

La chromodynamique quantique, *une véritable révolution scientifique*

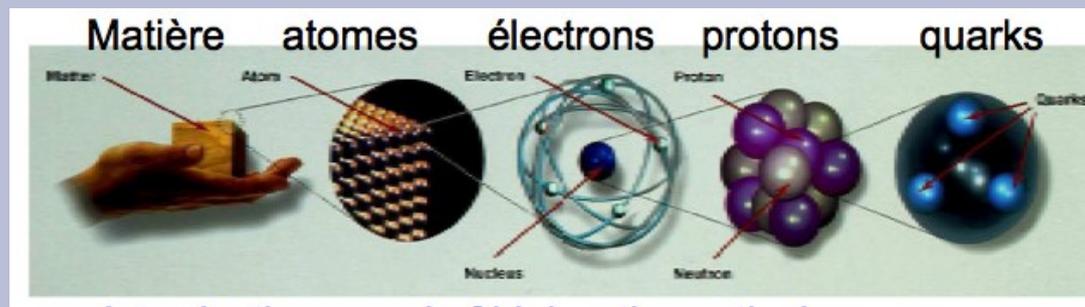
O. Pène, LPT-Orsay

« La déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences naturelles(2) » E. P. Wigner, Communications on Pure and Applied Mathematics , XIII (1960) 1-14

- On est émerveillé par ce fait indiscutable: *la nature est explicable*, du moins en partie, par des constructions théoriques abstraites qui se déroulent selon les lois de la logique et des mathématiques. Ces théories ont un énoncé compact, et un domaine d'application vaste. En général elles utilisent un **domaine abstrait des mathématiques ou poussent à un nouveau développement**.
- Le choc fut la théorie de Newton qui **explique la chute des corps et le mouvement des astres** à partir de prémisses simples. Utilise **La théorie des équations intégrales et différentielles**
- La théorie de Maxwell qui **explique les phénomènes électriques, magnétiques, les ondes, la lumière**. Utilise **les tenseurs**.
- La relativité générale. **Les tenseurs et la géométrie différentielle**.
- La mécanique quantique. **Les espaces de Hilbert, théorie des groupes**
- L'électrodynamique quantique (première théorie quantique des champs). **Théorie des groupes, distributions**
- Quelques autres et
- *La chromodynamique quantique (théorie quantique des champs) explique l'interaction forte subnucléaire. Théorie des groupes, algèbre de Grassman, intégrales de Wiener.*

SMAI 2011

Guidel, 23-27 mai 2011



Durant les années 60's, il nous semblait impossible de comprendre les interaction fortes, pas de "petit paramètre" comme en électrodynamique quantique, $\alpha=1/137$.

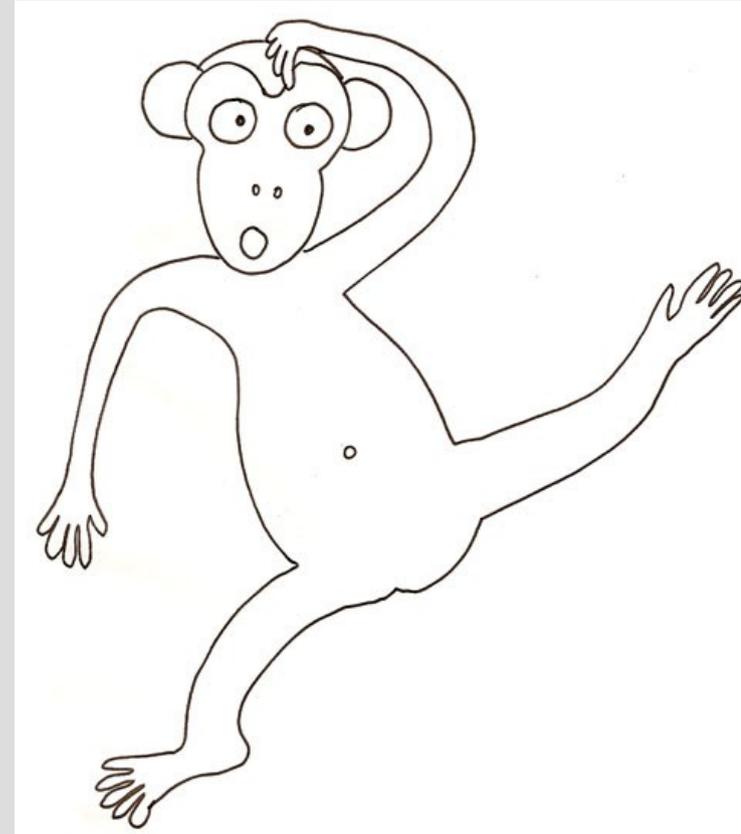
L'électrodynamique quantique est la théorie quantique des champs, décrivant l'électromagnétisme quantique et relativiste. Dans les années 60 elle avait déjà remporté de brillants succès, dont le "g-2".

Et pourtant ! Dans les années 70-74 **naissait la chromodynamique quantique (QCD)** (prix Nobel 2004) dont les champs fondamentaux étaient

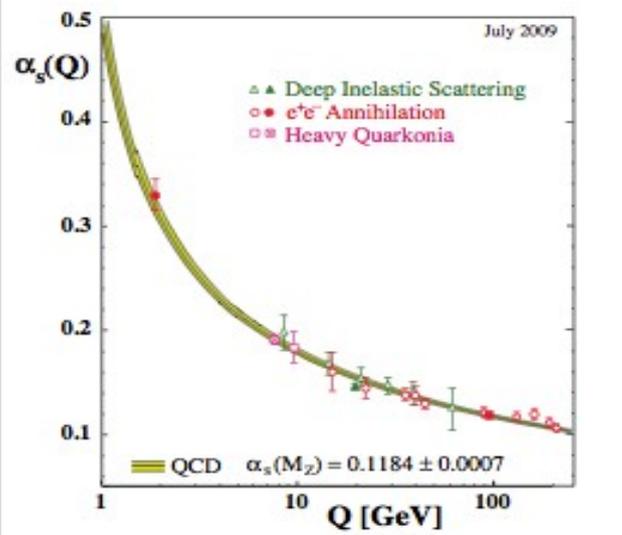
les quarks et les gluons.

Dualité entre:

- ★ Un régime à petite distance/grande énergie: QCD perturbative, "petite" α
- ★ Un régime à grande distance/petite énergie: Confinement



La liberté asymptotique



La constante de couplage forte, α_s en fonction de l'énergie: elle baisse. (Reste très supérieure à $A=1/137$).

On dit que à grande énergie les quarks sont presque “libres”, sans interaction. Dans ce domaine on peut appliquer la méthode de calcul des diagrammes de Feynman comme en électrodynamique quantique. C'est un développement en série de α_s
On appelle cela la “QCD perturbative”.

C'est une série “asymptotiquement convergente”, Elle a l'air de converger jusqu'à un ordre “n” (les contributions diminuent d'un ordre au suivant) Puis elle se met à diverger (les contributions explosent).

Le confinement



On n'observe jamais des quarks ou des gluons isolés. Ils n'existent que sous forme d'états liés qu'on appelle des "hadrons"

- Trois quarks (anti-quarks), forment le **(anti-)baryons**, exemple: le proton, neutron,
- Un quark et un anti-quark forment un **méson**: le pion, le kaon, B...

☆ Le confinement enrichit considérablement le champ expérimental de la QCD: les quarks et les gluons engendrent des centaines de hadrons dont les propriétés sont très variées.

☆ Le confinement n'a **jamais été démontré** à partir des prémisses de la QCD. Pourtant on est convaincus que s'en est une conséquence.

C'est un des défis majeurs pour la science du 21ème siècle !!

Groupe SU(3)

$$\mathcal{L}(x) = \sum_f \bar{q}_{f,a} (i\gamma^\mu (\partial_\mu \delta_{ab} - g_s t^C_{ab} A_\mu^C) - m_f \delta_{ab}) q_{f,b} - 1/4 F^A_{\mu\nu} F^{A\mu\nu}$$

$$\text{Où } F^A_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu^A - \partial_\nu A_\mu^A - g_s f_{ABC} A_\mu^B A_\nu^C \text{ avec } [t^A, t^B] = i f_{ABC} t^C$$

$q_{f,a}$ sont les champs de quarks, f est la "saveur", c'est à dire le type de quark u, d, s, c, b, t . $a, b = 1, 3$ la "couleur" des quarks. Ce sont des spineurs de Dirac, des vecteur complexes de dimension 4 anti-commutants (algèbre de Grassman). Les γ^μ sont les "matrices de Dirac". A_μ^a sont des champs de gluons, vecteurs réels, $\mu = 1, 4$ sont les directions de l'espace-temps et $A, B, C = 1, 8$ sont les indices de Couleur les gluons (8 générateurs de l'algèbre de SU(3)). Tous les champs définis sur tous les points de l'espace-temps. ci-dessus ils sont implicitement supposés être au point x .

Une invariance de jauge SU(3) de la théorie contraint fortement le nombre de paramètres libres:

g_s , tel que $\alpha_s = g_s^2 / 4\pi$ et une masse m_f par saveur de quark: **seulement 7 paramètres.**

SMAI 2011 L'étonnante prédictivité de QCD

Guidel, 23-27 mai 2011

On doit donc ajuster ces 7 paramètres (souvent on peut se contenter de moins) sur 7 résultats expérimentaux et ensuite

On peut **en principe** prédire une **immense** quantité d'observations expérimentales, ou de données utiles à l'étude d'autres observables, où aussi des quantités d'intérêt Théorique.

Si nous disons "en principe", c'est parce que le calcul réel est toujours difficile, de précision limitée, parfois pratiquement impossible aujourd'hui.

Alors pourquoi croyons-nous que c'est la bonne théorie ?

Parce que, dans l'immense champ de phénomènes étudiés, on n'a jamais vu que l'expérience contredise la QCD dans les limites de précision atteintes.

Ce serait une incroyable coïncidence que la théorie soit fausse !!!

Elle explique:

La structure des hadrons et leurs masses.

Les propriétés des noyaux atomiques.

Les facteurs de forme des hadrons (ex: $p+e \rightarrow p+e$)

Jefferson Lab

Les états finals de $p+e \rightarrow e+$ hadrons (pions, nucleons...)

Les produits des collisions $e^- e^+ \rightarrow$ plusieurs hadrons (\rightarrow beaucoup)

Il y a beaucoup de collisionneurs $e^- e^+$ (Stanford, Tsukuba,...)

Les produits des collisions $pp \rightarrow$ plusieurs hadrons (\rightarrow beaucoup)

Cf les collisionneurs de FermiLab (Chicago) et du CERN (LHC)

Les collisions d'ions lourds ($Au + Au \rightarrow X$), de nouveaux états de la matière :
les plasmas de quarks et de gluons

Cf le détecteur Alice au LHC

Beaucoup d'expériences liées aux quarks lourds: (s,c,b,t)

.....

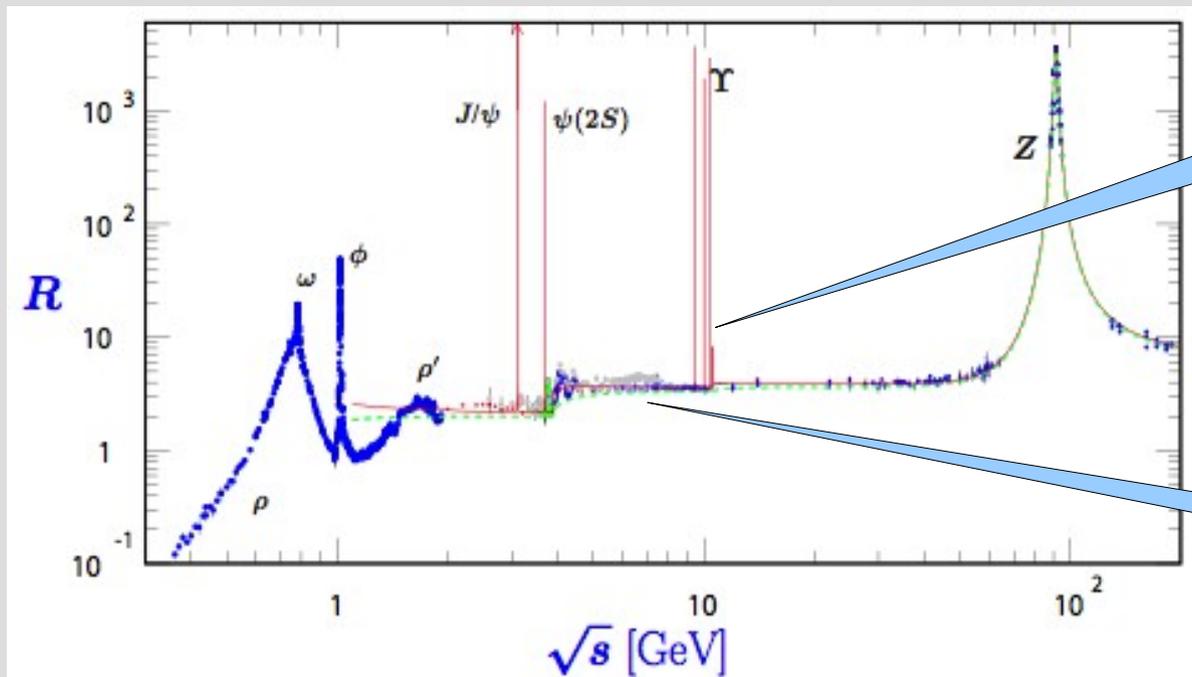
Et la liste pourrait ainsi s'allonger sans fin !

et comment ?

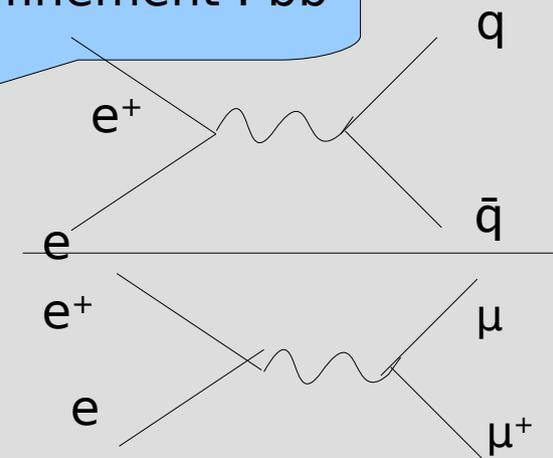
Toutes les observables physiques d'une théorie des champs quantique se ramènent à ce qu'on appelle des "fonctions de Green". Une fonction de Green est toujours la valeur moyenne dans le vide,

$\langle O \rangle$, d'une "observable" O qui est une fonctionnelle des champs.

Par exemple, $\langle \bar{q}_{f,a}(x) \gamma_\mu q_{f,a}(x) \bar{q}_{f,b}(y) \gamma^\mu q_{f,b}(y) \rangle$ donne le rapport des sections efficaces $\sigma(e^- e^+ \rightarrow \text{hadrons}) / \sigma(e^- e^+ \rightarrow \mu^+ \mu^-)$



Confinement : $\bar{b}b$



Liberté asymptotique:
Quark $\approx \mu$

L'intégrale de chemin et le temps imaginaire

$$\langle O \rangle = \int_{\text{config}} \exp[i S] \langle O \rangle / \int_{\text{config}} \exp[i S] \text{ où}$$

$S = \int d^4x \mathcal{L}(x)$, \int_{config} est une intégrale sur l'espace fonctionnel des champs, qui sont des fonctions de l'espace temps.

Mais ces intégrales n'ont pas de véritable définition. **Il faut passer analytiquement au temps imaginaire: euclidien**

$$\langle O \rangle = \int_{\text{config}} \exp[- S] \langle O \rangle / \int_{\text{config}} \exp[- S] \quad \text{Boltzman}$$

Correspondance:

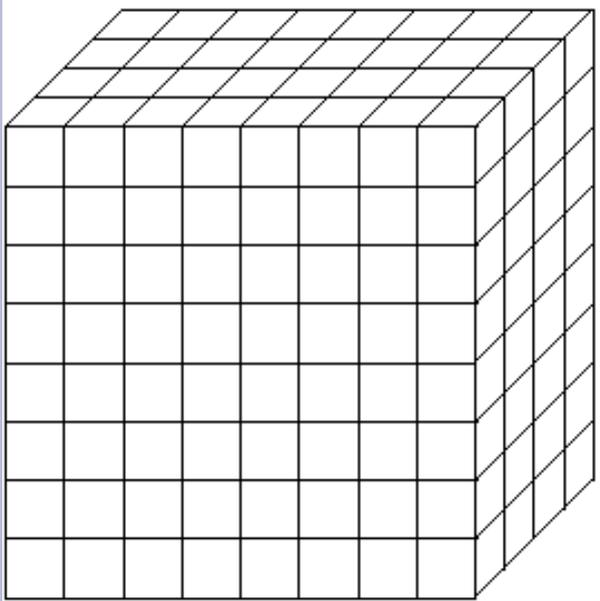
Théorie quantique des champs sur l'espace temps

⇔

Théorie statistique classique à l'équilibre à 4 dimensions

Ce sont des intégrales de Wiener, qui ont un sens et peuvent être *estimées sur un Réseau*

La QCD sur réseau



On discrétise l'espace 4-D euclidien.

Maille: $a \lesssim 0.1 \text{ fm} (=10^{-16} \text{ m})$

Volume fini: $L = \gtrsim 2.5 \text{ fm}$

Conditions périodiques.

Il faut définir les champs de la QCD discrétisée:

Les champs de quarks sont sur les vertex du réseau, les champs gluoniques sont sur les liens

Du réseau:

$$U_\mu(x) = P \left\{ e^{iag_0 \int_0^1 d\tau A_\mu^i(x + \tau a \hat{\mu}) \frac{\lambda_i}{2}} \right\}$$

Il faut définir l'action S en fonction de ces champs. Il y a **beaucoup** de possibilités qui toutes convergent, quand la maille tend vers zéro, vers l'action de la QCD. **Elles doivent toutes donner les mêmes résultats Physiques quand la maille tend vers zéro.**

Méthode de MONTE-CARLO



$\langle O \rangle = \int_{\text{config}} \exp[-S] \langle O \rangle / \int_{\text{config}} \exp[-S]$. Loi de probabilité

L'espace de configuration est de dimension finie:

Espace des fonctions:

{liens} \rightarrow {matrices de SU(3), U}; dim 72N (N: nombres de points du réseau)

Et aussi de volume fini car SU(3) est un espace compact.

Dimension $\sim 10^9$!! Comment calculer les intégrales ?

Méthode de Monte-Carlo-Hybride:

- On crée, pour chaque jeu de paramètres, un échantillon aléatoire de plusieurs milliers de "configurations de jauge" (fonctions {liens} \rightarrow {SU(3)}) vérifiant la balance détaillée.
- ♦ Un "test de Métropolis" assure la bonne loi de probabilité.
- D'une configuration à la Suivante le pas doit assurer une probabilité suffisamment grande pour n'être pas toujours rejeté par le test. On fait évoluer le système selon une dynamique ad hoc qui conserve "l'énergie", c'est à dire la probabilité (aux erreurs de discrétisation près).

Chacun de ces pas demande de très gros calculs car on doit manipuler d'immenses matrices ($\sim 10^9$).

QCD SUR RESEAU



Ken Wilson

+: C'est une méthode rigoureuse, **exacte** (mais non précise) qui a autant de paramètres que la QCD (n_f+1), qui contrôle les erreurs statistiques et systématiques, qui a un domaine d'application vaste et varié, très riche en physique, en contact étroit avec l'expérience.

-: Nécessite des calculs très lourds, ne couvre pas tous les domaines de la QCD, limitée essentiellement aux systèmes à peu de hadrons (difficulté du retour du temps imaginaire vers le temps réel) et de précision limitée.

Et maintenant
des Résultats
de calculs
comparés à
l'expérience

cf. Une revue de Junko Shigemitsu
To appear in the proceedings of 6th International
Workshop on the CKM Unitarity Triangle:

SMAI 2011

Guidel, 23-27 mai 2011

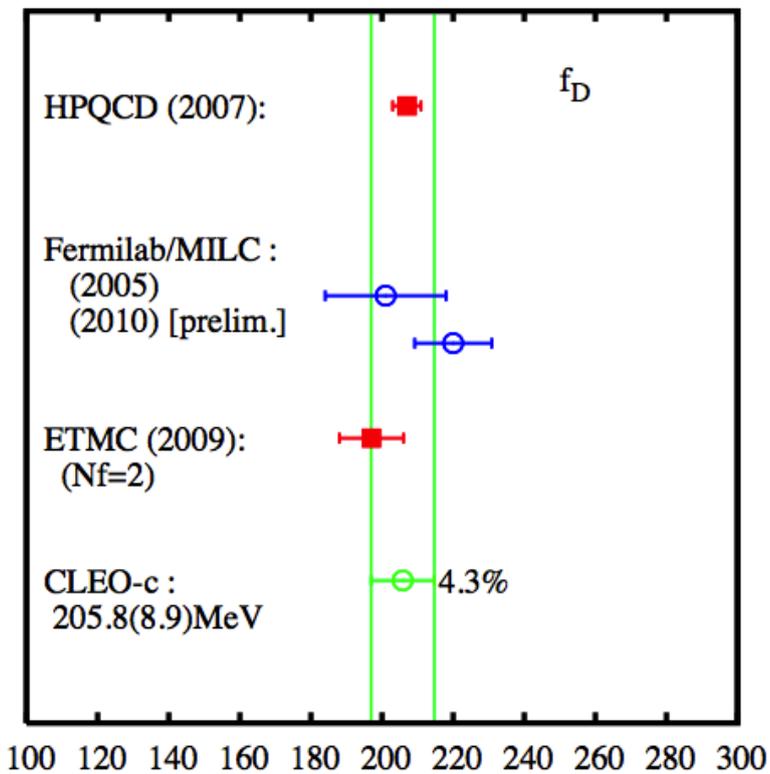
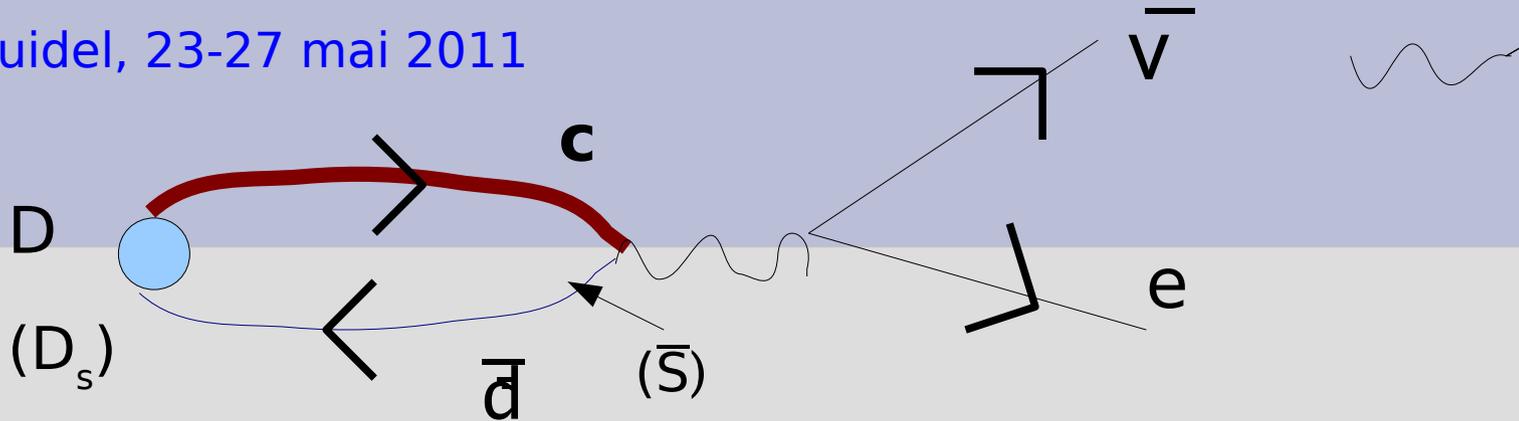


Fig.3: D Meson Decay Constant in MeV

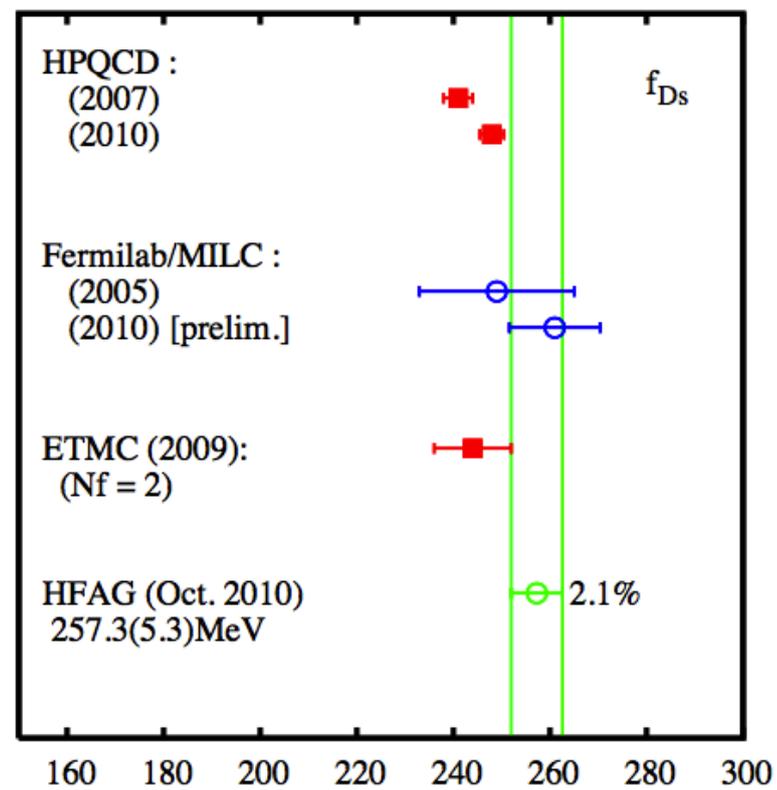
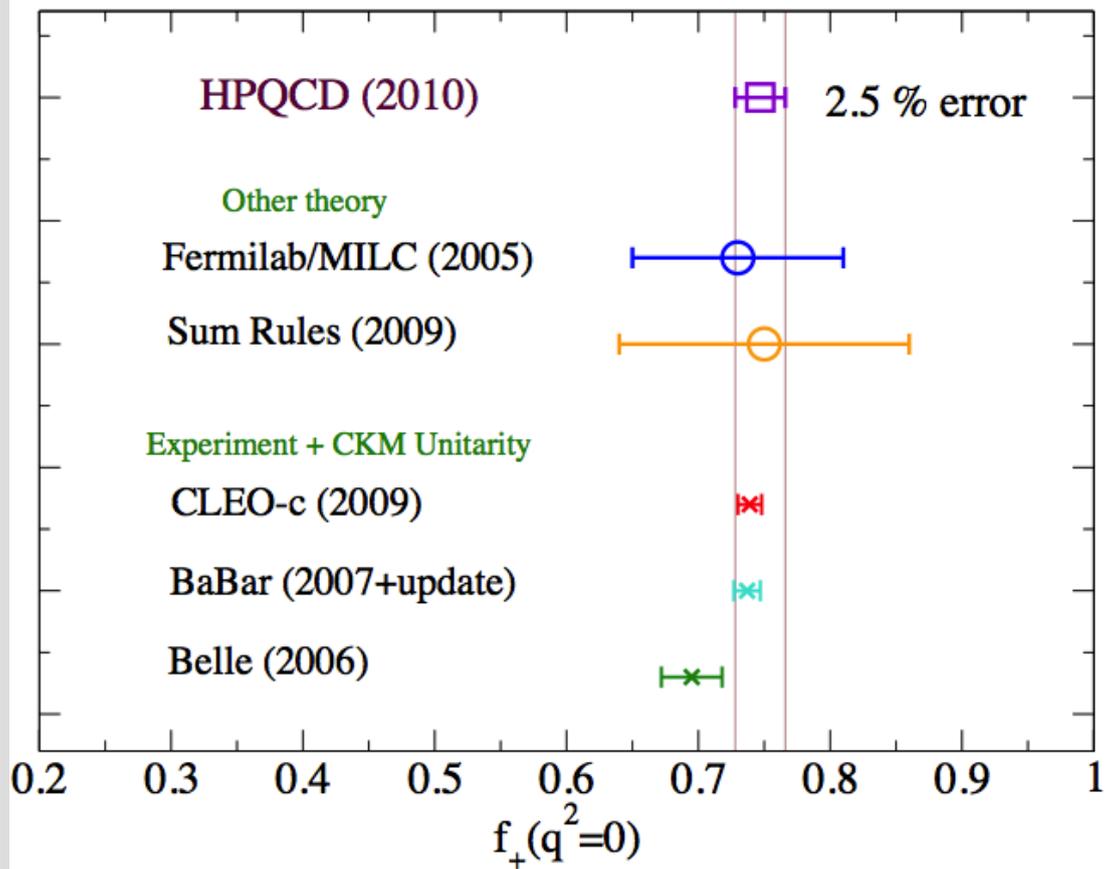
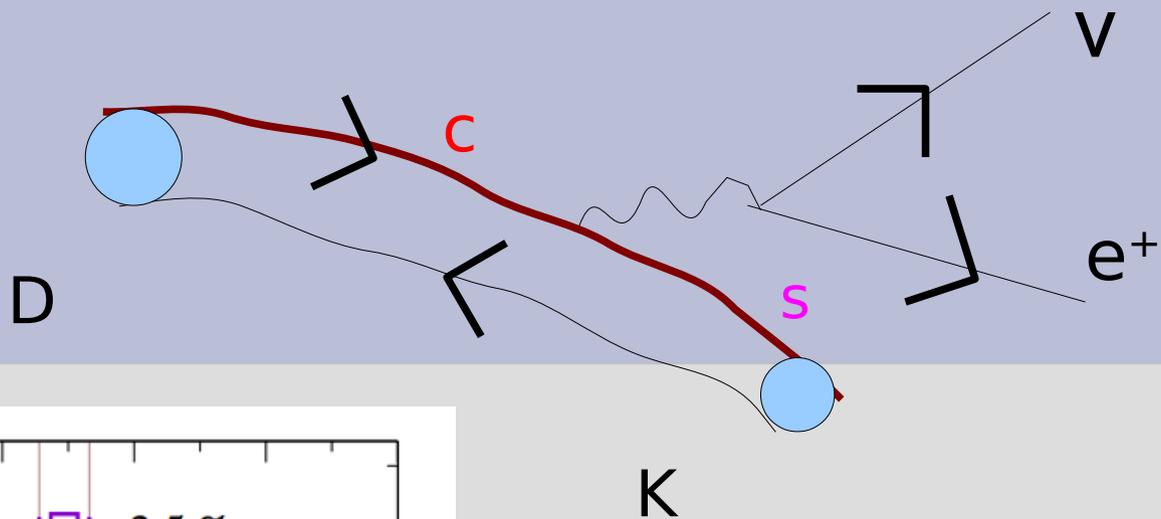


Fig.4: D_s Meson Decay Constant in MeV

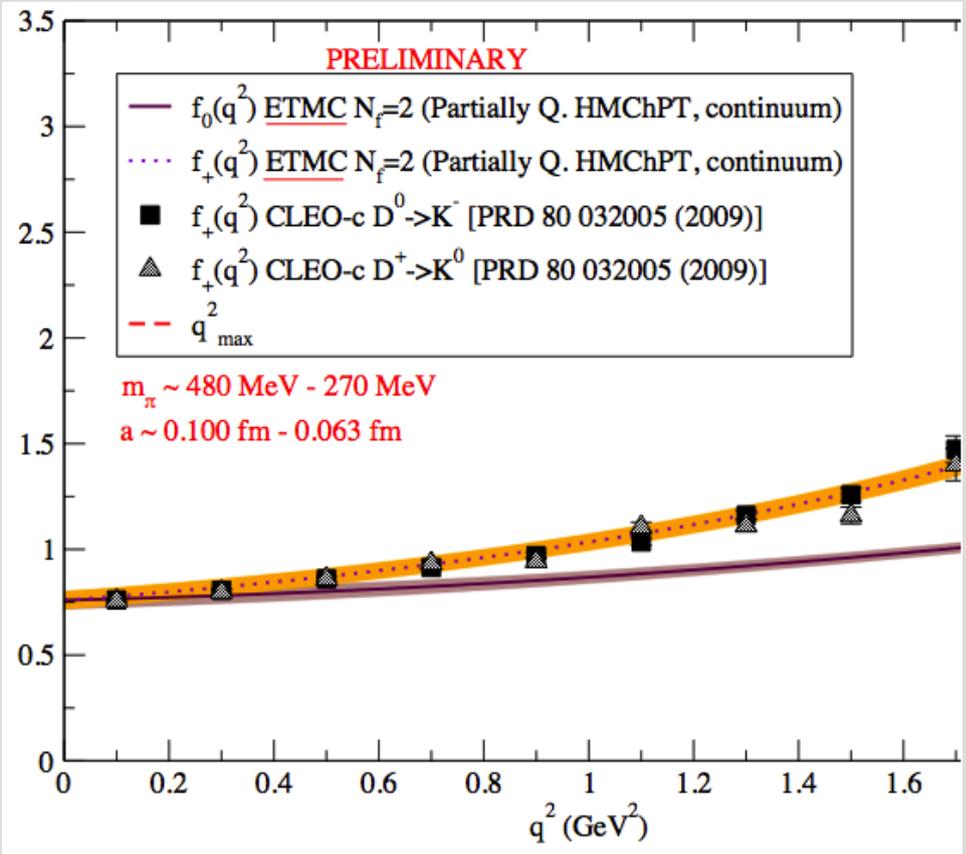
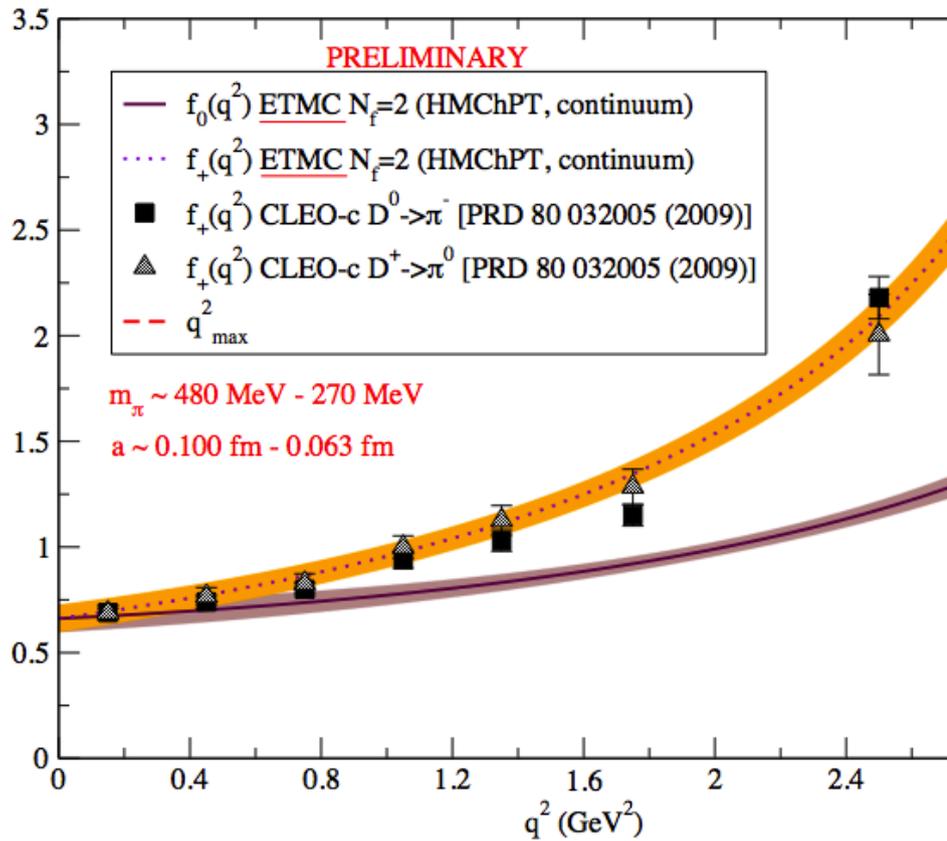
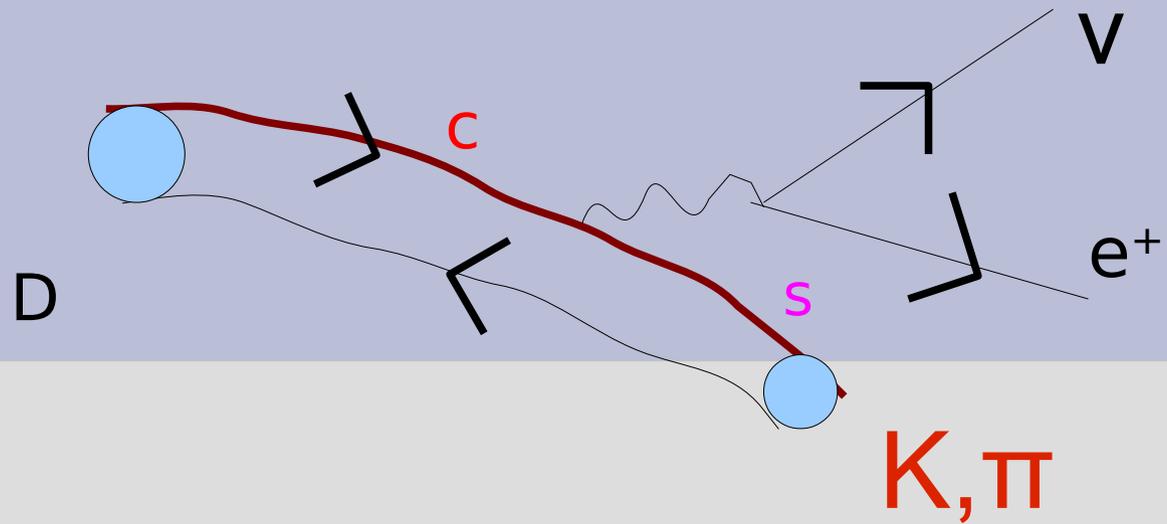
SMAI 2011

Guidel, 23-27 mai 2011



SMAI 2011

Guidel, 23-27 mai 2011



Merci



ΑΒΓΔΘΛΞΠΡΣΥΦΧΨΩαβγδεζηθικλμν
ΞοπρςοτυφχψωθΔΠΣ∫≈≠≡≤≥←→↔

≈ ≡ ≡ ~

