

Inclusion différentielle stochastique

Juliette VENEL, Université de Valenciennes

Frédéric BERNICOT, Université de Lille 1

Mots-clés : processus de rafle, mouvement brownien réfléchi

Nous proposons d'étudier des inclusions différentielles stochastiques et plus précisément des processus de rafle soumis à une perturbation stochastique.

Notre première motivation vient d'un modèle de mouvements de foule déterministe proposé et étudié dans [5]. Mathématiquement, ce modèle prend la forme d'une inclusion différentielle du premier ordre traduisant le fait que le déplacement des individus s'effectue sous contraintes : en interdisant le chevauchement des disques représentant les individus, nous imposons au vecteur position des personnes d'évoluer en restant dans un ensemble dit admissible. Dans le but de modéliser maintenant l'hésitation voire la panique des individus, nous souhaitons ajouter à l'inclusion différentielle déterministe une perturbation stochastique.

Nous proposons d'étudier ces inclusions différentielles stochastiques dans un cadre plus général en considérant un ensemble admissible dépendant du temps. Ces problèmes d'évolution (dans le cas déterministe) sont appelés des processus de rafle. Nous montrons que les processus de rafle perturbés stochastiquement sont des problèmes bien posés en généralisant les travaux [4, 6] qui portent sur l'étude des équations différentielles stochastiques décrivant l'évolution d'un mouvement brownien dans un ensemble avec un bord réfléchissant.

Pour ce faire, nous combinons des techniques issues de la théorie des processus de rafle [2, 3] et des méthodes utilisées pour étudier la réflexion d'un mouvement brownien [4, 6]. Ceci est possible car les hypothèses géométriques faites sur l'ensemble admissible dans le cadre des inclusions différentielles et celles faites sur l'ensemble à bord réfléchissant dans le cadre des équations différentielles stochastiques sont similaires.

Enfin, nous présentons un schéma numérique discrétisant ces inclusions différentielles stochastiques avec un résultat de convergence.

Ce travail constitue l'objet de l'article [1].

Références

- [1] F. BERNICOT, J. VENEL, *Stochastic perturbation of sweeping process and a convergence result for an associated numerical scheme*, à paraître dans *Journal of Differential Equations*.
- [2] J.F. EDMOND, L. THIBAUT, *Relaxation of an optimal control problem involving a perturbed sweeping process*, *Math. Program, Ser. B* 104 (2-3), 347-373, 2005.
- [3] J.F. EDMOND, L. THIBAUT, *BV solutions of nonconvex sweeping process differential inclusion with perturbation*, *J. Diff. Equations* 226 (1), 135-179, 2006.
- [4] P.L. LIONS, A.S. SZNITMAN, *Stochastic differential equations with reflecting boundary conditions*, *Comm. Pure Appl. Math.* 37, 511-527, 1984.
- [5] B. MAURY, J. VENEL, *A discrete contact model for crowd motion*, *ESAIM: M2AN* 45 (1), 145-168, 2011.
- [6] Y. SAISHO, *Stochastic differential equations for multi-dimensional domain with reflecting boundary*, *Probab. Theory Rel. Fields* 74 (3), 455-477, 1987.

Juliette VENEL, LAMAV ISTV2 Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, Mont Houy, 59313 Valenciennes Cedex 9

juliette.venel@univ-valenciennes.fr

Frédéric BERNICOT, Laboratoire Paul Painlevé Bât M2 Université de Lille 1 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex
frederic.bernicot@math.univ-lille1.fr