Un schéma d'ordre deux pour la résolution de l'équation de Landau-Lifchitz-Gilbert par éléments finis

Evaggelos KRITSIKIS, Insitut Néel (CNRS)

Jean-Christophe TOUSSAINT, Institut Néel (CNRS)

François ALOUGES, CMAP (Ecole Polytechnique)

Le micromagnétisme est une théorie de milieu continu pour modéliser les matériaux ferromagnétiques. L'aimantation d'un système magnétique Ω est un champ de vecteurs $m : \Omega \in \mathbb{R}^3 \to S^2$ dont l'évolution est régie par l'équation de Landau-Lifchitz-Gilbert :

$$\alpha\dot{m} - m \times \dot{m} = H - \lambda m \tag{1}$$

où H désigne le champ magnétique effectif, somme de plusieurs contributions physiques (champ d'échange Δm, démagnétisant...), $\lambda = H \cdot m$ et α est un coefficient d'amortissement phénoménologique.

Dans une discrétisation $\dot{m} \approx (m^{n+1} - m^n)/k$ à pas de temps k se pose le problème d'appliquer la contrainte $|m^{n+1}| = 1$. Une méthode est d'obtenir d'abord une approximation v de $(m(t^n + k) - m^n)/k$ puis construire m^{n+1} comme la projection de $m + kv$ sur S^2. L'espace-test adapté au problème, introduit par Alouges [1], est le plan tangent à m

$$T = \{w \in H^1(\Omega, \mathbb{R}^3),\ w(r) \cdot m(r) = 0 \text{ p.p.}\} \tag{2}$$

Il est possible alors d'écrire une formulation bien posée pour le schéma explicite ainsi que pour des schémas inconditionnellement stables d'ordre un. Un schéma d'ordre deux est difficile à obtenir à cause de la projection sur S^2.

On montre que la résolution d'un schéma de point milieu dans le plan tangent, donnant v comme $\Pi(\dot{m}^{n+1/2})$ avec Π la projection sur T, à savoir

$$\alpha \int v \cdot w - \int (m^n \times v) \cdot w + \frac{k}{2} \int \nabla v \cdot \nabla w = \int H^n \cdot w - \frac{k}{2} \int \lambda^{n+1} v \cdot w \tag{3}$$

aboutit à un schéma d'ordre deux, et que ce schéma est stable grâce à un théorème de Bartels [2].
Pour la résolution on réalise une boucle de point fixe. La partie la plus coûteuse de l'itération est un calcul supplémentaire de champ démagnétisant, et on utilise dans ce but des méthodes de sommation rapide comme la FMM ou NFFT (Transformée de Fourier Non-uniforme).

Le schéma d'ordre deux a été implémenté dans notre code micromagétique FELLGOOD. Les résultats obtenus sur le problème standard de dynamique non-linéaire du NIST [3] (nucléation d'une plaquette de Permalloy) sont très proches de ceux des codes volumes finis. Par rapport au schéma d'ordre un, le nouveau schéma permet de gagner un facteur ≈ 10 en temps de calcul.

Références

[1] F. Alouges, P. Jaisson, *Convergence of a finite-element discretization for the Landau-Lifchitz equations*, M3AS, 16: 299-313, 2006.

[2] S. Bartels, A. Prohl, *Constraint preserving implicit finite element discretization of harmonic map flow into spheres*, Math. Comp. 76(260), 2007.

[3] R.D. McMichael, Center for Theoretical and Computational Materials Science, `http://www.ctcms.nist.gov/~rdm/mumag.org.html`

Evaggelos KRITSIKIS, CNRS Institut Néel, 25 rue des Martyrs 38042 Grenoble
`evaggelos.kritsikis@grenoble.cnrs.fr`