Barycentre de Wasserstein

Julien RABIN, CMLA, ENS de Cachan

Gabriel PEYRÉ, CEREMADE, Université Paris Dauphine

Julie DELON, CNRS, LTCI Télécom ParisTech

Contexte De nombreuses applications en vision par ordinateur ou en traitement d'images requièrent une étape préliminaire d'apprentissage des statistiques "moyennes" des caractéristiques d'une classe d'objets. Cette problématique a été principalement étudié dans le cas unidimensionnel, voir par exemple les travaux de Delon [1] sur la définition d'histogrammes de niveaux de gris moyens.

Contributions Ces travaux introduisent une nouvelle approche méthodologique pour la définition de barycentres de distributions en *grande dimension*. Plus précisément, nous nous plaçons dans le cadre de la théorie du transport optimal de Monge-Kantorovich pour définir, par analogie avec le cas usuel de la géométrie Euclidienne, des moyennes de distributions discrètes reposant sur des distances dîtes de "Wasserstein" [2]. En considérant le cas particulier des distributions statistiques sous la forme de nuages de points, nous verrons que la mise en pratique de ce formalisme revient à résoudre un problème d'affectation optimale qui se trouve être un problème NP-complet [3].
Pour s'affranchir de la complexité algorithmique inhérente à la résolution d'un tel problème, nous proposons un formalisme approché exploitant les distances de "Wasserstein projetés", récemment introduites dans [4] pour la comparaison de descripteurs statistiques en reconnaissance de formes, et dont la mise en œuvre repose sur une simple descente de gradient.

Résultats Nous illustrons l'intérêt de cette approche générique par une application à la synthèse de textures de moyennes à partir de plusieurs exemples. Cette tâche est accomplie en combinant la méthodologie proposée pour définir des distributions statistiques moyennes (une illustration est proposée en Figure 1) avec une approche de synthèse de texture par l'exemple inspirée des travaux de Heeger et Bergen [5].

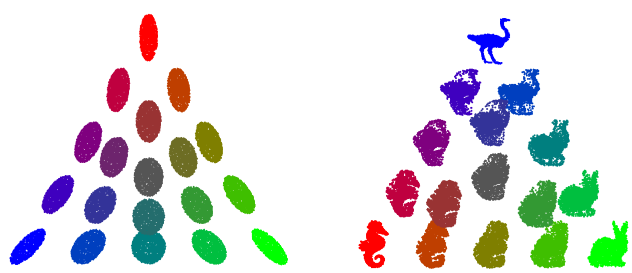

Figure 1: **Barycentres de distributions discrètes obtenus par distance de Wasserstein projetée.** À partir des distributions données en exemple aux sommets de chaque triangle, les distributions intermédiaires sont calculées par notre algorithme.

Références

[1] J. Delon, "Midway image equalization," *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 21, no. 2, pp. 119–134, September 2004.

[2] C. Villani. *Topics in optimal transportation.* American Math. Soc., 2003.

[3] R. Burkard, M. Dell'Amico, and S. Martello. *Assignment Problems.* SIAM, 2009.

[4] J. Rabin, G. Peyré, and L. D. Cohen. Geodesic Shape Retrieval via Optimal Mass Transport. In *Proc. of the European Conference on Computer Vision*, 2010.

[5] D. J. Heeger and J. R. Bergen. Pyramid-Based texture analysis/synthesis. In *Proc. Siggraph '95*, Annual Conference Series, pages 229–238. ACM SIGGRAPH, 1995.

Julien RABIN, CMLA, ENS de Cachan, 61 Av. du Président Wilson, 94230 Cachan Cedex
`julien.rabin@cmla.ens-cachan.fr`
Gabriel PEYRÉ, CEREMADE, Université Paris Dauphine, Place du Maréchal De Lattre De Tassigny, 75775 PARIS Cedex 16
`peyre@ceremade.dauphine.fr`
Julie DELON, CNRS, LTCI Télécom ParisTech, 46 rue Barrault 75634 Paris Cedex 13
`delon@telecom-paristech.fr`