

# Méthodes de décomposition de domaines espace-temps pour l'équation d'advection-diffusion-réaction

Paul-Marie BERTHE, CEA, DEN, DM2S-SFME-LSET

Pascal OMNES, CEA, DEN, DM2S-SFME-LSET

Caroline JAPHET, CSCAMM, University of Maryland and LAGA, Université Paris XIII

La simulation du transport des radionucléides, déchets radioactifs, dans le sous-sol profond nous amène à travailler sur l'équation de convection-diffusion-réaction dans un milieu poreux donnée par :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{b} = 0 \\ \boldsymbol{\omega} \partial_t u + \nabla \cdot (\mathbf{b}u) - \nabla \cdot (\boldsymbol{\nu} \nabla u) + cu = f \text{ dans } \Omega \times (0, T) \end{cases} \quad (1)$$

où  $\boldsymbol{\omega}$ ,  $\boldsymbol{\nu}$ , et  $c$  représentent successivement la porosité, la matrice de diffusion et le coefficient de réaction, supposés anisotropes / discontinus, et  $u$  la concentration en radionucléides. La vitesse de convection  $\mathbf{b}$  est donnée par la résolution approchée d'une équation de Darcy.

Les échelles d'espace et de temps multiples ainsi que l'hétérogénéité des propriétés des couches géologiques forcent à mailler finement et le recours à des calculs parallélisables devient alors nécessaire. On cherche ainsi à améliorer des méthodes de décomposition de domaine en espace et en temps, à travers les méthodes de Schwarz optimisées [1], proposées avec différentes conditions de transmission d'ordre 0 ou 1 [2] et appliquées à des schémas volumes finis dont le terme de convection est centré ou décentré pour la discrétisation en espace, et à un schéma de type Galerkin Discontinu d'ordre 0 ou 1 pour la discrétisation en temps [3]. On présentera la méthode utilisée en dimension 1.

La formulation multidomaine définie sur la maille en aval de l'interface nous amène à définir, pour le décentrage du terme de convection, deux schémas différents, que nous comparons avec le schéma centré en terme de performance de l'algorithme.

Aussi, en vue d'une vitesse de convergence optimale, l'optimisation des opérateurs de transmission est réalisée grâce à la transformée de Fourier en temps appliquée à l'EDP continue, ou, pour mieux prendre en compte la discrétisation, au schéma correspondant.

## Références

- [1] L. HALPERN, *Schwarz waveform relaxation algorithms*, Proceedings, DD17 (2006).
- [2] D. BENNEQUIN, M.J. GANDER AND L. HALPERN, *A Homographic best approximation problem with application to optimized Schwarz waveform relaxation*, Math. Comp., 78:185-223, 2009.
- [3] L. HALPERN, C. JAPHET, J. SZEFTTEL, *Galerkin Discontinuous and Nonconforming in Time Optimized Schwarz Waveform Relaxation*, Proceedings, DD18 (2009).

Paul-Marie BERTHE, CEA, DEN, DM2S-SFME-LSET, 91191 Gyf sur Yvette Cedex  
paul-marie.berthe@cea.fr

Pascal OMNES, CEA, DEN, DM2S-SFME-LSET, 91191 Gyf sur Yvette Cedex  
pascal.omnes@cea.fr

Caroline JAPHET, CSCAMM, University of Maryland and LAGA, Université Paris XIII, College Park, MD 20742 USA / 99 Avenue J-B Clément, 93430 Villetaneuse, France  
japhet@math.univ-paris13.fr