following the ideas of [3]. This enables, in particular, to design a discretization algorithm so that all the sources of error are suitably balanced. Namely, the linear and nonlinear solvers can be stopped as soon as the algebraic and linearization errors drop to a level at which they do not affect the overall error.

Références

- [1] AGÉLAS, L. AND DI PIETRO, D. A. AND MASSON, R., *A symmetric and coercive finite volume scheme for multiphase porous media with applications in the oil industry*, Finite Volumes for Complex Applications V, 35-52, 2008.
- [2] VERFÜRTH, R., *Robust a posteriori error estimators for a singularly perturbed reaction-diffusion equation*, Numer. Math., 1998.D. A.
- [3] VOHRALÍK, M. AND WHEELER, M. F., *A posteriori error estimates, stopping criteria, and adaptivity for two-phase flows*, In preparation, 2012.

Carole HEINRY, IFPen, 1&4 avenue du bois Préau, 92500 Rueil-Malmaison ; UPMC, 4 place Jussieu, 75005 Paris

carole.heinry@gmail.com

Vivette GIRAULT, UPMC, LJLL, 4 place Jussieu, 75005 Paris

vivette.girault@ann.jussieu.fr

Martin VOHRALÍK, INRIA, Domaine de Voluceau, 78150 Rocquencourt

martin.vohralik@inria.fr

Homogenization of multicomponent transport in porous media.

Harsha HUTRIDURGA, CMAP, École Polytechnique

Grégoire ALLAIRE, CMAP, École Polytechnique

Mots-clés : Two-scale Convergence with Drift, Factorization Method, Multicomponent Transport.

Factorization method in homogenization is a technique where one performs a change of unknowns to facilitate the passage to the limit, as $\varepsilon \rightarrow 0$ (ratio of heterogeneities lengthscale to observation lengthscale), in the variational formulation of the transformed partial differential equation ([1], references therein). We have considered a system of convection-diffusion-reaction equations, modelling transport of multiple solutes in porous media, coupled via a zero order term (modelling reaction between the solutes). Under parabolic scaling, for solute concentrations $(u_\varepsilon^{(1)}, u_\varepsilon^{(2)})$ we have (analysis works for any number of solutes)

$$\rho_\varepsilon^{(1)} \frac{\partial u_\varepsilon^{(1)}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} b_\varepsilon^{(1)} \cdot \nabla u_\varepsilon^{(1)} - \nabla \cdot (D_\varepsilon^{(1)} \nabla u_\varepsilon^{(1)}) + \frac{1}{\varepsilon^2} (m_{11} u_\varepsilon^{(1)} - m_{12} u_\varepsilon^{(2)}) = 0 \text{ in } (0, T) \times \Omega_\varepsilon \quad (1)$$

$$\rho_\varepsilon^{(2)} \frac{\partial u_\varepsilon^{(2)}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} b_\varepsilon^{(2)} \cdot \nabla u_\varepsilon^{(2)} - \nabla \cdot (D_\varepsilon^{(2)} \nabla u_\varepsilon^{(2)}) + \frac{1}{\varepsilon^2} (m_{22} u_\varepsilon^{(2)} - m_{21} u_\varepsilon^{(1)}) = 0 \text{ in } (0, T) \times \Omega_\varepsilon \quad (2)$$

Ω_ε is a periodic porous medium. (1)-(2) is provided with homogeneous neumann boundary conditions for both $u_\varepsilon^{(1)}$ and $u_\varepsilon^{(2)}$ on $\partial\Omega_\varepsilon$ and L^2 initial data. All the coefficients in (1)-(2) are assumed to be purely periodic functions. To perform formal asymptotic analysis, we assume an ansatz for the solutions as

$$u_\varepsilon^{(1)}(t, x) = e^{-\lambda t/\varepsilon^2} \sum_{i \geq 0} \varepsilon^i u_i^{(1)}\left(t, x - \frac{b^* t}{\varepsilon}, \frac{x}{\varepsilon}\right) \quad \text{and} \quad u_\varepsilon^{(2)}(t, x) = e^{-\lambda t/\varepsilon^2} \sum_{i \geq 0} \varepsilon^i u_i^{(2)}\left(t, x - \frac{b^* t}{\varepsilon}, \frac{x}{\varepsilon}\right). \quad (3)$$

The above particular form of ansatz is motivated by the Factorization method and the phenomenon of Drift induction in concentration profiles when the convective term is singularly perturbed [1], [2]. λ is the first eigenvalue of an associated spectral problem. The constant vector b^* (drift) in (3) is unknown to begin with and is calculated along the process of upscaling. Formally, we show that $u^{(j)}$ are approximated as

$$u_\varepsilon^{(j)}(t, x) \approx e^{-\lambda t/\varepsilon^2} \psi^{(j)}\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \left[v\left(t, x - \frac{b^* t}{\varepsilon}\right) + \varepsilon \sum_{i=1}^d \frac{\partial v}{\partial x_i}\left(t, x - \frac{b^* t}{\varepsilon}\right) \omega_i^{(j)}\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \right] \quad \text{for } j \in \{1, 2\} \quad (4)$$

The pair $(\omega_i^{(1)}, \omega_i^{(2)})$, for every $1 \leq i \leq d$, satisfy a so called cell problem. $(\psi^{(1)}, \psi^{(2)})$ is the first eigenvector of a spectral problem of which λ is the first eigenvalue. Results of Krein-Rutman type help deduce the positivity of λ and the first eigenvector (important to perform the change of unknowns). Further, v in (4) satisfies the following homogenized scalar diffusion equation with effective diffusion \mathcal{D} (expressed in terms of the cell solutions $(\omega_i^{(1)}, \omega_i^{(2)})$) and effective porosity ρ^* :

$$\rho^* \frac{\partial v}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathcal{D} \nabla v) = 0 \text{ in } (0, T) \times \mathbb{R}^d \quad (5)$$

We remark the possibility of having a non zero drift even in the absence of convective velocity fields. To justify the formal result, we employ factorization method where we make the following change of unknowns : $u_\varepsilon^{(j)}(t, x) = e^{-\lambda t/\varepsilon^2} \psi^{(j)} v_\varepsilon^{(j)}(t, x)$. We use two-scale convergence with Drift [2] to pass to the limit in the variational formulation for $(v_\varepsilon^{(1)}, v_\varepsilon^{(2)})$. We also study Taylor Dispersion in presence of adsorption phenomena at the solid-fluid interface. Freefem++ is used to perform some numerical tests.

Références

- [1] ALLAIRE G., RAPHAEL A.L., *Homogenization of a convection diffusion model with reaction in a porous medium*, C. R. Acad. Sci. Paris, Série I, vol 344, no.8, pp. 523-528, (2007).
- [2] MARUSIC-PALOKA E., PIATNITSKI A., *Homogenization of a nonlinear convection-diffusion equation with rapidly oscillating co-efficients and strong convection*, Journal of London Math. Soc., vol 72, no.2, pp. 391-409, (2005).

Harsha HUTRIDURGA, Centre de Mathématiques Appliquées, CNRS UMR 7641, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau, France
nutridurga@cmmap.polytechnique.fr

Sur l'approximation numérique des équations de Maxwell avec solutions singulières

Lise-Marie IMBERT-GÉRARD, Laboratoire Jacques Louis Lions

Bruno DESPRÉS, Laboratoire Jacques Louis Lions

Partant des équations de Maxwell on s'intéresse au mode de propagation dit extraordinaire (X), étudié par un principe d'absorption limite pour gérer la singularité du tenseur diélectrique correspondant. Le paramètre de régularisation est noté μ .

$$\overrightarrow{\text{curl}}(\text{curl } E) - (\varepsilon_{\perp} + i\mu I)E = 0. \quad (1)$$

Considérant des coefficients indépendants de la variable y on peut réduire le modèle en prenant la transformée de Fourier. On obtient alors un système modélisant la propagation du mode X dans un plasma [1], à savoir

$$\begin{cases} W & +i\theta U & -V' & = 0, \\ i\theta W & -(\alpha(x) + i\mu)U & -i\gamma(x)V & = 0, \\ -W' & +i\gamma(x)U & -(\alpha(x) + i\mu)V & = 0, \end{cases}$$

où (U, V) représentent (E_x, E_y) et W représente $\text{rot } E$. La notation ' désigne la dérivée par rapport à la variable x . Le domaine d'étude est

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad -L \leq x, \quad y \in \mathbb{R}, \quad L > 0\},$$

le coefficient γ peut être constant et positif et $\alpha(x) = x$ autour de zéro mais constant pour x au-delà d'un seuil H . La singularité vient du fait qu'au voisinage de zéro la partie extra diagonale de ε_{\perp} domine sa partie diagonale. On peut alors s'intéresser au système différentiel ordinaire suivant

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} V^{\theta, \mu} \\ W^{\theta, \mu} \end{pmatrix} = A^{\theta, \mu}(x) \begin{pmatrix} V^{\theta, \mu} \\ W^{\theta, \mu} \end{pmatrix} \text{ avec } A^{\theta, \mu}(x) = \begin{pmatrix} \frac{\theta\gamma(x)}{\alpha(x)+i\mu} & 1 - \frac{\theta^2}{\alpha(x)+i\mu} \\ \frac{\gamma(x)^2}{\alpha(x)+i\mu} - \alpha(x) - i\mu & -\frac{\theta\gamma(x)}{\alpha(x)+i\mu} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

La composante $U^{\theta, \mu}$ se retrouve alors par

$$i\theta W^{\theta, \mu} - (\alpha + i\mu)U^{\theta, \mu} - i\gamma(x)V^{\theta, \mu} = 0. \quad (3)$$

Pour un μ donné la matrice (2) est bien définie et régulière, donc le système peut être résolu par un solveur classique d'EDO, pourvu que celui-ci soit adapté aux problèmes raides.

On présentera des validations numériques de certains résultats théoriques sur l'analyse de ce système (2).

Une méthode d'ordre élevé pour le système du mode X, basée sur des fonctions de bases adaptées pour la formulation variationnelle ultrafaible, sera également présentée. La construction de ces fonctions de base sera détaillée.

Références

- [1] B. DESPRÉS, L.-M. IMBERT-GÉRARD, R. WEDER, *Hybrid resonance of Maxwell's equations in slab geometry*, ArXiv, 2012.

Lise-Marie IMBERT-GÉRARD, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France

imbert@ann.jussieu.fr

Bruno DESPRÉS, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France
despres@ann.jussieu.fr

Modélisation de matériaux géophysiques pour la simulation numérique de collisions de plaques continentales

Lukáš JAKABČIN, Université de Grenoble

Eric BONNETIER, Université de Grenoble

Stéphane LABBÉ, Université de Grenoble

Anne REPLUMAZ, Université de Grenoble

La collision du sous-continent indien avec l'Asie met en jeu des mécanismes complexes de déformation : épaissement de la croûte terrestre (formation du plateau Tibétain), création de failles, extrusions de blocs continentaux. Dans le cadre de cette étude, notre but est de développer un modèle numérique simplifié qui permette de prendre en compte l'interaction de ces différents phénomènes dans une telle collision. Dans le modèle étudié, la croûte terrestre est considérée comme un matériau élasto-visco-plastique dans lequel la rupture peut se propager. Cette hypothèse est qualitativement justifiée par des expériences analogiques avec une couche de plasticine (représentant le continent asiatique), non soumise à l'épaississement, déformée par un poinçon rigide (continent indien) permettant l'apparition et la localisation de fissures dans le matériau.

La modélisation de l'évolution du matériau est basée sur la minimisation d'une énergie dépendant d'un champ de déplacement, de déformations élastiques et plastiques, et d'une fonction champ de phase qui localise les ruptures et permet de suivre leur propagation.

Nous présentons la preuve d'existence d'au moins d'une solution. Le modèle vérifie l'inégalité thermodynamique de Clausius-Duhem. Nous décrivons une méthode numérique pour simulation de l'expérience de l'indentation de la plasticine en approximation bi-dimensionnelle. Cette étude sera illustrée par des résultats numériques préliminaires (cas élastique et visco-élastique).

Références

- [1] J.-F. BABADJIAN, M.G. MORA, *Approximation of dynamic and quasi-static evolution problems in elastoplasticity by cap models*. Preprints, 2012.
- [2] B. BOURDIN, B. FRANCFORT AND J.-J. MARIGO, *Numerical experiments in revisited brittle fracture*. Mech. Phys. Solids 48, 797-826, 2000.
- [3] L. JAKABČIN, *The modelling of geological materials for the numerical simulation of collisions of continental plates*. 1st International conference on frontiers in computational physics : Modeling the Earth system, Boulder, CO, USA, December 2012.
- [4] C. J. LARSEN, C. ORTNER, E. SULI, *Existence of solutions to a regularized model of dynamic fracture*. Mathematical Models and Methods in Applied Sciences 20, p. 1021-1048. 2010.

Lukáš JAKABČIN, LJK, Université de Grenoble, 51 rue des Mathématiques, Campus de Saint Martin d'Hères, BP 53, 38041 Grenoble cedex 09

lukas.jakabcin@imag.fr

Eric BONNETIER, LJK, Université de Grenoble, 51 rue des Mathématiques, Campus de Saint Martin d'Hères, BP 53, 38041 Grenoble cedex 09

eric.bonnetier@imag.fr

Stéphane LABBÉ, LJK, Université de Grenoble, 51 rue des Mathématiques, Campus de Saint Martin d'Hères, BP 53, 38041 Grenoble cedex 09

stephane.labbe@imag.fr

Anne REPLUMAZ, ISTerre, Université de Grenoble, 1381 rue de la Piscine, Campus de Saint Martin d'Hères, BP 53, 38041 Grenoble cedex 09

anne.replumaz@ujf-grenoble.fr

Solutions stationnaires pour deux modèles de mouvement de foule : multiplicité et stabilité dynamique

Gaspard JANKOWIAK, Ceremade - Université Paris Dauphine

Jean DOLBEAULT, Ceremade - Université Paris Dauphine

Peter MARKOWICH, DAMTP - Cambridge

Nous étudions deux modèles de mouvement de foule, régi chacun par un système de la forme

$$\begin{cases} \partial_t \rho = \Delta \rho - \nabla \cdot (\rho(1 - \rho) \nabla D) \\ \partial_t D = \kappa \Delta D - \delta D + g(\rho), \end{cases}$$

où ρ est la densité et D un potentiel dérivé d'une approximation de champs moyen.

Nous parvenons à la classification de toutes les solutions radiales stationnaires, ainsi qu'à un résultat de multiplicité. Nous établissons aussi quelques propriétés qualitatives, en caractérisant ces solutions comme points critiques d'une fonctionnelle. Celle-ci permet de définir une notion de stabilité différente de la stabilité dynamique du système, caractérisée par les propriétés spectrales de l'opérateur d'évolution linéarisé autour des solutions stationnaires. Pour l'un des modèles, l'existence d'une fonctionnelle de Lyapunov nous permet de d'établir un lien entre les deux notions de stabilité.

Nous complétons ces résultats par une étude numérique des solutions et de leur stabilité, par le biais d'une méthode de tir.

Références

- [1] M. BURGER, P. A. MARKOWICH, AND J.-F. PIETSCHMANN, *Continuous limit of a crowd motion and herding model : analysis and numerical simulations*, Kinet. Relat. Models, 4 (2011)
- [2] V. CALVEZ AND L. CORRIAS, *The parabolic-parabolic Keller-Segel model in \mathbb{R}^2* , Commun. Math. Sci., 6 (2008)
- [3] T. HILLEN AND K. PAINTER, *Global Existence for a Parabolic Chemotaxis Model with Prevention of Overcrowding*. Advances in Applied Mathematics, 26(4), 280-301, 2001.

Gaspard JANKOWIAK, Ceremade à UMR CNRS 7534, Université Paris Dauphine, Place du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75775 PARIS Cedex 16

jankowiak@ceremade.dauphine.fr

Jean DOLBEAULT, Ceremade à UMR CNRS 7534, Université Paris Dauphine, Place du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75775 PARIS Cedex 16

dolbeault@ceremade.dauphine.fr

Peter MARKOWICH, DAMTP Centre for Mathematical Sciences, Wilberforce Road, Cambridge, CB3 0WA, United Kingdom

P.A.Markowich@damtp.cam.ac.uk

Calcul d'un écoulement de deux fluides compressibles sur GPU.

Jonathan JUNG, Université de Strasbourg

Philippe HELLUY, Université de Strasbourg

On s'intéresse à la résolution numérique du système d'EDP suivant

$$\partial_t W + \partial_x F(W) + \partial_y G(W) = 0, \quad (1)$$

modélisant un écoulement de deux fluides compressibles (un gaz et un liquide par exemple), où le vecteur de variables conservatives est

$$W = (\rho, \rho u, \rho v, \rho E, \rho \varphi)^T, \quad (2)$$

et les flux conservatifs sont

$$F(W) = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (\rho E + p)u, \rho \varphi u)^T, \quad (3)$$

$$G(W) = (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (\rho E + p)v, \rho \varphi v)^T. \quad (4)$$

Sans perte de généralité, dans ce papier on considère la loi de pression des gaz raides

$$p(\rho, e, \varphi) = (\gamma(\varphi) - 1)\rho e - \gamma(\varphi)\pi(\varphi). \quad (5)$$

Ce type d'écoulement est difficile à simuler, notamment car les schémas numériques conservatifs génèrent des oscillations sur la pression à l'interface entre le liquide et le gaz. Du point de vue numérique, on résout le système (1) à l'aide d'un splitting dimensionnel. La résolution du problème monodimensionnel s'effectue avec un schéma ALE-projection. Afin d'éviter les oscillations sur la pression, une projection aléatoire (voir [3]) est utilisée à l'interface entre les deux fluides. Le schéma résultant a la particularité d'avoir de bonnes propriétés :

- il préserve la positivité de la densité et de l'énergie interne,
- il ne diffuse pas la fraction de masse de gaz φ ,
- il résiste au vide,

La simplicité de notre approche nous a permis une implémentation assez facile sur processeurs multicoeurs et sur cluster de GPUs (Graphic Processing Units), les accélérations observés sont importants.

Nous présenterons quelques résultats, notamment dans le cas d'une interaction choc-bulle [4], que l'on comparera à d'autres schémas classiques (Abgrall-Karni [1], Saurel-Abrall [5]).

Références

- [1] R. ABGRALL, S. KARNI, *Computations of compressible multifluids*, Journal of Computational Physics, 169(2) : 594-623, 2001.
- [2] M. BACHMANN, P. HELLUY, J. JUNG, H. MATHIS, S. MUELLER, *Random sampling remap for compressible two-phase flows*, Preprint HAL <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00546919/fr/>, 2010.
- [3] C. CHALONS, F. COQUEL, *Computing material fronts with Lagrange-Projection approach*, HYP2010, <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00548938/fr/>, 2010.
- [4] S. KOKH, F. LAGOUTIÈRE *An anti-diffusive numerical scheme for the simulation of interfaces between compressible fluids by means of a five-equation model*, Journal of Computational Physics, 229 : 2773-2809, 2010.
- [5] R. SAUREL, R. ABGRALL, *A simple method for compressible multifluid flows*, SIAM J. Sci. Comput., 21(3) : 1115-1145, 1999.

Jonathan JUNG, IRMA, 7 rue René Descartes, 67084 Strasbourg
jonathan.jung@unistra.fr

Communication in repeated network games with imperfect monitoring

Marie LACLAU, Yale University

Mots-clés : repeated games, folk theorem, graphs, communication, imperfect private monitoring

Consider a repeated game played on a network, where nodes represent players, and edges link neighbors. Interaction is local : a player's payoff depends only on his own and his neighbors' actions. The game is repeated indefinitely over time, with discount factor $\delta > 0$. Players observe their stage payoff only, hence monitoring is private, local and imperfect. Hence, both interaction and monitoring structures are given by the network. In addition, players can send costless messages at each stage. Communication can be private or public, that is : players can send different messages to distinct players (e.g. private emails), or they can communicate publicly with a subset of players (e.g. Carbon Copy). In the latter case, the Carbon Copy list of players is certifiable. (Players could also use Blind Carbon Copy, that is a mixture of private and public communication.) Payoff functions are such that any unilateral deviation affects each neighbor's payoff. Hence, neighbors' deviations are detectable, although deviators may not be identifiable.

This paper circumscribes the graphs for which a *full* folk theorem holds in this setup, *i.e.* under which conditions *all* feasible, strictly individually rational payoffs are equilibrium payoffs in the repeated game when players are sufficiently patient. The main result is that a folk theorem holds if and only if no two players have the same set of neighbors (Condition DN).

The key to the characterization lies in understanding when communication makes it possible (i) to transmit precise information about players' deviations (detection and identification) and (ii) to coordinate players' behavior. For a wide class of payoff functions, I construct a perfect Bayesian equilibrium for the family of networks that satisfy Condition DN. Condition DN is also necessary : if it is not satisfied, then the folk theorem does not hold. To prove that, I consider the case for which two players, say j and k , have the same neighbors. I construct a particular payoff function for which there is a feasible and strictly individually rational payoff that is not an equilibrium payoff, no matter how little players discount the future.

Références

- [1] BEN-PORATH, E., AND KAHNEMAN, M., *Communication in repeated games with private monitoring*, Journal of Economic Theory, 70, 2, 281–297, 1996.
- [2] FUDENBERG, D., AND MASKIN, E., *The folk theorem in repeated games with discounting or with incomplete information*, Econometrica, 54, 3, 428–438, 1991.
- [3] LACLAU, M., *A folk theorem for repeated games played on a network*, Games and Economic Behavior, 76, 2, 711–737, 2012.
- [4] RENAULT, J., AND TOMALA, T., *Repeated proximity games*, International Journal of Game Theory, 27, 4, 539–559, 1998.
- [5] RENAULT, J., AND TOMALA, T., *Communication equilibrium payoffs in repeated games with imperfect monitoring*, Games and Economic Behavior, 49, 2, 313–344, 2004.
- [6] TOMALA, T., *Fault reporting in partially known networks and folk theorems*, Operations Research, 59, 3, 754–763, 2011.

Marie LACLAU, Yale University - Cowles Foundation, 30 Hillhouse Avenue, 06520 New Haven, CT, USA
marie.laclau@yale.edu

Testing spatial clustering with fast and robust analytical statistics

Thibault LAGACHE, Unité d'Analyse d'Images Quantitative, Institut Pasteur

Gabriel LANG, AgroParisTech et INRA, Paris, France

Nathalie SAUVONNET, Unité de Biologie des Interactions Cellulaires, Institut Pasteur

Jean-Christophe OLIVO-MARIN, Unité d'Analyse d'Images Quantitative, Institut Pasteur

Mots-clés : Ripley's K function, Complete spatial randomness, Cornish-Fisher expansion, Endocytosis

Spatial organization of objects is essential in many scientific areas because it brings information about objects interactions and their interplay with the environment. Objects organization can be studied at different scales, ranging from country size in epidemiology [1] to atomic structures in physics [2]. In all these methods, objects are represented as points in a restricted field of view (country, forest, cell . . .) and quantitative methods are used to extract features about spatial point distributions. An essential information is the deviation of points distribution from complete spatial randomness and the concomitant detection of specific patterns such as point clusters. Thus, a major goal when building a quantitative method is to assess statistically whether observed specific patterns such as clusters are not due to chance, points being randomly distributed in the field of view.

Classical methods are either area-based or distance-based. In the first case, the points pattern is characterized through its first-order properties such as the spatial variation of its points density, which is often estimated with patches or kernel methods [5], whereas in the second case, distance-based methods rely on second-order properties of the points pattern such as inter-points distances. Distance-based methods present the advantage of globally describe point patterns, and a major milestone was established by Ripley in 1977 [6] who introduced the K function which describes quantitatively the spatial organization of any point process at several distance scales. Yet, there is still no analytical formula that links the critical quantiles of the K function to the number of points and the geometry of the field of view. Consequently, the computation of the critical quantiles is based on intensive Monte-Carlo resampling, which requires an high computational load and an initial calibration for each field of view due to specific edge effects.

Here, we propose a closed-form expression of critical quantiles which alleviates the need for Monte-Carlo simulations and give rise to a fast, robust and analytical method which is moreover implemented and available freely in ICY (<http://icy.bioimageanalysis.org>). To illustrate the capabilities of our method, we used it to analyze the spatial organization of endocytosis at cell membrane.

Références

- [1] GATRELL AC, BAILEY TC, DIGGLE PJ, ROWLINGSON BS, *Spatial point pattern analysis and its application in geographical epidemiology* Transactions of the Institute of British Geographers, 21 :256-274, 1996.
- [2] WHITE AC, BARENGHI CF, PROUKAKIS NP, *Creation and characterization of vortex clusters in atomic Bose-Einstein condensates*, Phys Rev A, 86 :013635-013642, 2012.
- [3] DRAPER GJ, *The Geographical Epidemiology of Childhood Leukemia and Non-Hodgkin Lymphomas in Great Britain, 1966-83 (Studies on Medical and Population Subjects)*, HMSO, London, 1991.
- [4] GATRELL AC, BAILEY TC, DIGGLE PJ, ROWLINGSON BS, *Anisotropy analysis of pressed point processes*, AStA Advances in Statistical Analysis, 93 :237-261, 2009.
- [5] DIGGLE PJ, *Statistical analysis of spatial point patterns*, Hodder Education, London, 2003.
- [6] RIPLEY BD, *Modelling Spatial Patterns*, J Royal Stat Soc B, 39 :172-212, 1977.

Thibault LAGACHE, Unité d'Analyse d'Images Quantitative, Institut Pasteur, 25, rue du Docteur Roux, 75724, Paris Cedex 15

`thibault.lagache@pasteur.fr`

Détection de courants marins côtiers à partir de séquences vidéo

Stanislas LARNIER, Institut Élie Cartan et Inria (Nancy)

À partir de données vidéo d'une zone proche du rivage [1], la détection des courants marins repose sur le déplacement de la mousse à la surface de l'eau. Des amas de mousses sont créés lorsqu'une vague se brise. Les trajectoires suivies par ces amas de mousses dépendent du courant et des vagues.

Il existe des méthodes pour estimer uniquement la composante des courants parallèles à la côte [2] et d'autres méthodes plus générales, comme les Particle Image Velocimetry (PIV) [3]. Afin d'estimer les déplacements, une méthode PIV découpe les images vidéo en une grille de sous-images et cherche les portions d'images qui sont les plus corrélées au temps suivant. Pour obtenir les courants sur un intervalle de temps, il faut moyenner les déplacements obtenus en supprimant les plus aberrants et ensuite tenir compte de l'effet de déplacement dû au front de vagues vers la côte.

L'approche proposée dans cette communication différencie deux cas : l'océan agité qui engendre beaucoup de mousse et donc plus d'informations ou l'océan paisible avec peu d'amas de mousse qui dérivent au gré des courants. Dans les deux cas, il est important de classifier les objets en mouvement (fronts de vagues, brisures, amas de mousse). L'approche se concentre sur des informations liées aux déplacements, plutôt que sur des informations colorimétriques qui sont sujettes à des variations dues à la météo et à la luminosité.

Dans le cas agité, le même principe que la PIV est utilisé uniquement sur des sous-images comprises entre des fronts de vagues. En plus de la recherche des portions d'images corrélées, la méthode cherche à minimiser des fonctions coûts pour obtenir un déplacement proche en terme d'orientation et d'amplitude du déplacement des sous-images voisines.

Dans le cas paisible, la méthode effectue un suivi des différents objets en mouvement. Ce suivi des amas de mousse peut être réalisé avec des filtres particuliers ou avec des reconnaissances d'objets à partir d'informations statistiques.

Références

- [1] R. ALMAR, *Morphodynamique littorale haute fréquence par imagerie vidéo*, Thèse en Physique de l'environnement, Université Bordeaux 1, France, 2009.
- [2] C. C. CHICKADEL, R. A. HOLMAN, AND M. H. FREILIC, *An optical technique for the measurement of longshore currents*, Journal of Geophysical Research, vol. 108, pp. 3364, 2003.
- [3] K.T HOLLAND, J.A PULEO, T.N KOONEY, *Quantification of swash flows using video-based particle image velocimetry*, Coastal Engineering, vol. 44, issue 2, pp. 65-77 December 2001.

Stanislas LARNIER, Institut Élie Cartan, Université de Lorraine, B.P. 70239, 54506 Vandoeuvre-lès-Nancy, France
stanislas.larnier@inria.fr

A generalization of the Crouzeix–Raviart space to general meshes with application to quasi-incompressible linear elasticity

Simon LEMAIRE, IFP Énergies nouvelles

Daniele A. DI PIETRO, Université Montpellier 2

We consider a bounded connected polygonal or polyhedral domain, representing a linearly elastic medium in which inertia effects are negligible (this is the so-called quasistatic assumption). The mechanical behavior of the medium is described through Hooke’s law of linear elasticity and the data of its two Lamé parameters λ and μ , that we assume to be constant in the whole material. The first Lamé parameter λ takes into account the compressibility of the elastic structure. This strictly positive parameter may take unboundedly large values, reaching $+\infty$ in the case of an incompressible medium. As a consequence, the accuracy of numerical approximations of linear elasticity equations in a quasi-incompressible material must not depend on this parameter unless giving very poor results, this is the so-called locking phenomenon.

The inability of some numerical methods to correctly approximate the displacement field in a quasi-incompressible material is due to their inefficiency in approximating nontrivial solenoidal fields. This is the case, e.g., of lowest-order Lagrange finite elements. A classical way to circumvent the problem is to use a mixed formulation involving both the displacement and the stress as discrete unknowns. However, these methods are often computationally more expensive than primal ones where the displacement is the sole unknown. Actually, the problem of locking can also be addressed without resorting to mixed formulations. A good candidate on matching simplicial meshes to discretize the primal formulation is the Crouzeix–Raviart space, see e.g. the classical paper of Brenner and Sung [1]. The reason of that success lies in the properties of the Crouzeix–Raviart space, i.e., (i) the continuity of mean values at interfaces and (ii) the existence of an interpolator which preserves the mean value of the gradient (and of the divergence) inside each element while ensuring optimal approximation properties.

Our aim in this work is to extend the two key properties of the Crouzeix–Raviart space to general meshes, in order to derive a locking-free primal discretization of linear elasticity equations on general meshes. This work is motivated by industrial needs, in the context of computational geosciences (more particularly in reservoir modeling), where the user cannot adapt the mesh to the needs of the numerical scheme (since the discretization results from the seismic analysis) and where fairly general meshes (featuring polyhedral elements and severe non-conformities) can be encountered. Furthermore, the large scales considered in that context only allow to deal with lowest-order methods.

The generalization of the Crouzeix–Raviart space to general meshes borrows ideas from both hybrid finite volume (HFV) [3] and cell centered Galerkin (ccG) [2] methods. The range of admissible general meshes we consider is defined in [2]. In the spirit of ccG methods, the discrete space is constructed in three steps : (i) we fix the vector space of face- and cell-centered degrees of freedom (DOFs), which is the same as in HFV methods ; (ii) we define a suitable discrete gradient reconstruction operator mapping each vector of DOFs onto a piecewise constant gradient on a fictitious pyramidal submesh of the original mesh ; (iii) we define an affine reconstruction operator which maps every vector of DOFs onto a broken affine function on the fictitious pyramidal submesh obtained by a linear perturbation of face unknowns based on the gradient operator. The gradient and the reconstruction are finely tuned in order to obtain the desired properties. Note that the same ingredients can be used to construct a generalization of the Raviart–Thomas space.

Références

- [1] BRENNER, S. C. AND SUNG, L.-Y., *Linear finite element methods for planar linear elasticity*, Math. Comp., 59(200) :321–338, 1992.
- [2] DI PIETRO, D. A., *Cell centered Galerkin methods for diffusive problems*, M2AN Math. Model. Numer. Anal., 46(1) :111–144, 2012.
- [3] EYMARD, R. AND GALLOUËT, T. AND HERBIN, R., *Discretization of heterogeneous and anisotropic diffusion problems on general nonconforming meshes. SUSHI : a scheme using stabilization and hybrid interfaces*, IMA J. Num. Anal., 30(4) :1009–1043, 2010.

Simon LEMAIRE, IFP Énergies nouvelles, 1 & 4 avenue de Bois-Préau, 92852 Rueil-Malmaison Cedex, France
simon.lemaire@ifpen.fr

Convergence d'algorithmes pour le modèle Hartree-Fock en chimie quantique

Antoine LEVITT, Université Paris Dauphine

En mécanique quantique, l'évolution de N particules est décrite par l'équation de Schrödinger, une EDP linéaire sur $L^2(\mathbb{R}^{3N})$. Bien que cette équation permet en théorie d'obtenir les propriétés chimiques d'atomes et molécules de façon exacte, sa dépendance exponentielle en la taille du système la rend inutilisable pour la plupart des cas d'intérêt. Une des approximations les plus populaires, le modèle de Hartree-Fock, conduit une fois discrétisé à un système d'équations aux valeurs propres non-linéaires, qui sont ensuite résolues itérativement.

La convergence de ces algorithmes a été étudiée notamment par Cancès et Le Bris[2]. Ils ont expliqué les oscillations présentes dans l'algorithme de point fixe le plus simple, et proposé un nouvel algorithme, plus stable. Dans un travail récent[1], on raffine l'analyse de [2] en montrant le lien entre algorithmes de point fixe et de descente de gradient, et on prouve leur convergence via l'inégalité de Łojasiewicz, qui utilise l'analyticité de la fonctionnelle d'énergie pour obtenir des informations de non-dégénérescence des points critiques qui seraient difficiles à obtenir autrement. On obtient notamment des estimations de vitesse de convergence qui, bien qu'implicites, permettent de comparer les algorithmes entre eux.

Références

- [1] LEVITT, A., *Convergence of gradient-based algorithms for the Hartree-Fock equations*, ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 2012.
- [2] CANCÈS, E., LE BRIS, C., *On the convergence of SCF algorithms for the Hartree-Fock equations*, ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 2000.

Antoine LEVITT, CEREMADE, Université Paris Dauphine, Place du Maréchal De Lattre De Tassigny, 75775 Paris

levitt@ceremade.dauphine.fr

A High-dimensional Non-parametric Two-sample Test based on Spatial Partitions and Minimum Description Length

Alix LHÉRITIER, INRIA Sophia Antipolis

Frédéric CAZALS, INRIA Sophia Antipolis

Given two populations of n_x and n_y sample points in \mathbb{R}^D , a Two-sample Test is a statistical test assessing whether the two populations come from the same (unknown) distribution. With the advent of massive data in the realm of experimental sciences and engineering, the key challenges in designing such tests are to accommodate high-dimensional data exploiting their intrinsic dimensionality, in a non-parametric way. This work, which mixes constructions and arguments from information theory, statistics and computational geometry makes three contributions in this realm.

First, the two-sample test is transformed into a Likelihood Ratio Test where a conditional Bernoulli distribution needs to be estimated. Second, this distribution is estimated parsimoniously, so as to avoid overfitting, using the Minimum Description Length principle [Ris78]. In particular, we construct a *universal distribution*, i.e a function that assigns a probability to any given input asymptotically close to the one given by the best conditional Bernoulli distribution, the closeness being measured in terms of the *ideal normalized code length* (the negative logarithm of it, normalized by the total number of samples). This is achieved by combining a spatial partitioning scheme that yields a consistent estimator of the best empirical conditional entropy rate based on Bernoulli distributions and a *twice-universal distribution*, which, in a sense, automatically selects, for a given finite sequence, the best number of cells (given by the space partition) that are used as conditioning states. We show that the resulting two-sample test is consistent against fixed alternatives and its Type II error probability decreases at rate $O(n^{-1})$, where $n = n_x + n_y$. Third, we provide an algorithmic solution to the previous two steps by combining the ‘two-pass’ version of the Context Algorithm [Ris83, WRF95] outlined in [Noh93] with a random projection tree partitioning of \mathbb{R}^d [DF09] that adapts to intrinsic dimension. The resulting algorithm has time complexity $O(n \log n)$ on average and space complexity $O(n)$.

We tested our algorithm on d -dimensional gaussian samples with subtle differences in μ or Σ , with $d \in \{10, 30\}$ and sample sizes in the range $n \in [10^2, 10^6]$. To assess the performances as a function of the intrinsic versus extrinsic dimension, these samples were isometrically embedded into affine sub-spaces of \mathbb{R}^D with $D \in \{d, 2d\}$. For such subtle differences, large sample sizes ($n \approx 2e5$ or higher) are required to discriminate the populations and, therefore, low algorithmic complexity is of paramount importance. In comparison to the state-of-the-art linear-time kernel-based non-parametric test of [GBR⁺12], our algorithm exhibits, in some cases, empirical power up to 10 times higher. Also, we observe a sharp empirical Type I error rate of 0%.

Références

- [DF09] S. Dasgupta and Y. Freund. Random projection trees for vector quantization. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 55(7) :3229–3242, 2009.
- [GBR⁺12] A. Gretton, K.M. Borgwardt, M.J. Rasch, B. Schölkopf, and A. Smola. A kernel two-sample test. *The Journal of Machine Learning Research*, 13 :723–773, 2012.
- [Noh93] R. Nohre. *Topics in Descriptive Complexity*. PhD thesis, Technical University of Linköping, 1993.
- [Ris78] J. Rissanen. Modeling by shortest data description. *Automatica*, 14(5) :465–471, 1978.
- [Ris83] J. Rissanen. A universal data compression system. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 29(5) :656–664, 1983.
- [WRF95] M.J. Weinberger, J. Rissanen, and M. Feder. A universal finite memory source. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 41(3) :643–652, 1995.

Alix LHÉRITIER, 2004 Route des Lucioles, 06560 Sophia Antipolis
alix.lheritier@inria.fr

Comportements asymptotiques de plusieurs modèles de frottement

Vanessa LLERAS, I3M-Université Montpellier 2

Mihaï BOSTAN, Université Aix Marseille 3

De nombreux problèmes traduisant des phénomènes non linéaires en mécanique et en physique sont formulés à l'aide d'inéquations variationnelles. On rencontre de telles inéquations en étudiant les problèmes d'obstacle, les fluides de Bingham en visco-plasticité, les problèmes de torsion en élasto-plasticité, les problèmes de contact ou de Signorini, ainsi que ceux munis de la loi de frottement de Coulomb, etc. L'analyse mathématique comprend les questions d'existence, d'unicité et du comportement asymptotique.

Dans [2], on a étudié le comportement asymptotique de solutions de problèmes variationnels dépendant du temps issus de la mécanique du contact frottant. Plus particulièrement, on s'est intéressé au **comportement asymptotique** d'inégalités variationnelles quasi-statiques par rapport à des paramètres physiques tel que le **coefficient de frottement** ou le **coefficient de compliance**. La motivation était d'élargir certains résultats obtenus dans [1] en statique. On a commencé par étudier le problème simplifié de frottement quasi-statique [2] et par dualité convexe, on l'a reformulé en un problème standard d'évolution. Ainsi à l'aide de résultats sur les **opérateurs maximaux monotones**, on a pu étudier la **stabilité** de la solution par rapport au coefficient de frottement. Des estimations uniformes nous ont permis de décrire le premier terme du développement asymptotique.

Enfin on a étendu certains résultats obtenus au modèle quasi-statique de frottement avec compliance normale introduit par Odens et Martins dans les années 80 : Trouver $\mathbf{u}_\varepsilon \in W_{\text{loc}}^{1,p}(\mathbb{R}_+; \mathbf{V})$ telle que $\forall \mathbf{v} \in \mathbf{V}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{u}_\varepsilon(0) = \mathbf{u}_\varepsilon^0 \\ \mathbf{u}_\varepsilon(t) \in \mathbf{V} : \\ a(\mathbf{u}_\varepsilon(t), \mathbf{v} - \dot{\mathbf{u}}_\varepsilon(t)) + \varepsilon(j_N + j_T)(\mathbf{u}_\varepsilon(t), \mathbf{v}) - \varepsilon(j_N + j_T)(\mathbf{u}_\varepsilon(t), \dot{\mathbf{u}}_\varepsilon(t)) \\ \geq (\mathbf{F}(t), \mathbf{v} - \dot{\mathbf{u}}_\varepsilon(t)), \end{array} \right.$$

où $\mathbf{F} \in W_{\text{loc}}^{1,p}(\mathbb{R}_+; \mathbf{V})$ pour tout $p \in]1, +\infty]$, j_N correspond au travail virtuel de la contrainte normale et j_T est la puissance virtuelle des forces de frottement.

Références

- [1] M. BOSTAN, E. CANON ET P. HILD, *On asymptotic properties for some parameter dependent variational inequalities*, Nonlinear Analysis : Theory, Methods et Applications, 70, pp. 1663-1678, 2009.
- [2] M. BOSTAN ET V. LLERAS, *Some remarks on time-dependent variational problems and their asymptotic behaviour*, Nonlinear Analysis : Theory, Methods et Applications, 73, pp. 1820-1833, 2010.
- [3] R. GLOWINSKI, J.-L. LIONS ET R. TRÉMOLIÈRES, *Numerical analysis of variational inequalities*, Studies in Mathematics and its Applications, 8. North-Holland Publishing Co., Amsterdam-New York, 1981.

Instabilités haute-fréquence pour des systèmes de Klein-Gordon

Yong LU, Paris 7, IMJ

Nous considérons des systèmes semi-linéaires avec des fréquences caractéristiques $O(1/\varepsilon)$ et de grands termes sources semi-linéaires de taille $O(1/\sqrt{\varepsilon})$, de la forme :

$$\partial_t u + A(\partial_x)u + \frac{1}{\varepsilon}L_0 u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}B(u, u), \quad (1)$$

où B est une forme bilinéaire, $A = \sum_{1 \leq j \leq 3} A_j \partial_{x_j}$ avec A_j symétriques et L_0 constante et antisymétrique. La présence du terme constant $L_0 \neq 0$ est typique des systèmes décrivant des interactions laser-matière.

Pour des systèmes de ce type, Joly, Métivier et Rauch [1] ont mis en évidence des conditions de compatibilité qui assurent l'existence de solutions approchées WKB en temps $O(1)$.

Pour des systèmes satisfaisant ces conditions de compatibilité, nous montrons que des résonances associées aux termes principaux des solutions WKB peuvent générer des instabilités, au sens où des perturbations initiales très localisées en fréquence et arbitrairement petites en norme L^∞ génèrent des solutions qui s'éloignent des solutions WKB en temps $O(\sqrt{\varepsilon} |\ln \varepsilon|)$.

Nous donnons des exemples explicites de systèmes de Klein-Gordon qui admettent de telles solutions WKB instables.

C'est un travail en collaboration avec mon directeur de thèse Benjamin Texier.

Références

- [1] J.-L. JOLY, G. MÉTIVIER, J. RAUCH, *Transparent nonlinear geometric optics and the Maxwell-Bloch equations*, J. Diff. Eq., vol. 166 (2000), 175-250.

Sur un problème inverse de source dans des équations de transport $2D$ à coefficients variables

Adel HAMDI, INSA de Rouen

Imed MAHFOUDHI, INSA de Rouen

08 Mars 2013

Nous nous intéressons à la localisation d'une source ponctuelle et l'identification par rapport au temps de sa fonction de débit constituant le second membre d'une équation d'évolution bidimensionnelle de type advection-diffusion-réaction. Il s'agit d'un problème inverse non-linéaire de source. L'originalité de ce travail réside dans l'étude du cas général des équations de transport à tenseur de diffusion et champ de vitesse variables en espace. Plus précisément, nous cherchons à localiser la position S et à reconstituer l'historique par rapport au temps de la fonction de débit $\lambda(\cdot)$ impliquées dans le système suivant :

$$\begin{array}{ll} L[u](x, t) = \lambda(t)\delta(x - S) & \text{dans } \Omega \times (0, T) \\ u(\cdot, 0) = 0 & \text{dans } \Omega \\ u = 0 & \text{sur } \Gamma_{in} \times (0, T) \\ D\nabla u \cdot \nu = 0 & \text{sur } (\Gamma_L \cup \Gamma_{out}) \times (0, T) \end{array}$$

$L[u](x, t) := \partial_t u(x, t) - \text{div}(D(x)\nabla u(x, t)) + V(x)\nabla u(x, t) + Ru(x, t)$, δ représente la masse de Dirac et Ω est un ouvert borné de R^2 à frontière $\partial\Omega = \Gamma_{in} \cup \Gamma_L \cup \Gamma_{out}$ Lipschitzienne. En outre, D désigne le tenseur de diffusion représenté par une matrice 2×2 symétrique et définie positive, V est le champ de vitesse et R correspond au coefficient de réaction.

Nous montrons, sous quelques hypothèses raisonnables, que les éléments S et $\lambda(\cdot)$ définissant la source recherchée sont identifiables de façon unique à partir de la mesure de l'état u sur la frontière de sortie Γ_{out} et la mesure de son flux $D\nabla u \cdot \nu$ sur la frontière d'entrée Γ_{in} . Ensuite, nous établissons une méthode d'identification basée sur quelques résultats de contrôlabilité frontière exacte permettant de déterminer S et $\lambda(\cdot)$ à partir de la donnée des mesures frontières requises.

Une motivation à ce travail porte sur un problème de contrôle de l'environnement dont le but est l'identification des sources de pollution dans les eaux surface. Quelques résultats numériques effectués sur une variante du modèle de *DBO* (Demande Biologique en Oxygène) concernant la pollution de l'eau d'une rivière sont présentés.

Références

- [1] APHA (1998) Standard Methods for the Examination of Water and Wastewater, 18th ed., American Public Health Association, Washington, DC. Bulut, V.N
- [2] Hamdi A. (2009) The recovery of a time-dependent point source in a linear transport equation : application to surface water pollution, *Inverse Problems*, Vol. 25, Num. 7, pp. 75006-23
- [3] Linfield C. Brown and Thomas O. Barnwell, The enhanced stream water quality models QUAL2E and QUAL2E-UNCAS : Documentation and user manuel, EPA : 600/3-87/007, May 1987.
- [4] Lions J. L. (1992) Pointwise control for Distributed Systems in Control and Estimation in distributed Parameters Systems, Edited by Banks H.T. SIAM.
- [5] Okubo (1980) Diffusion and Ecological Problems : Mathematical Models, *Springer-Verlag, New York*.

Adel HAMDI, Laboratoire de mathématiques LMI Avenue de l'Université, 76801 Saint-Etienne-du-Rouvray Cedex-France

Adel.Hamdi@insa-rouen.fr

Imed MAHFOUDHI, Laboratoire de mathématiques LMI Avenue de l'Université, 76801 Saint-Etienne-du-Rouvray Cedex-France

Imed.Mahfoudhi@insa-rouen.fr

Optimisation topologique des écoulements et des transferts de chaleur en régime laminaire

Gilles MARCK, Mines ParisTech - Centre efficacité Énergétique des Systèmes

Maroun NEMER, Mines ParisTech - Centre efficacité Énergétique des Systèmes

Jean-Luc HARION, Univ Lille Nord de France, Mines Douai - Énergétique Industrielle

L'optimisation topologique de systèmes sujets à un écoulement fluide présente un potentiel important pour la conception de structures optimales et innovantes. Les travaux exposés étendent les concepts initialement introduits par Bendsoe, Sigmund et Allaire [1, 2] à l'optimisation d'écoulements laminaires (Navier-Stokes) couplés au transport de la chaleur. Soit Ω , un ouvert connexe, borné en dimension 2 ou 3. On appelle ω le domaine occupé par le fluide, de sorte que $\Omega \setminus \omega$ représente le domaine occupé par le solide. On désigne par \mathbf{u} la vitesse, par P la pression, et par T la température. Le triplet (\mathbf{u}, P, T) est solution du système d'équations couplées

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \alpha(\chi_\omega)\mathbf{u} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

$$\rho C_p(\mathbf{u} \cdot \nabla)T = \nabla \cdot (k(\chi_\omega)\nabla T) \quad (3)$$

où χ_ω représente la fonction caractéristique de ω . Le terme additionnel $\alpha \mathbf{u}$ de l'éq. (2) s'inspire de la modélisation des écoulements en milieu poreux et simule les domaines solides quand $\alpha(0) \rightarrow +\infty$ ou fluides quand $\alpha(1) \rightarrow 0$. De même, la conductivité thermique k est fonction de χ_ω et varie entre k_f et k_s . On s'intéresse au problème consistant à déterminer la meilleure répartition de ω dans Ω en vue d'obtenir le "meilleur" transfert de chaleur possible à l'aide du fluide, entre une entrée et une sortie de la géométrie Ω . Il est alors naturel de considérer le problème multiobjectif suivant :

$$\inf_{\chi_\omega \in \mathcal{A}_{\bar{\varphi}}} J(\chi_\omega)$$

où l'ensemble $\mathcal{A}_{\bar{\varphi}}$ des domaines admissibles est défini par $\mathcal{A}_{\bar{\varphi}} = \{\chi_\omega \in L^\infty(\Omega, \{0, 1\}), |\omega| \leq \bar{\varphi}|\Omega|\}$, avec $\bar{\varphi}$, un paramètre réel entre 0 et 1, et J désigne une combinaison convexe des fonctions objectif J_d et J_e :

$$J_d(\mathbf{u}, P) = \int_{\partial\Omega} - \left(P + \frac{1}{2} \rho |\mathbf{u}|^2 \right) \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \quad \text{et} \quad J_e(\mathbf{u}, T) = \int_{\partial\Omega} - (\rho C_p T) \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}$$

La fonction J_d est relative à la minimisation de l'énergie mécanique dissipée par l'écoulement, tandis que J_e traduit la maximisation de l'énergie thermique qui lui est transférée. Étant donné que ce type de problème est souvent mal posé, on en présentera une formulation relaxée, ainsi qu'un algorithme d'optimisation paramétrique.

Le processus d'optimisation s'appuie sur une méthode itérative basée sur un solveur direct, une évaluation de la dérivée de forme et un algorithme d'optimisation numérique utilisant la méthode des points intérieurs [3]. La descente de l'algorithme est estimée à l'aide d'un calcul de dérivée de forme nécessitant l'introduction d'un état adjoint. Nous avons déterminé numériquement l'ensemble des solutions Pareto-optimales pour un écoulement bi-dimensionnel s'établissant au centre de deux parois à température constante. L'efficacité de l'algorithme sera illustrée par l'identification de la forme et de la topologie des domaines optimaux, lorsqu'il y a existence, et la visualisation des phénomènes d'homogénéisation sinon.

Références

- [1] BENDSOE, M., SIGMUND, O., *Topology Optimization : Theory, Methods & Applications*, Springer, 2003.
- [2] ALLAIRE, G., *Conception optimale de structures*, Springer, 2006.
- [3] MARCK, G., NEMER, M., HARION, J.-L., RUSSEIL, S., BOUGEARD, D., *Topology optimization using the SIMP method for multiobjective conductive problems*, Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals, 61(6), 439–470, 2012.

Gilles MARCK, Mines ParisTech, CES, 60 Bd St Michel 75272 Paris Cedex 06, France
gilles.marck@mines-paristech.fr

Unicité et Régularité pour les Équations d'Oseen

Chérif AMROUCHE, Université de Pau et des Pays de l'Adour.

Mohamed MESLAMENI, Université de Pau et des Pays de l'Adour.

Sarka NECASOVA, Mathematical Institute of the Academy of Sciences.

Mots-clés : Oseen equation, Weighted Sobolev spaces, Exterior domain.

On s'intéresse ici aux équations linéarisées de Navier-Stokes posées dans des domaines extérieurs ou l'espace entier en dimension trois : En considérant \mathbf{u} le champ des vitesses et π le champ de pression, on aboutit au système suivant :

$$-\Delta \mathbf{u} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla \pi = \mathbf{f}, \quad \operatorname{div} \mathbf{u} = h \quad \text{dans } \Omega \quad \text{et} \quad \mathbf{u} = \mathbf{g} \quad \text{sur } \Gamma, \quad (1)$$

avec $\mathbf{v} \in \mathbf{L}^3(\Omega)$ à divergence nulle. On suppose ici que Ω est le complémentaire d'un ouvert borné connexe et que Ω est aussi connexe et $\partial\Omega$ est de classe $C^{1,1}$.

Le but est d'étudier l'existence de solutions généralisées et de solutions fortes dans un cadre général non hilbertien. Ce problème a été bien étudié lorsqu'il est posé sur un ouvert borné. Les espaces de Sobolev classiques fournissent, dans ce cas, un cadre fonctionnel adéquat pour une étude complète, voir Amrouche et Rodriguez-Bellido [2]. Lorsque le domaine n'est pas borné, les espaces de Sobolev classiques sont en revanche souvent inadaptes. C'est pourquoi il est nécessaire d'introduire d'autres espaces fonctionnels pour contrôler le comportement des solutions à l'infini ces espaces sont les espaces de Sobolev avec poids. Lorsque $\Omega = R^3$, ce problème a été étudié dans ce type d'espaces par Amrouche et Consiglieri voir [1] mais en imposant une condition de petitesse très forte sur la donnée \mathbf{v} : Il existe une constante positive k qui dépend seulement de p tel que

$$\|\mathbf{v}\|_{\mathbf{L}^3(R^3)} < k. \quad (2)$$

Notre travail consiste à améliorer, dans un premier temps, le résultat prouvé par Amrouche et Consiglieri [1], en éliminant la condition (2) et dans un deuxième temps de l'étendre à un domaine extérieur Ω .

Références

- [1] C. AMROUCHE, L. CONSIGLIERI, *On the stationary Oseen equations in R^3* , Communications in Mathematical Analysis, **10** (1), 5–29, 2011.
- [2] C. AMROUCHE, M. A. RODRIGUEZ-BELLIDO, *Stokes, Oseen and Navier-Stokes equations with singular data*, Archive for Rational Mechanics and Analysis, **199** (2), 597–651, 2011.

Chérif AMROUCHE, UMR CNRS 5142 Bâtiment IPRA, Avenue de l'Université - BP 1155 64013 PAU CEDEX

cherif.amrouche@univ-pau.fr

Mohamed MESLAMENI, UMR CNRS 5142 Bâtiment IPRA, Avenue de l'Université - BP 1155 64013 PAU CEDEX

mohamed.meslameni@univ-pau.fr

Sarka NECASOVA, Ziná 25, 11567 Praha 1, Czech Republic

matus@math.cas.cz

Homogenization of the wave equation in one-dimension

Thi Trang NGUYEN, FEMTO-ST Institute, Université de Franche-Comté

Michel LENCZNER, FEMTO-ST Institute, Université de Franche-Comté

Matthieu BRASSART, Université de Franche-Comté

Homogenization of the wave equation in the bounded domain Ω with the time-independent coefficients has been carried out in several papers. For example in [2], the solution of the homogenized problem is a weak limit, when period tends to 0 of a subsequence of the solution. However, there are no fast time oscillations. Then it can not model correctly the physical solution. In order to overcome this problem, a method for two-scale model derivation of the periodic homogenization of the wave equation has been developed in [1]. It allows to analyze the oscillations occurring on both time and space for low and high frequency waves. Unfortunately, the boundary conditions of the homogenized model have not been found. Therefore, developing the boundary conditions of the homogenized model is critical and it is the main motivation of our works. In this presentation, we use the same method as in [1] for the homogenization for the wave model in one dimension. A new result on the asymptotic behavior of waves regarding the boundary conditions has been obtained and will be presented for the first time. Numerical simulations will be provided.

Références

- [1] M. BRASSART, M. LENCZNER, *A two-scale model for the periodic homogenization of the wave equation*, J. Math. Pures Appl. 93 (2010) 474 – 517.
- [2] S. BRAHIM-OTSMANE, G.A. FRANCFORT, F. MURAT, *Correctors for the homogenization of the wave and heat equations*, J. Math. Pures Appl. 71 (1992) 197 – 231.

Thi Trang NGUYEN, FEMTO-ST, 26 Chemin de l'Épitaphe, 25000 Besançon, France.
thitrang.nguyen@femto-st.fr

Michel LENCZNER, FEMTO-ST, 26 Chemin de l'Épitaphe, 25000 Besançon, France.
michel.lenczner@utbm.fr

Matthieu BRASSART, Laboratoire de Mathématiques de Besançon, 16 Route de Gray, 25030 Besançon, France.

matthieu.brassart@univ-fcomte.fr

Méthode de Monte Carlo et des grilles clairsemées anisotropes pour la modélisation du transport de soluté dans un milieu aléatoire

Mestapha OUMOUNI, Université Ibn Tofaïl et Université de Rennes

J. ERHEL, INRIA Rennes Bretagne Atlantique

Z. MGHAZLI, Université Ibn Tofaïl

Mots-clés : EDP elliptique avec un coefficient aléatoire, Méthodes des grilles clairsemées anisotropes, Advection-diffusion, Extention et dispersion, Marche aléatoire, Schémas d'Euler pour les EDS.

Nous présentons une analyse numérique d'une méthode probabiliste et déterministe pour quantifier la migration d'un contaminant dans un milieu aléatoire. Plus précisément, nous considérons le problème d'écoulement en régime stationnaire avec un coefficient de perméabilité stochastique, couplé avec l'équation d'advection-diffusion. Nous nous sommes intéressés à l'approximation aux moyennes de l'extention et de la dispersion du soluté [5, 1, 4, 3]. Le modèle de l'écoulement est discrétisé par la méthode des grilles clairsemées anisotrope [6, 2] dans l'espace stochastique et la méthode des éléments finis mixtes dans l'espace physique. Le champ aléatoire de la concentration est regardé, pour chaque réalisation, comme une densité de probabilité d'un processus qui est solution d'une équation différentielle stochastique. Cette dernière est discrétisée par un schéma d'Euler. La dispersion, définie comme la dérivée temporelle de l'extention, est calculée explicitement en utilisant le lemme d'Itô [3], ainsi comme l'extention, elle est donnée en fonction d'un processus stochastique. Les moyennes de l'extention et de la dispersion sont approchées par un échantillonnage de Monte Carlo. Nous présentons aussi des estimations d'erreur a priori sur les moyennes de l'extention et de la dispersion.

Des tests numériques avec un paramètre de diffusion sous la forme $k(y, x) = \exp\left(\sum_{n=1}^N b_n(x)y_n\right)$ seront présentés, et les résultats numériques confirment l'efficacité de l'approche établie.

Références

- [1] J. ERHEL, "PARADIS : modélisation stochastique du transport de soluté dans un milieu hétérogène", CANUM 21-25 mai 2012, SuperBesse, France, invited plenary talk.
- [2] J. ERHEL Z. MGHAZLI, M. OUMOUNI, . "An anisotropic sparse grid method for a stochastic problem". In preparation, SM2A 10-13 september 2012, Marrakech, Morocco.
- [3] J. ERHEL Z. MGHAZLI, M. OUMOUNI, . " Numerical analysis of a method quantifying a solute transport in random media", Mamern 22-25 April 2013, Spain.
- [4] J.-R. DE DREUZY, A. BEAUDOIN, AND J. ERHEL. " Asymptotic dispersion in 2D heterogeneous porous media determined by parallel numerical simulations. Water Resource Research, 43 (W10439, doi :10.1029/2006WR005394), 2007.
- [5] GELHAR, L. "Stochastic Subsurface Hydrology", Engelwood Cliffs, New Jersey (1993).
- [6] F. NOBILE, R. TEMPONE, AND C.WEBSTER, "An anisotropic sparse grid stochastic collocation method for elliptic partial differential equations with random input data", SIAM J. Numer. Anal, 2008, vol. 46/5, pp. 2411-2442.

Mestapha OUMOUNI, LIRNE-EIMA, Université Ibn Tofaïl, Faculté des Sciences B.P. 133 Kenitra, MAROC
mestapha.oumouni@irisa.fr

J. ERHEL, SAGE, INRIA Rennes Bretagne Atlantique, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes cedex, France
jocelyne.erhel@inria.fr

Z. MGHAZLI, LIRNE-EIMA, Université Ibn Tofaïl, Faculté des Sciences B.P. 133 Kenitra, MAROC
mghazli_zoubida@yahoo.com

Asymptotique diffusive pour un modèle cinétique de mélange gazeux

Laurent BOUDIN, UPMC & Inria

Bérénice GREC, Univ. Paris Descartes

Milana PAVIĆ-COLIĆ, ENS Cachan & Univ. de Novi Sad

Francesco SALVARANI, Univ. di Pavia

Nous considérons un mélange gazeux constitué de plusieurs espèces qui interagissent seulement mécaniquement, voir [2] par exemple. Son évolution est décrite par un système d'équations de Boltzmann pour chaque espèce. De plus, nous étudions le *scaling* diffusif, c'est-à-dire $(t, x) \mapsto (t/\varepsilon^2, x/\varepsilon)$ pour $\varepsilon > 0$. À l'aide d'un développement de Hilbert pour chaque f_i^ε , l'identification des termes de plus bas ordres en ε nous fournit deux égalités successives. En premier lieu, à l'ordre le plus élevé, la théorie H permet d'affirmer que l'on est proche de l'équilibre.

Puis nous obtenons une équation fonctionnelle impliquant un opérateur linéaire agissant uniquement sur la vitesse. Pour la résoudre, nous utilisons l'alternative de Fredholm.

Nous prouvons d'abord la compacité de l'opérateur. D'une part, nous pouvons étendre les techniques introduites par Grad [3] lorsque les masses molaires sont égales. Cependant, quand les masses molaires sont différentes, le traitement requiert une autre approche. Nous proposons une nouvelle technique basée sur une vision originale des règles de collisions.

Après avoir prouvé la compacité, l'alternative de Fredholm assure l'existence d'une solution à l'équation fonctionnelle sous une condition portant sur la densité macroscopique totale du mélange.

Ce travail fait l'objet de l'article [1].

Références

- [1] L. BOUDIN, B. GREC, M. PAVIĆ ET F. SALVARANI, *Diffusion asymptotics of a kinetic model for gaseous mixtures*, Kinet. Relat. Models 6(1), 137–157 (2013).
- [2] L. DESVILLETES, R. MONACO ET F. SALVARANI, *A kinetic model allowing to obtain the energy law of polytropic gases in the presence of chemical reactions*, Eur. J. Mech. B Fluids, 24(2), 219–236, (2005).
- [3] H. GRAD, *Asymptotic theory of the Boltzmann equation. II*, in Rarefied Gas Dynamics (Proc. 3rd Internat. Sympos., Palais de l'UNESCO, Paris, 1962 I), 26–59. Academic Press, New York, (1963).

Laurent BOUDIN, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598 LJLL, Paris, F-75005, France & INRIA Paris-Rocquencourt, Équipe-projet Reo, BP 105, F-78153 Le Chesnay Cedex, France
laurent.boudin@upmc.fr

Bérénice GREC, MAP5, CNRS UMR 8145, Université Paris Descartes, Sorbonne Paris Cité, 45 Rue des Saints Pères, F-75006 Paris, France & INRIA Paris-Rocquencourt, BP 105, F-78153 Le Chesnay Cedex, France
berenice.grec@parisdescartes.fr

Milana PAVIĆ-COLIĆ, CMLA, ENS Cachan, PRES UniverSud Paris, 61 Avenue du Président Wilson, F-94235 Cachan Cedex, France & Department za matematiku i informatiku, Prirodno-matematički fakultet, Univerzitet u Novom Sadu, Trg Dositeja Obradovića 4, 21000 Novi Sad, Serbie
milana.pavic@cmla.ens-cachan.fr, milana.pavic@dmi.uns.ac.rs

Francesco SALVARANI, Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Pavia, I-27100, Pavia, Italie
francesco.salvarani@unipv.it

Conditions d'optimalité pour des solutions fortes de problèmes de contrôle optimal

Laurent PFEIFFER, Inria-Saclay et CMAP, Ecole Polytechnique

Frédéric BONNANS, Inria-Saclay et CMAP, Ecole Polytechnique

Xavier DUPUIS, Inria-Saclay et CMAP, Ecole Polytechnique

Dans cet exposé, nous considérons un problème de contrôle optimal avec contraintes sur l'état final, contraintes pures et contraintes mixtes. Les données du problème sont aussi régulières que nécessaire. Un contrôle admissible \bar{u} dont la trajectoire associée est notée \bar{y} est appelé solution forte s'il existe $\varepsilon > 0$ tel que (\bar{u}, \bar{y}) est optimal par rapport à toutes les trajectoires admissibles (u, y) telles que $\|y - \bar{y}\|_\infty \leq \varepsilon$.

En premier lieu, nous donnons des conditions nécessaires du second ordre. Lorsque l'on considère des solutions faibles, il est connu que le supremum par rapport aux multiplicateurs de Lagrange d'une certaine forme quadratique Ω doit être positif pour les directions critiques du problème [1]. En utilisant une technique de relaxation introduite notamment dans [3] et appelée *sliding modes*, nous obtenons des conditions plus fortes pour les solutions fortes : le supremum de Ω par rapport aux multiplicateurs de Pontryaguine doit être positif sur le cône critique. Les multiplicateurs dits de Pontryaguine sont les multiplicateurs de Lagrange pour lesquels le principe du maximum est vérifié.

Puis, nous donnons des conditions suffisantes, qui garantissent une propriété de croissance quadratique. Nos conditions supposent que le supremum de Ω , toujours pris par rapport aux multiplicateurs de Pontryaguine, est strictement positif sur le cône critique (privé de 0) et que le hamiltonien est à croissance quadratique. Nous supposons également que Ω est une forme de Legendre. La preuve de notre résultat est fondée sur une extension du principe de décomposition, introduit dans [2], qui permet de calculer un développement de Taylor du lagrangien du problème lorsque le contrôle est loin de \bar{u} en norme infinie, mais proche en norme L^2 .

Références

- [1] BONNANS, J. F., HERMANT, A., *Second-order Analysis for Optimal Control Problems with Pure State Constraints and Mixed Control-State Constraints*, Annals of I.H.P. - Nonlinear Analysis, 26 :561-598, 2009.
- [2] BONNANS, J. F., OSOLOVSKIĬ, N. P., *Second-order analysis of optimal control problems with control and initial-final state constraints*, J. Convex analysis, 17(3) :885-913, 2010.
- [3] DMITRUK, A. V., *Maximum principle for the general optimal control problem with phase and regular mixed constraints*, Comput. Math. Model., 4(4) :364-377, 1993.

Laurent PFEIFFER, Inria-Saclay et CMAP, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex
laurent.pfeiffer@polytechnique.edu

Approximation hyperbolique de l'équation de Vlasov uniquement en espace

Nhung PHAM, Université de Strasbourg

Philippe HELLUY, Université de Strasbourg

Nous considérons l'équation de Vlasov couplée aux équation de Maxwell pour le champ électromagnétique ou, dans un cas simplifié à l'équation de Poisson pour le champ électrique uniquement.

Dans le cas général tridimensionnel (3D), le système est très complexe car il faut résoudre une équation de transport avec 7 variables (en position, en vitesse et le temps) donc la simulation numérique est très couteuse.

La méthode Particle-In-Cell (PIC) (voir [1, 2]) est une méthode connue pour résoudre le système, mais, comme elle repose sur un choix aléatoire de particules, elle est sujette au bruit numérique. De plus, c'est difficile pour assurer la conservation de l'énergie. Par conséquent, les méthodes Eulerienne sur maillage pour résoudre l'équation cinétique sont de plus en plus populaires. Elles peuvent mieux assurer la conservation et réduire le bruit (voir [4]).

Nous construisons une approximation hyperbolique de l'équation de Vlasov dans laquelle la dépendance de la variable de vitesse est supprimée. Le modèle résultant a des propriétés intéressantes de conservation et d'entropie. Nous proposons un schéma de volumes finis pour résoudre numériquement ce système hyperbolique.

Nous appliquons nos approches dans le cas simplifié du modèle de Vlasov unidimensionnel (1D). Nous présentons les résultats numériques de deux cas tests classiques en physique des plasmas : l'amortissement Landau et l'instabilité double faisceau.

Nous testons aussi une autre approche, basée sur [3], qui consiste à effectuer une transformée de Fourier par rapport à la variable de vitesse. Avec une discrétisation par éléments finis bien choisie, nous obtenons là aussi un système réduit hyperbolique. Le choix des conditions aux limites en Fourier est essentiel pour assurer l'hyperbolicité et la stabilité du schéma.

Références

- [1] C.K. BIRDSALL AND A.B. LANGDON, *Plasma Physics via Computer Simulation*, Institute of Physics (IOP), Series in Plasma Physics, 1991.
- [2] D. TSKHAKAYA, R. SCHNEIDER, *Optimization of PIC codes by improved memory management*, Journal of Computational Physics, Volume 225, Issue 1, 2007.
- [3] ELIASSON, *Outflow boundary conditions for the Fourier transformed one-dimensional Vlasov-Poisson system*, JJ. Sci. Comput. , 2001.
- [4] F. FILBET, E. SONNENDRÜCKER, *Comparison of Eulerian Vlasov solvers*, Comput. Phys. Commun., 2003.

Optimisation de forme sous contrainte de diamètre

Yannick PRIVAT, Université Paris 6, LJLL

Antoine HENROT, Université de Lorraine, IECL

Jimmy LAMBOLEY, Université Paris Dauphine, CEREMADE

Dans cet exposé, nous nous intéressons à des problèmes d'optimisation de forme, dans lesquels le diamètre des domaines admissibles est supposé fixé. Typiquement, nous considérons un problème s'écrivant sous la forme

$$\min \left\{ J(\Omega) \mid \Omega \subset \mathbb{R}^2 \text{ convexe et } \text{Diam}(\Omega) = \alpha \right\}, \quad (1)$$

où J désigne une fonctionnelle de forme. Cette étude s'inscrit dans la continuité de travaux récents sur les contraintes de convexité dans les problèmes d'optimisation de forme géométrique ([2]) ou sous contrainte EDP ([3]).

Après avoir présenté des conditions générales sur la fonctionnelle $\Omega \mapsto J(\Omega)$ garantissant l'existence de solutions pour le problème (1), nous écrirons les conditions d'optimalité aux premier et second ordres, que nous utiliserons pour établir des propriétés qualitatives des ensembles optimaux. En particulier, nous discuterons de la saturation des contraintes de convexité et/ou de diamètre et des conséquences géométriques pour les solutions. Cela sera illustré par des exemples variés.

Nous considérerons en particulier la famille de fonctionnelles

$$J_\gamma(\Omega) = \gamma|\Omega| - \text{Per}(\Omega),$$

où γ désigne un nombre réel positif. Nous caractériserons précisément les solutions de ce problème en fonction des paramètres α et γ , et montrerons qu'elles sont de natures très diverses (triangle de Reuleaux, polygone régulier ou irrégulier, segment, etc.). Mentionnons que les auteurs de [1] se sont intéressés à l'optimisation des fonctionnelles $J_\gamma(\Omega)$ sous des contraintes de convexité particulières.

Par ailleurs, nous expliquerons comment déduire de cette étude des inégalités quantitatives de type "isopérimétrique" sur le périmètre, l'aire et le diamètre des domaines convexes de \mathbb{R}^2 .

Références

- [1] C. BIANCHINI, A. HENROT, *Optimal sets for class of minimization problems with convex constraints*, J. Conv. Analysis **19**, no. 3, 725–758 (2012).
- [2] J. LAMBOLEY, A. NOVRUZI, *Polygons as optimal shapes under convexity constraint*, SIAM Cont. Optim. **48**, no. 5, 3003–3025 (2009).
- [3] J. LAMBOLEY, A. NOVRUZI, M. PIERRE, *Regularity and singularities of optimal convex shapes in the plane*, Arch. Rat. Mech. Analysis **205**, no. 1, 311–343 (2012).

Yannick PRIVAT, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), Laboratoire Jacques-Louis Lions, CNRS, UMR 7598, 4 place Jussieu, BC 187, 75252 Paris cedex 05, FRANCE

yannick.privat@upmc.fr

Antoine HENROT, École des Mines, Campus Artem, CS 14234, 54042 Nancy Cedex

antoine.henrot@iecn.u-nancy.fr

Jimmy LAMBOLEY, Université Paris-Dauphine, Place du Marchal de Lattre de Tassigny 75775 PARIS

lamboley@ceremade.dauphine.fr

Taux de contraction de flots croissants sur un cône et application au contrôle stochastique

Zheng QU, INRIA and CMAP, École Polytechnique

Stéphane GAUBERT, INRIA and CMAP, École Polytechnique

Considérons une équation différentielle non autonome $\dot{x}(t) = \phi(t, x(t))$ où ϕ est une fonction continue sur $[0, T] \times \text{int}(\mathcal{C})$ et \mathcal{C} est un cône dans un espace de Banach. On suppose que ϕ est localement Lipschitzienne par rapport à la variable x , uniformément au temps t . Le flot associé au champ de vecteurs ϕ est noté par $U_s(\cdot)$. On suppose que le flot est croissant, c.à.d. $U_s^t(x_1) \geq U_s^t(x_2)$ pour tout $0 \leq s < t < T$ si $x_1 \geq x_2$ où ' \geq ' est l'ordre partiel induit par le cône \mathcal{C} . La métrique de Thompson est définie sur $\text{int}(\mathcal{C})$ par :

$$d_T(x, y) := \log \max(M(x/y), M(y/x)), \quad M(x/y) := \inf\{\lambda > 0 \mid x \leq \lambda y\}.$$

Notre résultat principal est le suivant.

Théorème 1 *Soit $\mathcal{U} \subset \text{int}(\mathcal{C})$ un ouvert tel que $\lambda\mathcal{U} \subset \mathcal{U}$ pour tout $\lambda \in (0, 1]$. Alors pour tout $x, y \in \mathcal{U}$ et tout $0 \leq s \leq t < T$ tels que $U_s^t(x), U_s^t(y) \in \mathcal{U}$, on a*

$$d_T(U_s^t(x), U_s^t(y)) \leq e^{\alpha(t-s)} d_T(x, y), \quad \text{où} \quad \alpha := \sup_{s \in [0, T], x \in \mathcal{U}} M((D\phi(s, x)x - \phi(s, x))/x).$$

En appliquant le Théorème 1 à l'équation de Riccati standard (les paramètres matriciels sont définis positifs), on retrouve des résultats de Wojtowski, Liverani et Lawson, Lim sur le taux de contraction du flot de Riccati pour la métrique de Thompson. Le Théorème 1 peut aussi être appliqué à l'équation de Riccati sans contrainte de positivité sur les paramètres matriciels, pour laquelle les approches symplectiques de Wojtowski, Liverani, Lawson et Lim ne sont plus adaptées. En particulier un corollaire montre une stricte contraction ($\alpha < 0$) du flot sur un domaine borné. Ce dernier résultat a trouvé récemment une application à l'estimation de complexité d'une méthode d'atténuation de la malédiction de la dimension introduite par McEneaney, pour une classe de problème de contrôle linéaires quadratiques avec commutations.

Notre application principale concerne cependant ici l'équation de Riccati généralisée, apparaissant dans le problème de contrôle stochastique quadratique avec une dynamique bilinéaire en le bruit et le contrôle. On déduit du Théorème 1 que le flot associé à l'équation de Riccati généralisée est localement contractant pour la métrique de Thompson, et on calcule explicitement le taux de contraction. Par ailleurs, on prouve que contrairement à l'équation de Riccati standard, l'équation de Riccati généralisée n'admet pas une contraction globale.

De plus, on montre que la métrique de Thompson est la seule métrique invariante de Finsler pour laquelle le flot associé à l'équation de Riccati généralisée soit contractant. En particulier, le flot n'est pas contractant pour la métrique Riemannienne, ce qui montre qu'un résultat de Bougerol relatif à l'équation de Riccati standard ne peut pas être étendu à celle de Riccati généralisée.

On note que Nussbaum a traité le problème de calcul du taux de contraction sans l'hypothèse sur la monotonie du flot. Son approche est basée sur la structure Finsler de la métrique de Thompson. En dimension finie, si le flot est croissant et si le domaine \mathcal{U} est géodésiquement convexe, le Théorème 1 peut être déduit comme un corollaire des siens. Cependant, dans certains cas où le domaine \mathcal{U} n'est pas géodésiquement convexe, notre résultat, basé sur la caractérisation d'ensembles invariants d'un flot, permet d'obtenir une meilleure estimation du taux de contraction.

Références

- [1] S. GAUBERT AND Z. QU, *The contraction rate in Thompson metric of order-preserving flows on a cone - application to generalized Riccati equations*, arXiv :1206.0448
- [2] Z. QU, *Contraction of Riccati flows applied to the convergence analysis of a max-plus curse of dimensionality free method*, arXiv :1301.4777

Zheng QU, Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau
zheng.qu@polytechnique.edu

Stéphane GAUBERT, Centre de Mathématiques Appliquées, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau
stephane.gaubert@inria.fr

Méthode de resommation de séries divergentes utilisée comme schéma d'intégration temporelle

Dina RAZAFINDRALANDY, Université de La Rochelle

Aziz HAMDOUNI, Université de La Rochelle

Erwan LIBERGE, Université de La Rochelle

Ahmad DEEB, Université de La Rochelle

Mots-clés : Resommation de Borel-Laplace, schéma numérique, mécanique des fluides

Les séries divergentes apparaissent en science de l'ingénieur lors de la résolution d'une équation différentielle ou d'une équation aux dérivées partielles. C'est généralement le cas, par exemple, lorsqu'on cherche la solution de l'équation de la chaleur sous forme d'un développement en série formelle temporelle [1]. La divergence de la série indique l'existence de directions singulières. La solution $u(t)$ n'est alors holomorphe que dans un voisinage sectoriel de l'origine ne contenant pas ces directions singulières.

Connaissant les coefficients de la série formelle $\hat{u}(t) = \sum_{k \geq 0} u_k t^k$, on peut approcher $u(t)$ en appliquant la méthode de resommation de Borel-Laplace décrite ci-après, à condition que la série est de Gevrey, c'est-à-dire que u_k est dominé par $(k!)^s$ où $s > 0$. Dans ce cas, la série initiale n'est autre que le développement asymptotique de la solution au sens de Gevrey. Cette condition est vérifiée par l'équation de la chaleur, l'équation de Burgers, et plus généralement par les équations de Navier-Stokes [2].

La méthode de resommation de Borel-Laplace consiste à

- calculer la transformée $B\hat{u}(\xi)$ de Borel de $\hat{u}(t)$ (voir Table 1) qui est une série convergente à l'origine,
- la prolonger analytiquement le long d'une demi-droite d reliant l'origine à l'infini,
- et calculer la transformée de Laplace du prolongement $P(\xi)$.

Lorsque le prolongement est possible et que la transformée de Laplace est bien définie, on obtient la "somme de Borel-Laplace" $LB\hat{u}(t)$ de \hat{u} .

$$\begin{array}{ccc}
 \hat{u}(t) = \sum_{k \geq 0} u_k t^k & \xrightarrow{\text{asymptotique}} & LB\hat{u}(t) = u_0 + \int_d P(\xi) e^{-\xi/t} d\xi \\
 \downarrow \text{Borel} & & \uparrow \text{Laplace} \\
 B\hat{u}(\xi) = \sum_{k \geq 0} \frac{u_{k+1}}{k!} \xi^k & \xrightarrow{\text{Prolongement}} & P(\xi)
 \end{array}$$

TABLE 1 – Méthode de Resommation de Borel-Laplace pour $s = 1$

Dans cette communication, on transforme la méthode de resommation en un algorithme numérique où le prolongement est réalisé par des approximants de Padé et la transformation de Laplace par une quadrature de Gauss-Laguerre. On l'applique ensuite à la résolution numérique d'équations différentielles modèles en mécanique des fluides (équation de la chaleur, de Burgers, ...) [3] ainsi qu'aux équations de Navier-Stokes.

Références

- [1] D.A. LUTZ, M. MIYAKE and R. SCHÄFKE, *On the Borel Summability of Divergent Solutions of the Heat Equation*, Nagoya Mathematical Journal, vol 154, 1999.
- [2] O. COSTIN, *On Borel summation and Stokes phenomena for rank one nonlinear systems of ODE's*, Duke Mathematical Journal, vol 93(2), 1998.
- [3] D. RAZAFINDRALANDY and A. HAMDOUNI, *Time integration algorithm based on divergent series resummation, for ordinary and partial differential equations*, Journal of Computational Physics, vol 236, 2013.

Dina RAZAFINDRALANDY, LaSIE, Avenue Michel Crépeau, 17041 La Rochelle Cedex, France
drazafin@univ-lr.fr

Morse Theory for Point Cloud Data

Christine ROTH, INRIA Sophia Antipolis

Frédéric CAZALS, INRIA Sophia Antipolis

Christian Lorenz MUELLER, NYU

Charles ROBERT, CNRS / IBPC Paris

Mots-clés : point cloud data, Morse theory, computational topology

In the realm of differential topology, Morse theory provides a powerful framework to study the topology of a manifold from a function defined on it. But the smooth concepts do not easily translate in the discrete setting, so that defining critical points and (un-)stable manifolds remains a challenge for functions sampled over a discrete domain, be it a point set or simplicial complex.

Consider the problem of approximating the Morse-Smale (MS) complex of a function sampled on a manifold. Practically, we assume that a point cloud is given, from which a nearest neighbor graph is inferred. We introduce the multi-scale landscape analysis (MLA) framework, an effective version of Morse theory for sampled spaces. To achieve our goal, we define a novel construction that leads to the identification of critical points of any index together with an approximation of their associated (un-)stable manifolds, by the use of strategies mimicking the smooth setting. We further show how homology calculations can be performed and recur to topological persistence, a body of methods from computational topology, in order to single out the most prominent critical features.

On the experimental side, illustrations will be provided on usual non-convex multivariate functions used as benchmark in optimization, and also on polynomial landscapes whose critical points can be certified using real algebraic geometry tools.

We believe that our approach will prove useful for a variety of applications including geometry processing, computational topology, scientific computing (study of vector fields in general), gradient-free non-convex optimization, and molecular modeling.

Références

- [1] F. CAZALS AND D. COHEN-STEINER, *Reconstructing 3D compact sets*, Computational Geometry Theory and Applications, 45 (1–2), 2011.
- [2] F. CHAZAL AND L.J. GUIBAS AND S.Y. OUDOT AND P. SKRABA, *Persistence-Based Clustering in Riemannian Manifolds*, ACM SoCG, 2011.
- [3] H. EDELSBRUNNER, J. HARER, AND A. ZOMORODIAN , *Hierarchical Morse complexes for piecewise linear 2-manifolds*, ACM SoCG, 2001.
- [4] R. FORMAN, *Morse theory for cell complexes*, Advances in Mathematics, 1998.
- [5] J.W. MILNOR, *Morse Theory*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1963.

Christine ROTH, 2004 Route des Lucioles, 06560 Sophia Antipolis
christine.roth@inria.fr

Méthodes Numériques de Transport Réactif en milieu poreux : approche globale DAE

Souhila SABIT, INRIA RENNES

Jocelyne ERHEL, INRIA RENNES

Mots-clés : PDAE, DAE, GRT3D, chimie, transport, Newton, Matrice Jacobienne

Le transport réactif de contaminants en milieu poreux est modélisé par des équations aux dérivées partielles et algébriques dont les inconnues sont les quantités des espèces chimiques [1], [2].

Le système peut être réduit en combinant judicieusement les équations [8].

Plusieurs méthodes ont été développées pour la résolution de ce type de problème [7, 9].

Nous avons choisi de résoudre ce problème par une approche globale [3] : l'utilisation d'une méthode de lignes, correspondant à la discrétisation en espace seulement, conduit à un système différentiel algébrique (DAE) qui est résolu par le solveur IDA de Sundials[10]. Ce solveur DAE repose sur une méthode implicite, à ordre et pas variables, qui requiert à chaque pas de temps la résolution itérative d'un grand système linéaire fondé sur la matrice jacobienne [3],[4], [5].

Le logiciel obtenu, GRT3D [6], conduit à des coûts de calcul qui augmentent rapidement avec la taille du système ; aussi nous avons cherché à rendre GRT3D plus efficace en travaillant sur plusieurs points différents. Ce papier décrit les points d'amélioration en s'appuyant sur la comparaison systématique des temps de calcul.

Références

- [1] CRAIG M. BETHKE, *Geochemical Reaction Modeling : Concepts and Applications*, Oxford University Press, 1996.
- [2] C. ZHENG AND G. D. BENNETT, *Applied Contaminant Transport Modeling*, second edition. John Wiley and Sons, New-York, 2002.
- [3] C. DE DIEULEVEULT, J. ERHEL , M. KERN, *A global strategy for solving reactive transport equations ; Journal of Computational Physics*, France, 2009.
- [4] C. DE DIEULEVEULT AND J. ERHEL, *A global approach to reactive transport : application to the momas benchmark*, *Computational Geosciences*, 14(3) :451-464, 2010.
- [5] J. ERHEL, S. SABIT, AND C. DE DIEULEVEULT, *Computational Technology Reviews, chapter Solving Partial Differential Algebraic Equations and Reactive Transport Models*. Saxe-Coburg Publications, 2013.
- [6] S. SABIT AND N. SOUALEM, *Suite logicielle grt3d (global reactive transport 3d)*. Rapport de contrat andra, INRIA, 2011.
- [7] S. KRÄUTLE, P. KNABNER, *A new numerical reduction scheme for fully coupled multicomponent transport-reaction problems in porous media ; Water Resources Research*, Vol. 41, W09414, 17 pp, 2005.
- [8] S. KRAUTLE AND P. KNABNER, *A reduction scheme for coupled multicomponent transport-reaction problems in porous media : generalization to problems with heterogeneous equilibrium reactions*. *Water Resour. Res.*, 43 :W03429, 2007.
- [9] S. MOLINS, J. CARRERA, C. AYORA, CARLOS AND M.W. SAALTINK, *A formulation for decoupling components in reactive transport problems ; Water Resources Research*, Vol.40, W10301, 13 pp, 2004.
- [10] <https://computation.llnl.gov/casc/sundials/description/description.html>

Souhila SABIT, INRIA, Campus universitaire de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex France
souhila.sabit@inria.fr

Jocelyne ERHEL, INRIA, Campus universitaire de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex France
jocelyne.erhel@inria.fr

The Scaled Heteroscedastic Dantzig selector (ScHeDs)

Joseph SALMON, Institut Mines-Télécom; Télécom ParisTech; CNRS LTCI

Arnak DALALYAN, ENSAE / CREST, GENES; Imagine / LIGM, Université Paris-Est

Mohamed HEBIRI, LAMA, Université Paris-Est Marne-la-Vallée

Katia MEZIANI, CEREMADE, Université Paris-Dauphine

Popular sparse estimation methods based on ℓ_1 -relaxation, such as the Lasso and the Dantzig selector, require the knowledge of the variance of the noise in order to properly tune the regularization parameter. This constitutes a major obstacle in applying these methods in several frameworks—such as time series, random fields, inverse problems—for which the noise level is hard to know in advance. We propose a new approach to the joint estimation of the mean and the variance in a high-dimensional regression setting, that can handle group sparsity assumption on the underlying signal and heteroscedastic. An attractive feature of our estimator is that it is efficiently computable even for large scale problems by solving a second-order cone program (SOCP). Theoretical analysis (inspired by [1]) and numerical results assessing the performance of the procedure will be presented. We consider the model of heteroscedastic regression in the presence of additive (Gaussian) noise.

$$y_t = \mu^*(x_t) + \sigma^*(x_t)\xi_t, \quad \text{for } t = 1, \dots, T, \quad ,$$

where $\mathbf{Y} = (y_t)_{t=1, \dots, T}$ is the observation, x_t are the points of the design, μ^* is the underlying signal, ξ_t are the (centered) noise components, and $\sigma^*(x_t)$ the unknown (possibly varying) noise levels.

Our main hypothesis is to assume that the regression function can be approximated by a few number of elements from a dictionary, and that the (inverse) of the noise level can be represented as a combination of few patterns (*e.g.* periodic, piecewise constant, *etc.*). More precisely,

$$\begin{aligned} [\mu^*(x_1)/\sigma^*(x_1), \dots, \mu^*(x_T)/\sigma^*(x_T)]^\top &\approx \mathbf{X}\phi^*, & \text{Card}(\{k : |\phi_{G_k}^*|_2 \neq 0\}) &\ll K, \\ [1/\sigma^*(x_1), \dots, 1/\sigma^*(x_T)]^\top &\approx \mathbf{R}\alpha^*. \end{aligned}$$

where $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{T \times p}$ represents the design matrix, G_1, \dots, G_K is a partition of the set $\{1, \dots, p\}$ in K groups, and $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{T \times q}$ represents the noise matrix. Relaxation of the penalized log-likelihood procedure [1, 3] leads to a joint estimation of ϕ^* and α^* , as follows :

ScHeDs (SOCP formulation) : Find $(\phi, \alpha) \in \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^q$ minimizing

$$\begin{aligned} \min_{(\phi, \alpha, \mathbf{u}, \mathbf{v}) \in \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^q \times \mathbb{R}^K \times \mathbb{R}^T} & \sum_{k=1}^K \lambda_k u_k \\ \text{subject to} & \\ \forall k = 1, \dots, K & \quad \|\mathbf{X}_{:,G_k} \phi_{G_k}\|_2 \leq u_k, \\ \forall k = 1, \dots, K, & \quad \left\| \mathbf{\Pi}_{G_k} (\text{diag}(\mathbf{Y}) \mathbf{R} \alpha - \mathbf{X} \phi) \right\|_2 \leq \lambda_k, \quad (\mathbf{\Pi}_{G_k} \text{ projector on the span of } \mathbf{X}_{:,G_k}) \\ & \quad \mathbf{R}^\top \mathbf{v} \leq \mathbf{R}^\top \text{diag}(\mathbf{Y}) (\text{diag}(\mathbf{Y}) \mathbf{R} \alpha - \mathbf{X} \phi); \\ \forall t = 1, \dots, T, & \quad \left\| [v_t; \mathbf{R}_{t,:} \alpha; \sqrt{2}] \right\|_2 \leq v_t + \mathbf{R}_{t,:} \alpha. \end{aligned}$$

Références

- [1] STÄDLER N., BÜHLMANN P. AND VAN DE GEER S., ℓ_1 -penalization for mixture regression models. *TEST*, **19**(2) :209–256, 2010.
- [2] LOUNICI L., PONTIL M., VAN DE GEER S. AND TSYBAKOV A. B. Oracle inequalities and optimal inference under group sparsity. *Ann. Statist.* **39** (4) : 2164–2204, 2011.
- [3] DALALYAN A. AND CHEN Y., Fused sparsity and robust estimation for linear models with unknown variance, *NIPS, 1268–1276, 2012*

Joseph SALMON, Institut Mines-Télécom; Télécom ParisTech; CNRS LTCI
joseph.salmon@telecom-paristech.fr

Hierarchie de modèles MHD réduits pour les plasmas de Tokamaks

Rémy SART, ESILV, Paris

Bruno DESPRES, Université Paris VI

La MagnétoHydroDynamique (MHD) réduite consiste à définir des modèles simplifiés du modèle MHD complet dans des géométries particulières.

L'utilisation systématique de tels modèles réduits dans les codes de calcul, notamment pour les plasmas de fusion [6, 9], laisse penser qu'il faut porter une attention particulière à leur structure mathématique dont la stabilité, mathématique ou numérique, est très sensible à la conservation d'énergie.

On propose ici de dériver une hiérarchie de modèles MHD réduits en préservant leur structure algébrique, par une extension de la méthode des moments [2, 3, 5, 7, 10, 11] en géométrie toroidale dans laquelle les arguments de conservation d'énergie a priori jouent un rôle central.

La contribution théorique majeure est l'extension de la méthode à la géométrie des Tokamaks pour laquelle on peut aussi montrer la compatibilité avec le principe de conservation de l'énergie totale. On dérive d'abord plusieurs modèles dans le plan poloidal, puis on s'intéresse au cas le plus complet avec dépendance toroidale. Dans ce dernier cas, on obtient un modèle réduit original avec un terme correctif qui n'apparaît pas dans les modèles standards.

Références

- [1] D. BISKAMP, *Nonlinear Magnetohydrodynamics*, Cambridge University Press, 1992.
- [2] G. BOILLAT, T. RUGGERI, *Hyperbolic principal subsystems : entropy convexity and subcharacteristic conditions*, Arch. rational Mech. Anal. 137, no. 4, 305–320, 1997.
- [3] G. BOILLAT, T. RUGGERI, *Moment equations in the kinetic theory of gases and wave velocities*, Contin. Mech. Thermodyn. 9, 205–212, 1997.
- [4] F. CHEN, *Introduction to plasma physics and controlled fusion*, Springer New-York, 1984.
- [5] G.Q. CHEN, C.D. LEVERMORE, T.P. LIU, *Hyperbolic conservation laws with stiff relaxation and entropy*, Communications in Pure and Applied Mathematics, 787–830, 1994.
- [6] O. CZARNY, G. HUYSMANS, *Bézier surfaces and finite elements for MHD simulations*, JCP, 227, 7423–7445, 2008.
- [7] B. DESPRÉS, *A geometrical approach to nonconservative shocks and elastoplastic shocks*, Arch. ration. Mech. Anal., 186, 275–308, 2007.
- [8] J. FREIDBERG, *Plasma physics and energy fusion*, Cambridge, 2007.
- [9] M. HÖLZL, S. GÜNTER, R.P. WENNINGER, W.-C. MÄLLER, G.T.A. HUYSMANS, K. LACKNER, I. KREBS, AND THE ASDEX UPGRADE TEAM, *Reduced-MHD Simulations of Toroidally and Poloidally Localized ELMs*, online arxiv <http://arxiv.org/abs/1201.5765>, 2012.
- [10] I. MULLER, T. RUGGERI, *Rational Extended Thermodynamics*, 2nd ed. Springer Tracts of Natural Philosophy Vol. 37. Springer New York, 1998.
- [11] G. POETTE, B. DESPRÉS, D. LUCOR, *Uncertainty quantification for systems of conservation laws Original*, Journal of Computational Physics, Volume 228, Issue 7, 2443–2467, 2009.
- [12] H.R. STRAUSS, *Nonlinear Three-Dimensional Magnetohydrodynamics of Noncircular Tokamaks*, Physics of Fluids 19, 134–140, 1976.

Rémy SART, Ecole Supérieure d'Ingénieurs Léonard de Vinci, 12 avenue Léonard de Vinci 92400 Courbevoie
remy.sart@devinci.fr

Extinction en temps fini des solutions de certains problèmes paraboliques quasilineaires et singuliers

Paul SAUVY, Université de Pau et des Pays de l'Adour

Nous présentons ici certains résultats issus de [1], où est étudié le problème parabolique suivant :

$$(P) \begin{cases} \partial_t u - \Delta_p u + \chi_{\{u>0\}} u^{-\beta} = f(x, u) & \text{dans }]0, T[\times \Omega, \\ u = 0 & \text{sur }]0, T[\times \partial\Omega, \\ u(0, \cdot) = u_0 & \text{dans } \Omega. \end{cases}$$

Dans ce problème, $T > 0$, Ω est un domaine borné et régulier de \mathbb{R}^d avec $d \geq 1$, $\Delta_p u \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u)$ représente l'opérateur p -Laplacien et $\chi_{\{u>0\}}$ la fonction indicatrice de l'ensemble

$$\{(t, x) \in]0, T[\times \Omega, u(t, x) > 0\},$$

avec la convention naturelle que $\chi_{\{u>0\}} u^{-\beta} = 0$ lorsque $u = 0$. L'exposant β est choisi dans $]0, 1[$ et la condition initiale vérifie

$$u_0 \in W_0^{1,p}(\Omega) \cap L^\infty(\Omega) \quad \text{et} \quad u_0 \geq 0 \quad \text{p.p. dans } \Omega.$$

Dans le second membre de la première équation, $f : \Omega \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction de Carathéodory localement lipschitzienne par rapport à la seconde variable satisfaisant une condition de croissance convenable.

Dans un premier temps, nous démontrerons l'existence de solutions d'un tel problème. Pour cela, nous commencerons par étudier en détail un problème régularisé (P_ε) , où le terme d'absorption singulier $\chi_{\{u>0\}} u^{-\beta}$ est approché de façon appropriée. À l'aide d'une semi-discrétisation en temps, nous démontrerons l'existence, l'unicité ainsi que certaines estimations d'énergie pour les solutions de (P_ε) . Puis par un argument de monotonie, nous démontrons l'existence de solutions du problème (P) en passant à la limite lorsque $\varepsilon \rightarrow 0$ dans le problème régularisé (P_ε) .

Dans un deuxième temps nous nous intéresserons au comportement asymptotique de ces solutions. Plus précisément nous démontrerons que les solutions du problème (P) s'éteignent en temps fini sur tout le domaine Ω ; et ceci même avec une condition initiale strictement positive dans Ω . Pour ce faire, nous démontrerons que l'application $t \mapsto \|u(t)\|_{L^2(\Omega)}$ (où u est une solution de (P)) satisfait une certaine inégalité différentielle, dérivant d'une estimation d'énergie sur u couplée à une inégalité du type Gagliardo-Nirenberg.

Références

- [1] J. GIACOMONI, P. SAUVY, S. SHMAREV, Quenching phenomenon for a quasilinear and singular parabolic problem. *Soumis*.

Paul SAUVY, LMA Pau UMR CNRS 5142
Bâtiment IPRA - Université de Pau et des Pays de l'Adour
Avenue de l'université - BP 1155 - 64013 PAU CEDEX (FRANCE)

paul.sauvy@univ-pau.fr

Metastable dynamics for nonlinear parabolic equations

Marta STRANI, Ecole Normale Supérieure

We study the slow motion of internal shock layers for parabolic equations in one dimensional bounded domains, that is

$$\partial_t u = \mathcal{F}^\varepsilon[u], \quad u(x, 0) = u_0(x) \quad (1)$$

where \mathcal{F}^ε denotes a nonlinear parabolic differential operator that depends singularly from the parameter ε . The space variable x belongs to a bounded interval $I = (-\ell, \ell)$, and equation (1) is complemented with boundary conditions $u(\pm\ell, t) = u_\pm$ for any $t \geq 0$. We emphasize on **metastable dynamics**, whereby the time-dependent solution approaches its steady state in an asymptotically exponentially long time interval as the viscosity coefficient ε goes to zero. The qualitative features of the metastable dynamics are the following : through a transient process, a pattern of internal layers is formed from initial data over a $\mathcal{O}(1)$ time interval; once this pattern is formed, the subsequent motion of the internal layers is exponentially slow, converging to their asymptotic limit. As a consequence, two different time scales emerge : a first transient phase where a pattern of internal shock layers is formed in a $\mathcal{O}(1)$ time scale, and a subsequent exponentially slow motion where the layers drift toward their equilibrium configurations.

A large class of evolutive PDEs, concerning many different areas, exhibits this behavior. Among others, we include viscous shock problems (see [3, 5, 6]), and phase transition problems described by the Allen-Cahn and Cahn-Hilliard equation (see, for example [1, 2]). To study such behavior, in [4] we propose a general framework based on choosing a family of approximate steady states $\{U^\varepsilon(\cdot; \xi)\}_{\xi \in J}$ and on the spectral properties of the linearized operators at such states. The slow motion for solutions belonging to a cylindrical neighborhood of the family $\{U^\varepsilon\}$ is analyzed by means of a system of an ODE for the parameter $\xi = \xi(t)$, coupled with a PDE describing the evolution of the perturbation $v := u - U^\varepsilon(\cdot; \xi)$.

We state and prove a general result concerning the system for the couple (ξ, v) , and we apply, as an example, such approach to a scalar viscous conservation laws with Dirichlet boundary condition in a bounded one-dimensional interval with convex flux function $f(u)$, that is

$$\partial_t u + \partial_x f(u) = \varepsilon \partial_x^2 u \quad x \in I := (-\ell, \ell). \quad (2)$$

In this special case, the parameter ξ represents the location of the (unique) shock layer, and we prove that its motion towards the equilibrium configuration is exponentially slow with respect to the viscosity coefficient ε .

Références

- [1] N.D. ALIKATOS, P.W. BATES, G. FUSCO, *Slow motion for the Cahn-Hilliard equation in one space dimension*, Comm. Pure Appl. Math. 42, no. 5, 523–576, (1989).
- [2] J. CARR, R. L. PEGO, *Metastable patterns in solutions of $u_t = \varepsilon^2 u_{xx} - f(u)$* , Comm. Pure Appl. Math. 42, no. 5, 523–576, (1989).
- [3] J.G.L. LAFORGUE, JR R.E. O'MALLEY, *On the motion of viscous shocks and the supersensitivity of their steady-state limits*, Methods Appl. Anal. 1, no. 4, 465–487, (1994).
- [4] C. MASCIA, M. STRANI, *Metastability for nonlinear parabolic equations with application to scalar conservation laws*, submitted.
- [5] L.G. REYNA, M.J. WARD, *On the exponentially slow motion of a viscous shock*, Comm. Pure Appl. Math. 48, no. 2, 79–120, (1995).
- [6] X. SUN, M.J. WARD, *Metastability for a generalized Burgers equation with applications to propagating flame fronts*, European J. Appl. Math. 10, no. 1, 27–53, (1999).

Marta STRANI, Ecole Normale Supérieure, Département de Mathématiques et applications, 45 rue d'Ulm, 75005 Paris.

strani@dma.ens.fr

Modèle stochastique d'intensité d'arrière plan non stationnaire

Larissa VALMY, Université des Antilles-Guyane

Jean VAILLANT, Université des Antilles-Guyane

L'étude statistique des risques sismiques en divers points du globe se fait souvent par le biais de processus ponctuels spatio-temporels ([3]). Ces modèles stochastiques permettent l'analyse statistique de répartitions spatio-temporelles d'occurrences en, intégrant l'historique des événements antérieurs et d'éventuelles co-variables associés au phénomène auquel on s'intéresse. Ainsi plusieurs zones à forte activité sismique telles la Californie, le Japon, la Nouvelle-Zélande, font l'objet de l'attention d'équipes de recherche en mathématiques ([4]). Leurs objectifs sont de décrire de façon la plus précise les séries d'événements sismiques et également de fournir des indicateurs à forte valeur prédictive.

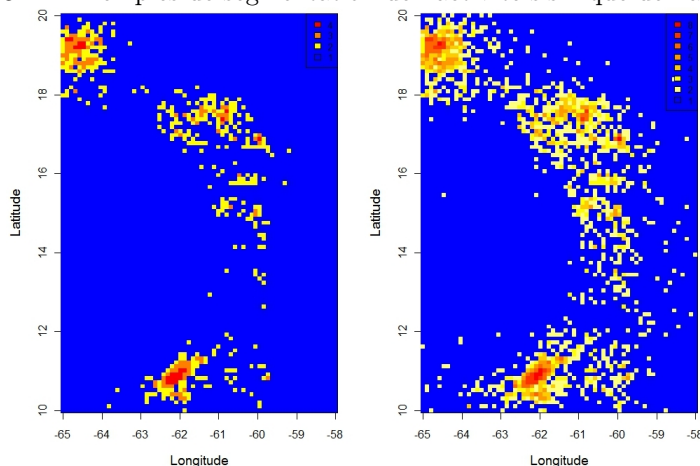
Considérons N un processus ponctuel spatio-temporel marqué sur un espace métrique (X, d) et $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{F}, P)$ un espace filtré, l'intensité stochastique du processus N détermine, sous certaines conditions de régularité, sa loi :

$$\forall(x, t) \in X \times [0, T], \quad \lambda(x, t | \mathcal{F}_{t-}) = \lim_{\substack{h \rightarrow 0^+ \\ r \rightarrow 0^+}} \frac{1}{h \times r} P(N([t, t+h], B_{x,r}) = 1 | \mathcal{F}_{t-})$$

où T désigne un réel positif, \mathcal{F}_{t-} est l'histoire des événements jusqu'à la date t et $N([t, t+h], B_{x,r})$, le nombre de points de N durant la période $[t, t+h]$ dans $B_{x,r}$, la boule de rayon r centrée en x .

Pour décrire l'activité sismique $\lambda(x, t)$ s'exprime en général à l'aide de deux termes, le premier, $\lambda_1(x, t)$, correspond à un processus sans mémoire, dit intensité d'arrière-plan et le second, $\lambda_2(x, t)$, à un processus auto-excitatif ([1]). Nous nous intéressons au cas où $\lambda_1(x, t)$ dépend à la fois de la position spatiale et de la date d'occurrence. Au cours de cet exposé, nous présenterons les outils statistiques développés pour tester la stationnarité temporelle du processus d'arrière-plan et effectuer une segmentation dynamique pour l'activité sismique de la région X (Figure 34).

FIGURE 34 – Exemples de segmentation de l'activité sismique de l'arc caribéen



Références

- [1] Y. OGATA, *Significant Improvements of the Space-Time ETAS Model for Forecasting of Accurate Baseline Seismicity*, Earth Planets Space, 63, p. 217-229, 2011.
- [2] F.P. SCHENBERG, *Multidimensional Residual Analysis of Point Process Models for Earthquake Occurrences*, Journal of the American Statistical Association, 98 (464), p. 789-795, 2003.
- [3] J. ZHUANG & Y. OGATA & D. VERE-JONES, *Diagnostic Analysis of Space-time Branching Processes for Earthquakes*, Springer-Verlag, p. 275-290, 2005.

Larissa VALMY, LAMIA, EA4540, Campus de Fouillole, Univeristé des Antilles-Guyane, 97110 Pointe-à-Pitre
lvalmy@univ-ag.fr

Jean VAILLANT, LAMIA, EA4540, Campus de Fouillole, Univeristé des Antilles-Guyane, 97110 Pointe-à-Pitre
jean.vaillant@univ-ag.fr

Links between learning processes in game theory

Yannick VIOSSAT, Université Paris-Dauphine

Andriy ZAPECHELNYUK, Queen Mary University

Mots-clés : game dynamics, fictitious play, no-regret dynamics, stochastic approximation, differential inclusions

We establish links between two well-known learning processes in repeated games : no-regret dynamics are ways of playing which, roughly, guarantee that the players will asymptotically not regret the way they played ; Fictitious Play consists in playing, at each stage, a best reply to the empirical distribution of realized moves of the other players. We show that a large class of no-regret dynamics are vanishingly perturbed versions of the continuous time version of Fictitious Play. Due to the theory of stochastic approximation for differential inclusions, this implies for two-player games that the limit set of solutions of no-regret dynamics are almost surely internally chain transitive under Continuous Fictitious Play ; that is, they have the same properties as true limit sets of Continuous Fictitious Play. This allows to find new and sometimes much shorter proofs of most known results on convergence of no-regret dynamics to Nash equilibria, as well as some new results. The talk is based on [1].

Références

- [1] Y. VIOSSAT, A. ZAPECHELNYUK, *No-regret dynamics and fictitious play*, Journal of Economic Theory, to appear.

Yannick VIOSSAT, CEREMADE, Université Paris-Dauphine, 75016 Paris
viossat@ceremade.dauphine.fr

Andriy ZAPECHELNYUK, School of Economics and Finance, Queen Mary, University of London, Mile End Road, London E1 4NS, United Kingdom
a.zapechelnjuk@qmul.ac.uk

Une nouvelle méthode cartésienne pour des problèmes elliptiques avec interfaces immergées, application à l'électroperméabilisation de cellules biologiques

Lisl WEYNANS, IMB, Université Bordeaux 1

Marco CISTERNINO, Optimad Engineering, Torino, Italy

Michael LEGUEBE, INRIA and IMB

Clair POIGNARD, INRIA and IMB

On présente une nouvelle méthode de différences finies sur grille cartésienne développée pour résoudre des problèmes elliptiques avec des discontinuités sur des interfaces [1].

L'originalité de la méthode, par rapport à la littérature, réside dans l'utilisation d'inconnues supplémentaires situées sur les interfaces, qui interviennent dans la discrétisation de l'opérateur elliptique et des flux pour les points de grille situés près de l'interface. L'utilisation de ces inconnues supplémentaires permet une formulation très simple et procure des résultats précis par rapport à l'état de l'art des méthodes cartésiennes pour ce type de problèmes. On présente la méthode, un résultat de convergence, des tests de validation en 2D avec des comparaisons aux résultats de la littérature, et une application de la méthode à la simulation de l'électroperméabilisation de cellules biologiques [2].

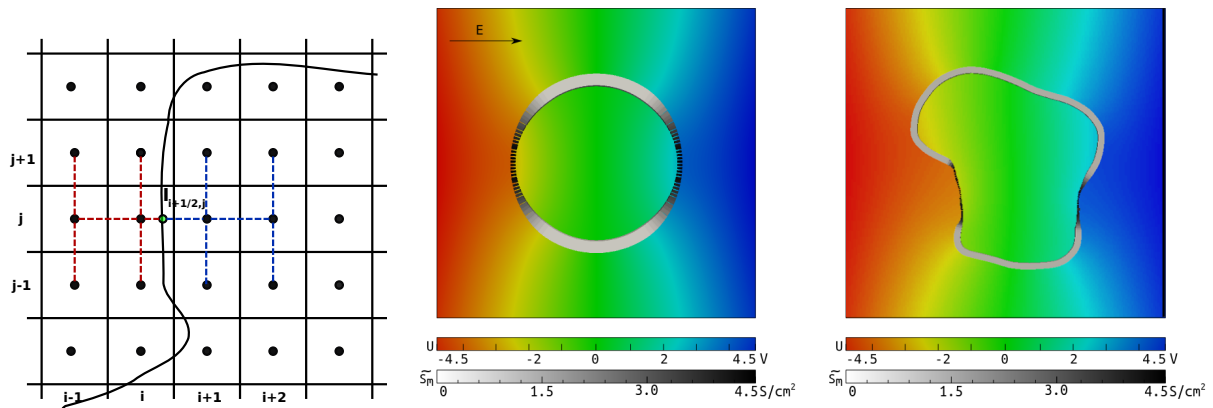


FIGURE 35 – gauche : Stencil pour la discrétisation des flux près de l'interface, milieu et droite : Potentiel électrique autour de cellules électroperméabilisées shapes

Références

- [1] M. CISTERNINO, L. WEYNANS , *A parallel second order cartesian method for elliptic interface problems* , Commun. Comput. Phys., Vol. 12, pp. 1562-1587, 2012
- [2] O. KAVIAN, M. LEGUEBE, C. POIGNARD, L. WEYNANS , *"Classical" Electropermeabilization Modeling at the Cell Scale* , accepted in Journal of Mathematical Biology, DOI :10.1007/s00285-012-0629-3

Lisl WEYNANS, Univ. Bordeaux, IMB, UMR5251, F-33400, Talence, France
CNRS, IMB, UMR5251, F-33400, Talence, France
INRIA, F-33400, Talence, France
lisl.weynans@math.u-bordeaux1.fr

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Posters

- Batoul ABDELAZIZ, Identification of the combination of monopolar and dipolar sources for Helmholtz's equation, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 14
- Nina AGUILLON, Un schéma non dissipatif pour les équations d'Euler isothermes, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 1
- Tassadit ASMAA, Schémas numériques pour la simulation des écoulements diphasiques compressibles transsoniques de type Baer-Nunziato, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 1
- Benjamin AYMARD, Simulation numérique d'un modèle multi-échelle représentant le processus de sélection des follicules ovariens, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 2
- TERENCE BAYEN, Synthèse optimale pour un problème de temps minimal avec commandes dans un triangle, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 19
- Lakhdar BELHALLOUCHE, Indexation des Light Field dans le domaine compressé, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 16
- Pascal BENCHIMOL, Tropicalizing the Simplex Algorithm, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 25
- Florian BERNARD, A second order cartesian scheme for BGK equation, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 3
- Lionel BOILLOT, Conditions aux Limites Absorbantes pour les ondes élastiques en milieu anisotrope, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 7
- Brahim BOUGHERARA, Existence et régularité de solution positive d'une équation parabolique singulière et non linéaire, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 21
- Gautier BRETHERS, Algorithmes Full-Multigrid adaptatifs basés sur des métriques Riemanniennes, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 10
- Mickaël BUCHET, Robust and efficient homology inference, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 23
- Paul CHARTON, Gestion optimale en temps continu d'une ferme éolienne couplée à un dispositif de stockage, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 23
- Théophile CHAUMONT FRELET, Residual-free bubbles pour l'équation d'Helmholtz, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 8
- Achis CHERY, On the equivalence of financial structures with long-term assets, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 27
- Oana Alexandra CIOBANU, Méthodes de Décomposition de Domaines en Temps-Espace appliquées aux équations de Navier-Stokes, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 11
- Manon COSTA, Quelques aspects de dynamique adaptative pour les systèmes proies-prédateurs, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 24
- Jeremy DALPHIN, Etude théorique de la fonctionnelle de Helfrich par des méthodes d'optimisation de formes, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 26
- Francisco DE LA HOZ, The Evolution of the Vortex Filament Equation for a Regular Polygon, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 13
- Maya DEBUHAN, Une nouvelle approche pour résoudre le problème de la diffraction inverse pour l'équation des ondes, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 15
- Gabriel DELGADO, Topology and lay-up optimization of multi-layered composite materials, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 17
- Maria Laura DELLE MONACHE, Lois de conservation scalaires et contraintes mobiles pour la modélisation du trafic routier, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 4
- Mahamar DICKO, Résolution efficace d'EDP surfaciques et volumiques couplées en 3D. Application à l'effet Marangoni, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 12

- Fabien DUBOT, Optimisation de l'algorithme du L-BFGS en vue de la reconstruction simultanée de deux fonctions dans le cadre de la tomographie optique, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 14
- Roxana DUMITRESCU, Reflected backward stochastic differential equations with jumps and partial integro-differential variational inequalities, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 28
- Casimir EMAKO KAZIANOU, Etude mathématique d'ondes de concentration des bactéries, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 6
- Jérémy ESPINAS, Détermination d'une séquence de bascules d'arêtes entre deux triangulations de même genre topologique, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 13
- Sylvain FAURE, Simulation de l'atténuation des ondes de détonation par les mousses aqueuses, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 8
- Tony FEVRIER, Une classe de schémas de Boltzmann sur réseau recentrés en vitesse, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 9
- Mathieu GIRARDIN, Asymptotic Preserving numerical scheme for the gas dynamics equations in the low Mach limit, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 2
- Pierre JOUNIEAUX, Optimisation de la forme des zones d'observation pour l'équation des ondes, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 18
- Loïc LACOUTURE, Résolution numérique des problèmes de Laplace et de Stokes avec un Dirac en second membre, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 9
- Damien LANDON, Statistique des transitions dans une chaîne de Markov avec un forçage périodique, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 22
- Hai Yen LE, From Eckart and Young approximation to Moreau envelopes and vice versa, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 27
- Lionel LENOTRE, Simulation numérique d'un problème d'advection-diffusion en milieux poreux, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 10
- Jérôme LUQUEL, Contributions à l'imagerie de milieux complexes par équations d'ondes élastiques, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 16
- Michel MASSARO, Numerical simulation for the MHD system in 2D using OpenCL, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 3
- Georgios MICHALIDIS, Molding constraints in shape and topology optimization via a level-set method, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 24
- Matthias MIMAULT, Lois de conservation pour la modélisation de mouvements de foule, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 4
- Olivia MIRAUCOURT, Simulation d'écoulements sanguins dans le réseau veineux cérébral, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 7
- Flore NABET, Approximation volumes finis de l'équation de Cahn-Hilliard, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 5
- Thi Trang NGUYEN, Homogenization of the wave equation in the bounded domain, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 22
- Johann NICOD, Aspects numériques des chaos de Wiener dans le cadre de l'équation de Korteweg-de Vries stochastique, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 21
- Salomé OUDET, Equation d'Hamilton-Jacobi sur des structures hétérogènes, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 18
- Thomas OURMIERES BONAFOS, Spectre du Laplacien de Dirichlet sur des cônes de petite ouverture, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 15
- Solène OZERE, Topology-preserving vector field correction for image-registration-related deformation fields, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 17
- Matthias RABATEL, Modélisation mécanique multi-échelles des glaces de mer, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 6
- Zhiping RAO, Singular perturbation of optimal control problems on multi-domains, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 20
- Ahmed REJAIBA, Equations de Stokes avec conditions aux limites de type Navier, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 11
- Wissal SABBAGH, Equations Différentielles Doublement Stochastiques Rétrogrades du Second Ordre, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 25
- Mohamad SAFA, Contrôle adaptatif optimal d'un modèle financier continu, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 19
- Manel TOUMI, Spectral gap of homogeneous multi color exclusion process, Jeudi 30 mai, 09h15-10h15, poster 20
- Fernando VADILLO, Extinction-time estimate for a stochastic Lotka-Volterra model, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 26
- Jeaniffer VIDES, Solveur de relaxation pour un modèle Euler-Poisson en écoulement gravitationnel, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 5
- Viatcheslav VOSTRIKOV, Simulation numérique d'écoulements diphasiques immiscibles compressibles avec

transport réactif en milieu poreux, Mardi 28 mai, 09h15-10h15, poster 12

Identification of the combination of monopolar and dipolar sources for Helmholtz's equation

Batoul ABDELAZIZ,

Abdellatif EL BADIA, Ahmad EL HAJJ,

Abstract

Inverse problems (IP) are very important in science, engineering and bioengineering. Among these, inverse source problems (ISP) have attracted a great attention of many researchers over recent years because of their applications in many fields especially in biomedical imaging technique as the so-called inverse electroencephalography/magnetoencephalography (EEG/MEG) problems, pollution in the environment, photo- and thermo-acoustic tomography, optimal tomography, and bioluminescence tomography.

In this work, we consider the problem of determining a source F in the elliptic equation

$$\Delta u + \mu u = F \text{ in } \Omega,$$

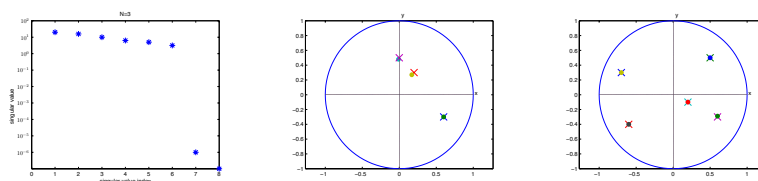
from Cauchy data $(f, g) := (u|_{\Gamma}, \frac{\partial u}{\partial \nu}|_{\Gamma})$ prescribed on a sufficiently regular boundary Γ of an open bounded volume $\Omega \subset \mathbb{R}^3$. Here μ is a known fixed real number and the unknown source term F is a finite linear combination of monopoles and dipoles. To be more precise, we, first begin by defining the application

$$(IP) \quad \Lambda : F \rightarrow (u|_{\Gamma}, \frac{\partial u}{\partial \nu}|_{\Gamma}).$$

Then our inverse problem is formulated as follows : given $(f, g) \in H^{\frac{1}{2}}(\Gamma) \times H^{-\frac{1}{2}}(\Gamma)$, determine F such that $\Lambda(F) = (f, g)$. Physically, the boundary condition in the direct problem is imposed and then sensors on Γ permit to measure the another quantity related to u so that the Cauchy data $f = u|_{\Gamma}, g = \frac{\partial u}{\partial \nu}|_{\Gamma}$ are obtained.

The inverse problem (IP) consists of studying the uniqueness, stability and identification issues. Uniqueness is trivial. It is obtained by means of, Green theorem, structure theorem and regularity of the direct problem, that is $u \in H^{1-\varepsilon}(\Omega)$, with $\varepsilon > \frac{1}{2}$. Stability is in progress in a future work. We, therefore, focus only on the identification issue where we will give a complete algebraic algorithm where the localization of point sources is done by determining their projections onto the xy- and yz-complex planes. The number of sources is given by the rank of a Hankel-type matrix built up from the Dirichlet and Neumann data of the solution and the projected point sources are the eigenvalues of a Companion matrix. The intensities and moments of monopole and dipoles are obtained by solving two linear systems respectively.

In the numerical results, we, first, consider dipoles and combination of dipoles and monopoles under fixed parameters and with no noise and we prove that the number of sources estimated and their 3D locations can be accurately estimated as shown by the examples below. In the figure below we show, respectively from left to right, the singular values for the Hankel-matrix followed by the accurate localization of 3 dipoles, then the exact localization of 4 monopoles and a dipole. Moreover, we consider the effect of each parameter (wave number, distance between sources, closeness to the boundary, even noise) on the localization accuracy and on the singular values of the Hankel-type matrix (to be posted in the poster).



Batoul ABDELAZIZ, Université de Technologie de Compiègne, Laboratoire de Mathématiques Appliquées de Compiègne LMAC, 60205 Compiègne Cedex, France.
 batoul.abdelaziz@utc.fr

Un schéma non dissipatif pour les équations d'Euler isothermes

Nina AGUILLON, Université Paris Sud

L'évolution d'un gaz au cours du temps peut-être décrite par les équations d'Euler isothermes suivantes :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x(\rho u) = 0 \\ \partial_t(\rho u) + \partial_x(\rho u^2 + c^2 \rho) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

où $\rho(t, x)$ est la densité du gaz à un temps t et un point x , et u est sa vitesse. La première ligne traduit la conservation de la masse du fluide, et la seconde la loi de Newton. On a pris ici la loi de pression isotherme $p(\rho) = c^2 \rho$, où c est la vitesse du son. Les équations d'Euler (1) constituent un exemple simple de système hyperbolique. Une particularité de ce type d'équation est l'apparition de choc en temps fini. Ainsi, même si la densité et la vitesse au temps $t = 0$ sont très régulières, des discontinuités se forment et se propagent au cours du temps. Numériquement, il est très important d'approcher ces chocs de manière précise. Nous présentons un schéma de volumes finis basé sur des décentrages amont, inspiré de [1]. On cherche à approcher par un schéma de volumes finis un choc se déplaçant vers la droite. Pour obtenir sur chaque maille la moyenne de la solution exacte, il faut choisir, à l'avant du choc, un décentrage à droite. Mais le schéma décentré à droite est instable en général. Pour assurer la stabilité, on ajoute la contrainte supplémentaire que le schéma ne doit pas créer de nouveaux maximum à chaque pas de temps. Pour les équations d'Euler, cette contrainte doit être relâchée car on ne dispose pas d'un principe de maximum. Nous détaillerons les différentes étapes qui amènent à choisir un flux aussi décentré que possible, et présenterons de nombreuses simulations numériques.

Références

- [1] B.DESPRÉS, F. LAGOUTIÈRE, *Contact discontinuity capturing schemes for linear advection and compressible gas dynamics*, Journal of Scientific Computing, 2001.

Schémas numériques pour la simulation des écoulements diphasiques compressibles transsoniques de type Baer-Nunziato

Tassadit ASMAA, IFPEN

Frédéric COQUEL, CMAP X

Quang Huy TRAN, IFPEN

Le modèle de Baer-Nunziato est utilisé dans de nombreux domaines d'application pour la simulation des écoulements bi-fluides ou diphasiques compressibles. À IFP Énergies Nouvelles, ce modèle est employé pour la simulation des bouchons dans les conduites pétrolières, des gouttelettes de carburant dans les moteurs d'automobiles, ou encore des colonnes à bulles en génie de procédés.

Nous nous intéressons à la résolution numérique du système de Baer-Nunziato [1, 2] en tant que système hyperbolique présentant de nombreuses difficultés mathématiques, notamment la résonance et la présence de produits non-conservatifs. Nous élaborons un nouveau schéma numérique, combinant les techniques de relaxation [3, 4] et le formalisme de Lagrange-Projection. Des difficultés numériques surviennent quand on s'approche du point sonique. À partir d'un certain moment, le problème de Riemann associé au système de Baer-Nunziato commence à avoir plusieurs solutions au lieu d'une seule. Nous proposons une méthode pour garantir l'existence et l'unicité de la solution en régime supersonique. Notre contribution, pour l'approximation de ce système, est un prolongement naturel de celle de Saleh [5] au cas supersonique. L'avantage de ce schéma est de pouvoir prendre en compte les transitions de régime subsonique-supersonique tout en garantissant les propriétés de stabilité et de positivité.

Références

- [1] M. R. BAER and J. W. NUNZIATO, *A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (DDT) in reactive granular materials*, Inter. J. Mult. Flow 12 (1986), 861–889.
- [2] P. EMBID and M. R. BAER, *Mathematical analysis of a two-phase continuum mixture theory*, Continuum Mech. Thermodyn. 4 (1992), 279–312.
- [3] S. JIN and Z. XIN, *The relaxation schemes for systems of conservation laws in arbitrary space dimensions*, Comm. Pure Appl. Math. 48 (1995), 235–276.
- [4] M. BAUDIN, C. BERTHON, F. COQUEL, R. MASSON and Q. H. TRAN, *A Relaxation Method for Two-Phase Flow Models with Hydrodynamic Closure Law*, Numer. Math., 99 (2005), 411–440.
- [5] SALEH, KHALED, *Analyse et Simulation Numérique par Relaxation d'Écoulements Diphasiques Compressibles. Contribution au Traitement des Phases Évanescentes*, PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, (2012).

Tassadit ASMAA, IFP Énergies Nouvelles, Direction Technologie, Informatique et Mathématiques Appliquées, 1 et 4, avenue du Bois-Préau, 92852 Rueil-Malmaison Cedex, France

tassadit.asmaa@ifpen.fr

Frédéric COQUEL, École Polytechnique, Centre de Mathématiques Appliquées, UMR 7641, route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex, France

coquel@ann.jussieu.fr

Quang Huy TRAN, IFP Énergies Nouvelles, Direction Technologie, Informatique et Mathématiques Appliquées, 1 et 4, avenue du Bois-Préau, 92852 Rueil-Malmaison Cedex, France

quang-huy.tran@ifp.fr

Simulation numérique d'un modèle multi-échelle représentant le processus de sélection des follicules ovariens.

Benjamin AYMARD, UPMC Paris 6 et Inria Paris-Rocquencourt

Frédérique CLÉMENT, Inria Paris-Rocquencourt

Frédéric COQUEL, CNRS, Ecole Polytechnique

Marie POSTEL, UPMC Paris 6

Cet exposé porte sur la simulation numérique d'un modèle multi-échelle ([1]) représentant le processus de sélection des follicules ovariens, et sur les stratégies déployées pour traiter les difficultés numériques qu'il soulève.

Les follicules ovariens sont des structures tissulaires renfermant un ovocyte, et dont le développement accompagne la maturation ovocytaire. La phase terminale du développement folliculaire est caractérisée par un processus de sélection entre follicules, qui est contrôlé par une hormone hypophysaire, la FSH (follicle stimulating hormone). Seuls les follicules sélectionnés atteindront le terme de leur développement marqué par la libération de l'ovocyte au moment de l'ovulation. Nous nous intéressons ici au traitement numérique d'un modèle multi-échelle décrivant à la fois la dynamique cellulaire au sein des follicules ovariens et le processus de compétition-sélection entre follicules. Au niveau microscopique, le modèle consiste en un système hyperbolique de grande taille, typiquement une vingtaine d'équations de transport, chaque équation représentant l'évolution temporelle de la densité de cellules folliculaires. Les densités de cellules sont exprimées en fonction du temps et de deux variables fonctionnelles : l'âge (marqueur de progression dans le cycle cellulaire) et la maturité cellulaire. Le contrôle hormonal, exercé en boucle fermée, est représenté au niveau macroscopique par une fonction des moments des solutions microscopiques. Ce contrôle agit à la fois sur les vitesses et sur le terme source modélisant la perte cellulaire, couplant ainsi entre elles les équations modélisant l'évolution des différents follicules.

Le modèle est original à plusieurs titres, et tout d'abord, par sa nature bidimensionnelle, permettant de prendre en compte la maturité cellulaire, en plus de l'âge. Par ailleurs, les vitesses sont contrôlées ; elles dépendent de la solution de manière non locale par des termes de contrôle faisant intervenir les moments d'ordre 1 de la densité. Enfin la modélisation de la mitose cellulaire est faite par une condition de transmission à chaque fin de cycle cellulaire, et non par un terme source.

Les spécificités d'ordre mathématique venant du caractère non local des termes de vitesse et des discontinuités de flux aux interfaces entre les différentes phases cellulaires ont été traitées dans [3], où le caractère bien posé du système d'EDPs a été établi. Nous avons développé une méthode numérique de volumes finis, basée sur la forme conservative des équations et conçue pour faciliter l'implémentation sur des architectures parallèles [4]. Nous montrons comment prendre en compte de manière précise les conditions de transmission sur les flux. Nous validons notre méthode sur des équations plus simples à vitesse constante par morceaux, dont nous pouvons calculer la solution exacte en adaptant la méthode des caractéristiques [2].

Références

- [1] B.AYMARD, F.CLÉMENT, F.COQUEL, M.POSTEL, *A numerical method for cell dynamics : kinetic equations with discontinuous coefficients*, Submitted, 2012.
- [2] P.SHANG, *Cauchy problem for multiscale conservation laws : Application to structured cell populations.*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2013, 401(2) :896-220.
- [3] B.AYMARD, F.CLÉMENT, F.COQUEL, M.POSTEL, *Numerical simulation of the selection process of the ovarian follicles*, ESAIM proceedings, 2011, 38 : 99-117.
- [4] N.ECHENIM, D.MONNIAUX, M.SORINE, F.CLÉMENT, *Multi-scale modeling of the follicle selection process in the ovary.*, Mathematical Biosciences, 2005, 198 : 57-79.

Benjamin AYMARD, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France, CNRS, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France
aymard@ann.jussieu.fr

Synthèse optimale pour un problème de temps minimal avec commandes dans un triangle

Térence BAYEN, Université Montpellier 2

Matthieu SEBBAH, Universidad Santa Maria, Valparaiso, Chile

Alain RAPAPORT, UMR INRA-SupAgro Montpellier

L'objectif de ce travail est d'étudier un problème de temps minimal pour rejoindre une cible ponctuelle dans le plan, et où le système sous-jacent décrit un système de deux réacteurs (de type chemostat) en cascade, voir [3]. La synthèse de lois de commande *feedback* représente un enjeu majeur pour améliorer la performance de ces systèmes (voir par exemple [2]). Etant donnée une commande mesurable $u = (u_1, u_2) : [0, +\infty) \rightarrow U$ où $U := \{(u_1, u_2) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq u_2 \leq u_1 \leq 1\}$, on considère $s_u = (s_1, s_2)$ l'unique solution du système affine avec deux entrées :

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = -\mu(s_1)(s_{in} - s_1) + u_1(s_{in} - s_1), \\ \dot{s}_2 = -\mu(s_2)(s_{in} - s_2) + u_2(s_1 - s_2), \end{cases} \quad (1)$$

telle que $s_u(0) = s_0 \in E$ avec $E := \{(s_1, s_2) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq s_2 \leq s_1 \leq 1\}$. Ici $s \mapsto \mu(s)$ représente la *fonction de croissance*, et $s_{in} > 0$, voir [3]. On considère une cible $\bar{s} \in E$, et on s'intéresse au problème :

$$v(s_0) := \inf_{u(\cdot)} t_f(u), \quad s_u(0) = s_0, \quad s_u(t_f(u)) = \bar{s},$$

où $t_f(u) \in [0, +\infty]$ est le temps pour rejoindre la cible depuis s_0 avec le contrôle u . Nous montrons d'abord l'existence d'un sous-ensemble de E tel que si \bar{s} est dans cet ensemble, alors la cible est atteignable de tout point de E en temps fini. Puis, nous montrons l'existence d'un ensemble $\mathcal{C}(\bar{s}) \subset E$ pour lequel la fonction valeur $v(s_0)$ est explicite, et pour tout $s_0 \in \mathcal{C}(\bar{s})$, il existe une infinité de commandes joignant s_0 à \bar{s} (voir Fig. 36). On montre que dans l'ensemble $E \setminus \mathcal{C}(\bar{s})$, la stratégie optimale présente un *arc singulier* (voir Fig. 36). Comme U n'est pas difféomorphe à une boule, la contrôlabilité de (1) est délicate.

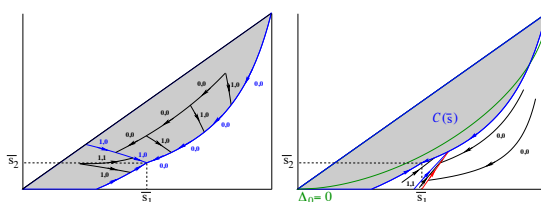


FIGURE 36 – A gauche : ensemble $\mathcal{C}(\bar{s})$ et différentes trajectoires pour rejoindre \bar{s} depuis $s_0 \in \mathcal{C}(\bar{s})$. A droite : trajectoires optimales pour rejoindre \bar{s} depuis $s_0 \in E \setminus \mathcal{C}(\bar{s})$: elles se branchent sur l'arc singulier en rouge.

Références

- [1] T. BAYEN, A. RAPAPORT, M. SEBBAH, *Optimal synthesis for a minimum time problem in the plane with a triangle control set*, preprint, <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00798651>, 2013.
- [2] P. GAJARDO, H. RAMIREZ, A. RAPAPORT, *Minimal time sequential batch reactors with bounded and impulse controls for one or more species*, SIAM J. Control Optim., Vol. 47, 6, pp. 2827–2856, 2008.
- [3] H.L. SMITH AND P. WALTMAN, *The theory of the chemostat*, Dynamics of microbial competition, Cambridge University Press, 1995.

Térence BAYEN, Université Montpellier 2, CC 051, 34095 Montpellier

tbayen@math.univ-montp2.fr

Matthieu SEBBAH, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Avenida España 1680, Valparaíso, Chile

matthieu.sebbah@inria.fr

Alain RAPAPORT, INRA-INRIA 'MODEMIC' team, INRIA Sophia-Antipolis Méditerranée, UMR INRA-SupAgro 729 'MISTEA' 2 place Viala 34060 Montpellier

rapaport@supagro.inra.fr

Tropicalizing the Simplex Algorithm

Xavier ALLAMIGEON, INRIA and CMAP, École Polytechnique

Pascal BENCHIMOL, INRIA and CMAP, École Polytechnique

Stéphane GAUBERT, INRIA and CMAP, École Polytechnique

Michael JOSWIG, TU Darmstadt

We present an analogue of the simplex algorithm, allowing one to solve tropical (max-plus) linear programming problems, which are of the form :

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & \max(c_1 + x_1, \dots, c_n + x_n) \\ \text{s.t.} \quad & \max(a_{i0}, a_{i1} + x_1, \dots, a_{in} + x_n) \leq \max(b_{i0}, b_{i1} + x_1, \dots, b_{in} + x_n) \quad 1 \leq i \leq m . \end{aligned} \quad (1)$$

Tropical linear programs can be used to solve mean payoff games, to compute invariants of computer programs, or to study the perturbations of classical linear programs. They are also of intrinsic interest in discrete geometry. They are instances of highly nonconvex (disjunctive) optimization problems, which cannot be solved by conventional optimization algorithms, and have an unsettled complexity.

The set of feasible solutions of (1) constitutes a tropical polyhedron. We show that this polyhedron coincides with the image by the valuation of a lifted ordinary polyhedron, over the ordered field of Puiseux series. This relation allows us to define tropical basic points and edges as images by the valuation of basic point and edges over the field of Puiseux series. However, there are important discrepancies between the Puiseux and the tropical cases : in particular, in the latter case, a basic point may not be extreme.

We define a path of the tropical simplex algorithm, for data in general position, to be the image by the valuation of the path of the classical simplex algorithm applied to the lifted linear program over Puiseux series. Then, we show that the former path can be computed by purely combinatorial means, leading to a tropical pivoting operation, which relies on a local description of the polyhedron in terms of a tangent graph, as well as on tropical analogues of Cramer determinants. We eventually show that one tropical pivot operation can be done by solving in an incremental way an optimal assignment problem and a shortest path problem. It follows that one iteration of the tropical simplex algorithm can be done in a time comparable to one standard simplex iteration. The total number of tropical iterations can also be bounded in terms of the number of classical iterations.

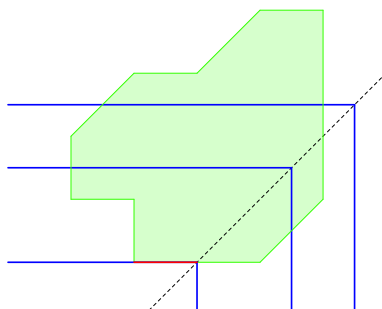


FIGURE 37 – A tropical polyhedron (in green), several level sets for the objective function (in blue) and the set of optima (in red).

Références

Xavier ALLAMIGEON, CMAP, École Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex

xavier.allamigeon@inria.fr

Pascal BENCHIMOL, CMAP, École Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex

pascal.benchimol@polytechnique.edu

Stéphane GAUBERT, CMAP, École Polytechnique, Route de Saclay, 91128 Palaiseau Cedex

stephane.gaubert@inria.fr

Michael JOSWIG, Fachbereich Mathematik, Algorithmische diskrete Mathematik, Technische Universität Darmstadt, Dolivostr. 15, 64293 Darmstadt, Germany

joswig@mathematik.tu-darmstadt.de

A second order cartesian scheme for BGK equation

Florian BERNARD, Politecnico di Torino, Université Bordeaux 1

Angelo IOLLO, Université Bordeaux 1

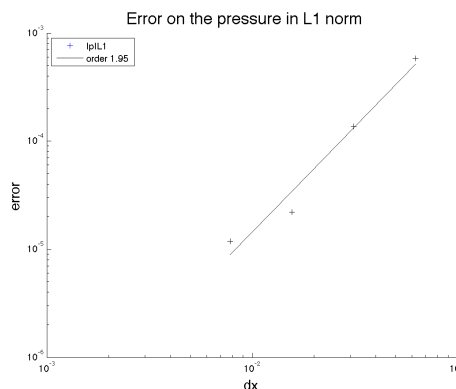
Gabriella PUPPO, Univeristà dell'Insubria

Boltzmann's equation is the main tool for modeling rarefied gas regimes. The BGK model is a computationally viable approximation of his model. It deals with a distribution function and the main parameter that dictates the equation is the Knudsen number which is the ratio between the main free path and the characteristic length of the problem. When the Knudsen number goes to 0, the continuum limit is reached and the BGK model tends to the compressible Euler equations. However, the dependency of the distribution function in space and microscopic velocity makes the resolution of the BGK equation computationally intensive compared to the compressible Euler model.

In the proposed presentation we intend to describe a discrete method to take into account wall boundary conditions on a cartesian mesh, i.e., on a grid that is not body fitted. The plan is to recover higher-order accuracy at the border. An additional issue that we consider is the actual boundary condition to be imposed at the solid wall. In order to couple BGK and Euler equations when kinetic and continuum regimes coexist, the numerical method for BGK has to asymptotically preserve the Euler limit at the discrete level when the Knudsen number goes to zero. In particular, when solid walls are present in the flow, the asymptotic preserving properties at the walls are to be ensured.

A new way of applying the impermeability condition for BGK equation at solid boundaries is therefore developed using a fictive state in the solid, as if it was at equilibrium. This fictive state is represented by a maxwellian distribution function defined thanks to macroscopic quantities extrapolated from the fluid. Once the maxwellian is built at the solid interface, the fluxes in the nearest cell interface to the boundary are modified to take into account the boundary condition through the fictive state at a given accuracy. To avoid stability restriction due to the relaxation term (τ), the time discretization is performed by a second order IMEX scheme [1]. A MUSCL reconstruction with slope limiters is applied for the space discretization to get second order.

As preliminary results, the order of convergence on the pressure for the 2D Ringleb flow is presented. This is a potential flow where the analytical solution for Euler equations is known. Thus, convergence rates with respect to this solution can be computed for the method at a Knudsen number of 10^{-10} . The result show that the compressible asymptotic limit is conserved and the boundary is imposed with a reasonable degree of accuracy (convergence rate of 1.95).



Références

- [1] PIERRACINI, S AND PUPPO, G, *Implicit-Explicit schemes for BGK kinetic equations*, Journal of Scientific Computing 32, 1-28, 2007.

Florian BERNARD, Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Politecnico di Torino, Turin, Italy.
Univ. Bordeaux, IMB, UMR 5251, F-33400 Talence, France
florian.bernard@polito.it

Angelo IOLLO, Univ. Bordeaux, IMB, UMR 5251, F-33400 Talence, France
angelo.iollo@math.u-bordeaux1.fr

Gabriella PUPPO, Dip. di Scienza ed Alta Tecnologia, Università dell'Insubria, Como, Italy
gabriella.puppo@uninsubria.it

Conditions aux Limites Absorbantes pour les ondes élastiques en milieu anisotrope

Lionel BOILLOT, INRIA EPI Magique-3D - LMA PAU

Hélène BARUCQ, INRIA EPI Magique-3D - LMA PAU

Henri CALANDRA, TOTAL Exploration & Production PAU

Julien DIAZ, INRIA EPI Magique-3D - LMA PAU

La RTM (*Reverse Time Migration*) est une des techniques les plus largement utilisées pour l'imagerie sismique. Cependant, elle nécessite une grande puissance de calcul car elle repose sur un processus itératif de résolution de l'équation des ondes. Tous les moyens sont donc bons pour réduire les coûts de calcul. En particulier, comme le domaine d'étude géophysique est infiniment grand devant la longueur d'onde du problème, on peut réduire la taille du domaine d'étude à une boîte de calcul contenant la source, les récepteurs et le champ d'étude envisagé. En considérant les milieux acoustiques ou élastiques isotropes, la troncature du domaine peut se faire en appliquant des Conditions aux Limites Absorbantes (CLA, [1]) sur les bords du domaine numérique ou en ajoutant des couches éponges (PML, *Perfectly Matched Layer*, [2]). Les CLA d'ordre faible sont faciles à implémenter mais ne sont pas précises et génèrent donc des réflexions parasites. Néanmoins, dans un contexte RTM, où toutes les solutions sont auto-corrélées, ces petites réflexions n'impactent que très peu sur la précision de l'image finale. Les CLA d'ordre élevé sont quant à elles beaucoup plus précises mais cela implique une forte augmentation des coûts de calculs et leur implémentation peut aussi s'avérer délicate. Les PML sont ainsi souvent préférées aux CLA. Effectivement, elles combinent les avantages des ordres faible et élevé : elles sont faciles à implémenter, elles ne génèrent pas de réflexions parasites et leur coût de calcul reste inférieur à celui des CLA d'ordre élevé.

Cependant, les PML se révèlent instables pour différentes classes de milieux anisotropes, [3], et en particulier pour les milieux TTI (*Tilted Transverse Isotropic*) qui sont les plus utilisés en géophysiques, voir [4]. Dans ce cas, les PML induisent une augmentation exponentielle des modes qui polluent complètement la solution. Il est donc intéressant de développer des CLA appropriées. Le but de mon travail est de proposer une nouvelle CLA d'ordre faible pour les milieux TTI, qui est aussi précise qu'une CLA d'ordre faible dans les milieux isotropes. De plus, cette CLA peut être facilement insérée dans une formulation DGM (*Discontinuous Galerkin Method*), qui devient de plus en plus répandue dans la communauté.

Références

- [1] ENGQUIST, B. AND MAJDA, A., *Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves*, Math. Comp., 31 :629-651, 1977.
- [2] BÉRENGER, J.-P., *A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves*, Journal of computational physics, 114 :pp 185-200, 1994.
- [3] BÉCACHE, E. AND FAUQUEUX, S. AND JOLY, P., *Stability of perfectly matched layers, group velocities and anisotropic waves*, Journal of Computational Physics, 188(2) :399-433, 2003.
- [4] DUVENECK, E. AND BAKKER, M. P., *Stable P-wave modeling for reverse-time migration in tilted TI media*, Geophysics, 76(2) :65-75 2011.

Lionel BOILLOT, INRIA Bordeaux Sud-Ouest, Equipe projet Magique-3D, LMA - UMR CNRS 5142, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Avenue de l'Université, BP 1155, 64013 PAU cedex.

lionel.boillot@inria.fr

Hélène BARUCQ, INRIA Bordeaux Sud-Ouest, Equipe projet Magique-3D, LMA - UMR CNRS 5142, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Avenue de l'Université, BP 1155, 64013 PAU cedex.

helene.barucq@inria.fr

Henri CALANDRA, TOTAL Exploration & Production, Depth Imaging and High Performance Computing, Avenue Larribau, 64018 PAU

henri.calandra@total.com

Julien DIAZ, INRIA Bordeaux Sud-Ouest, Equipe projet Magique-3D, LMA - UMR CNRS 5142, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Avenue de l'Université, BP 1155, 64013 PAU cedex.

julien.diaz@inria.fr

Existence et régularité de solution positive d'une équation parabolique singulière et nonlineaire

Brahim BOUGHERARA, Laboratoire de mathématiques et leurs applications, UPPA.

Jacques GIACOMONI, Laboratoire de mathématiques et leurs applications, UPPA.

Nous présentons quelques résultats d'existence et d'unicité de la solution d'un problème parabolique non linéaire et singulière avec les conditions de Dirichlet homogènes sur le bord de domaine. La singularité apparaît dans le sens où il y'a un terme qui s'explode au voisinage du bord dans le seconde membre de l'équation. Le problème est le suivant :

$$\begin{cases} \partial_t u - \Delta_p u = u^{-\delta} + f(x, u, \nabla u) & \text{dans } (0, T) \times \Omega = Q_T, \\ u = 0 & \text{sur } (0, T) \times \partial\Omega, \quad u > 0 \text{ in } Q_T, \\ u(0, x) = u_0 \geq 0 & \text{dans } \Omega, \end{cases}$$

où Ω est un ouvert borné de R^N , $\Delta_p u$ est le p-Laplacian définé par $\Delta_p u = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u)$, $2 < p < \infty$, $\delta > 0$ et $T > 0$. On démontre que pour toute donnée initiale $u_0 \in L^r(\Omega)$ avec $r \geq 2$ l'existence et la régularité d'une solution positive en utilisant quelques estimations basé sur des inégalité de type log-Sobolev.

BOUGHERARA Brahim, Laboratoire de mathématiques et leurs applications, UPPA.

brahim.bougherara@univ-pau.fr

GIACOMONI Jacques, Laboratoire de mathématiques et leurs applications, UPPA.

jacques.giacomoni@univ-pau.fr

Algorithmes Full-Multigrid adaptatifs basés sur des métriques Riemanniennes

Gautier BRETHERS, INRIA Sophia Antipolis

Une méthode souvent employée pour gagner en efficacité dans la résolution des EDP est la méthode des raffinements successifs : on résout partiellement avec une méthode itérative sur un maillage donné puis on raffine le maillage pour résoudre ensuite sur le nouveau maillage à partir d'une interpolation de la solution déjà obtenue et ainsi de suite. Ce principe est utilisé dans la méthode Full-Multigrid, permettant ainsi d'envisager des résolutions de complexité $O(N)$ avec N le nombre de nœuds du maillage [2].

Une condition centrale pour le bon fonctionnement de ces méthodes est la convergence numérique des différentes phases. Cela signifie que l'on doit avoir, pour chaque maillage \mathcal{M}_k utilisé dans chaque phase, la propriété suivante :

$$|u - u_k| \approx K(N_k)^{\frac{\alpha}{d+m}}$$

avec α l'ordre de convergence du schéma et N_k le nombre de points du maillage \mathcal{M}_k .

En pratique, cette convergence numérique n'est pas systématiquement obtenue, ce qui nuit à l'efficacité et à la fiabilité des calculs réalisés. Les développements récents en maillages adaptatifs montrent que l'une des clés d'une bonne convergence numérique réside dans l'utilisation de maillages adaptatifs anisotropes, notamment ceux basés sur des métriques Riemanniennes [3][4].

La contribution proposée présente une méthode associant :

- la génération des maillages des phases de raffinements successifs par adaptation anisotrope basée sur une métrique
 - la génération des niveaux grossiers de chaque phase par déraffinement anisotrope basé aussi sur une métrique.
- Afin de rendre le calcul totalement fiable, on utilise un test d'arrêt inspiré de la méthode de FMG contrôlé décrite dans [1]. Le nouvel algorithme sera évalué sur deux familles de cas tests modèles elliptiques correspondant à :
- des calculs d'interfaces entre deux fluides
 - un calcul d'équilibre de plasma confiné.

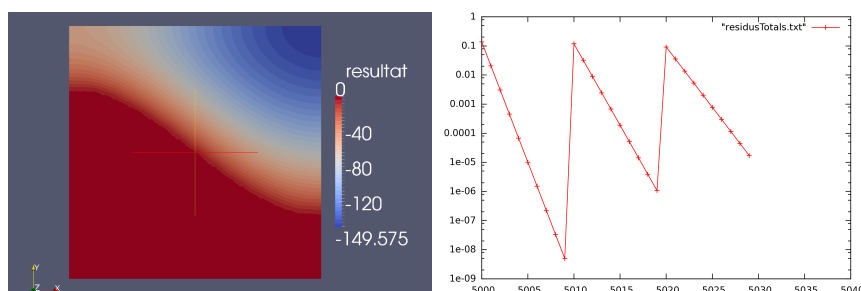


FIGURE 38 – Solution sur une interface bifluide et courbes de convergence pour une résolution FMG.

Travail effectué dans le cadre d'une bourse INRIA-région Provence Alpes Côte d'Azur co-financée par la société Lemma et avec le soutien du projet ANR-ANEMOS.

Références

- [1] G. CARRÉ, A. DERVIEUX, "On the Application of FMG to Variational Approximation of Flow Problems", *IJCFD*, **12**, 99-117, 1999.
- [2] U. TROTTEMBERG, C.W. OOSTERLEE, A. SCHULLER, *Multigrid*, Academic Press, 2000.
- [3] A. DERVIEUX, D. LESERVOISIER, P.-L. GEORGE, Y. COUDIÈRE, "About theoretical and practical impact of mesh adaptations on approximation of functions and of solution of PDE", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **43**, 507-516, 2003.
- [4] A. LOSEILLE, A. DERVIEUX, P.J. FREY AND F. ALAUZET, "Achievement of global second-order mesh convergence for discontinuous flows with adapted unstructured meshes", AIAA paper 2007-4186.

Gautier BRETHERS, INRIA Sophia Antipolis, 2004 Route des Lucioles, 06560, Sophia Antipolis
gautier.brethes@inria.fr

Robust and efficient homology inference

Mickaël BUCHET, Geometrica

Frédéric CHAZAL, Geometrica

Donald R. SHEEHY, Geometrica

Steve OUDOT, Geometrica

Homology inference consists in looking for a topological structure of data. Given a point set, we attempt to recover this structure by counting the homology classes that can be seen as the "holes" in the data in different dimension. Two of the main problems of homology inference algorithms are the robustness to noise with aberrant values and their complexity that scales badly with the ambient dimensions.

The distance to measure introduced in [1] aimed to handle noise with aberrant values. Its uses combined with the persistence theory gives guarantees on the inferred information. However, this approach needs to compute the sub-level sets of the function whose complexity makes it unusable in practice.

This problem was tackled in [2] with the introduction of a linear-sized approximation to the sub-level sets called witnessed k -distance. Guarantees were achieved in Euclidean spaces, but as the method relies on the existence of barycenters, it cannot be used outside this scope. We provide a new way of approximating the distance to measure that can be used in any metric space. It gives guarantees equivalent to the improved ones we have for the witnessed k -distance in the Euclidean case, while relying solely on the pairwise distances between the input points.

The complexity of the algorithms and especially of the size of the filtration used to compute the persistence has been an important question. [3] has proposed linear-sized approximation to the Vietoris-Rips filtration over a point set that scales exponentially with respect to the intrinsic dimension instead of the ambient one. We expand this approach to any weighted point set and weighted filtration. This generalization allows us to use it in combination with our approximation to the distance to measure to obtain results on the inference quality of the method.

Références

- [1] F. CHAZAL, D. COHEN-STEINER, Q. MÉRIGOT, *Geometry Inference for Probability Measure*, J. Found. Comput. Math, 2011.
- [2] L. GUIBAS, Q. MÉRIGOT, D. MOROZOV, *Witnessed k -distance*, Symposium on Computational Geometry, 2011.
- [3] D. SHEEHY, *Linear-Size Approximations to the Vietoris-Rips Filtration*, Symposium on Computational Geometry, 2012.

Mickaël BUCHET, INRIA Saclay - 1 rue Honoré d'Estienne d'Orves - Bâtiment Alan Turing - 91120 Palaiseau
mickael.buchet@inria.fr

Frédéric CHAZAL, INRIA Saclay - 1 rue Honoré d'Estienne d'Orves - Bâtiment Alan Turing - 91120 Palaiseau
frederic.chazal@inria.fr

Donald R. SHEEHY, INRIA Saclay - 1 rue Honoré d'Estienne d'Orves - Bâtiment Alan Turing - 91120 Palaiseau
donald.sheehy@inria.fr

Steve OUDOT, INRIA Saclay - 1 rue Honoré d'Estienne d'Orves - Bâtiment Alan Turing - 91120 Palaiseau
steve.oudot@inria.fr

Gestion optimale en temps continu d'une ferme éolienne couplée à un dispositif de stockage

Paul CHARTON, Institut Élie Cartan de Lorraine (Nancy), Epi Tosca, Inria

Compte tenu du fait que la quantité limitée d'énergies fossiles et nucléaires disponibles et de leur coût écologique, la tendance est au développement des énergies renouvelables. En particulier les énergies solaire et éolienne sont en plein essor. L'inconvénient de ces moyens de production réside dans leur caractère aléatoire. Sur certains marchés, les producteurs d'électricité renouvelable sont soumis aux mêmes règles que les autres producteurs. Ils doivent donc décider la veille ($J - 1$) quelles puissances ils s'engagent à fournir sur les différentes plages horaires (0h-1h, 1h-2h,...) du jour J . Lors de chacune de ces plages horaires, la puissance fournie peut être différente de la puissance engagée comme l'illustre la figure 1.

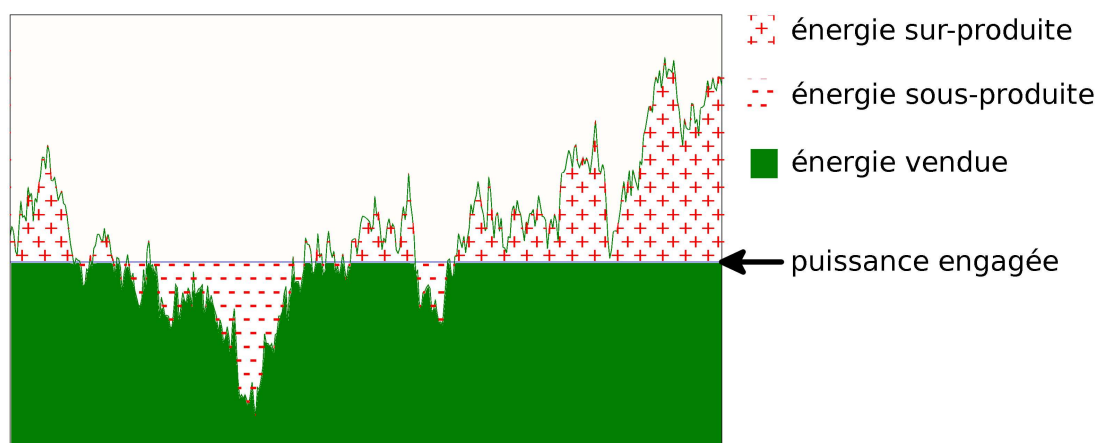


FIGURE 39 – Exemple de production sur une plage horaire

Le producteur paye alors des pénalités de sur-production et de sous-production respectivement proportionnelles aux quantités d'énergie sur-produite et sous-produite. Pour limiter ces pénalités, une méthode consiste à utiliser un dispositif permettant de stocker et de restituer de l'énergie. Le but du producteur est alors d'utiliser au mieux ce dispositif afin d'optimiser son gain moyen journalier.

Nous proposons de représenter la puissance produite au cours du temps comme étant solution d'une équation différentielle stochastique. Nous représentons alors la quantité d'énergie stockée, sous la forme de la solution d'une équation différentielle ordinaire dépendant de la production et de la stratégie de stockage. On a alors affaire à un problème d'optimisation stochastique qui, comme montré dans [2], est équivalent à la résolution d'une équation de Hamilton Jacobi Bellman (HJB).

Nous montrons que sous certaines hypothèses, la production et la quantité d'énergie stockée sont à valeurs positives et bornées. Nous pouvons ainsi considérer notre équation de HJB uniquement sur un domaine compact. Cette équation vérifie un principe de comparaison semblable à celui proposé dans [1].

Enfin en utilisant la forme particulière de notre équation et la démarche utilisée dans [3], nous construisons un schéma numérique semi-lagrangien, qui converge vers la solution de notre équation de HJB.

Références

- [1] CRANDALL, MICHAEL G. ET ISHII, HITOSHI ET LIONS, PIERRE L., *User's Guide to Viscosity Solutions of Second Order Partial Differential Equations*, Bulletin of the American Mathematical Society, p. 339-6368 1992.
- [2] JIONGMIN YONG ET XUN YU ZHOU, *Stochastic Controls Hamiltonian system and HJB equations*, Springer, 1999.
- [3] CHEN, ZHULIANG ET FORSYTH, PETER A., *A semi-Lagrangian approach for natural gas storage valuation and optimal operation*, SIAM J. Sci. Comput., p. 1-67, 2008.

Paul CHARTON, Institut Élie Cartan de Lorraine - B.P. 70239, 54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex, France
paul.charton@univ-lorraine.fr

Residual-free bubbles pour l'équation d'Helmholtz

Théophile CHAUMONT FRELET, INRIA EPI MAGIQUE3D, LMI INSA Rouen

L'équation d'Helmholtz est utilisée dans de nombreuses applications pour représenter la propagation d'une onde périodique en temps. Il s'agit d'une équation simple mais difficile à résoudre car faiblement elliptique. Ainsi, lorsque la fréquence augmente, la qualité de la solution numérique est dégradée au point qu'on observe des erreurs de phase importantes. Ce phénomène, appelé "effet de pollution" peut être "retardé" si on raffine le maillage mais il ne peut en aucun cas être supprimé [1]. Toutefois, plusieurs approches ont été proposées pour atténuer l'effet de pollution. Parmi elles, les méthodes d'éléments finis généralisées (GFEM) utilisent des formules de quadratures modifiées [1], tandis que les méthodes de moindres carrés (LSG) introduisent un terme de pénalisation [2]. Il a également été observé que l'utilisation des Residual-Free Bubbles (RFB) permet aussi de réduire l'effet de pollution [3, 4]. Aujourd'hui, il est souvent nécessaire d'effectuer des calculs dans des milieux fortement hétérogènes car de plus en plus de modèles ne sont réalistes que s'ils sont posés dans des tectoniques complexes. Ici encore, on peut envisager de raffiner le maillage pour suivre au mieux les hétérogénéités du milieu mais les coûts de calcul deviennent vite prohibitifs. Ceci justifie l'élaboration de nouvelles méthodes pour lesquelles il n'est pas nécessaire de raffiner le maillage. Dans le cas d'hétérogénéités périodiques, les méthodes d'homogénéisation offrent des résultats satisfaisants [8]. Dans le cas contraire, la méthode RFB a été appliquée avec succès pour la prise en compte d'hétérogénéités de petite taille [7].

Il est également connu que les méthodes d'ordre élevé sont adaptées aux problèmes ondulatoires notamment quand ils sont posés dans des milieux complexes. Dans ce contexte, les méthodes de Galerkin Discontinues (DGM) suscitent un vif intérêt. En particulier, les formulations avec pénalisation intérieure (IPDG) offrent des résultats probants pour la discrétisation de l'équation des ondes [5].

L'utilisation conjointe des méthodes RFB et IPDG a récemment été réalisée avec succès pour la discrétisation du problème de Laplace [6]. Nous étudions ici l'impact de la méthode RFB sur l'effet de pollution et la prise en compte d'hétérogénéités pour l'équation d'Helmholtz dans le cadre d'une discrétisation mixte FEM et IPDG d'ordre élevé. Nous ciblons notre analyse en considérant des milieux géologiques synthétiques qui sont couramment utilisés comme benchmarks par la géophysique pétrolière.

Ce travail a été réalisé en collaboration avec H. Barucq (INRIA EPI MAGIQUE3D), H. Calandra (TOTAL) et C. Gout (INSA Rouen).

Références

- [1] I. BABUSKA, S. SAUTER, *Is the Pollution Effect of the FEM Avoidable for the Helmholtz Equation Considering High Wave Numbers?*, SIAM, 2000
- [2] L. THOMPSON, P. PINSKY, *A Galerkin Least Square Method for the Two-Dimensional Helmholtz Equation*, International J. for Numerical Methods in Engineering, 1994
- [3] L. FRANCA, C. FARHAT, A. MACEDO, M. LESOINNE, *Residual-Free Bubbles for the Helmholtz Equation*, International J. for Numerical Methods in Engineering, 1997
- [4] I. HARARI, K. GOSTEEV, *Bubble-based stabilization for the Helmholtz Equation*, International J. for Numerical Methods in Engineering, 2002
- [5] M. GROTTÉ, A. SCHNEEBELI, D. SHOTZAU, *Discontinuous Galerkin Finite Element Method for the Wave Equation*, SIAM, 2006
- [6] H. BARUCQ, T. CHAUMONT FRELET, J. DIAZ, V. PERON, *Upscaling for the Laplace Problem Using a Discontinuous Galerkin Method*, Elsevier, 2012
- [7] G. SANGALI *Capturing Small Scales in Elliptic Problems Using a Residual-Free Bubbles Finite Element Method*, Multiscale Model Simulation, 2003
- [8] G. GRISO, *Error Estimate and Unfolding for Periodic Homogenization*, pre-print

Théophile CHAUMONT FRELET, INSA Rouen, 685 avenue de l'université © BP 08, 76801 SAINT-ETIENNE-DU-ROUVRAY CEDEX

theophile.chaumont_frelet@insa-rouen.fr

On the equivalence of financial structures with long-term assets

Achis CHÉRY, Université Paris 1

Jean-Marc BONNISSEAU, Université Paris 1

Mots-clés : Equivalent financial structure, financial equilibrium, multi-period model, long-term assets, financial sub-structure, reduced forms.

Résumé

We introduce a multi-period model an equivalence relation on financial structures. We say that two financial structures are equivalent if, for each given state price, the images of the full payoff matrices of these financial structures are equal, regardless the arbitrage free price associated to the given state price. The intuition behind this definition is that the financial structures allow agents to transfer wealth across nodes of the date-event tree and thereby give them the possibility to enlarge their budget set. The main consequence of this definition is that, regardless of the standard exchange economy Σ , the existence of a financial equilibrium in an exchange economy Σ associated with a financial structure \mathcal{F} is equivalent to the existence of an equilibrium in Σ associated with any other financial structure \mathcal{F}' belonging to the equivalence class of \mathcal{F} . We exhibit sufficient conditions for the equivalence of two financial structures with possibly long-term assets. We give necessary and sufficient conditions of equivalence, if all assets are short-term. We also show that a given financial structure is equivalent to each of its reduced forms under some assumptions.

Références

- [1] L. ANGELONI AND B. CORNET, *Existence of financial equilibria in a multi-period stochastic economy*, Mathematical Economics, 8 :1-31, 2006.
- [2] Z. AOUANI AND B. CORNET, *Equivalent reduced form of a financial structure*, Working Paper, University of Paris 1, 2008.

Achis CHÉRY, Paris School of Economics, Université Paris 1 Panthéon Sorbonne, 106-112 Boulevard de l'Hôpital, 75647 Paris Cedex 13, France.

Achis.Chery@malix.univ-paris1.fr

Jean-Marc BONNISSEAU, Paris School of Economics, Université Paris 1 Panthéon Sorbonne, 106-112 Boulevard de l'Hôpital, 75647 Paris Cedex 13, France.

Jean-Marc.Bonnisseau@univ-paris1.fr

Méthodes de Décomposition de Domaines en Temps-Espace appliquées aux équations de Navier–Stokes

Oana Alexandra CIOBANU, ONERA, PALAISEAU

Juliette RYAN, ONERA, PALAISEAU

Xavier JUVIGNY, ONERA, PALAISEAU

Mots-clés : Équations Euler/Navier-Stokes, Méthode Volumes Finis, Décomposition de Domaines en espace-temps, Méthode Schwarz Waveform Relaxation, Calcul Parallèle

Dans cet exposé on s'intéresse à une méthode implicite de décomposition de domaines en temps-espace appliquée aux équations de Navier–Stokes par l'aéroacoustique, ce qui nécessite des schémas de précision d'ordre supérieur. Les méthodes de décomposition des domaines permettent de diviser un problème de grande taille en plusieurs sous-problèmes de taille réduite, qu'on peut traiter en parallèle. En général, seule la méthode de décomposition en espace est utilisée pour trouver des algorithmes de haute performance sur un large domaine d'applications numériques. Pour atteindre une performance optimale sur clusters ayant jusqu'à 100 000 nœuds (comme, récemment IBM Sequoia, ou GPUs) une autre dimension doit être parallélisée. Un autre avantage des méthodes de décomposition temps-espace est la possibilité d'appliquer des discrétisations temps-espace différentes sur chaque sous-domaine, ce qui permet d'améliorer l'efficacité et la convergence des schémas implicites.

La méthode Schwarz Waveform Relaxation (SWR) développée en [1] est une méthode qui permet de réaliser ce but. D'abord analysée pour des cas linéaires, cette méthode a été étendue pour des cas non-linéaires à l'aide d'une méthode de Quasi-Newton. Elle offre la possibilité d'utiliser différentes discrétisations en temps dans les sous-domaines ce qui va améliorer l'efficacité et la convergence des schémas implicites. Ce processus peut être réalisé de plusieurs façons. On choisit d'utiliser une méthode de Newton–Schwarz comme dans [2] qui consiste à appliquer une méthode de Newton globale, divisant le système linéaire en plusieurs sous-domaines qui se recouvrent. Chaque sous-domaine peut maintenant être résolu en parallèle et la solution globale reconstruite à l'aide de conditions de raccords bien choisies (Dirichlet, Fourier/Robin, etc.).

Les résultats sont d'abord validés sur le mouvement visqueux d'un tourbillon isolé à écoulement non perturbé, basé sur H.C. Yee [2]. Un deuxième cas 2D traité ici, très sensible en acoustique et demandant une grande précision, est l'apparition de tourbillons dans une couche de mélange à bas nombre de Reynolds. Grâce à la sensibilité de ce cas, on est capable de comparer la précision de nos schémas avec ceux d'un solveur explicite DG développé par L. Halpern, J. Ryan et M. Borel en [3]. La discrétisation temps-espace de la méthode de Galerkin Discontinus (DG) est connue pour avoir un bon comportement et fournir une bonne précision et performance dans le cas des équations de Navier–Stokes. Dans cet exposé on va montrer que des performances comparables peuvent être trouvées avec une simple méthode implicite de volumes finis, grâce à l'introduction de SWR.



FIGURE 40 – (gauche) Tourbillon 2D, (droite) Couche de mélange

Références

- [1] M. J. GANDER AND A. M. STUART, *Space-time continuous analysis of waveform relaxation for the heat equation*, SIAM J. Sci. Comput., pp. 2014 2031, 1998.
- [2] H.C.YEE, N.D. SANDHAM AND J. DJOMEHRI, *Low-dissipative high-order shock-capturing methods using characteristic-based filters*, J. Comp. Phys., 150, pp. 199-238, 1999.
- [3] L.HALPERN, J. RYAN AND M. BORREL, *Space-time non conforming discontinuous Galerkin method applied to Euler/Navier Stokes coupling*, International Conference on Spectral and High Order Methods, ICOSAHOM, 2012

Oana Alexandra CIOBANU, ONERA, Chemin de la Hunière et des Joncherettes, FR-91123, PALAISEAU
oana.ciobanu@onera.fr

Quelques aspects de dynamique adaptative pour les systèmes proies-prédateurs

Manon COSTA, CMAP, École Polytechnique

On considère deux populations en interaction : des proies et des prédateurs. Chaque individu est caractérisé par un trait phénotypique qui influe sur la prédation : on peut penser par exemple pour les proies à un mécanisme réduisant la prédation (émissions de produits chimiques répulsifs, constructions de défenses physiques) et pour les prédateurs à leur façon de s'adapter. Le système évolue alors par naissances, morts et mutations.

Pour obtenir le comportement moyen de la population nous introduirons un paramètre d'échelle K et étudierons la suite de processus partant de K individus de taille $1/K$. On retrouve alors dans un cas particulier les équations d'évolution déterministes des systèmes proies-prédateurs de type Lotka-Volterra.

On se placera ensuite dans les hypothèses de la dynamique adaptative (mutations rares et de petite amplitude) pour étudier l'évolution des caractéristiques phénotypiques des proies en présence d'un type de prédateur fixé. En s'appuyant sur des techniques développées par [1] et [2], nous obtiendrons successivement un processus de saut pur décrivant les traits successifs présents chez les proies, puis en diminuant l'amplitude des mutations une équation canonique pour l'évolution de ce trait.

Références

- [1] CHAMPAGNAT, N., *A microscopic interpretation for adaptive dynamics trait substitution sequence models*, Stochastic Processes and their Applications, 2006, Vol. 116, No.8, 1127-1160.
- [2] CHAMPAGNAT, N. JABIN, P.-E. MÉLÉARD, S., *Adaptation in a stochastic multi-resources chemostat model*, 2013, arXiv1302.0552.

Etude théorique de la fonctionnelle de Helfrich par des méthodes d'optimisation de formes

Jérémy DALPHIN, Institut Elie Cartan de Lorraine

Mots-clés : Helfrich, Willmore, vésicules, globules rouges, optimisation de formes

En biologie, lorsqu'une quantité suffisante de phospholipides est insérée dans une solution aqueuse, ces derniers s'assemblent alors par paires pour former une bi-couche, plus communément appelée vésicule. Une vésicule représente donc un sac de fluide lui-même plongé dans un fluide. Elle forme ainsi la membrane de base à toutes les cellules du vivant. C'est en étudiant les globules rouges que Helfrich proposa en 1976 son célèbre modèle dans [1] : la forme prise par une vésicule serait solution du problème d'optimisation

$$\inf_{|\partial\Omega|=A_0, |\Omega|=V_0} k_b \int_{\partial\Omega} (H(\mathbf{x}) - c_0)^2 dS(\mathbf{x}) + k_g \int_{\partial\Omega} K(\mathbf{x}) dS(\mathbf{x})$$

où $H = \frac{\kappa_1 + \kappa_2}{2}$ désigne la courbure moyenne, $K = \kappa_1 \kappa_2$ celle de Gauss, k_b , k_g et c_0 des constantes fixées, ainsi que dS l'élément de surface infinitésimal qui correspond à une intégration vis-à-vis de la 2-mesure de Hausdorff, l'infimum étant pris a priori sur l'ensemble des ouverts Ω de \mathbb{R}^3 dont le bord $\partial\Omega$ est une surface homéomorphe à la sphère (connexe, compacte, sans bord, orientable et de genre nul) d'aire A_0 et volume V_0 prescrits à l'avance.

Ce travail est réalisé en collaboration avec Antoine Henrot et Takéo Takahashi. Dans cet exposé, on commencera par effectuer un rapide état de l'art sur le sujet, en particulier sur le cas $c_0 = 0$ dont l'étude fut initiée par Willmore (cf. [2]), ainsi que sur les récentes avancées dans le domaine (cf. [3]). Puis, on traitera une partie du problème qui consiste à minimiser l'énergie de Helfrich sous la seule contrainte d'aire. On se demandera notamment si la sphère est toujours solution et point critique pour diverses classes de formes admissibles (convexe, axisymétrique, etc.).

Enfin, alors que la théorie de la mesure géométrique ne permet pas encore d'obtenir l'existence d'une surface optimale, on tentera d'introduire une classe d'objets plus raisonnable, comme l'avait fait Denise Chenaïs dans [4], pour laquelle l'existence à des problèmes d'optimisation de formes faisant intervenir des propriétés géométriques d'ordre deux serait assurée. Ces objets vérifieront une certaine propriété qualifiée d' ϵ -boule. On établira une régularité $C^{1,1}$ de type "reach positif", notion introduite dans [5] par Federer. La compacité de cette classe vis-à-vis de la distance de Hausdorff ainsi que la convergence L^∞ -faible étoile des courbures moyenne et gaussienne seront démontrées. On appliquera finalement ces résultats pour prouver l'existence de formes optimales à des problèmes d'optimisation assez généraux, dont celui de Helfrich est un cas particulier.

Références

- [1] W. HELFRICH, *Elastic properties of lipid bilayers : theory and possible experiments*, Zeitschrift für Naturforschung C, 1973.
- [2] J. SCHYGULLA, *Willmore minimizers with prescribed isoperimetric ratio*, Archive for Rational Mechanics and Analysis, 2012.
- [3] R. CHOKSI AND M. VENERONI, *Global minimizers for the doubly-constrained Helfrich energy : the axisymmetric case*, Calculus of Variations and Partial Differential Equations, 2012.
- [4] D. CHENAÏS, *On the existence of a solution in a domain identification problem*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1975.
- [5] H. FEDERER, *Curvature measures*, Transaction of the American Mathematical Society, 1959.

Jérémy DALPHIN, Institut Elie Cartan de Lorraine UMR CNRS 7502, Université de Lorraine B.P. 70239, 54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex, France
Jeremy.Dalphin@mines-nancy.org

The Evolution of the Vortex Filament Equation for a Regular Polygon

Francisco DE LA HOZ, University of the Basque Country

Given a curve $\mathbf{X}_0 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$, we consider the geometric flow

$$\mathbf{X}_t = c\mathbf{b}, \quad (1)$$

where c is the curvature and \mathbf{b} the binormal component of the Frenet–Serret formulae. This flow can be expressed as

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{X}_s \wedge \mathbf{X}_{ss}, \quad (2)$$

where \wedge is the usual cross-product, and s denotes the arc-length parameterization. This flow appeared for the first time in 1906 [2] and was rederived in 1965 by Arms and Hama [1] as an approximation of the dynamics of a vortex filament under the Euler equations. Therefore, (2) is also known as the vortex filament equation. Some of its explicit solutions of (2) are the line, circle, and helix. The tangent vector $\mathbf{T} = \mathbf{X}_s$ remains with constant length, so we can assume that it takes values on the unit sphere. Differentiating (2), we get

$$\mathbf{T}_t = \mathbf{T} \wedge \mathbf{T}_{ss}, \quad (3)$$

which is known as the Schrödinger map equation on the sphere.

In [3], we have considered the evolution of (2) and (3), taking a planar regular polygon of M sides as $\mathbf{X}(s, 0)$. Assuming uniqueness and bearing in mind the invariances and symmetries of (2) and (3), we are able to fully characterize, by algebraic means, $\mathbf{X}(s, t)$ and $\mathbf{T}(s, t)$, at rational multiples of $t = 2\pi/M^2$. We show that the values at those points are intimately related to the generalized quadratic Gauß sums

$$G(a, b, c) = \sum_{l=0}^{c-1} e^{2\pi i(al^2 + bl)/c}. \quad (4)$$

Finally, we mention some fractality phenomena appearing during the evolution of \mathbf{X} and \mathbf{T} . All the results are completely supported by numerical simulations.

Références

- [1] R. J. ARMS, F. R. HAMA, *Localized-Induction Concept on a Curved Vortex and Motion of an Elliptic Vortex Ring*, Phys. Fluids, 8(4) :553–559, 1965.
- [2] L. S. DA RIOS, *On the motion of an unbounded fluid with a vortex filament of any shape*, Rend. Circ. Mat. Palermo, 22 :117–135, 1906. In Italian.
- [3] F. DE LA HOZ, L. VEGA, *Vortex filament equation for a regular polygon : intermittency and fractality*, preprint, 2013.

Francisco DE LA HOZ, Department of Applied Mathematics, Statistics and Operations Research, Faculty of Science and Technology, University of the Basque Country, Barrio Sarriena S/N, 48940 Leioa (Spain)
francisco.delahoz@ehu.es

Une nouvelle approche pour résoudre le problème de la diffraction inverse pour l'équation des ondes.

Maya de BUHAN, Université Paris Descartes,

Marie KRAY, Universität Basel,

Dans ce travail [1], nous proposons une nouvelle approche pour résoudre le problème de la diffraction inverse : le but est de retrouver la position, la forme et les propriétés physiques d'un obstacle entouré d'un milieu ambiant dont on connaît les caractéristiques. Notre approche fonctionne directement dans le domaine temporel, à partir de l'équation des ondes, et combine deux méthodes développées récemment par les auteurs. La première est la méthode *TRAC* (Time-Reversed Absorbing Condition) [2], qui permet de reconstruire et de régulariser le signal à partir des données mesurées au bord et de réduire ainsi la taille du domaine de calcul. La deuxième est une méthode d'inversion (Adaptive Inversion method) introduite dans [3], et qui repose sur un processus d'adaptation de base et de maillage pour augmenter la précision de la reconstruction. Nous présentons plusieurs résultats numériques en deux dimensions (voir Figure 41).

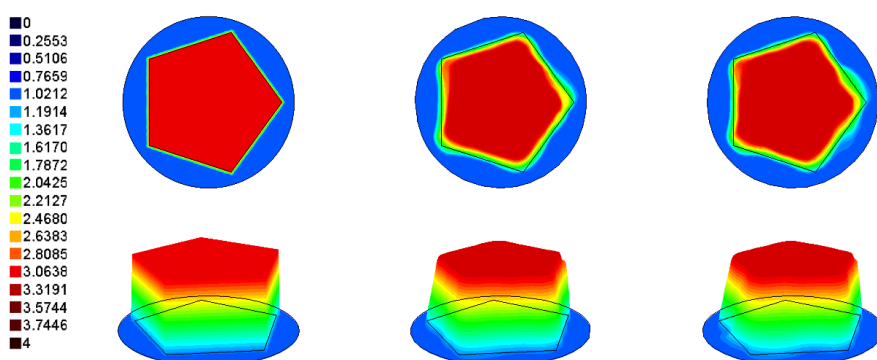


FIGURE 41 – Reconstruction d'un pentagone en utilisant notre stratégie : (a) Vitesse de propagation à retrouver. (b) Vitesse de propagation reconstruite à partir des données TRAC non bruitées, erreur L^2 relative = 1.72%. (c) Vitesse de propagation reconstruite à partir des données TRAC contenant 20% de bruit, erreur L^2 relative = 1.92%.

Références

- [1] M. DE BUHAN AND M. KRAY, *A new approach to solve the inverse scattering problem for waves : combining the TRAC and the Adaptive Inversion methods*, soumis, 2013.
- [2] F. ASSOUS, M. KRAY, F. NATAF, AND E. TURKEL, *Time Reversed Absorbing Condition : Application to inverse problem*, *Inverse Problems*, 27(6), 065003, 2011.
- [3] M. DE BUHAN AND A. OSSES, *Logarithmic stability in determination of a 3D viscoelastic coefficient and a numerical example*, *Inverse Problems*, 26(9), 95006, 2010.

Topology and lay-up optimization of multi-layered composite materials

Gabriel DELGADO, CMAP, École Polytechnique

This work is devoted to multi-layered composite design in aerospace structures. We determine the optimal fiber orientation, stacking sequence and topology of a composite multi-layered structure where each layer is modeled as biphasic orthotropic linearly elastic membrane. The objective function to be minimized is the weight of the composite structure under a global rigidity constraint and a point-wise buckling constraint. Due to the double discrete and continuous nature of the problem, we propose a numerical algorithm for fiber orientation and stacking sequence optimization based on non-linear integer programming coupled to a level set method controlled by a shape and topological sensitivity analysis for the topology optimization. A 2-d airplane fuselage section test case is discussed.

Références

- [1] ALLAIRE G., JOUVE F., TOADER A., *Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method*, Journal of Computational Physics, 194 :363-393, 2004.
- [2] SOKOLOWSKI J. & ZOCHOWSKI A., *On the Topological Derivative in Shape Optimization*, SIAM Journal on Control and Optimization, Vol. 37, No. 4 : pp. 1251-1272, 1999.

Gabriel DELGADO, Centre de mathématiques Appliquées, École Polytechnique, 91128 Palaiseau, France
delgado@cmap.polytechnique.fr

Lois de conservation scalaires et contraintes mobiles pour la modélisation du trafic routier.

Maria Laura DELLE MONACHE, Inria Sophia Antipolis-Méditerranée

Mots-clés : Lois de conservation scalaires avec contraintes, Couplage EDP-EDO, Modélisation du trafic routier, Méthode du suivi des fronts

Le but de ce travail est d'étudier un modèle couplé EDP-EDO d'un point de vue analytique et numérique et de vérifier le caractère bien posé de ce problème. Le modèle a été introduit pour décrire un goulot d'étranglement mobile (voir [2]). En particulier, il peut décrire le mouvement d'un poids lourd ou un bus, qui roule à une vitesse inférieure à celle des autres voitures, en réduisant la capacité de la route et générant ainsi un goulot d'étranglement. On peut modéliser cette situation d'un point de vue macroscopique par un système couplant une EDP (équation aux dérivées partielles) avec une EDO (équation aux dérivées ordinaires).

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x f(\rho) = 0, & (t, x) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}, \\ \rho(0, x) = \rho_0(x), & x \in \mathbb{R}, \\ \rho(t, y(t)) \leq \alpha R, & t \in \mathbb{R}^+, \\ \dot{y}(t) = \omega(\rho(t, y(t)+)), & t \in \mathbb{R}^+, \\ y(0) = y_0. \end{cases} \quad (1)$$

L'EDP est une loi de conservation scalaire avec une contrainte mobile sur la densité et l'EDO décrit la trajectoire du véhicule plus lent. $\rho(t, x) \in [0, 1]$ représente la quantité scalaire conservée, à savoir la densité moyenne des voitures circulant sur la route. La fonction flux $f : [0, R] \rightarrow \mathbb{R}^+$ est une fonction strictement concave avec $f(0) = f(1) = 0$. Elle est donnée par la formule $f(\rho) = \rho v(\rho)$, où $v(\rho) = 1 - \rho$ est la vitesse moyenne des véhicules. La variable y dénote la position du bus, qui se déplace à une vitesse qui dépend du trafic environnant, c'est-à-dire que le bus se déplace avec une vitesse constante tant qu'il n'est pas ralenti par les conditions de circulation en aval. Lorsque cela se produit, il se déplace à la vitesse moyenne des véhicules. Cela peut être modélisé par la définition suivante de la vitesse

$$\omega(\rho) = \begin{cases} V_b & \text{if } \rho \leq \rho^* \cdot R(1 - \frac{V_b}{V}), \\ v(\rho) & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (2)$$

A son tour, la circulation est modifiée par la présence du véhicule plus lent. En particulier, $\alpha \in]0, 1[$ est le taux de réduction de la capacité de la route due à la présence du bus. Il y a donc un couplage fort et non trivial.

Par rapport aux modèles proposés précédemment dans la littérature (voir [1, 3]), le problème que nous étudions ici propose une définition plus réaliste de la vitesse du bus et une description de son impact sur la circulation qui est plus simple à gérer d'un point de vue analytique et numérique.

Nous présenterons un résultat d'existence des solutions du modèle (1), obtenu par la méthode d'approximation de suivi des fronts, et nous montrerons des simulations numériques obtenues avec une méthode "front/capturing".

Références

- [1] R. M. COLOMBO, A. MARSON, *A Hölder continuous ODE related to traffic flow*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A, 133(4), 2003.
- [2] F. GIORGI, *Prise en compte des transports en commun de surface dans la modélisation macroscopique de l'écoulement du trafic.*, Institute National des Sciences Appliquées de Lyon, Thèse de doctorat, 2002.
- [3] C. LATTANZIO, A. MAURIZI, B. PICCOLI, *Moving bottlenecks in a car traffic flow : A PDE-ODE coupled model*, SIAM J. Math. Anal., 43(1), 2011.

Maria Laura DELLE MONACHE, EPI OPALE, Inria Sophia Antipolis-Méditerranée, 2004, route des Lucioles, 06902, Sophia Antipolis Cedex, France
maria-laura.delle_monache@inria.fr

Travail in collaboration avec Paola Goatin,

Résolution efficace d'EDP surfaciques et volumiques couplées en 3D. Application à l'effet Marangoni

Mahamar DICKO, Laboratoire Jean Kuntzmann (LJK), Grenoble.

Pierre SARAMITO, Laboratoire Jean Kuntzmann, Grenoble

Jocelyn ETIENNE, Laboratoire Interdisciplinaire de Physique, Grenoble

Nous développons une nouvelle approche de résolution numérique des EDP faisant intervenir des équations écrites en surface en interaction avec des équations en volumes.

La surface est supposée décrite comme étant l'isosurface zéro d'une fonction de niveau. L'idée est de calculer une bande du maillage régulier en volume du milieu environnant ayant une intersection avec une approximation polygonale de la surface, afin d'effectuer les calculs sur ce maillage induit.

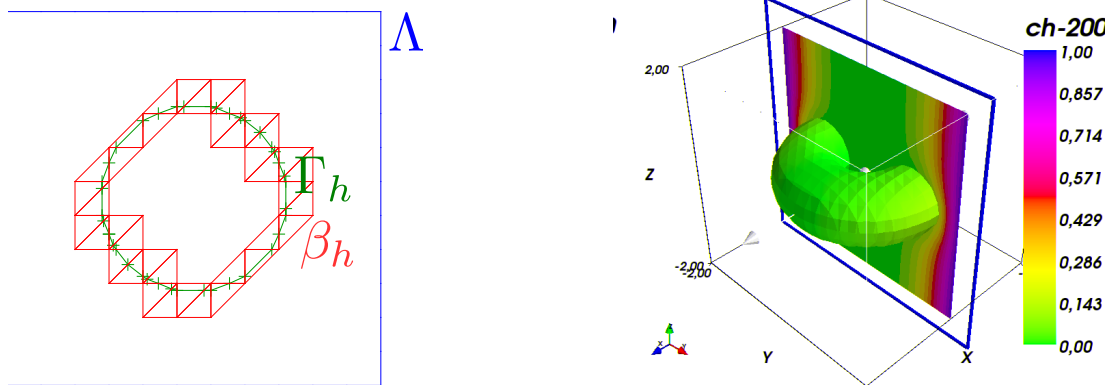


FIGURE 42 – A gauche : surface et bande de maillage associé (1D/2D). A droite : simulation numérique de l'effet Marangoni.

Nous introduisons des multiplicateurs de Lagrange qui permettent d'assurer l'unicité de la solution du problème discret correspondant sur cette bande et donc d'utiliser des méthodes de résolution directe.

Il s'agit donc d'une amélioration d'une méthode précédemment introduite dans [1]. Le couplage entre les EDP posées sur la surface et dans le volume nous conduit à introduire des opérateurs discrets de projection et de prolongement entre la bande et la surface. Nous comparons cette approche avec d'autres utilisées auparavant sur des exemples de simulations en 3D, ceci nous permet de mettre en évidence l'efficacité de la méthode. Nous présentons aussi des résultats de simulation numérique de l'évolution en temps de la concentration d'un surfactant sur une membrane et interagissant en volume avec un milieu environnant. Ce problème est connu sous le nom de l'effet Marangoni.

Références

- [1] M. OLSHANSKII, A. REUSKEN, AND J. GRANDE, *A finite element method for elliptic equations on surfaces*, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 47(5) :3339-3358, 2009.

Mahamar DICKO, 51 rue des Mathématiques Campus de SAINT MARTIN D'HERES BP 53 38041 Grenoble cedex 09

Mahamar.Dicko@imag.fr

Optimisation de l'algorithme du L-BFGS en vue de la reconstruction simultanée de deux fonctions dans le cadre de la tomographie optique

Fabien DUBOT, Chaire T3E, ÉTS, Montréal

Yann FAVENNEC, LTN UMR CNRS 6607, Université de Nantes

Benoit ROUSSEAU, LTN UMR CNRS 6607, Université de Nantes

Daniel ROUSSE, Chaire T3E, ÉTS, Montréal

Autant dans le domaine de la détection de défauts dans des matériaux semi-transparents que dans la détection de tumeurs biologiques, la tomographie optique (TO) est une technique de diagnostic non intrusive dont la mise en œuvre est peu onéreuse. La propagation du rayonnement dans ces matériaux est décrite par une équation intégral-différentielle complexe, à savoir l'équation du transfert radiatif (ETR). Dans cette communication, l'approximation diffuse (AD, équation approximant l'ETR) est employée afin de simplifier la mise en œuvre des techniques d'inversion requises pour obtenir les propriétés radiatives qui sont les résultats demandés pour le diagnostic. L'AD est une équation aux dérivées partielles linéaire de type réaction-diffusion associée à une condition de bord de type Robin non-homogène. La TO consiste finalement à retrouver deux fonctions spatiales impliquées dans l'équation de l'AD à partir de paires de mesures source-détecteur. Les sources introduites ainsi que les mesures sont faites uniquement en surface. Plus précisément, la TO est une méthode inverse qui repose dans notre cas sur la résolution d'un problème d'optimisation. Compte-tenu des différences entre les deux fonctions à retrouver, l'utilisation d'algorithmes de type gradient sans aucune amélioration ne donnera jamais de résultat probant. Pour remédier à cette difficulté, une mise à l'échelle des deux gradients lors du processus d'optimisation est souvent utilisée [1]. Nous montrerons en premier lieu que l'adimensionnalisation des fonctions en amont, ne nécessitant pas l'utilisation d'un coefficient arbitraire, fournit des résultats comparables à ceux obtenus avec la mise à l'échelle des gradients. En second lieu, nous montrerons l'intérêt de la réduction de l'espace de contrôle et l'utilisation du gradient de Sobolev pour préconditionner le système lors d'une reconstruction sur une géométrie de grande taille.

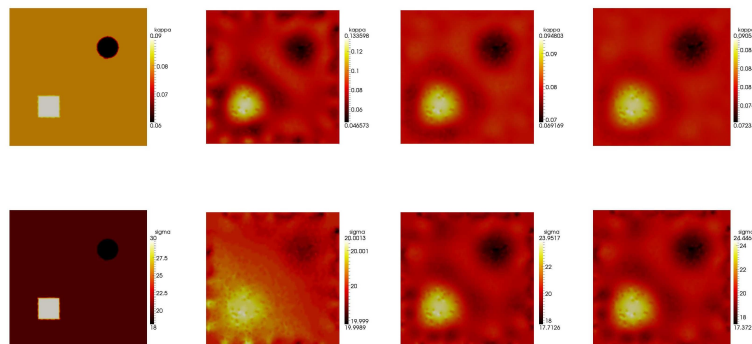


FIGURE 43 – Reconstruction des coefficients d'absorption (en haut) et de diffusion réduit (en bas). De gauche à droite : coefficients cibles, reconstruction "naïve", reconstruction utilisant la mise à l'échelle des gradients, reconstruction utilisant l'adimensionnalisation des fonctions.

Références

- [1] O. BALIMA AND J. BOULANGER AND A. CHARETTE AND D. MARCEAU, *New developments in frequency domain optical tomography. Part II. Application with a L-BFGS associated to an inexact line search*, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 112, 1235-1240, 2011.

Fabien DUBOT, Chaire de recherche industrielle en technologies de l'énergie et en efficacité énergétique (t3e), École de technologie supérieure, Montréal, Canada
fabien@t3e.info

Reflected backward stochastic differential equations with jumps and partial integro-differential variational inequalities

Roxana DUMITRESCU, Université Paris Dauphine

Marie-Claire QUENEZ, Université Paris Diderot

Agnès SULEM, INRIA Rocquencourt

Mots-clés : Reflected backward stochastic differential equations with jumps, viscosity solution, partial integro-differential variational inequality, optimal stopping, dynamic risk-measures

Backward stochastic differential equations were introduced, in the case of a Brownian filtration, by Bismut (1976), then generalized by Pardoux and Peng. They represent a useful tool in mathematical finance and stochastic control. Some studies have been done in the case of jumps.

Reflected BSDEs (RBSDEs) have been introduced by N. El Karoui et al. (1997) in the case of a Brownian filtration. The solutions of such equations are constrained to be greater than given processes called obstacles. In a recent paper, Quenez and Sulem ([3]) have provided existence and uniqueness results for RBSDEs with jumps, as well as comparison theorems and additional properties, when the obstacle is RCLL, which completes the previous works.

In this paper, we focus on RBSDEs with jumps in the Markovian case and we extend the results obtained in [1]. Our main contribution consists in establishing the link between RBSDEs with jumps, and parabolic partial integro-differential variational inequalities (PIDVI). We show that the solution of a given RBSDE corresponds to a viscosity solution of a PIDVI, which provides an existence result for this obstacle problem. Under additional assumptions, we prove a comparison theorem, which allows us to obtain the uniqueness of the viscosity solution in a certain class of functions. In order to prove these results, we establish new a priori estimates for RBSDEs with jumps.

We illustrate these results on an optimal stopping problem for dynamic risk measures induced by BSDEs with jumps. By [3], the value function, which represents the minimal risk measure, coincides with the solution of an RBSDE with jumps. In the Markovian case, it thus corresponds to the unique viscosity solution of the associated PIDVI.

Références

- [1] Bally, V., Caballero, M.E., Fernandez, B. and N.El-Karoui, REFLECTED BSDE'S, PDE'S AND VARIATIONAL INEQUALITIES, INRIA Research report, 2002
- [2] Karoui, N.El, Kapoudjian, C., Pardoux, E., Peng, S. and Quenez, M-C. REFLECTED SOLUTIONS OF BACKWARD SDE'S, AND RELATED OBSTACLE PROBLEMS FOR PDE'S, *The annals of Probability*, Vol.25, No.2, 702-737, 1997.
- [3] Quenez M.-C. and Sulem A., REFLECTED BSDEs AND ROBUST OPTIMAL STOPPING FOR DYNAMIC RISK MEASURES WITH JUMPS, INRIA Research report RR-8211, January 2013.

Roxana Larisa DUMITRESCU, CEREMADE, Université Paris Dauphine, CREST and INRIA Rocquencourt
roxana@ceremade.dauphine.fr

Etude mathématique d'ondes de concentration des bactéries

Casimir **EMAKO**, UPMC, LJLL

Nicolas **VAUCHELET**, UPMC, LJLL

Luis **ALMEIDA**, CNRS, LJLL

Mots-clés : chimiotactisme, équation cinétique, modèle macroscopique, méthodes numériques

Nous nous intéressons à la description mathématique du comportement collectif de bactéries par chimiotactisme. Le chimiotactisme est le phénomène par lequel des cellules se déplacent en fonction des signaux chimiques présents dans le milieu. Par exemple, le mouvement de la bactérie *Escherichia coli* est dû à l'alternance entre phases de run (nage en ligne droite) et tumble (changement de direction) aléatoire.

Il est modélisé par l'équation cinétique ci-dessous régissant la dynamique de la fonction de distribution $f(t, x, v)$ des bactéries de vitesse v en x à l'instant t .

$$\partial_t f + v \cdot \partial_x f = \int_{v' \in V} (T(v' \rightarrow v) f(v') - T(v \rightarrow v') f(v)) dv'. \quad (1)$$

Le taux de réorientation des bactéries de v' à v noté $T(v' \rightarrow v)$ dépend du gradient des substances chimiques. Dans [1], une limite de diffusion a permis d'obtenir un modèle macroscopique en accord avec les expériences réalisées à l'Institut Curie (voir [2]).

Nous avons poursuivi ces travaux en traitant l'aspect multi-espèces non prédictible par le modèle étudié en [1]. Il a été observé expérimentalement voir Figure 44 que des bactéries de type différent allant à des vitesses distinctes séparément se synchronisent et vont à la même vitesse ensemble.

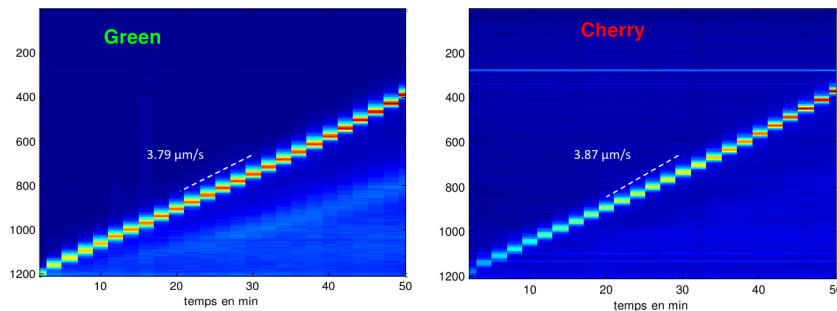


FIGURE 44 – Propagation des bactéries de type Green et Cherry proportion égale

A partir des équations cinétiques, nous construisons un modèle macroscopique à deux espèces dont l'analyse mathématique montre l'existence d'une onde de propagation cohérente avec les résultats expérimentaux de la Figure 44. Ce résultat est appuyé par les simulations numériques du modèle.

Références

- [1] J.SARAGOSTI, V.CALVEZ, N.BOURNAVEAS, B.PERTHAME, A. BUGUIN, P.SILBERZAN, *Mathematical Description of Bacterial Traveling Pulses*, PLoS Comput Biol 6(8) :e1000890, doi :10.1371/journal.pcbi.1000890, 2010.
- [2] J.SARAGOSTI, V.CALVEZ, N.BOURNAVEAS, B.PERTHAME, A. BUGUIN, P.SILBERZAN, *Directional persistence of chemotactic bacteria in a traveling concentration wave*, PNAS, doi :10.1073/pnas.1101996108, 2011.

Casimir **EMAKO**, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France
emako@ann.jussieu.fr

Nicolas **VAUCHELET**, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France
vauchelet@ann.jussieu.fr

Luis **ALMEIDA**, CNRS, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France
luis@ann.jussieu.fr

Détermination d'une séquence de bascules d'arêtes entre deux triangulations de même genre topologique

Jérémy ESPINAS, Université Lyon 1, LIRIS

Raphaëlle CHAINE, Université Lyon 1, LIRIS

Pierre-Marie GANDOIN, Université Lyon 2, LIRIS

Mots-clés : bascule d'arête, maillage, genre topologique

Etant données deux triangulations connexes T_1 et T_2 de même genre topologique et contenant un même nombre de sommets, nous présentons un algorithme direct permettant de changer la connectivité de T_1 (c'est-à-dire le graphe sous-jacent) en celle de T_2 en utilisant une unique opération, la bascule d'arête (voir figure 45), et sans avoir à connaître le genre topologique commun à T_1 et T_2 . Nous utilisons également une correspondance entre les sommets des deux maillages, qui, si elle est non fournie, peut être choisie de manière totalement aléatoire.

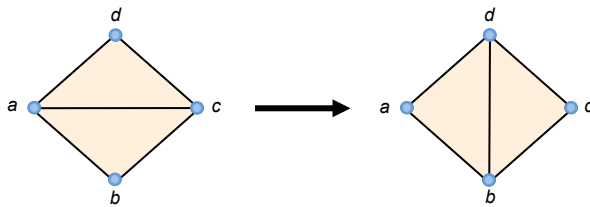


FIGURE 45 – Bascule de l'arête (ac).

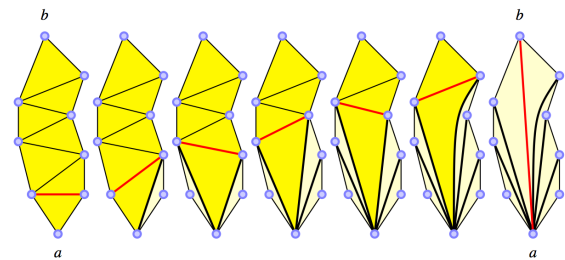


FIGURE 46 – Construction d'une arête (ab) au sein d'un chemin de facettes.

Notre algorithme procède par insertion itérative des arêtes de T_2 dans T_1 , en établissant un système de blocage des arêtes construites (notion d'arêtes contraintes). Le cas le plus simple est celui où l'on cherche à établir une arête entre deux sommets joints par un chemin de facettes ne traversant pas d'arêtes contraintes (voir figure 46). Il est cependant nécessaire de prendre des précautions non triviales pour respecter l'orientation des triangles dans les deux maillages, ainsi que la connectivité des sommets dans les zones pouvant se retrouver encerclées par des arêtes de contraintes. Ainsi, la construction de notre algorithme repose ensuite sur la proposition d'un ordre plausible et pertinent de construction de l'ensemble des arêtes, en adoptant une stratégie par croissance de région. Nous offrons une preuve de la validité de cet algorithme et l'efficacité de l'approche est illustrée par des résultats expérimentaux.

Accompagné d'une méthode efficace de codage d'une séquence de bascules d'arêtes, cet algorithme devient un outil performant pour coder la transformation de la connectivité de maillages avec un faible coût mémoire.

Références

- [1] ESPINAS J, CHAINE R, GANDOIN P, *A simple yet efficient algorithm to turn one oriented triangular mesh connectivity into another*, Technical report, 2012.

Jérémy ESPINAS, Université Claude Bernard Lyon 1 - Bâtiment Nautibus - 69622 Villeurbanne Cedex
jeremy.espinas@liris.cnrs.fr

Raphaëlle CHAINE, Université Claude Bernard Lyon 1 - Bâtiment Nautibus - 69622 Villeurbanne Cedex
raphaëlle.chaine@liris.cnrs.fr

Pierre-Marie GANDOIN, Université Lyon 2 - 5 Avenue Pierre Mendès-France - 69676 Bron Cedex
pierre-marie.gandoin@liris.cnrs.fr

Simulation de l'atténuation des ondes de détonation par les mousses aqueuses

Sylvain FAURE, CNRS - Laboratoire de Mathématiques d'Orsay

Jean-Michel GHIDAGLIA, CMLA - ENS de Cachan

Louis LE TARNEC, EUROBIOS

Il s'agit ici de présenter une partie des travaux réalisés dans le cadre du projet ANR SIMATOD qui a pour but le développement d'un outil robuste capable d'évaluer le pouvoir atténuateur des ondes de détonation par les mousses aqueuses. L'intérêt d'un tel outil est motivé par les nombreux domaines d'application où l'usage d'une mousse aqueuse permet d'atténuer l'onde de choc initiée par la détonation d'un explosif. En effet, la mise au point d'explosifs militaire et civil nécessite de nos jours des expériences sur pas de tir réalisées dans un environnement confiné afin de protéger les biens et les personnes mais également de limiter la propagation dans l'atmosphère des produits chimiques dangereux disséminés par l'explosion. A ce contexte maîtrisé, s'ajoute celui du risque terroriste. Lors de l'intervention de démineurs de la sécurité civile, il est primordial de pouvoir établir un périmètre de sécurité pertinent et de confiner au maximum l'explosion si elle s'avère inévitable. A la fin des années 1970, des travaux ont mis en évidence le pouvoir atténuateur des mousses aqueuses dans ce contexte et ont comparé la réduction de la surpression dans ce milieu à celle du sable [1]. Un dispositif de confinement actuellement très étudié consiste à mettre la charge explosive au centre d'une toile de tente (type tente igloo) remplie de mousse aqueuse.

Une fois le modèle multi-fluides (air, eau liquide et vapeur) monodimensionnel (hypothèse de symétrie sphérique) introduit, on décrira le schéma numérique utilisé pour aboutir à un outil robuste permettant de simuler une onde de détonation dans de la mousse (voir [2]). On montrera les résultats numériques obtenus lors de la propagation d'une onde de détonation calculée grâce au couplage de notre code avec un code de détonique existant. On fera également varier le foisonnement de la mousse (i.e. le rapport entre le volume total de la mousse et la quantité de solution moussante nécessaire à sa formation) afin d'étudier son influence sur le confinement.

Références

- [1] Evans D.L., Jankowski D.F., Hirleman E.D., *A preliminary investigation of aqueous foams for blast wave attenuation*, ERC-R-78050, College of Engineering and Applied Sciences, Arizona State University, Tempe, AZ, January 1979.
- [2] FAURE S., GHIDAGLIA J.-M., *Violent flows in aqueous foam I : Physical and numerical models*, European Journal of Mechanics B/Fluids, Vol. 30, pp.341-359, 2011.

Sylvain FAURE, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, CNRS UMR8628, Université Paris-Sud XI, Bât. 425, 91405 Orsay Cedex, France.

sylvain.faure@math.u-psud.fr

Jean-Michel GHIDAGLIA, Centre de Mathématiques et de Leurs Applications, École Normale Supérieure de Cachan and CNRS UMR8536, 61, Avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France.

jmg@cmla.ens-cachan.fr

Louis LE TARNEC, EUROBIOS, 86, avenue Lénine 94250 Gentilly

louis.letarnec@eurobios.com

Une classe de schémas de Boltzmann sur réseau recentrés en vitesse

Tony FEVRIER, Université Paris-Sud Orsay

Benjamin GRAILLE, Université Paris-Sud Orsay

Francois DUBOIS, CNAM Paris, Université Paris-Sud Orsay

La mise en œuvre des schémas de Boltzmann sur réseau est d'une grande simplicité et leur flexibilité permet de simuler un grand nombre d'équations aux dérivées partielles. Ils sont d'ailleurs utilisés dans les milieux industriels et font l'objet depuis peu de recherches de nature mathématique. Nous nous proposons ici de présenter un nouveau type de schéma de Boltzmann sur réseau inspiré des travaux de M. Geier [2] et permettant de résoudre certaines équations macroscopiques de type fluide (acoustique, Navier-Stokes, *etc.*).

Etant fixés Δx un pas d'espace et Δt un pas de temps, on se donne un réseau régulier de l'espace à deux dimensions $\mathcal{L} = \Delta x(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ et un ensemble fini de vitesses $\{v_j\}_{0 \leq j \leq 8}$, avec $v_j \in (\Delta x / \Delta t)\mathcal{V}$ où $\mathcal{V} = \{(0, 0), (1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1), (1, 1), (-1, -1)\}$, pour le schéma dit D2Q9. Une caractéristique de cette approche est que si $x_k \in \mathcal{L}$ alors, quel que soit $j \in \{0, \dots, 8\}$, $x_k + v_j \Delta t \in \mathcal{L}$. Les fonctions de distribution notées $f_j(x_k, t^n)$, $0 \leq j \leq 8$, représentent le nombre de macro-particules au point x_k à l'instant $t^n = n\Delta t$ de vitesse v_j et les quantités macroscopiques comme la masse ou la quantité de mouvement sont des moments discrets des f_j :

$$\rho(x_k, t^n) = \sum_{j=0}^8 f_j(x_k, t^n), \quad q(x_k, t^n) = \sum_{j=0}^8 v_j f_j(x_k, t^n).$$

Classiquement, le schéma s'écrit d'une manière générale sous la forme

$$f_i(x_k, t^{n+1}) = f_i^*(x_k - v_i \Delta t, t^n),$$

où le symbole $*$ désigne la fonction de distribution après une phase dite de collision. Dans le schéma de d'Humières [1], la phase de collision est diagonale dans l'espace des moments $m = Mf$ obtenus à l'aide d'une matrice fixe M de taille 9×9 .

Nous étudions une classe plus générale de schémas pour lesquels les moments sont calculés dans un référentiel avançant à la vitesse \tilde{u} . Plus précisément, la matrice M dépend d'un champ de vitesses \tilde{u} donné *a priori* : $m(\tilde{u}) = M(\tilde{u})f$, avec $M(\tilde{u}) = T(\tilde{u})M$. La structure de la matrice $T(\tilde{u})$ est étudiée, en particulier nous nous intéressons aux choix des moments tels que T soit une représentation de groupe. Cette propriété permet de ne pas dégrader la complexité du schéma et de conserver sa facilité d'implémentation. Nous présentons les équations équivalentes à l'ordre 3 via la méthode asymptotique du développement de Taylor [3] et exhibons d'éventuelles sources d'instabilités liées à ces termes d'ordre 3. Enfin nous présentons deux cas-tests numériques afin d'évaluer les propriétés d'invariance par Galilée et de stabilité du schéma : la cavité de Kelvin-Helmholtz et la décroissance d'une onde de cisaillement.

Références

- [1] D. D'HUMIÈRES, *Generalized Lattice-Boltzmann Equations*, AIAA Rarefied Gas Dynamics : Theory and Applications, Progress in Astronautics and Aeronautics, **159**, pp. 450–458, 1992.
- [2] A. GREINER, M. GEIER, J.C. KORVINK, *Cascaded digital lattice Boltzmann automata for high Reynolds number flow*, Phys. Rev. E, **73**, 066705, 2006.
- [3] F. DUBOIS, *Une introduction au schéma de Boltzmann sur réseau*, ESAIM Proc., **18**, pp. 181–215, 2007.

Tony FEVRIER,

tony.fevrier@math.u-psud.fr

Benjamin GRAILLE,

benjamin.graille@math.u-psud.fr

Francois DUBOIS,

francois.dubois@cnam.fr

Asymptotic Preserving numerical scheme for the gas dynamics equations in the low Mach limit.

Mathieu GIRARDIN, CEA Saclay & LRC Manon

Christophe CHALONS, Université Paris Diderot-Paris 7 & Laboratoire J.-L. Lions

Samuel KOKH, CEA Saclay

We are interested in the simulation of subsonic compressible flows in a specific regime where the Mach number is small. More precisely, we consider the dimensionless system of gas dynamics

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \\ \partial_t (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \frac{1}{M^2} \nabla p = 0, \\ \partial_t (\rho E) + \nabla \cdot ((\rho E + p) \mathbf{u}) = 0, \\ E = e + \frac{M^2 |\mathbf{u}|^2}{2} \end{cases} \quad (1)$$

where ρ , u , E and M denote the density, the velocity, the total energy of the fluid and the Mach number ($M \ll 1$ at low Mach number). The pressure law $p = p(\rho, e)$ is assumed to be a given function of the density ρ and the internal energy e . When one considers the asymptotic regime obtained for low Mach number, the solution of the system is formally expected to behave like the solution of

$$\begin{cases} \nabla p^{(0)} = 0, \quad \nabla p^{(1)} = 0, \\ \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \\ \partial_t (\rho \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + \nabla p^{(2)} = 0, \\ \partial_t p + \rho c^2 \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \end{cases} \quad (2)$$

where $p = p^{(0)} + Mp^{(1)} + M^2 p^{(2)} + O(M^3)$ and c denote the sound speed. We propose an *asymptotic preserving* scheme for the gas dynamics equations in the low Mach limit. By asymptotic preserving, we mean that the numerical scheme is able to reproduce at the discrete level the asymptotic behaviour satisfied by the solution of the continuous equations (1). As we only require for the scheme to be consistent with (2) in the low Mach limit, our approach differs from classic low Mach number analysis where a good discrete analogue of $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ is required. We use a Lagrange-Projection algorithm to decouple the terms responsible for the acoustic waves and the material waves. This provides a simple setting to study the asymptotic behaviour in the low Mach limit as most of the asymptotic analysis is performed on the Lagrangian step, which is much simpler than (1). Furthermore, this splitting of operator gives a natural mixed implicit-explicit strategy to obtain a CFL stability condition driven by the (slow) material waves and not by the (fast) acoustic waves, which is especially important in the low Mach limit. Besides, an approximation based on a relaxation strategy [2, 1] provides a simple mean to circumvent the nonlinearities involved with the equation of state of the fluid. Then, a diffusion reduction technique inspired by the analysis of [2] is used to obtain the *asymptotic preserving* property. Since numerical diffusion is essential for the sake of stability, we prove a discrete entropy inequality to assess the scheme nonlinear stability in both classic and asymptotic regime.

Références

- [1] C. CHALONS AND J.F. COULOMBEL, *Relaxation approximation of the Eulerequations*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, **348**(2), pp. 872-893, (2008).
- [2] S. DELLACHERIE, *Analysis of Godunov type schemes applied to the compressible Euler system at low Mach number*, J. Comput. Phys., **229**(4), pp. 978 :1016, (2012).
- [3] I. SULICIU, *On the thermodynamics of fluids with relaxation and phase transitions. Fluids with relaxation*, Int. J. Engag. Sci., **36**, pp. 921-947, (1998).

Mathieu GIRARDIN, DEN/DANS/DM2S/STMF/LMEC-CEA Saclay, bât.454 PC 47,91191 Gif sur Yvette Cedex, France. Laboratoire de Recherche Conventonné MANON CEA/DEN/DANS/DM2S and UPMC-CNRS/LJLL. mathieu.girardin@cea.fr

Christophe CHALONS, U.M.R. 7598 UMPC, Boîte courrier 187, 75252 Paris Cedex 05, France. christophe_chalons@ljl11.univ-paris-diderot.fr

Samuel KOKH, DEN/DANS/DM2S/STMF/LMEC-CEA Saclay, bât.454 PC 47,91191 Gif sur Yvette Cedex, France. samuel.kokh@cea.fr

Optimisation de la forme des zones d'observation pour l'équation des ondes.

Pierre JOUNIEAUX, Université Pierre et Marie Curie.

Yannick PRIVAT, Université Pierre et Marie Curie.

Emmanuel TRÉLAT, Université Pierre et Marie Curie.

Mots-clés : Equation de ondes, observabilité, optimisation de forme, contrôle optimal.

Dans cette présentation nous considérons l'équation des ondes définie sur un domaine ouvert connexe de \mathbb{R}^n , Ω , supposé convexe ou de classe $C^{1,1}$, avec conditions Dirichlet au bord. On s'intéresse alors à l'observabilité de la dérivée normale de la solution sur une fraction Γ du bord de Ω de mesure $L|\partial\Omega|$ (où $L \in [0, 1]$), pendant un temps T . En particulier on sait que lorsque (Γ, T) satisfait la "Geometric Control Condition" (GCC), l'inégalité d'observabilité alors vérifiée nous assure de pouvoir estimer l'énergie des solutions par celle mesurée sur Γ . Les applications de ces travaux sont nombreuses, notamment dans l'ingénierie où le problème de l'optimisation des zones de contrôle ou d'observation est omniprésent. Typiquement, il peut s'agir de déterminer les formes, positions et nombre de capteurs optimisant un critère donné.

Nous posons donc le problème de trouver un domaine Γ qui la meilleure observation possible pour presque toute donnée initiale. Le cas d'une observation intérieure a déjà été étudié dans [2]. Et nous inspirant de cette étude nous proposons de considérer une sélection aléatoire des conditions initiales, ce qui donne lieu à un nouveau critère "randomisé". Une telle hypothèse se justifie d'un point de vue pratique puisqu'il est plus réaliste et suffisant de vouloir réaliser l'observabilité sur le domaine Γ pour une grande quantité de conditions initiales que de les considérer toutes. En conclusion de cette étude, nous nous intéressons au problème suivant :

$$\max_{\chi_\Gamma \in \mathcal{U}_L} \frac{1}{\lambda_j} \int_{\partial\Omega} \chi_\Gamma(x) \left(\frac{\partial \phi_j}{\partial n} \right)^2. \quad (1)$$

où \mathcal{U}_L représente l'ensemble des indicatrices du bord $\partial\Omega$ vérifiant $|\Gamma| = L|\Omega|$, et ϕ_j une base hilbertienne dans $L^2(\Omega)$ de fonctions propres du Laplacien sur Ω associées aux valeurs propres $-\lambda_j$.

On procède alors à l'étude de ce critère, en particulier nous utilisons une formulation relaxée du problème d'optimisation (1) qui nous permet d'en déterminer la valeur optimale ainsi que des solutions au problème relaxé lorsque le domaine Ω vérifie des hypothèses d'ergodicité quantique. On s'emploie également à l'étude du critère tronqué en fréquence, en vue de simulations numériques. On montre alors que la valeur optimale peut-être approchée à l'aide des solutions de ce problème tronqué, ce qui en fait un outil pratique dans la recherche de cette valeur. Notre propos sera illustré par des simulations numériques des solutions de ce problème. On rencontre alors une difficulté numérique, étudiée dans [1] : le phénomène de spillover.

Références

- [1] P. HÉBRARD, A. HENROT, *A spillover phenomenon in the optimal location of actuators*, SIAM J. Control Optim. **44** (2005), 349–366.
- [2] Y. PRIVAT, E. TRÉLAT, E. ZUAZUA, *Optimal observability of the multi-dimensional wave and Schrödinger equations in quantum ergodic domains*, Preprint Hal (2012), 70 pages.

Pierre JOUNIEAUX, Laboratoire Jacques-Louis Lions, UPMC, 4 place Jussieu BC 187 75252 Paris cedex 05.
jounieaux@ann.jussieu.fr

Yannick PRIVAT, Laboratoire Jacques-Louis Lions, UPMC, 4 place Jussieu BC 187 75252 Paris cedex 05.
Yannick.Privat@upmc.fr

Emmanuel TRÉLAT, Laboratoire Jacques-Louis Lions, UPMC, 4 place Jussieu BC 187 75252 Paris cedex 05.
emmanuel.trelat@upmc.fr

Résolution numérique des problèmes de Laplace et de Stokes avec un Dirac en second membre.

Loïc LACOUTURE, Université Paris-Sud

Bertrand MAURY, Université Paris-Sud

Astrid DECOENE, Université Paris-Sud

Sébastien MARTIN, Université Paris-Sud

Mots-clés : Laplace, Stokes, Dirac, éléments finis, estimations d'erreurs.

Dand le but de modéliser le transport mucociliaire, et plus généralement le mouvement de structures fines dans un fluide visqueux, nous avons été amenés, après applications des principes de la physique classique (conservation de la masse et de la quantité de mouvement), à étudier le problème de Stokes 2d avec un second membre singulier : un Dirac. En travaillant aussi sur un problème plus simple, problème de Laplace, nous avons considéré les deux approches suivantes.

Bien que la solution ne soit pas régulière, et donc que les résultats classiques de convergence des méthodes type éléments finis ne sont plus valides, le problème discret lui a bien un sens. Nous avons vu qu'on pouvait raffiner le maillage au niveau de la singularité pour approcher numériquement la solution avec un bon ordre de convergence [1]. De plus, après simulations numériques, nous avons démontré, à l'aide de théorèmes fins d'analyse numérique type Nitsche et Schatz [2], un résultat de convergence à l'ordre usuel loin de la singularité.

La seconde approche, moins directe, consiste à effacer la singularité, puisqu'on la connaît pour les problèmes de Laplace et de Stokes, et à résoudre numériquement un problème annexe, lui régulier, dont nous savons qu'il convergera à l'ordre optimal. Nous obtenons ainsi une méthode numérique efficace pour calculer une solution approchée.

Cette dernière approche permet, sans coûts supplémentaires, de positionner plusieurs Dirac, de les aligner selon une courbe, et ainsi modéliser un cil. Elle converge à l'ordre classique ce qui permet d'envisager d'importants calculs pour la suite. L'idée serait, à terme, de modéliser toute une forêt de cils en 3d.

Références

- [1] T. Apel, O. Benedix, D. Sirch, B. Vexler, *A Priori Mesh Grading For An Elliptic Problem With Dirac Right-Hand Side*, Siam Journal on Numerical Analysis, Vol. 49, No. 3, pp. 992-1005 (2011).
- [2] J. A. Nitsche, A. H. Schatz, *Interior Estimates for Ritz-Galerkin Methods*, Mathematics of Computation, Vol. 28, No. 128, P. 937-958 (1974).

Loïc LACOUTURE, Université Paris-Sud Orsay, 15 rue George Clémenceau, Bât. 425, Bur. 256, 91400 Orsay
loic.lacouture@math.u-psud.fr

Bertrand MAURY, Université Paris-Sud Orsay, 15 rue George Clémenceau, Bât. 425, Bur. 130, 91400 Orsay
bertrand.maury@math.u-psud.fr

Astrid DECOENE, Université Paris-Sud Orsay, 15 rue George Clémenceau, Bât. 425, Bur. 150, 91400 Orsay
astrid.decoene@math.u-psud.fr

Sébastien MARTIN, Université Paris-Sud Orsay, 15 rue George Clémenceau, Bât. 425, Bur. 150, 91400 Orsay
sebastien.martin@math.u-psud.fr

Statistique des transitions dans une chaîne de Markov avec un forçage périodique

Damien LANDON, Université de Bourgogne

Samuel HERRMANN, Université de Bourgogne

La modélisation de phénomènes naturels nécessite parfois de faire intervenir des équations stochastiques avec des termes de forçage périodique comme par exemple en climatologie pour modéliser les changements rapides dans les cycles glaciaires [1] ou encore en neuroscience pour des modèles d'émission de potentiels d'action [4]. On peut modéliser la température des périodes glaciaires par une chaîne de Markov à deux états avec un taux de transition périodique. Ce modèle a déjà été introduit dans [2] et [3]. On s'intéresse au comportement en temps long et plus particulièrement aux nombres de transition d'un état à l'autre. On utilise la théorie de Floquet pour calculer le plus grand multiplicateur de Floquet du système associé à la fonction génératrice. Ce multiplicateur permet de donner le comportement asymptotique sur une période. On donne quelques exemples pour décrire le phénomène de résonance stochastique et étudier la périodicité des trajectoires.

Références

- [1] PETER D. DITLEVSEN, *Extension of stochastic resonance in the dynamics of ice ages*, Chemical Physics, 375(2&3) :403 – 409, 2010.
- [2] SAMUEL HERRMANN AND PETER IMKELLER, *The exit problem for diffusions with time-periodic drift and stochastic resonance*, Ann. Appl. Probab., 15(1A) :39–68, 2005.
- [3] P. IMKELLER AND I. PAVLYUKEVICH, *Stochastic resonance in two-state Markov chains*, Arch. Math. (Basel), 77(1) :107–115, 2001.
- [4] ANDRÉ LONGTIN, *Stochastic resonance in neuron models*, Journal of Statistical Physics, 70 :309–327, 1993.

Damien LANDON, Institut de Mathématiques de Bourgogne, Université de Bourgogne, Faculté des Sciences Mirande, 9 avenue Alain Savary, BP 47870 21078 Dijon Cedex
damien.landon@u-bourgogne.fr
Samuel HERRMANN, Institut de Mathématiques de Bourgogne, Université de Bourgogne, Faculté des Sciences Mirande, 9 avenue Alain Savary, BP 47870 21078 Dijon Cedex
samuel.herrmann@u-bourgogne.fr

From Eckart & Young approximation to Moreau envelopes and vice versa

Hai Yen LE, Paul Sabatier University

Mots-clés : SVD decomposition, Eckart & Young approximation theorem, Moreau envelopes, rank minimization problems.

In matricial analysis and statistics, the so-called theorem of Eckart & Young (or Eckart-Young-Mirsky-Schmidt) provides a best approximation of an arbitrary matrix by a matrix of rank at most r . It is based upon the singular value decompositions of a matrix. On the other hand, in variational analysis or optimization, the Moreau envelopes (or Moreau-Yosida approximations-regularizations) of a function provide a sequence of continuous approximations of it. This way of doing is very much in vogue in optimization, for theoretical purposes as well as for algorithmic ones. We prove here that we can go forwards and backwards between the two procedures, thereby showing that they carry essentially the same information.

The underlying motivation is the treatment of *rank minimization problems*, currently a hot topic in optimization.

Références

- [1] J.-B.HIRIART-URRUTY and H.Y.LE, *From Eckart & Young approximation to Moreau envelopes and vice versa*, Preprint 2012, Submitted.
- [2] H.Y.LE, *A variational approach of the rank function : convex relaxation ; generalized subdifferentiation ; Moreau's regularization-approximation*, Ph.D Thesis, Paul Sabatier University, 2013.

Hai Yen LE, Paul Sabatier University, 118 Route de Narbonne, 31400 Toulouse, France
hyle@math.univ-toulouse.fr

Simulation numérique d'un problème d'advection-diffusion en milieux poreux

Lionel LENOTRE, INRIA Rennes

Les milieux poreux naturels sont par nature très hétérogènes. L'impossibilité de les décrire précisément et la présence de phénomènes physiques s'étendant sur de grandes échelles d'espace et de temps motivent le recours à la simulation numérique [1]. Dans ces milieux, le transport d'un soluté inerte par advection-diffusion est donné par :

$$\frac{\partial(\epsilon c)}{\partial t} - \nabla \cdot (\epsilon D \cdot \nabla c) + (\epsilon v) \nabla c = 0, \quad (1)$$

où D est le coefficient de diffusion, ϵ est la porosité du milieu et ϵv est la vitesse de Darcy, obtenue en résolvant le problème suivant, constitué de la loi de Darcy et de l'équation de conservation de la masse :

$$\begin{cases} \epsilon v = -K \nabla h, \\ \nabla \cdot (\epsilon v) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

avec K la conductivité hydraulique et h la charge hydraulique.

Nous considérons le problème (1), en 1D, dans lequel le coefficient D est constant par morceaux. Nous choisissons de résoudre ce problème par une méthode de Monte-Carlo. La difficulté vient de la discontinuité de D . Ce problème nécessite de rentrer dans le cadre des processus de diffusions généralisées [2]. En l'absence de dérive, , par exemple dans [3], les algorithmes développés pour traiter le cas 1D permettent de simuler de façon exacte la fonction densité de transition des particules dans la zone proche de la discontinuité, en s'appuyant sur le mouvement brownien biaisé. Notre travail porte sur l'ajout du terme d'advection. Nous discuterons les techniques existantes, comme celle proposée dans [4], pour ajouter ce terme et proposerons des cas tests de comparaison des différentes approches

Références

- [1] A. BEAUDOIN, J-R. DE DREUZY AND J. ERHEL, *Numerical monte-carlo analysis of the influence of pore scale dispersion on macrodispersion in 2d heterogeneous porous media*, Water Resources Research, 46 :W12537, 2010.
- [2] N.I. PORTENKO, *Generalized Diffusion Processes*, Translation of mathematical monographs, Volume 83, American Mathematical Society, 1990
- [3] A. LEJAY AND G. PICHOT, *Simulating diffusion processes in discontinuous media : a numerical scheme with constant time steps*, J. Comput. Phys. 231, no. 21, 7299â7314, DOI 10.1016/j.jcp.2012.07.011, 2012.
- [4] P. ÉTORÉ, M. MARTINEZ, *Exact simulation of one-dimensional stochastic differential equations involving the local time at zero of the unknown process*, Monte Carlo Methods and Applications, 2013.

Lionel LENOTRE, INRIA Rennes, Équipe SAGE, Campus de Beaulieu 35042 Rennes cedex
lionel.lenotre@inria.fr

Contributions à l'imagerie de milieux complexes par équations d'ondes élastiques

Jérôme LUQUEL, INRIA/TOTAL, EPI Magique-3D

Hélène BARUCQ, INRIA, EPI Magique-3D

Henri CALANDRA, CSTJF TOTAL SA

Julien DIAZ, INRIA, EPI Magique-3D

L'exploration pétrolière doit désormais explorer des zones difficiles à imager car les gisements les plus accessibles ont déjà été exploités. Les gisements peu ou pas encore exploités sont dans les milieux où le climat et la géographie sont hostiles. Etant donné le coût d'un forage, l'industrie pétrolière utilise des méthodes non invasives capables de fournir des images de la zone à explorer avant que le forage ne soit réalisé. Parmi les techniques d'imagerie prisées par les compagnies pétrolières, la Reverse Time Migration (RTM) est très efficace mais elle présente l'inconvénient de générer des coûts de stockage importants voire prohibitifs. La RTM se base sur la résolution complète de plusieurs équations d'ondes et il n'est pas envisageable d'éviter des calculs en parallèle. Dans le cadre de ce travail, on se concentre sur les difficultés liées au stockage ainsi que sur la condition d'imagerie. Pour le réduire, on utilise l'algorithme de Griewank [1] que B. Symes [2] a appliqué à la RTM. L'idée est de trouver un compromis entre le nombre d'équations d'ondes à résoudre et le nombre d'états à sauvegarder (Optimal Checkpointing). En ce qui concerne la condition d'imagerie, notre objectif est d'utiliser des ondes élastiques car elles sont les plus réalistes pour imager le sous-sol. Or, la propagation des ondes élastiques est un phénomène complexe dans lequel interagissent les ondes P et S et qui inclut des conversions d'ondes. Il est donc important d'utiliser une condition d'imagerie qui tient compte de la complexité du problème. Pour cela, nous avons choisi d'utiliser les travaux réalisés par J. Tromp et C. Morency en sismologie pour d'appliquer la méthode de l'état adjoint à la RTM [4, 5]. L'idée est d'utiliser les noyaux de sensibilité pour créer de nouvelles conditions d'imagerie. On présente des résultats numériques obtenus sur des modèles synthétiques fournis par Total. On montre notamment que la stratégie de stockage de Griewank permet d'éviter d'échantillonner les signaux en utilisant toutes les itérations pour produire l'image. On observe ainsi un gain en précision très conséquent. On analyse aussi l'impact de différentes conditions d'imagerie 2D sur la qualité de l'image.

Références

- [1] ANDREAS GRIEWANK AND ANDREA WALTHER, *An Implementation of Checkpointing for the Reverse or Adjoint Mode of Computational Differentiation*, ACM Transactions on Mathematical Software, 2000
- [2] SYMES, *Reverse Time Migration with Optimal Checkpointing*, Geophysics, 2002.
- [3] JIA YAN AND PAUL SAVA, *Isotropic angle-domain elastic reverse-time migration*, Geophysics, 2008.
- [4] HEJUN ZHU, YANG LUO, TARJE NISSEN-MEYER, CHRISTINA MORENCY AND JEROEN TROMP, *Elastic imaging and time-lapse migration based on adjoint methods*, Geophysics, 2009.
- [5] JEROEN TROMP AND CARL TAPE AND QINYA LIU, *Seismic tomography, adjoint methods, time reversal and banana-doughnut kernels*, Seismological Laboratory, 2005.

Jérôme LUQUEL, INRIA Bordeaux Sud-Ouest Research Center, Team Project Magique-3D, LMA - UMR CNRS 5142, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Avenue de l'Université, BP 1155 64013 PAU Cedex
jerome.luquel@inria.fr

Hélène BARUCQ, INRIA Bordeaux Sud-Ouest Research Center, Team Project Magique-3D, LMA - UMR CNRS 5142, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Avenue de l'Université, BP 1155 64013 PAU Cedex
helene.barucq@inria.fr

Henri CALANDRA, TOTAL SA, Centre scientifique et technique, Avenue Larribau, 64000 PAU
henri.calandra@total.com

Julien DIAZ, INRIA Bordeaux Sud-Ouest Research Center, Team Project Magique-3D, LMA - UMR CNRS 5142, Université de Pau et des Pays de l'Adour, Avenue de l'Université, BP 1155 64013 PAU Cedex
julien.diaz@inria.fr

Numerical simulation for the MHD system in 2D using OpenCL

Michel MASSARO, IRMA UMR 7501 Strasbourg

Philippe HELLUY, IRMA UMR 7501 Strasbourg

The Magneto-Hydro-Dynamics (MHD) system is a useful model for describing the behavior of astrophysical plasmas, or conducting fluids in a magnetic fields. It is also used in tokamak simulations for modeling the edge plasma.

We present in this work an efficient tool for simulating the two-dimensional MHD equations on GPU.

Our method is based on a the finite volume approach. We have implemented three differents fluxes for solving the problem, the Rusavov's flux, the VFRoe's flux [2] and the Bouchut's relaxation flux [1]. For one-dimensional computations, we can assume that the magnetic field in the x -direction is constant. In this case the divergence free condition on the magnetic field B , which reads $\nabla \cdot B = 0$, is automatically satisfied. In higher dimensions, it is important to impose the divergence free condition in order to ensure a good precision of the scheme for long time simulations. We impose the condition through a divergence cleaning technique described in [2, 3].

One objective of our work is compute plasma reconnection in astrophysics. Such computations require very fine meshes and thus lead to long computations. Therefore, we have implemented our algorithm on GPU using the OpenCL environment. We use several techniques in order to achieve very high memory bandwidth : optimized transposition algorithm, cache prefetch, etc.

At the conference, we will present several classical and less classical numerical results : one-dimensional Riemann problems, Orszag-Tang vortex, magnetic reconnection.

Références

- [1] FRANÇOIS BOUCHUT, CHRISTIAN KLINGENBERG, KNUT WAAGEN, *A multiwave approximate Riemann solver for ideal MHD based on relaxation II*, Numer. Math., 115(4) :647–679, 2010.
- [2] A. DEDNER, F. KEMM, D. KROENER, C.-D. MUNZ, T. SCHNITZER, AND M. WESENBERG. *Hyperbolic divergence cleaning for the MHD equations*. J. Comput. Phys., 175(2) :645â673, 2002
- [3] P. HELLUY, J.M. HERRAR, H MATHIS, S. MULLER, *A simple entropy fix for the VFRoe schemes*, preprint at <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00466999>, 2010.
- [4] P. HELLUY ET AL., *A local time-stepping discontinuous Galerkin Algorithm for the MHD system*, preprint at <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00337063>, 2008.
- [5] P. HELLUY, JONATHAN JUNG, *OpenCL numerical simulations of two-fluid compressible flows with a 2D random choice method*, preprint at <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00759135>, 2012.

Michel MASSARO, Institut de Recherche Mathématiques Avancée UMR 7501 7 rue René Descartes F-67084 Strasbourg Cedex

michel.massaro@math.unistra.fr

Philippe HELLUY, Institut de recherche mathématiques avancée UMR 7501 7 rue René Descartes F-67084 Strasbourg Cedex

helluy@unistra.fr

Molding constraints in shape and topology optimization via a level-set method

Georgios MICHALIDIS, Centre de Mathématiques Appliquées

Grégoire ALLAIRE, Centre de Mathématiques Appliquées

François JOUVE, Laboratoire Jacques-Louis Lions

Mots-clés : Shape and Topology optimization, Level-set method, Signed-distance function, Molding constraint

Shape and topology optimization methods [1, 2, 4] have provided valuable help to industrial engineers in conceiving novel, optimized designs of mechanical parts. However, such methods often result in very complex shapes that are very difficult to be realised via common, mass-production manufacturing procedures.

One such procedure, widely used in industry, is casting [5]. Cast parts need to satisfy a so-called "molding constraint", which ensures the capability of constructing and removing its mold. Although it is a necessary constraint for cast parts, it can be extended to any shape when one wants to simplify significantly the geometry of the final optimized shape.

The level-set method [3] is suitable for the application of such constraints in shape and topology optimization, due to its inherent geometric nature. In this work, we propose and compare various ways of taking into account a molding constraint in shape and topology optimization via a level-set method. A simple projection method is first presented [5]. Its limitations are discussed a novel general method is proposed. Finally, different ways to impose a "net-shape" constraint [6] are proposed. We show numerical results in 3d for compliance minimization.

Références

- [1] G. ALLAIRE AND F. JOUVE AND A.M. TOADER, *Structural optimization using shape sensitivity analysis and a level-set method*, J. Comput. Phys., 194 pp. 363–393 (2004) .
- [2] M.P. BENDSOE AND O. SIGMUND, *Topology optimization : theory, methods and applications*, Springer, (2004) .
- [3] S. J. OSHER AND J.A. SETHIAN, *Front propagating with curvature dependent speed : algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations.*, J. Comp. Phys., 78 pp. 12-49 (1988) .
- [4] M.Y. WANG AND X. WANG AND D. GUO, *A level set method for structural topology optimization*, Computer methods in applied mechanics and engineering, 192 pp. 227–246 (2003) .
- [5] Q. XIA AND T. SHI AND M.Y. WANG AND S. LIU, *A level set based method for the optimization of cast part*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 41 pp. 735–747 (2010) .
- [6] T. YAMADA AND K. IZUI AND S. NISHIWAKI AND A. TAKEZAWA, *A topology optimization method based on the level set method incorporating a fictitious interface energy*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 199 pp. 2876–2891 (2010) .

Georgios MICHALIDIS, Centre de Mathématiques Appliquées (UMR 7641), École Polytechnique 91128 Palaiseau, France

michailidis@cmap.polytechnique.fr

Grégoire ALLAIRE, Centre de Mathématiques Appliquées (UMR 7641), École Polytechnique 91128 Palaiseau, France

gregoire.allaire@polytechnique.fr

François JOUVE, University Paris Diderot, Laboratoire Jacques-Louis Lions (UMR 7598), Paris, France

jouve@math.jussieu.fr

Lois de conservation pour la modélisation de mouvements de foule

Matthias MIMAULT, INRIA - Sophia-Antipolis

Paola GOATIN, INRIA - Sophia-Antipolis

Mots-clés : Équation eikonale, lois de conservation, méthode de suivi de fronts, modèles macroscopiques de mouvements de foule

On considère ici une généralisation du modèle macroscopique de mouvements de foule introduit par Hughes [3]. La densité de piétons $\rho = \rho(x, t)$ évolue selon une loi de conservation scalaire, dans laquelle une équation eikonale déterminera la direction du mouvement. En une dimension d'espace, le modèle se présente ainsi :

$$\begin{aligned} \rho_t - \left(\rho v(\rho) \frac{\phi_x}{|\phi_x|} \right)_x &= 0, \\ |\phi_x| &= c(\rho), \end{aligned}$$

sur un domaine spatial $\Omega =]-1, 1[$. On complète par l'ajout des conditions aux limites de Dirichlet suivantes, qui représentent la position des sorties

$$\begin{aligned} \rho(t, -1) &= \rho(t, 1) = 0, \\ \phi(t, -1) &= \phi(t, 1) = 0, \end{aligned}$$

ainsi qu'une donnée initiale $\rho(0, \cdot) = \rho_0 \in \text{BV}(\mathbb{R})$. Ici $x \in \Omega$ est la variable d'espace, $t \geq 0$ est celle de temps, $\rho \in [0, 1]$ est la densité normalisée de la foule, $v(\rho) = (1 - \rho)$ la vitesse moyenne et $c = c(\rho)$ la fonction *coût*. On suppose que $c : [0, 1[\mapsto [1, +\infty[$ est une fonction régulière telle que $c(0) = 1$ et $c'(\rho) \geq 0$ pour $\rho \in [0, 1[$. Il s'agit d'un problème présentant un couplage non-trivial entre une loi de conservation scalaire et une équation eikonale, qui pose plusieurs questions ouvertes concernant l'existence, l'unicité, l'approximation numérique et la construction de la solution, dont des résultats préliminaires ont été obtenus dans [1, 2].

Les techniques de volumes finis pour les flux discontinus ne s'appliquent pas a priori à ce problème, car la position de la discontinuité dépend non-localement de la solution même. Néanmoins, on montrera que l'application directe de ces techniques donne une bonne approximation sans pour autant traiter explicitement la solution au niveau de la discontinuité. Puisque la solution exacte ne peut pas être calculée analytiquement, on teste la convergence sur une approximation réalisée par la méthode de suivi de front [2].

Références

- [1] DEBORA AMADORI AND MARCO DI FRANCESCO, *The one-dimensional Hughes model for pedestrian flow : Riemann-type solutions*, Acta Math. Sci. Ser. B Engl. Ed. 2012.
- [2] NADER EL-KHATIB, PAOLA GOATIN AND MASSIMILIANO D. ROSINI, *On entropy weak solutions of Hughes' model for pedestrian motion*, Z. Angew. Math. Phys., 2012.
- [3] PAOLA GOATIN AND MATTHIAS MIMAULT, *The wave-front tracking algorithm for Hughes' model of pedestrian motion*, SIAM J. Sci. Comput., à paraître.
- [4] R.L. HUGHES, *A continuum theory for the flow of pedestrians*, Transpn. Res.-B, 36(6) :507#535, 2002.

Matthias MIMAULT, INRIA Sophia Antipolis - OPALE-Project Team 2004, route des Lucioles BP 93 - 06902 Sophia Antipolis Cedex, France
Phone : +33 (0)4 97 15 53 11
matthias.mimault@inria.fr

Paola GOATIN, INRIA Sophia Antipolis - OPALE-Project Team 2004, route des Lucioles BP 93 - 06902 Sophia Antipolis Cedex, France
paola.goatin@inria.fr

Simulation d'écoulements sanguins dans le réseau veineux cérébral

Olivia MIRAUCOURT, Laboratoire de Mathématiques EA 4535 - Université de Reims

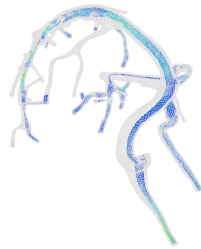
Stéphanie SALMON, Laboratoire de Mathématiques EA 4535 - Université de Reims

Marcela SZOPOS, IRMA UMR 7501 CNRS - Université de Strasbourg

Dans notre précédent travail [1], une étude préliminaire a été menée pour simuler des écoulements sanguins dans le réseau cérébral. Ici, nous nous intéressons exclusivement au réseau veineux et nous cherchons à nous approcher de la réalité physiologique d'abord en utilisant des conditions limites (C.L.) appropriées puis en préférant les éléments finis $\mathbb{P}^2 - \mathbb{P}^1$ aux éléments $\mathbb{P}^1 + \text{bulle} - \mathbb{P}^1$. Le sang est alors considéré comme un fluide newtonien, incompressible et les interactions fluide-structure sont négligées dans un premier temps. Pour simuler l'écoulement sanguin veineux cérébral, nous considérons les équations de Stokes instationnaires [2] définies par :

$$\begin{cases} \partial_t \mathbf{u} - \nu \Delta \mathbf{u} + \nabla p = \mathbf{f} & \text{dans } \Omega \\ \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 & \text{dans } \Omega \\ \mathbf{u}|_{t=0} = \mathbf{u}_0 \text{ dans } \Omega + \text{C.L. sur } \partial\Omega \end{cases}$$

avec Ω le domaine du fluide, ν la viscosité cinématique du fluide, \mathbf{f} le vecteur des forces extérieures appliquées au fluide, \mathbf{u} et p la vitesse et la pression du fluide. En ce qui concerne les conditions limites, une vitesse uniforme est imposée sur les entrées et la vitesse est libre sur les sorties (les deux veines jugulaires). Nous réalisons premièrement une étude comparative, en géométrie simplifiée, sur les schémas de projection pour les équations de Stokes instationnaires proposées par Guermond [3] afin de déterminer la meilleure méthode pour les résoudre dans notre maillage du réseau veineux cérébral. Nous montrons les résultats (lignes de courant) obtenus à l'aide du logiciel FreeFem++ pour les équations de Stokes stationnaires.



Ce travail fait partie du projet ANR ViVaBrain interdisciplinaire qui a pour but de générer des images angiographiques virtuelles du cerveau humain et de leur associer des modèles anatomiques (3D) et hémodynamiques (3D+t).

Références

- [1] S. SALMON, M. SZOPOS, S. SY, *Cerebral blood flow simulations in realistic geometries*, ESAIM Proceedings, 35 :281-286 (2012).
- [2] M. THIRIET, *Modelling and simulation of biological phenomena*, ICS Summer School, Roscoff (2012).
- [3] J.L. GUERMOND, P. MINEV, JIE SHEN, *An overview of projection methods for incompressible flows*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 195 :6011-6045 (2006).

Olivia MIRAUCOURT, **Stéphanie SALMON**, Laboratoire de Mathématiques EA 4535, Université de Reims, U.F.R. Sciences Exactes et Naturelles, Moulin de la Housse - BP 1039, 51687 REIMS cedex 2

olivia.miraucourt@etudiant.univ-reims.fr, stephanie.salmon@univ-reims.fr

Marcela SZOPOS, Institut de Recherche Mathématique Avancée, UMR 7501 CNRS/Université de Strasbourg, 7, rue René Descartes, F-67084 STRASBOURG Cedex

szopos@math.unistra.fr

<http://www.freefem.org>

<http://icube-vivabrain.unistra.fr>

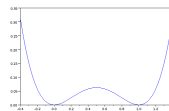
Approximation volumes finis de l'équation de Cahn-Hilliard

Flore NABET, LATP, Aix-Marseille Université

Mots-clés : équation de Cahn-Hilliard, volumes finis, conditions dynamiques

On s'intéresse dans ce travail à l'approximation du modèle de Cahn-Hilliard diphasique suivant :

$$\begin{cases} \partial_t c = M_0 \Delta \mu, & \forall (t, x) \in (0, T) \times \Omega; \\ \mu = -\varepsilon \Delta c + \frac{1}{\varepsilon} F'(c), & \forall (t, x) \in (0, T) \times \Omega; \end{cases}$$



Potentiel de Cahn-Hilliard $F(c) = c^2(1-c)^2$

où Ω est un ouvert borné et connexe de \mathbb{R}^d ($d = 2$ ou $d = 3$).

Ce système modélise l'évolution de deux constituants d'un mélange de concentration c_1 et c_2 reliées par la relation $c_1 + c_2 = 1$. On peut donc décrire ce phénomène à l'aide d'un unique paramètre d'ordre c et d'une inconnue intermédiaire μ appelée potentiel chimique. Le paramètre ε représente l'épaisseur de la zone de mélange et la mobilité M_0 est un coefficient de diffusion.

Il faut alors compléter ces équations par une condition initiale sur c et des conditions aux bords. Il n'y a aucun échange de masse avec l'extérieur, on impose donc la condition $\partial_n \mu = 0$ sur $\partial\Omega = \Gamma$. Différentes conditions aux bords peuvent être choisies pour le paramètre d'ordre, nous choisissons ici d'étudier les deux conditions suivantes (de type Neumann ou dynamiques) :

$$\partial_n c = 0 \text{ sur } \Gamma \quad \text{ou} \quad \partial_t c = \sigma_s \Delta_{\Gamma} c - \lambda_s c - \partial_n c \text{ sur } \Gamma.$$

Le système de Cahn-Hilliard associé à des conditions de Neumann au bord a été largement étudié depuis plusieurs années (voir par ex. [1]) alors que ce problème associé à des conditions aux bords dynamiques fait l'objet d'études plus récentes (voir par ex. [2], [5]). Cette dernière condition permet de prendre en compte le fait que l'interaction entre la frontière Γ et les différents composants est de courte portée. Habituellement, l'équation de Cahn-Hilliard est discrétisée par différences finies, éléments finis ou encore par des méthodes spectrales. On propose ici d'étudier une méthode volumes finis qui est bien adaptée à la condition aux limites dynamiques qui couple une équation 2D à une équation 1D par un terme de flux.

On montre des résultats d'existence, d'unicité d'une solution au problème discrétisé par volumes finis, puis la convergence de cette solution discrète vers une solution du problème continu ainsi que les estimations d'erreurs correspondantes pour certaines conditions aux bords.

Enfin, on donne des résultats numériques pour les différentes conditions au bords qui sont en accord avec la littérature.

Références

- [1] C. M. ELLIOTT AND S. ZHENG, *On the Cahn-Hilliard equation*, Arch. Rational Mech. Anal., Vol. 96, Issue 4, 339–357, 1986.
- [2] C. GAL, *A Cahn-Hilliard model in bounded domains with permeable walls*, Math. Methods Appl. Sci., Vol. 29, Issue 17, 2009–2036, 2006.
- [3] R. RACKE AND S. ZHENG, *The Cahn-Hilliard equation with dynamic boundary conditions*, Adv. Differential Equations, Vol. 8, Issue 1, 83–110, 2003.

Flore NABET, LATP, Aix-Marseille Université, CMI, 39 rue Joliot-Curie 13453 Marseille Cedex 13
flore.nabet@latp.univ-mrs.fr

Aspects numériques des chaos de Wiener dans le cadre de l'équation de Korteweg-de Vries stochastique

Johann NICOD, Université Paris-Est, LAMA

De nombreux phénomènes de localisation d'ondes dans les milieux dispersifs peuvent être modélisés par des EDP dispersives non linéaires. C'est par exemple le cas avec l'équation de Korteweg-de Vries avec le phénomène de soliton (*water waves*, physique des plasmas, propagation de faisceau).

Souvent, l'hétérogénéité des milieux physiques ou une connaissance incomplète des propriétés des matériaux conduit naturellement à introduire des coefficients ou forçages aléatoires, c'est l'équation de Korteweg-deVries stochastique par exemple :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \dot{\xi}(x, t), \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0, \quad (1)$$

où ξ est un processus stochastique centré (non nécessairement gaussien). Dans de nombreuses d'applications physiques, on s'intéresse au calcul de la moyenne de quantités invariants associés au soliton, du maximum de la solution, etc. Dans ce but, une approche traditionnelle est la méthode de Monte Carlo (ou Galerkin Monte Carlo, voir [1]) qui consiste à faire plusieurs simulations de (1) avant de moyenner.

Nous proposons ici une approche différente où les parties déterministes et stochastiques de l'équation sont discrétisées de façon indépendante grâce à une décomposition en chaos de la solution (cf [1]). Cela revient à identifier une base orthonormée de $L^2(\Omega; \mathbb{R})$, soit $\{\xi^\alpha\}$ où $\alpha = [\alpha_{i,j}]$ désigne un multi-indice, construite à partir des polynômes de Hermite (cas gaussien), puis de projeter la solution sur cette base, soit $u_\alpha(x, t) = \mathbb{E}(u(x, t) \xi^\alpha)$.

L'équation initiale (1) est alors remplacée par une famille d'EDP déterministes couplées par le terme non linéaire :

$$u(x, t) = \sum_{\alpha} u_{\alpha}(x, t) \xi^{\alpha}, \quad \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial^3 u_{\alpha}}{\partial x^3} + \mathbb{E}(u \frac{\partial u}{\partial x} \xi^{\alpha}) = \mathbb{E}(\dot{\xi}(x, t) \xi^{\alpha}), \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0. \quad (2)$$

Numériquement, le terme non linéaire de l'équation de Korteweg-de Vries est la principale source de difficulté dans l'algorithme de résolution, notamment du fait que $\xi^\alpha \xi^\beta \neq \xi^{\alpha+\beta}$. Il entraîne concernant les chaos de Wiener, une parallélisation plus délicate, la nécessité de faire des produits de chaos et le besoin de pouvoir accéder aux zones mémoires correspondantes aux chaos obtenus lors de ces produits.

Il est intéressant de noter que ce stockage est très performant grâce à l'aspect non linéaire de l'équation de Korteweg-de Vries. Un stockage plus simple (tableau, liste chaînée, map...) serait plus performant dans le cadre d'une équation linéaire avec un bruit additif. Cette structure offre même le temps d'accès optimal pour certaines opérations dans le cas d'un bruit multiplicatif.

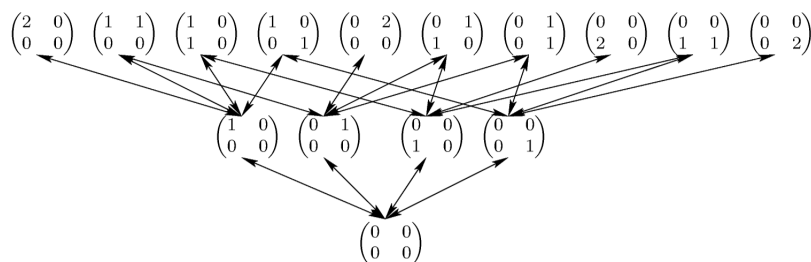


FIGURE 47 – Exemple d'un arbre doublement chaîné de chaos α 2x2 tronqué à hauteur 2

Références

- [1] I. Babuska, R. Tempone et G. E. Zouraris. Galerkin finite element approximations of stochastic elliptic partial differential equations. *SIAM J. Numer. Anal.*, 42(2) :800–825, 2004.
- [2] S. Lototsky, R. Mikulevicius, and B. Rozovskii. Nonlinear filtering revisited : a spectral approach. *SIAM J. Control Optim.*, 35(2) :435–461, 1997.

Johann NICOD, Université Paris-Est, LAMA (UMR 8050), UPEC, UPEMLV, CNRS, F-94010, Créteil, France
Johann.nicod@math-cnrs.fr

Equation d'Hamilton-Jacobi sur des structures hétérogènes

Salomé OUDET, Université de Rennes 1

Mots-clés : contrôle optimal, équation d'Hamilton-Jacobi, solutions de viscosité, structures hétérogènes

La théorie du contrôle optimal est l'étude de systèmes dynamiques dépendant d'un paramètre dynamique, appelé contrôle, soumis à certains critères de performance, et éventuellement à des contraintes (sur les contrôles, sur l'état du système, etc).

Étant donné un tel système, l'objectif principal est de trouver un contrôle dit "optimal" du point de vue des critères de performance et satisfaisant les contraintes imposées.

Cette théorie a de nombreuses applications dans des domaines variés tels que l'étude des trafics routiers, la physique, la robotique et peut, de manière générale, s'appliquer à tout système sur lequel on peut agir.

On s'intéresse à un problème de contrôle optimal dans \mathbb{R}^3 , sous contrainte d'état : la trajectoire doit rester dans $\mathcal{S} = \mathcal{P} \cup \mathcal{D}$, où \mathcal{P} est le plan $\mathcal{P} = (\mathbb{R}e_1) \times (\mathbb{R}e_2)$ et \mathcal{D} est la demi-droite $\mathcal{D} = \mathbb{R}_+e_3$ (où (e_1, e_2, e_3) est la base orthonormée canonique de \mathbb{R}^3). L'espace des contraintes est donc l'union de deux variétés de dimensions différentes et présente donc une singularité. Comme pour les problèmes plus classiques de contrôle optimal, on souhaite associer une équation d'Hamilton-Jacobi à ce problème, qui caractérise totalement la fonction valeur. Cependant, la singularité géométrique nous empêche d'appliquer directement la théorie standard des solutions de viscosité, voir [2].

On présentera des hypothèses et des définitions des solutions de viscosité qui conduisent à l'existence, l'unicité et la stabilité. Ce cadre permet en particulier d'adapter une méthode de duplication des variables pour obtenir un principe de comparaison.

Le sujet des équations d'Hamilton-Jacobi sur des structures hétérogènes se développe rapidement, mais il y a encore peu de littérature, voir [1, 5, 4, 3, 6] et les références contenues dans ces articles.

Ce travail est soutenu par le projet ANR-12-BS01-0008-01.

Références

- [1] YVES ACHDOU & FABIO CAMILLI & ALESSANDRA CUTRI & NICOLETTA TCHOU, *Hamilton-Jacobi equations constrained on networks*, Revue, AMS : 34H05 et 49J15, 2012.
- [2] MARTINO BARDI & ITALO CAPUZZO-DOLCETTA, *Optimal control and Viscosity Solutions of Hamilton-Jacobi-Bellman Equations*, Birkhäuser, 1997.
- [3] G. BARLES & A. BRIANI & E. CHASSEIGNE, *A Bellman approach for two-domains optimal control problems in R^n* , to appear, 2013.
- [4] C. IMBERT & R. MONNEAU & H. ZIDANI, *Hamilton-jacobi modeling of traffic on a divergent junction*, To appear in ESAIM Control Optim. Calc. Var.
- [5] D. SCHIEBORN & F. CAMILLI, *Viscosity solutions of eikonal equations on topological networks*, Calc. Var. Partial Differential Equations, 2013.
- [6] Z. RAO & H. ZIDANI *Hamilton-Jacobi-Bellman Equations on multi-domains* Preprint.

Salomé OUDET, IRMAR, Université de Rennes 1, 263 avenue du Général Leclerc, 35000 Rennes
salome.oudet@univ-rennes1.fr

Spectre du Laplacien de Dirichlet sur des cônes de petite ouverture.

Thomas OURMIÈRES-BONAFOS, Université de Rennes 1

Mots-clés : Laplacien de Dirichlet, théorie spectrale, analyse semi-classique

On présente les résultats obtenus dans [1]. On étudie les paires propres du Laplacien avec conditions de Dirichlet dans des cônes finis de hauteur fixée lorsque l'angle d'ouverture θ tend vers 0. Cet opérateur se décompose en série de Fourier et on fournit un développement asymptotique pour les paires propres associées aux plus petites valeurs propres de chaque composante de Fourier de l'opérateur. Ce développement se fait selon les puissances successives de la racine cubique de l'angle d'ouverture θ . Plus précisément, si $\mu_n^{[m]}(\theta)$ désigne la $n^{\text{ième}}$ valeur propre de la $m^{\text{ième}}$ composante Fourier de l'opérateur, il existe une suite $(\beta_{k,n}^{[m],\Delta})_{k \in \mathbb{N}}$ telle que :

$$\mu_n^{[m]}(\theta) \underset{\theta \rightarrow 0}{\sim} \frac{1}{\theta^2} \sum_{k \geq 0} \beta_{k,n}^{[m],\Delta} \theta^{k/3} \quad \text{avec } \beta_{0,n}^{[m],\Delta} = j_{m,1}^2, \beta_{1,n}^{[m],\Delta} = 0, \beta_{2,n}^{[m],\Delta} = (2 j_{m,1})^{2/3} z_A(n), \quad (1)$$

où $j_{m,1}$ est le premier zéro de la $m^{\text{ième}}$ fonction de Bessel et $z_A(n)$ le $n^{\text{ième}}$ zéro de la fonction d'Airy inversée. Pour le prouver, on construit des fonctions propres au sens des séries formelles. Les termes dominants de ces séries sont des produits tensoriels des fonctions d'Airy et de Bessel. On montre ensuite qu'elles approchent les vraies fonctions propres grâce à des propriétés de localisation à la Agmon. Soulignons que cette analyse relève du formalisme de l'approximation de Born-Oppenheimer.

On illustre l'asymptotique (1) ainsi que les profils des fonctions propres par des simulations numériques. Pour de petites ouvertures, ces dernières font apparaître la structure tensorielle des vecteurs propres mise en évidence par le terme dominant des développements asymptotiques formels. En particulier, on reconnaît l'allure des fonctions d'Airy et de Bessel. On retrouve également la localisation des fonctions propres près de la base du cône, prévue par l'analyse formelle.

Ces résultats pourraient s'appliquer à l'analyse du guide d'onde conique introduit dans [2]. Un coin ayant heuristiquement une courbure infinie, la philosophie des guides d'ondes de [3] s'applique et on déduit l'existence de spectre discret. Pour comprendre l'influence d'un coin sur ce spectre discret il est naturel de faire tendre son angle d'ouverture vers zéro. Une analyse similaire a été faite en dimension 2 dans [4] et [5]. Nos résultats sur les cônes sont aussi étroitement liés aux travaux présentés dans [6] concernant le spectre des triangles.

Références

- [1] T. OURMIÈRES-BONAFOS, *Dirichlet eigenvalues of cones in the small aperture limit*, preprint, 2013.
- [2] P. EXNER, M. TATER, *Spectrum of Dirichlet Laplacian in a conical layer*, J. Phys. A, Vol.43, 2010.
- [3] P. DUCLOS, P. EXNER, *Curvature-induced bound states in quantum waveguides in two and three dimensions*, Rev. Math. Phys., Vol. 7, 1995.
- [4] M. DAUGE, Y. LAFRANCHE, N. RAYMOND, *Quantum waveguides with corners*, ESAIM : Proceedings, 2012.
- [5] M. DAUGE, N. RAYMOND, *Plane waveguides with corners in the small angle limit*, Journal of Mathematical Physics, Vol.53, 2012.
- [6] P. FREITAS, *Precise bounds and asymptotics for the first Dirichlet eigenvalue of triangles and rhombi*, J. Funct. Anal., Vol.251, 2007.

Thomas OURMIÈRES-BONAFOS, IRMAR, Université de Rennes 1, 263 avenue du Général Leclerc, 35000 Rennes

thomas.ourmieres@univ-rennes1.fr

Topology-preserving vector field correction for image-registration-related deformation fields

Solène OZERÉ, LMI INSA Rouen

Carole LE GUYADER, LMI INSA Rouen

We address the issue of designing a theoretically well-motivated and computationally efficient method ensuring topology preservation in image-registration-related deformation fields.

The model is motivated by a mathematical characterization of topology preservation for a deformation field mapping two subsets of \mathbb{Z}^2 , namely, positivity of the four approximations to the Jacobian determinant of the deformation on a square patch. The first step of the proposed algorithm thus consists in correcting the gradient vector field of the deformation at the discrete level, in order to fulfill this positivity condition. The general idea is to balance the gradients of the displacement by a parameter $\alpha \in]0, 1[$.

Once this step is achieved, it thus remains to reconstruct the deformation field, given its full set of discrete gradient vectors. We propose to decompose the reconstruction problem into independent problems of smaller dimensions, yielding to a natural parallelization of the computations and enabling us to reduce drastically the computational time (up to 80 in some applications). Let $A = \{a_i\}_{i=1..N}$ be a set of N points of Ω_ν containing a subset $P^1(\Omega_\nu, \mathbb{R}^{2 \times 2})$ unisolvant.

Let $\{\omega_i\}_{i=1..N}$ be the set of N Jacobian matrix of the corrected deformation given in points $\{a_i\}_{i=1..N}$. At last, let $\{b_i\}_{i=1..l}$ be l points of Ω_ν where the discrete gradient vectors of the deformation have been unaltered (so the deformation is unchanged). We define the convex set $K = \{v \in H^3(\Omega_\nu, \mathbb{R}^2), \beta(v) = \eta\}$ with

$$\beta : \begin{cases} H^3(\Omega_\nu, \mathbb{R}^2) \rightarrow \mathbb{R}^{2l} \\ v \mapsto \beta(v) = (v_1(b_1), \dots, v_1(b_l), v_2(b_1), \dots, v_2(b_l))^T \end{cases}$$

We define the functional :

$$J_\epsilon : \begin{cases} H^3(\Omega_\nu, \mathbb{R}^2) \rightarrow \mathbb{R} \\ v \mapsto \langle \rho(Dv) - \omega \rangle_N^2 + \epsilon |v|_{H^3(\Omega_\nu, \mathbb{R}^2)}^2 \end{cases} \quad \text{with} \quad \rho : \begin{cases} H^3(\Omega_\nu, \mathbb{R}^{2 \times 2}) \rightarrow (\mathbb{R}^{2 \times 2})^N \\ v \mapsto \rho(v) = (v(a_1), v(a_2), \dots, v(a_N))^T \end{cases}$$

For each subdomain, a functional minimization problem under Lagrange interpolation constraints is introduced :

$$\begin{cases} \text{Search for } \sigma_\epsilon \in K \text{ such that} \\ \forall v \in K, J_\epsilon(\sigma_\epsilon) \leq J_\epsilon(v) \end{cases} \quad (1)$$

Its well-posedness is studied : existence/uniqueness of the solution, characterization of the solution, convergence of the method when the number of data increases to infinity, problem in terms of Lagrange multipliers. The discretization of the problem is carried out with the Finite Element Method with generic finite element the Bogner-Fox-Schmit rectangle of classe \mathcal{C}^2 .

Numerical simulations based on OpenMP parallelization and MKL multi-threading demonstrating the ability of the model to handle large deformations and the interest of having decomposed the problem into smaller ones are provided.

Références

- [1] R. ARCANGELI, AND M.C.L. DE SILANES AND J.J. TORRENS, *Multidimensional Minimizing Splines : Theory and Applications*, Springer, 2004.
- [2] C. LE GUYADER, D. APPRATO, AND C. GOUT, *On the construction of topology-preserving deformation fields*, Image Processing, IEEE Transactions on, vol. 21, no 4, p. 1587-1599, 2012.
- [3] B. KARACALI AND C. DAVATZIKOS, *Estimating topology preserving and smooth displacement fields*, IEEE Trans. Med. Imag., vol. 23, no 7, p. 868-880, 2004.

Solène OZERÉ, LMI, INSA Rouen, Avenue de l'université, 76800 Saint-Etienne-du-Rouvray
solene.ozere@insa-rouen.fr

Carole LE GUYADER, LMI, INSA Rouen, Avenue de l'université, 76800 Saint-Etienne-du-Rouvray
Carole.Le-Guyader@insa-rouen.fr

Modélisation mécanique multi-échelles des glaces de mer

Matthias RABATEL, Université de Grenoble 1

Mots-clés : solide rigide, collision, loi de Coulomb, conditions de Signorini, simulation, île de Hans

Les glaces de mer arctique forment un milieu hétérogène. En effet, il existe des zones de forte densité de glace, où celle-ci forme une plaque d'un seul tenant, appelée banquise, recouvrant une grande partie de la surface autour du pôle nord et il existe des zones de faible densité, appelées zones marginales, où les glaces forment une multitude de fragments libres (*floes*) qui, soumis aux vents et aux courants marins, peuvent se déplacer, s'entrechoquer, se souder entre eux ou encore se casser.

Le comportement des glaces de mer varie fortement entre ces deux zones. Il peut être comparé à celui d'une plaque solide élastique associée à une loi d'endommagement progressive pour la banquise et à celui d'un milieu granulaire pour les zones marginales. À ce jour, il existe des modèles pour simuler les déformations au sein de la banquise [2] et d'autres pour simuler les collisions entre les *floes* [3]. Mais aucun modèle ne prend en compte tout le spectre de leur comportement. L'objet de notre étude est donc de construire un modèle permettant de faire le lien entre les différents comportements.

La première partie de ce programme d'étude fut de mettre en place un modèle pour la collision des *floes* dans la zone marginale. La plupart des modèles développés pour traiter ce problème ont deux particularités : les *floes* ont des formes simplifiées peu réalistes (disques) et sont considérés comme étant tous à peu près de la même taille. Ici, nous faisons le choix de prendre en compte une grande variété de géométrie et de taille de *floe* afin de coller au mieux aux observations. Nous utilisons les équations fondamentales de la dynamique pour simuler le mouvement. Concernant les collisions, nous les traitons, avant qu'elles n'entraînent une interpénétration, via la résolution d'un problème linéaire complémentaire (LCP) construit sur les conditions de Signorini sur les composantes normales. La partie friction éventuelle post-contact se base sur l'utilisation des lois de Coulomb [1]. Dans cette étude, le schéma de discrétisation temporelle est explicite, ce qui permet de faire varier le pas de temps pour prévenir les interpénétrations.

Nous utilisons, par ailleurs, des disques englobants pour optimiser le calcul de la distance entre les *floes*.

En ce qui concerne la simulation, nous avons développé un code, dans un premier temps, sous Matlab. Nous avons pu vérifier la conservation de la symétrie, la conservation de l'énergie cinétique et la bonne propagation du choc dans certaines configurations comme le *problème de Bernoulli*, le *berceau de Newton*, ou d'autres pouvant impliquer plusieurs dizaines de *floes*.

Références

- [1] JÉROME WEISS, *Drift, Deformation and Fracture of Sea Ice à A perspective across scales*, SPRINGER, 2013.
- [2] AGNIESZKA HERMAN, *Molecular-dynamics simulation of clustering processes in sea-ice floes*, PHYSICAL REVIEW, E 84, 056104, 2011.
- [3] DANNY KAUFMAN, *Reflections on Simultaneous Impact*, ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 2012), 31(4), August 2012.

Matthias RABATEL, LJK, Université de Grenoble 1, 51 rue des Mathématiques, 38610 Gières
matthias.rabatel@imag.fr

Singular perturbation of optimal control problems on multi-domains

Zhiping RAO, ENSTA ParisTech & INRIA Saclay

Nicolas FORCADEL, Ceremade, Université Paris-Dauphine

We investigate a class of singular perturbation problems for Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equations motivated by optimal control systems with different time scales on multi-domains. The geometric singularity of the multi-domains leads to the discontinuity of Hamiltonian in the HJB equations associated to perturbed control problem. Singular perturbation problems for deterministic controlled systems have been studied by many authors ; see e.g., [1, 2], and the references therein. However, there is very few work on this kind of problems in the discontinuous case. Thanks to the recent work [3, 4, 5] on optimal control problems on multi-domains, the existence and uniqueness results have been established for a class of HJB equations with discontinuous Hamiltonians under some junction conditions on the interfaces of the multi-domains. Based on the uniqueness result in [5], we define properly the singular perturbation problems on multi-domains. Under a controllability assumption on the fast variables, the limit equation is obtained by means of both the PDE approaches and the tools of the control theory.

Références

- [1] O. ALVAREZ, AND M. BARDI, *Viscosity solutions methods for singular perturbations in deterministic and stochastic control*, SIAM J. Control Optim., vol. 40, No. 4, pp. 1159-1188, 2001.
- [2] F. BAGAGIOLO, AND M. BARDI, *Singular perturbation of a finite horizon problem with state-space constraints*, SIAM J. Control Optim., 36, pp. 2040-2060, 1998.
- [3] G. BARLES, A. BRIANI AND E. CHASSEIGNE, *A Bellman approach for two-domains optimal control problems in \mathbb{R}^N* , ESAIM :COCV, 2012.
- [4] R.C. BARNARD AND P.R. WOLENSKI, *Flow invariance on stratified domains*, submitted.
- [5] Z. RAO AND H. ZIDANI, *Hamilton-Jacobi-Bellman equations on multi-domains*, proceedings of Control and Optimization with PDE Constraints, International Series of Numerical Mathematics, Vol. 164, Birkhäuser Basel, 2013.

Zhiping RAO, 828, Boulevard des Maréchaux, 91762 Palaiseau Cedex, France

zhiping.rao@ensta-paristech.fr

Nicolas FORCADEL, Place du Maréchal de Lattre de Tassigny, F-75775 Paris Cedex 16, France

forcadel@ceremade.dauphine.fr

Équations de Stokes avec conditions aux limites de type Navier

Chérif AMROUCHE, Université de Pau et des Pays de l'Adour.

Ahmed REJAIBA, Université de Pau et des Pays de l'Adour.

Mots-clés : Équations de Stokes, conditions aux limites de type Navier, mécanique des fluides.

On s'intéresse à l'étude théorique d'écoulement de fluides incompressibles dans des domaines bornés de \mathbb{R}^3 . Nous considérons ici l'équation de Stokes stationnaire suivante :

$$-\Delta \mathbf{u} + \nabla \pi = \mathbf{f} \quad \text{et} \quad \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \quad \text{dans } \Omega, \quad (1)$$

où Ω est un ouvert borné connexe de \mathbb{R}^3 de classe $C^{2,1}$. Pour résoudre ce problème, il faut ajouter des conditions aux limites. Notons que la plupart des travaux mathématiques sur ces types d'équations ont considéré des conditions aux limites classiques de type Dirichlet pour le champ de vitesses. Cependant, pour certains écoulements ces conditions ne sont pas toujours réalistes et il est alors nécessaire de faire intervenir d'autres conditions aux limites. Dans ce contexte, en 1827 Navier [2] a proposé une condition de glissement avec friction à la paroi qui permet de prendre en compte le glissement du fluide près du bord et de mesurer l'effet de friction en considérant la composante tangentielle du tenseur des contraintes proportionnelle à la composante tangentielle, désignée par l'indice τ , du champ de vitesses :

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{et} \quad 2[\mathbf{D}(\mathbf{u})\mathbf{n}]_\tau + \alpha \mathbf{u}_\tau = \mathbf{0} \quad \text{sur } \partial\Omega. \quad (2)$$

Ici α est un coefficient de friction et $\mathbf{D}(\mathbf{u})$ désigne le tenseur des déformations défini par :

$$\mathbf{D}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^\top).$$

L'objectif de cet exposé est de résoudre le système (1) de Stokes avec les conditions au bord (2) et $\alpha = 0$. Nous démontrons l'existence, l'unicité et la régularité de la solution. Nous étudions aussi le cas des solutions très faibles. En premier lieu, nous considérons le cas hilbertien. Dans un second temps, on généralise l'étude en théorie L^p , avec $1 < p < \infty$.

Références

- [1] V.A. SOLONNIKOV, V.E. SCADILOV. On a boundary value problem for a stationary system of Navier-Stokes equations. Trudy Mat.Steklov **125**, 196-210 (1973) (in Russian) [English transl. : Proc. Steklov Inst. Math. **125**, 196–210 (1973)]
- [2] C.L.M.H. NAVIER. Sur les lois de l'équilibre et du mouvement des corps élastiques, Mem. Acad. R. Sci. Inst. Vol 6, France (1827) 369

Chérif AMROUCHE, UMR CNRS 5142 Bâtiment IPRA, Avenue de l'Université - BP 1155 64013 PAU CEDEX

cherif.amrouche@univ-pau.fr

Ahmed REJAIBA, UMR CNRS 5142 Bâtiment IPRA, Avenue de l'Université - BP 1155 64013 PAU CEDEX

ahmed.rejaiba@univ-pau.fr

Equations Différentielles Doublement Stochastiques Rétrogrades du Second Ordre

Wissal SABBAGH, Laboratoire Manceau de Mathématiques, FR n° 2962 CNRS des Mathématiques des Pays de la Loire,
Institut du Risque et de l'Assurance, Université du Maine

Anis MATOUSSI, LMM, Université du Maine & Ecole Polytechnique

Mots-clés : Equations différentielles doublement stochastiques rétrogrades, analyse stochastique quasi-sûre, EDP complètement non-linéaire.

Nous nous sommes intéressés dans ce travail [4] à l'étude d'une classe d'équations différentielles stochastiques rétrogrades du second ordre (notées 2EDSRs), introduite tout d'abord par Cheridito, Soner, Touzi et Victoir [1] puis reformulées récemment par Soner, Touzi et Zhang [2] afin de donner la représentation probabiliste des solutions des équations différentielles partielles stochastiques (EDPSs) complètement non-linéaires.

Nous avons alors commencé par étendre les résultats d'existence et d'unicité [2] pour les équations différentielles doublement stochastiques rétrogrades. Tout d'abord, l'unicité est obtenue à partir d'une représentation de la solution Y comme un supremum en un certain sens des solutions y d'EDDSRs classiques définies sous les différentes mesures de probabilité considérées. Mais, puisque ces probabilités sont singulières, on ne peut pas utiliser pour la preuve de l'existence les techniques habituelles de la littérature des EDSRs classiques. De ce fait, en s'inspirant des travaux de Soner, Touzi et Zhang [2], on construit ω par ω une solution dans le cas où la condition terminale est régulière (lorsqu'elle est uniformément continue et bornée en ω), puis on étend le résultat à la fermeture de cette espace. L'objectif principal de ce travail est de donner une représentation probabiliste des solutions d'EDP stochastiques complètement non-linéaires via les solutions d'2EDSR.

Références

- [1] P. CHERIDITO, M. SONER, N. TOUZI AND N. VICTOIR, *Second Order Backward Stochastic Differential Equations and Fully Non-Linear Parabolic PDEs*, Communications in Pure and Applied Mathematics 60 (7) : 1081-1110 (2007).
- [2] A. MATOUSSI, D. POSSAMAI, W. SABBAGH, *Second Order Backward doubly Stochastic Differential Equations*, forthcoming paper.
- [3] M. SONER, N. TOUZI AND J. ZHANG, *Wellposedness of second order backward SDEs*, Probability Theory and Related Fields, 153, 149-190, (2012).
- [4] E. PARDOUX, S. PENG, *Backwards doubly stochastic differential equations and systems of quasilinear SPDEs*, Probability Theory and Related Fields, (1994).

Contrôle adaptatif optimal d'un modèle financier continu

Mohamad SAFA, LMBA, Université de Bretagne-Sud

Emmanuel FRENOD, LMBA, Université de Bretagne-Sud

Aujourd'hui lorsqu'une société ou bien une collectivité publique se lance dans un projet qui implique un crédit, il est nécessaire de trouver le meilleur plan d'emprunt. Ce dernier est défini comme étant la stratégie qui permet d'atteindre les objectifs du projet tout en minimisant le coût de l'emprunt. Cette stratégie doit tenir compte du délai du projet, du taux d'intérêt de l'emprunt, des recettes et des dépenses courantes. Une fois cette stratégie est établie, et tout au long du déroulement du projet, il est indispensable de contrôler la façon dont le plan de l'emprunt est implémenté. Le but est de contrebalancer l'écart entre l'environnement réel du projet et l'environnement qui avait été projeté lors de l'élaboration de la stratégie.

Dans cet exposé nous adaptons tout d'abord le modèle financier continu en temps, développé par Frénod & Chakkour [1] afin de l'utiliser dans le cadre de la théorie de contrôle. Ce modèle, qui n'est pas destiné au marché financier, mais aux institutions publiques, est utilisé par une société d'éditeur de logiciels d'aide à la décision et de pilotage (MGDIS).

Afin trouver le plan d'emprunt optimal lors de la phase de l'élaboration de la stratégie, nous mettons en place une méthode de contrôle optimale (Frénod, Ménard & Safa. [2]). Dans cette méthode, la variable de contrôle est la densité d'emprunt, la fitness est le coût de l'emprunt auquel on ajout éventuellement le temps de déroulement du projet et les contraintes sont celles imposés par les réglementation (équilibre budgétaire, etc.) .

Ensuite nous développons une méthode de contrôle adaptatif pour mieux ajuster l'implémentation du projet.

Soutiens

Ce travail est financé conjointement par la société MGDIS (<http://www.mgdis.fr/>) et par le programme PEPS du Labex AMIES (<http://www.agence-maths-entreprises.fr/>).

Références

- [1] E. FRÉNOD & T. CHAKKOUR, *A continuous-in-time financial model*, En cours de rédaction.
- [2] E. FRÉNOD & P. MÉNARD & M. SAFA, *Optimal and adaptive control of a continuous-in-time financial model*, En cours de rédaction.

Mohamad SAFA, LMBA (UMR 6205), Université de Bretagne-Sud, Centre Yves Coppens, Campus de Tohanic, F-56000 Vannes
mohamad-ali.safa@univ-ubs.fr

Extinction-time estimate for a stochastic Lotka-Volterra model

Fernando VADILLO, University of the Basque Country

Francisco DE LA HOZ, University of the Basque Country

The investigation of interacting population models has long been and will continue to be one of the dominant subjects in mathematical ecology ; moreover, the persistence and extinction of these models is one of the most interesting and important topics, because it provides insight into their behavior. The mean extinction-time depends on the initial population size and satisfies the backward Kolmogorov differential equation, a linear second-order partial differential equation with variable coefficients ; hence, finding analytical solutions poses severe problems, except in a few simple cases, so we can only compute numerical approximations.

In [1], we have studied a stochastic Lotka-Volterra model [2, p. 149] ; we have proved the nonnegative character of its solutions for the corresponding backward Kolmogorov differential equation ; we have proposed a finite element method implemented in MATLAB ; and, finally, we have made a direct comparison between predictions and numerical simulations of stochastic differential equations (SDEs).

Références

- [1] F. DE LA HOZ, F. VADILLO, *A mean extinction-time estimate for a stochastic Lotka-Volterra predator-prey model*, Applied Mathematics and Computation, 219(1) :170–179, 2012.
- [2] E. ALLEN, *Modeling with Itô Stochastic Differential Equations*, Springer, 2007.

Fernando VADILLO, Department of Applied Mathematics, Statistics and Operations Research, Faculty of Science and Technology, University of the Basque Country, Barrio Sarriena S/N, 48940 Leioa (Spain)
fernando.vadillo@ehu.es

Francisco DE LA HOZ, Department of Applied Mathematics, Statistics and Operations Research, Faculty of Science and Technology, University of the Basque Country, Barrio Sarriena S/N, 48940 Leioa (Spain)
francisco.delahoz@ehu.es

Solveur de relaxation pour un modèle Euler-Poisson en écoulement gravitationnel

Jeaniffer VIDES*, Inria, Maison de la Simulation

Mots-clés : Équations d'Euler-Poisson, solveur de Riemann, schéma de relaxation, équilibre gravitationnel.

Certains écoulements gravitationnels en astrophysique sont modélisés par équations d'Euler avec des termes sources de gravité dérivant d'un potentiel dont l'évolution est décrite par une équation de Poisson (Euler-Poisson). Le modèle associé est décrit par le système d'équations aux dérivées partielles (EDP) suivant :

$$\begin{cases} \partial_t \rho & + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) & = & 0, \\ \partial_t (\rho \mathbf{u}) & + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p) & = & -\rho \nabla \phi, \\ \partial_t (\rho E) & + \nabla \cdot ((\rho E + p) \mathbf{u}) & = & -\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \phi, \\ \Delta \phi & = & 4\pi G \rho, \end{cases} \quad (1)$$

où $\rho > 0$ est la densité, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^d$ la vitesse, E la l'énergie totale spécifique et ϕ le potentiel gravitationnel. La pression p est reliée aux variables précédentes par une équation d'état de la forme $p := p(\rho, \epsilon)$ avec $\epsilon = E - |\mathbf{u}|^2/2$ l'énergie interne spécifique. La constante gravitationnelle G est égale à $G = 6.67 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$.

Ces écoulements développent des états d'équilibre autogravitationnels qu'il est nécessaire de préserver dans la formulation numérique. Dans le contexte de l'approche volumes finis, nous présentons ici un solveur de Riemann construit à partir d'un modèle de relaxation dans lequel la pression est une variable complémentaire [1, 2] et l'équation de Poisson est transformée en une équation hyperbolique avec un paramètre de pénalisation. Le schéma est obtenu à la limite quand ce paramètre de pénalisation tend vers zéro [4]. Cette stratégie, mise en œuvre dans la plate-forme de calcul HERACLES [3] et permet de préserver certains équilibres autogravitationnels et offre plus de robustesse numérique par rapport aux précédentes approches disponibles dans la plate-forme.

Références

- [1] F. BOUCHUT, *Nonlinear Stability of Finite Volume Methods for Hyperbolic Conservation Laws, and Well-Balanced Schemes for Sources*, Frontiers in Mathematics, Birkhauser, 2004.
- [2] S. JIN, Z. P. XIN, *The relaxation schemes for systems of conservation laws in arbitrary space dimensions*, Comm. Pure Appl. Math. 48 (1995), 235-à278.
- [3] M. GONZÁLES, E. AUDIT, P. HUYNH, *HERACLES : a three-dimensional radiation hydrodynamics code*, Astronomy Astrophysics 464 (2007), 429-435.
- [4] J. VIDES, B. BRACONNIER, E. AUDIT, C. BERTHON, B. NKONGA, *A Godunov-type solver for the numerical approximation of gravitational flows*, preprint, submitted.

Jeaniffer VIDES, Inria, Maison de la Simulation, USR 3441, bât. 565 CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette, France
jeaniffer.vides@cea.fr

* Travail réalisé en collaboration avec B. Braconnier, C. Berthon, E. Audit et B. Nkonga,

Simulation numérique d'écoulements diphasiques immiscibles compressibles avec transport réactif en milieu poreux

Viatcheslav VOSTRIKOV, Université de Pau et des Pays de l'Adour & Maison de la Simulation

Etienne AHUSBORDE, Université de Pau et des Pays de l'Adour & CNRS

Michel KERN, Inria Paris–Rocquencourt & Maison de la Simulation

Mots-clés : simulation numérique, milieu poreux, écoulement diphasique, transport réactif.

Les écoulements souterrains interviennent dans de nombreux sujets liés à l'environnement : pollution de sites, mise en oeuvre de politiques de remédiation, simulation de sites de stockage de déchets nucléaires, séquestration du gaz carbonique dans des aquifères salins. Dans plusieurs de ces situations, les interactions entre les espèces chimiques présentes en solution et la matrice rocheuse jouent un rôle fondamental. Une situation d'intérêt particulier est la séquestration du CO₂ dans un aquifère salin, qui conduit à l'étude d'un écoulement diphasique (eau-gaz) couplé avec la géochimie (étude des réactions) [1]. Il est en effet indispensable de prendre en compte la dissolution du gaz dans l'eau, et l'éventuelle dissolution des minéraux pose des difficultés particulières.

Ainsi on considère un système diphasique multi-composant dans un milieu poreux hétérogène avec réaction chimique. Les équations de ce problème sont obtenues en écrivant les lois de comportement de chaque fluide : loi de Darcy généralisée ; loi de pression capillaire ; équations de conservation de masse. Le couplage avec la chimie intervient par l'intermédiaire des taux de réactions, qui peuvent être soit des fonctions (non-linéaires) données des concentrations, dans le cas de réactions cinétiques, soit inconnus pour des réactions à l'équilibre (les réactions en phase aqueuse). Dans ce dernier cas, chaque réaction donne lieu à une loi d'action de masse, soit une relation algébrique liant les concentrations des espèces concernées. Le système obtenu va donc coupler des équations aux dérivées partielles avec des équations algébriques.

Notre objectif est de développer une méthode numérique volumes finis pour la simulation de ce système. Pour cela, nous utilisons la plate-forme libre et Open-Source DuMu^X [2]. Actuellement DuMu^X permet déjà de simuler des écoulements diphasiques compressibles. Néanmoins, les réactions chimiques qui peuvent avoir lieu ne sont pas prises en compte alors que le CO₂ est un gaz acide qui, en présence d'eau, peut attaquer chimiquement le milieu poreux. Nous avons donc décidé d'implémenter un module de transport réactif puis de l'intégrer dans DuMu^X. Dans cette présentation, nous décrirons tout d'abord le modèle mathématique utilisé ainsi que la méthodologie envisagée pour traiter le problème. Nous présenterons ensuite les premiers résultats numériques obtenus avec la plate-forme DuMu^X.

Remerciements

Ce travail a bénéficié du soutien du Conseil Régional d'Aquitaine et du CEA-INSTN.

Références

- [1] P. GAMAZO, M. W. SAALTINK, J. CARRERA, L. SLOOTEN, S. BEA, *A consistent compositional formulation for multiphase reactive transport where chemistry affects hydrodynamics*, Advances in Water Resources, 35(0), 83-93, 2012.
- [2] *Dumux web-page* : <http://www.dumux.org>.

Viatcheslav VOSTRIKOV, LMA Pau, Bâtiment IPRA - Université de Pau et des Pays de l'Adour, Avenue de l'Université - BP 1155, 64013 Pau Cedex
Maison de la Simulation, Digiteo Labs, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
viatcheslav.vostrikov@univ-pau.fr

Etienne AHUSBORDE, LMA Pau, Bâtiment IPRA - Université de Pau et des Pays de l'Adour & CNRS ,
Avenue de l'Université - BP 1155, 64013 Pau Cedex
etienne.ahusborde@univ-pau.fr

Michel KERN, INRIA, CRI Paris–Rocquencourt, BP 105, 78153 Le Chesnay Cedex
Maison de la Simulation, Digiteo Labs, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
michel.kern@inria.fr

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Liste des participants

Batoul	ABDELAZIZ	Université de Technologie de Compiègne
Samir	ADLY	Université de Limoges
Robin	AGUILLEE	Université Paul Sabatier Toulouse
Nina	AGUILLON	Université Paris-Sud Orsay
Grégoire	ALLAIRE	CMAP Ecole Polytechnique
Houssam	ALRACHID	Ecole des Ponts
Julen	ALVAREZ-ARAMBERRI	University of the Basque Country
Pierre	ANDREOLETTI	Université d'Orléans
Gregory	ARBIA	INRIA & UPMC Paris 6
Sylvain	ARGUILLERE	LJLL UPMC Paris 6
Maria Soledad	ARONNA	Imperial College of London
Tassadit	ASMAA	IFP Energies Nouvelles
Dominique	ATTALI	CNRS Gipsa-lab Grenoble
Emmanuel	AUDUSSE	LAGA Université Paris-Nord
Jean-François	AUJOL	Institut de Mathématiques de Bordeaux
Thomas	AUPHAN	Aix-Marseille Université
Benjamin	AYMARD	LJLL UPMC Paris 6
Nourddine	AZZAOUI	Université Blaise Pascal Clermont Ferrand
Achref	BACHOUCH	Université du Maine
Boubacar	BAH	Aix-Marseille Université
Vincent	BANSAYE	Ecole Polytechnique
Frédéric	BARBARESCO	THALES AIR SYSTEMS
Hélène	BARUCQ	INRIA Bordeaux Sud-Ouest
Térence	BAYEN	Université Montpellier 2
Thierry	BEAUSSIER	
Fatima Zohra	BELABED	Université Djillali Liabbés
Lakhdar	BELHALLOUCHE	Université Djillali Liabbés
Jean David	BENAMOU	INRIA Paris Rocquencourt
Mustapha	BENAOUICHA	LaMSID
Pascal	BENCHIMOL	INRIA & CMAP Ecole Polytechnique
Sébastien	BENZEKRY	INRIA Bordeaux Sud-Ouest
Alexandre	BERARD	Université Paris-Dauphine
Jean-Louis	BERGERAND	Schneider Electric
Florian	BERNARD	Politecnico di Torino & Université Bordeaux 1
Patrice	BERTAIL	Université Paris-Ouest
Pierre	BERTRAND	CNRS & Université de Clermont Ferrand
Brigitte	BIDEGARAY-FESQUET	Université Grenoble-Alpes
Emilie	BLANC	LMA Marseille
Adrien	BLANCHET	Toulouse School of Economics
Olivier	BODART	Université Blaise Pascal Clermont Ferrand

Lionel	BOILLOT	INRIA & Université de Pau
François	BOLLEY	CEREMADE Université Paris-Dauphine
Romain	BOMPIS	CMAP Ecole Polytechnique
Bertrand	BONAN	INRIA & Laboratoire Jean Kuntzmann Grenoble
Joseph Frédéric	BONNANS	INRIA Saclay & CMAP Ecole Polytechnique
Henri	BONNEL	Université de la Nouvelle-Calédonie
Marc	BONNET	SHYGMA SARL
Jean-Marc	BONNISSEAU	Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Matthieu	BONNIVARD	LJLL Université Paris Diderot Paris 7
Antoine	BORDES	Université de Technologie de Compiègne
Bruno	BOUCHARD	Université Paris-Dauphine & ENSAE ParisTech
Guillaume	BOUCHARD	Xerox Research Centre Europe
Laurent	BOUDIN	LJLL UPMC Paris 6 & INRIA
Brahim	BOUGHERARA	Université de Pau
Afaf	BOUHARGUANE	Institut de Mathématiques de Bordeaux
Anne-Céline	BOULANGER	LJLL UPMC Paris 6
Loïc	BOURDIN	Université de Pau
Sébastien	BOYAVAL	Ecole des Ponts
Franck	BOYER	Aix-Marseille Université
Charles-Edouard	BREHIER	ENS Cachan Bretagne
Didier	BRESCH	ARP MathsInTerre
Gautier	BRETHES	INRIA Sophia Antipolis
Elie	BRETIN	INSA de Lyon
Romain	BROSSIER	Université Joseph Fourier Grenoble
Mickaël	BUCHET	INRIA Sophia Antipolis
Jean-Baptiste	CAILLAU	Université de Bourgogne & CNRS
Céline	CALDINI-QUEIROS	Université de Franche-Comté & INRIA
Luciano	CAMPI	Université Paris-Nord
Michel	CAMPILLO	Université Joseph Fourier Grenoble
Vicent	CASELLES	Universitat Po Barcelone
Mathieu	CATHALA	I3M Université Montpellier 2
Fabien	CAUBET	Université de Technologie de Compiègne
Paul	CAZEAUX	LJLL UPMC Paris 6
Antonin	CHAMBOLLE	CMAP Ecole Polytechnique & CNRS
Georges	CHAMOUN	Ecole Centrale de Nantes
Nicolas	CHAMPAGNAT	INRIA Nancy Grand Est
Paul	CHARTON	Université de Lorraine
Robin	CHATELIN	INSA de Toulouse
Loïc	CHAUMONT	Université d'Angers
Théophile	CHAUMONT FRELET	INRIA Bordeaux Sud-Ouest
Achis	CHERY	Université Paris 1
Mireille	CHEVALLIER	RTE
Moulay Abdellah	CHKIFA	LJLL UPMC Paris 6
Maxime	CHUPIN	LJLL UPMC Paris 6
Oana Alexandra	CIOBANU	ONERA & LAGA Université Paris-Nord
Bertrand	CLOEZ	Université Paris-Est
Simona	COCCO	Ecole Normale Supérieure
Pierre-Henri	COCQUET	INSA de Toulouse
Albert	COHEN	LJLL UPMC Paris 6
Camille	CORON	CMAP Ecole Polytechnique
Manon	COSTA	CMAP Ecole Polytechnique
Georges-Henri	COTTET	Université Joseph Fourier Grenoble & CNRS
Sébastien	COURT	Institut de Mathématiques de Toulouse
Jean-Marc	COUVEIGNES	AMIES
Jérémy	DALPHIN	Institut Elie Cartan de Lorraine
Aris	DANILIDIS	Université Autonome de Barcelone
Charles	DAPOGNY	LJLL UPMC Paris 6
Marion	DARBAS	LAMFA Université de Picardie
Eric	DARRIGRAND	Université de Rennes 1
Anne	DE BOUARD	CNRS & CMAP Ecole Polytechnique
Maya	DE BUHAN	CNRS & MAP5 Université Paris Descartes
Francisco	DE LA HOZ	University of the Basque Country

Stefano	DE MARCO	Ecole Polytechnique
Etienne	DE ROCQUIGNY	Ecole Centrale Paris
Florian	DE VUYST	ENS Cachan
Laurent	DECREUSEFOND	Telecom ParisTech
Jérôme	DEDECKER	MAP5 Université Paris Descartes
Pierre	DEGOND	Université Paul Sabatier Toulouse
Thibaut	DEHEUELS	ENS Cachan Bretagne
Charles-Alban	DELEDALLE	CNRS & Institut de Mathématiques de Bordeaux
Gabriel	DELGADO	Ecole Polytechnique
Stéphane	DELLACHERIE	CEA Saclay
Maria Laura	DELLE MONACHE	INRIA Sophia Antipolis
Jean-François	DELMAS	Université Paris-Est
Erwan	DERIAZ	Institut Jean Lamour Université de Lorraine
Jean-Stéphane	DHERSIN	LAGA Université Paris-Nord
Julien	DIAZ	INRIA Bordeaux Sud-Ouest
Mahamar	DICKO	Laboratoire Jean Kuntzmann Grenoble
Julie	DIGNE	LIRIS Université Claude Bernard Lyon 1
Jean	DOLBEAULT	FSMP & CEREMADE Université Paris-Dauphine
Assen	DONTCHEV	University of Michigan
Emmanuel	DORMY	CNRS & Ecole Normale Supérieure
Paul	DOUKHAN	Université Cergy-Pontoise
Marie	DOUMIC	INRIA Paris Rocquencourt
Fabien	DUBOT	Ecole de Technologie Supérieure Université de Nantes
Sébastien	DUMINIL	Université du Littoral Calais
Roxana	DUMITRESCU	Université Paris-Dauphine
Xavier	DUPUIS	Ecole Polytechnique
Virginie	EHLACHER	CERMICS & Ecole des Ponts & INRIA
Tamara	EL BOUTI	Université de Versailles
Ahmad	EL HAJJ	Université de Technologie de Compiègne
Rola	EL-MOALLEM	Université de Lille 1
Abdellatif	ELBADIA	Université de Technologie de Compiègne
Jan	ELIAS	LJLL UPMC Paris 6
Casimir	EMAKO KAZIANOU	LJLL UPMC Paris 6
Jérémy	ESPINAS	Université Lyon 1
Maria J.	ESTEBAN	CNRS & CEREMADE Université Paris-Dauphine
Elodie	ESTECAHANDY	INRIA Bordeaux Sud-Ouest & Université de Pau
Gloria	FACCANONI	IMATH Université de Toulon
Jalal	FADILI	GREYC CNRS & ENSICAEN & Université de Caen
Hassan	FAHS	IFSTTAR Nantes
Mikael	FALCONNET	Université d'Evry & CNRS
Vincent	FAUCHER	CEA
Mathieu	FAURE	AMSE GREQAM Aix-Marseille Université
Sylvain	FAURE	Université Paris-Sud Orsay
Miguel A.	FERNANDEZ	INRIA Paris Rocquencourt
Olivier	FERON	EDF R&D
Tony	FEVRIER	Université Paris-Sud Orsay
Mehdi	FHIMA	Altran
Francis	FILBET	Institut Camille Jordan Université Claude Bernard Lyon 1
Aurélié	FISCHER	Université Paris Diderot Paris 7
Richard	FONTANGES	AMIES
Justine	FOUCHET-INCAUX	Université Paris-Sud Orsay & INRIA Paris Rocquencourt
Marion	GABARROU	Polytech'Lyon
Pierre	GABRIEL	Université de Versailles
Bruno	GALERNE	MAP5 Université Paris Descartes
Anne-Laure	GAMBLIN	INSERM Nantes
Stéphane	GAUBERT	CMAP Ecole Polytechnique & INRIA Saclay & Eco
Mohamed	GAZIBO KARIMOU	Université de Franche-Comté
Fabien	GENSBITTEL	Toulouse School of Economics
Vincent	GIOVANGIGLI	CNRS & CMAP Ecole Polytechnique
Mathieu	GIRARDIN	CEA Saclay
Olivier	GLASS	CEREMADE Université Paris-Dauphine
Joan Alexis	GLAUNES	MAP5 Université Paris Descartes

Xavier	GOAOC	INRIA Nancy Grand Est
Paola	GOATIN	INRIA Sophia Antipolis
Emmanuel	GOBET	Ecole Polytechnique
Edwige	GODLEWSKI	LJLL UPMC Paris 6
Yannig	GOUDE	EDF R&D
Ludovic	GOUDENEGE	CNRS & Université Paris-Est
Christian	GOUT	INSA de Rouen
Stéphane	GOUTTE	CNRS & Université Paris Diderot Paris 7
Alexandre	GRAMFORT	LTCI CNRS & Telecom ParisTech
Bérénice	GREC	MAP5 Université Paris Descartes
Andreea	GRIGORIU	LJLL Université Paris Diderot Paris 7
Raffaele	GROMPONE	CMLA ENS Cachan
Pierre	GRUET	Université Paris Diderot Paris 7
Mamadou	GUEYE	LJLL UPMC Paris 6
Arnaud	GUILLIN	Université Blaise Pascal Clermont Ferrand
Hadjer-Wafaâ	HAFFAF	LJLL UPMC Paris 6 & INRIA
Laurence	HALPERN	LAGA Université Paris-Nord
Aziz	HAMDOUNI	Université de La Rochelle
Zaid	HARCHAOUI	INRIA Rhone-Alpes
Boris	HASPOT	Université Paris-Dauphine
Carole	HEINRY	IFP Energies nouvelles & LJLL UPMC Paris 6
Philippe	HELLUY	Université de Strasbourg
Olivier	HENARD	Université Goethe Francfort sur le Main
Morgane	HENRY	Laboratoire Jean Kuntzmann Grenoble
Romain	HERAULT	LITIS INSA de Rouen
Samuel	HERRMANN	Institut de Mathématiques de Bourgogne
Yannick	HOARAU	Université de Strasbourg
Marc	HOFFMANN	Université Paris-Dauphine
Jakob	HOYDIS	Bell Labs Alcatel-Lucent
Romain	HUG	Laboratoire Jean Kuntzmann Grenoble
Harsha	HUTRIDURGA	Ecole Polytechnique
Noureddine	IGBIDA	Université de Limoges
Lise-Marie	IMBERT GERARD	LJLL UPMC Paris 6
Ioan R.	IONESCU	LSPM Université Paris-Nord
Lukas	JAKABCIN	Laboratoire Jean Kuntzmann Grenoble
Gaspard	JANKOWIAK	CEREMADE Université Paris-Dauphine
Claude-Pierre	JEANNEROD	INRIA & ENS Lyon
Fabienne	JEZEQUEL	LIP6 UPMC Paris 6
Pierre	JOUNIEAUX	LJLL UPMC Paris 6
Bertrand	JOUVE	Université Lyon 2
Jonathan	JUNG	IRMA Université de Strasbourg
Régis	JUVANON DU VACHAT	Société Météorologique de France
Fahd	KARAMI	Université Cadi Ayyad Essaouira
Nadia	KHALFA	ENIT Tunis
Pauline	KLEIN	Université de Franche-Comté
Samuel	KOKH	Maison de la simulation
Felix	KWOK	Université de Genève
Mauricio	LABADIE	EXQIM Paris
Stéphane	LABBE	Université de Grenoble
Christophe	LACAVE	IMJ Université Paris Diderot Paris 7
Marie	LACLAU	Yale University
Loïc	LACOUTURE	Université Paris-Sud Orsay
Olivier	LAFITTE	CEA & Université Paris-Nord
Pauline	LAFITTE	Ecole Centrale de Paris
Thibault	LAGACHE	Institut Pasteur Paris
Frédéric	LAGOUTIERE	Université Paris-Sud Orsay
Jimmy	LAMBOLEY	CEREMADE Université Paris-Dauphine
Damien	LANDON	Institut de Mathématiques de Bourgogne
Philippe	LANGLOIS	Université de Perpignan
Nicolas	LANGRENE	LPMA Université Paris Diderot Paris 7
Stanislas	LARNIER	INRIA & Université de Lorraine
Hai Yen	LE	Université Paul Sabatier Toulouse

Claude	LE BRIS	Ecole des Ponts & INRIA
Hélène	LE CADRE	Mines ParisTech
Erwan	LE PENNEC	INRIA Saclay
Aline	LEFEBVRE-LEPOT	CNRS & CMAP Ecole Polytechnique
Vincent	LEFIEUX	RTE EPT & LSTA UPMC Paris 6
Charles-Albert	LEHALLE	Capital Fund Management Paris
Antoine	LEJAY	INRIA Nancy Grand Est
Marc	LELARGE	INRIA & Ecole Normale Supérieure
Tony	LELIEVRE	Ecole des Ponts
Simon	LEMAIRE	IFP Energies nouvelles Rueil-Malmaison
Florian	LEMARIE	INRIA & Laboratoire Jean Kuntzmann Grenoble
Lionel	LENOTRE	INRIA Rennes
Thomas	LEROY	LJLL UPMC Paris 6
Alban	LEROYER	LHEEA CNRS & Ecole Centrale de Nantes
Antoine	LEVITT	Université Paris-Dauphine
Alix	LHERITIER	INRIA Sophia Antipolis
Sébastien	LI-THIAO-TE	LAGA Université Paris-Nord
Benoît	LIZE	LAGA Université Paris-Nord
Vanessa	LLERAS	I3M Université Montpellier 2
Damiano	LOMBARDI	INRIA Paris Rocquencourt
Elisabeth	LONGATTE	LaMSID EDF-CNRS-CEA Clamart
Alexander	LORZ	LJLL UPMC Paris 6
Oleg	LOUKIANOV	Université d'Evry
Dasha	LOUKIANOVA	Université d'Evry
Violaine	LOUVET	CNRS & Université Lyon 1
Julio Cesar	LOUZADA PINTO	Telecom Sud Paris
Yong	LU	Université Paris Diderot Paris 7
Carine	LUCAS	Université d'Orléans
Jérôme	LUQUEL	INRIA Bordeaux Sud-Ouest
Yvon	MADAY	LJLL UPMC Paris 6
Imed	MAHFOUDHI	LMI INSA de Rouen
Emmanuel	MAITRE	Grenoble INP ENSIMAG
Nadia	MAIZI	Mines ParisTech
Antoine	MANDEL	Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne
Jean-Louis	MARCHAND	IECL & CRAN & INRIA
Gilles	MARCK	Mines ParisTech
Vincent	MARTIN	Université de Technologie de Compiègne
Simon	MASNOU	Université Lyon 1
Michel	MASSARO	IRMA Université de Strasbourg
Anis	MATOUSSI	Université du Maine & Ecole Polytechnique
Vincent	MAZAURIC	Schneider Electric Industries
Marco	MAZZOLA	UPMC Paris 6
Quentin	MERIGOT	Université de Grenoble & CNRS
Benoît	MERLET	CMAP Ecole Polytechnique
Panayotis	MERTIKOPOULOS	CNRS & Laboratoire d'Informatique de Grenoble
Mohamed	MESLAMENI	Université de Pau
Georgios	MICHAILIDIS	CMAP Ecole Polytechnique
Vincent	MIELE	Biométrie Biologie Evolutive CNRS & Université Lyon 1
Matthias	MIMAUT	INRIA Sophia Antipolis
Olivia	MIRAUCOURT	Université de Reims
Sepideh	MIRRAHIMI	CNRS & Institut de Mathématiques de Toulouse
Laurent	MONASSE	Ecole des Ponts
Ludovic	MOREAU	Ecole Polytechnique de Zurich
Mathilde	MOUGEOT	LPMA Université Paris Diderot Paris 7
Sylvain	MOULIN	INSA de Lyon
François	MURAT	LJLL UPMC Paris 6
Flore	NABET	LATP Aix-Marseille Université
Jamal	NAJIM	CNRS & Université Paris-Est
Mauro	NAPOLETANO	OFCE Valbonne & Sciences Po
Emilie	NEVEU	ARP MathSinTerre
Thi Trang	NGUYEN	FEMTO-ST Université de Franche-Comté
Johann	NICOD	Université Paris-Est

Matteo	NOVAGA	Università di Pisa
Guillaume	OBOZINSKI	Ecole des Ponts
Caroline	OBRECHT	Université Paris-Sud Orsay
Edouard	OUDET	Laboratoire Jean Kuntzmann Grenoble
Salomé	OUDET	IRMAR Université Rennes 1
Mestapha	OUMOUNI	Université Rennes 1 & Université Ibn Tofail de Kenitra
Thomas	OURMIERES BONAFOS	Université de Rennes 1
Maks	OVSJANIKOV	Ecole Polytechnique
Solène	OZERE	INSA de Rouen
Gilles	PAGES	LPMA UPMC Paris 6
Nicolas	PAPADAKIS	CNRS & Institut de Mathématiques de Bordeaux
David	PARDO	University of the Basque Country & Ikerbasque
Milana	PAVIC-COLIC	CMLA ENS Cachan
Yohan	PENEL	CETMEF & INRIA & LJLL UPMC Paris 6
Vianney	PERCHET	Université Paris Diderot Paris 7
Sébastien	PERNET	ONERA Toulouse
Valérie	PERRIER	Université de Grenoble
Benoît	PERTHAME	LJLL UPMC Paris 6
Gabriel	PEYRE	CNRS & CEREMADE Université Paris-Dauphine
Laurent	PFEIFFER	INRIA Saclay & Ecole Polytechnique
Huyên	PHAM	Université Paris Diderot Paris 7
Thi Trang Nhung	PHAM	IRMA Université de Strasbourg
Colette	PICARD	SMAI
Dominique	PICARD	Université Paris Diderot Paris 7
Olivier	PIRONNEAU	LJLL UPMC Paris 6
Philippe	PONCET	Institut de Mathématiques de Toulouse
Dylan	POSSAMAI	Université Paris-Dauphine
Marie	POSTEL	LJLL UPMC Paris 6
Odile	POURTALLIER	INRIA Sophia Antipolis
Clémentine	PRIEUR	Laboratoire Jean Kuntzmann Grenoble & INRIA
Stéphanie	PRIGENT	INRIA & LJLL UPMC Paris 6
Alain	PRIGNET	Université Marne-la-Vallée
Yannick	PRIVAT	CNRS & LJLL UPMC Paris 6
Christophe	PRUDHOMME	Université de Strasbourg
Maria Adela	PUSCAS	Université Paris-Est
Zheng	QU	CMAP Ecole Polytechnique
Matthias	RABATEL	Université Joseph Fourier Grenoble
Julien	RABIN	Université de Caen
Christophe	RABUT	INSA de Toulouse
Nabil	RACHDI	EADS France Suresnes
Zhiping	RAO	ENSTA ParisTech & INRIA Saclay
Annie	RAOULT	MAP5 Université Paris Descartes
Dina	RAZAFINDRALANDY	Université de La Rochelle
Ulrich	RAZAFISON	Laboratoire de Mathématiques de Besançon
Tabea	REBAFKA	LPMA UPMC Paris 6
Ahmed	REJAIBA	Université de Pau
Lakhdar	REMAKI	Basque Center for Applied Mathematics Bilbao
Vincent	RENAULT	UPMC Paris 6
Nathalie	REVOL	INRIA & ENS Lyon
Patricia	REYNAUD BOURET	Université de Nice Sophia Antipolis
Guillaume	RICCIARDI	CEA Cadarache
Mathieu	RICHARD	Ecole Polytechnique
Aude	RONDEPIERRE	INSA de Toulouse
Mathieu	ROSENBAUM	LPMA UPMC Paris 6
Christine Andreea	ROTH	INRIA Sophia Antipolis
François	ROUSSET	INSA de Lyon
Daniel	RUIZ	INPT ENSEEIHT IRIT Toulouse
Liliane	RUPRECHT	SMAI
Mazen	SAAD	Ecole Centrale de Nantes
Neus	SABATER	Technicolor Rennes
Wissal	SABBAGH	Université du Maine
Souhila	SABIT	INRIA Rennes

Mohamad	SAFA	LMBA Université de Bretagne Sud
Jacques	SAINTE-MARIE	CETMEF & INRIA & LJLL UPMC Paris 6
Khaled	SALEH	IRSN Saint Paul lez Durance
Joseph	SALMON	LTCI CNRS & Telecom ParisTech
Stéphanie	SALMON	Université de Reims
Delphine	SALORT	Université Paris Diderot Paris 7
David	SANCHEZ	INSA de Toulouse
Filippo	SANTAMBROGIO	Université Paris-Sud Orsay
Kevin	SANTUGINI	Institut Polytechnique de Bordeaux & INRIA
Marta	SANZ-SOLE	Universitat de Barcelona
Rémy	SART	Ecole Supérieure d'Ingénieurs Léonard de Vinci Paris
Paul	SAUVY	Université de Pau
Robert	SCHEICHL	University of Bath
Oana-Silvia	SEREA	Université de Perpignan
Yann	STADNICKI	Criteo Paris
Benjamin	STAMM	CNRS & LJLL UPMC Paris 6
Marta	STRANI	Ecole Normale Supérieure
Yvan	STROPPA	CNRS & Laboratoire d'Economie d'Orléans
Marcela	SZOPOS	IRMA Université de Strasbourg
Xiaolu	TAN	Université Paris-Dauphine
Peter	TANKOV	Université Paris Diderot Paris 7
Peppino	TERPOLILLI	TOTAL Pau
Benjamin	TEXIER	Université Paris Diderot Paris 7 & ENS
Marie	THERET	LPMA Université Paris Diderot Paris 7
Nicolas	THERME	Aix-Marseille Université
Ahmadou	THIAM	Ecole des Mines de Paris
Andrea	TOSIN	IAC-CNR Rome
Manel	TOUMI	Université Badji Moukhtar
Nizar	TOUZI	CMAP Ecole Polytechnique
Emmanuel	TRELAT	LJLL UPMC Paris 6
Julie	TRYOEN	INRIA Bordeaux Sud-Ouest
Alexei	TSYGVINTSEV	UMPA ENS Lyon
Monika	TWAROGOWSKA	INRIA Sophia Antipolis
Philippe	UNG	Université d'Orléans
Fernando	VADILLO	University of the Basque Country
Pascal	VALLET	Institut Polytechnique de Bordeaux
Pierre	VALLOIS	Université de Lorraine
Larissa	VALMY	Université Antilles Guyane
Serge	VAN CRIEKINGEN	Maison de la Simulation
Charlie	VANARET	ENAC Toulouse
Juliette	VENEL	Université de Valenciennes
Florent	VENTIMIGLIA	Université de Pau
Jean-Philippe	VERT	Institut Curie Mines ParisTech
Jeaniffer	VIDES	INRIA & Maison de la Simulation
Guillaume	VIGERAL	Université Paris-Dauphine
Marie-Hélène	VIGNAL	Institut de Mathématiques de Toulouse
Paul	VIGNEAUX	INRIA & ENS Lyon
Annick	VIGNES	Université Paris 2 Panthéon-Assas
Denis	VILLEMONAIS	Ecole des mines de Nancy Université de Lorraine
Yannick	VIOSAT	Université Paris-Dauphine
Laurence	VIRY	Université Joseph Fourier Grenoble
Viatcheslav	VOSTRIKOV	Université de Pau
Fabrice	WALLOIS	Inserm Amiens
Chao	WANG	IMJ Université Paris Diderot Paris 7
Lisl	WEYNANS	Université Bordeaux 1
Paul	WILLIAMSON	Total E&P Pau

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Récapitulatif des modifications du programme

Version 2.3, 26 mai 2013, 17h00

Seules sont indiquées dans ce récapitulatif les modifications de programme et les corrections importantes ; les corrections minimales ne sont pas répertoriées.

Version 1.1, 22 mai 2013, 10h00

Version imprimée courte

Version 2.1, 23 mai 2013, 18h00

Première version électronique complète

Modifications apportées à la version imprimée 1.1 :

- **Ajout des résumés longs** de la demi-journée Maths-Entreprises, de la Table ronde Enseignement et des mini-symposia, et des résumés des communications orales et des posters
- **Annulation** de la Conférence plénière 7 de **Vicent CASELLES**, initialement prévue jeudi 30 de 14h30 à 15h15
- **Changement d'horaire** de la Conférence plénière de **Michel CAMPILLO** : initialement prévue comme Conférence plénière 8 vendredi 31 de 08h30 à 09h15, elle est maintenant programmée comme Conférence plénière 7 **jeudi 30 de 14h30 à 15h15**
- **Changement d'horaires vendredi 31** : le nouvel horaire est :
 - 09h00 -10h30 : Mini-symposia 6
 - 10h30 -11h00 : Pause café
 - 11h00 -11h45 : Conférence plénière 8 : Marta Sanz-Solé
- **Modification de la liste des participants** confirmés à la **table ronde Maths-PME** : liste de la page 28 de la version imprimée 1.1 à remplacer par la liste page 27 de la version 2.1 ; la nouvelle liste est :
 - Marc BONNET, Société Shygma, Nantes.
 - Nicolas DOLIN, Société Epsilon, Pau.
 - Jean-Louis GOUT, Pôle de compétitivité Avenia.
 - Stéphane LABBE, Maimosine et Laboratoire Jean Kuntzmann, CNRS et Université de Grenoble.
 - Yvon MADAY, Laboratoire Jacques-Louis Lions, CNRS et Université Pierre et Marie Curie.
- **Intervention** des communications orales de **Rola EL-MOALLEM** et de **Sébastien DUMINIL** au sein de la session Communications orales CO1-2 lundi 27 18h00-19h00 salle Galipot
- **Correction d'une erreur de lieu** dans la version imprimée 1.1 : la **table ronde Enseignement** (lundi 27 21h00-22h30) aura lieu dans la **salle Gouff** (comme indiqué page 7 dans le tableau) et non dans la salle Galipot (comme indiqué page 9 dans le programme détaillé de la version imprimée 1.1)

[Table des matières : page 327](#)

Version 2.2, 25 mai 2013, 03h00

Modification apportée à la version 2.1 :

- Nouvelle présentation et mise à jour de la **liste des participants**

Version 2.3, 26 mai 2013, 17h00

Version que vous avez sous les yeux

Modification apportée à la version 2.2 :

- Transformation de la page "Mises à jour du document" en la présente page "**Récapitulatif des modifications du programme**"

Congrès SMAI 2013
Seignosse le Penon (Landes)
27-31 Mai 2013

Table des matières

Le mot du Président de la SMAI	p. 1
Institutions organisatrices	p. 1
Comité scientifique et Comité d'organisation	p. 3
Partenaires du congrès	p. 5
Localisation des salles	p. 8
Programme du congrès	p. 9
Programme détaillé du congrès	p. 10
Conférences plénières	p. 19
Demi-journée Maths-entreprises	p. 28
Table ronde Enseignement	p. 32
Mini-symposia	p. 48
Communications orales	p. 196
Posters	p. 263
Liste des participants	p. 318
Récapitulatif des modifications du programme	p. 325