

Méthode Eléments Finis multi-échelles pour les matériaux faiblement aléatoires

Florian THOMINES, ENPC, INRIA

Claude LE BRIS, ENPC, INRIA

Frédéric LEGOLL, ENPC, INRIA

On s'intéresse dans ce travail à des matériaux aléatoires présentant des hétérogénéités à une petite échelle, modélisés par une équation aux dérivées partielles elliptique linéaire. La méthode d'Eléments Finis multi-échelles (MsFEM) a été développée (voir [1]) pour résoudre ces équations dans un cadre déterministe. L'idée est d'utiliser une méthode de Galerkin pour approximer la solution du problème dans un espace de dimension finie, engendré par une base *adaptée* au problème, au sens où les fonctions de base encodent les oscillations rapides présentes dans le problème. Son adaptation directe au cas d'un matériau aléatoire consiste à calculer, pour chaque réalisation du matériau, une nouvelle base, ce qui est très coûteux numériquement en pratique.

En pratique, certains matériaux, bien que non déterministes et aléatoires, ne sont que *faiblement* aléatoires. Plusieurs cadres peuvent être développés pour quantifier précisément en quel sens les propriétés aléatoires de ces matériaux sont une *petite perturbation* de propriétés périodiques. Dans ce travail, nous faisons l'hypothèse que la matrice qui décrit les propriétés du matériau s'écrit comme la somme d'un terme périodique et d'une perturbation aléatoire petite presque sûrement.

Nous adaptons MsFEM et proposons une méthode numérique dont le coût est bien plus faible que le coût de la MsFEM originelle utilisée dans un cadre stochastique (voir [2, 3]). Nous montrerons numériquement que cette méthode est aussi précise que la méthode originelle, pourvu que la perturbation soit petite. Nous étudierons enfin, sous de bonnes hypothèses, la convergence de cette méthode.

Références

- [1] T. Y. HOU AND X.-H. WU, *A multiscale finite element method for elliptic problems in composite materials and porous media*, Journal of Computational Physics, **134**(1), p 169-189, 1997.
- [2] A. ANANTHARAMAN, R. COSTAOUEC, C. LE BRIS, F. LEGOLL AND F. THOMINES, *Introduction to numerical stochastic homogenization and the related computational challenges: some recent developments*, Lecture Notes Series, Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore, à paraître.
- [3] C. LEBRIS, F. LEGOLL, F. THOMINES, *Multiscale FEM for weakly random problems and related issues*, en préparation.

Florian THOMINES, 6-8 Avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-La-Vallée Cedex 2, France
florian.thomines@enpc.fr

Claude LE BRIS, 6-8 Avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-La-Vallée Cedex 2, France
lebris@cermics.enpc.fr

Frédéric LEGOLL, 6-8 Avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-La-Vallée Cedex 2, France
legoll@lami.enpc.fr