

# Un équivalent particulière de l'équation de Kuramoto-Sivashinsky

Phung Thanh-Tam, James Franois, Brault Pascal, MAPMO, Université d'Orléans

L'équation de Kuramoto-Sivashinsky est couramment utilisée dans divers modèles de croissance d'interfaces telles que les fronts de flammes [1, 2], la croissance de couche minces, l'érosion/gravure de surface [3]. En dimension 1 d'espace, elle prend la forme suivante, où  $h$  est la hauteur de l'interface :

$$\partial_t h + \frac{|\partial_x h|^2}{2} = -\partial_{xx} h - \partial_{xxxx} h. \quad (1)$$

Une des propriétés caractéristiques de l'équation de Kuramoto-Sivashinsky est de générer une structure quasi-périodique [3].

Il est intéressant et utile de connecter cette équation différentielle avec une approche particulière afin de tenter de comprendre les mécanismes élémentaires intervenant dans les phénomènes physiques proposés ci-dessus. Une approche consiste à interpréter le gradient en espace de la solution de l'équation (1),  $u = -\partial_x h$ , comme un champ de vitesse, et de suivre une population de particules qui évoluent en suivant ce champ, qui vérifie l'équation de Burgers modifiée

$$\partial_t u + \partial_x \frac{u^2}{2} = -\partial_{xx} u - \partial_{xxxx} u. \quad (2)$$

On constate alors clairement [4] que la dynamique comporte une partie "particules collantes".

Le modèle doit donc se trouver une base physique, permettant de comprendre clairement la signification et le rôle des termes de dérivées spatiales des vitesses par rapport à la dynamique des interfaces. Il convient également de bien comprendre le scaling permettant de passer à la limite lorsque le nombre de particules tend vers  $\infty$ .

## Références

- [1] Y. KURAMOTO AND T. TSUZUKI On the Formation of Dissipative Structures in Reaction-Diffusion Systems, *Prog. Theor. Phys.*, **54** (1975) 687-699
- [2] G. I. SIVASHINSKY Instabilities, pattern formation, and turbulence in flames, *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, **15** (1983), 179-199
- [3] S. PARK, B. KAHNG, H. JEONG, AND A.-L. BARABSI, Dynamics of Ripple Formation in Sputter Erosion: Nonlinear Phenomena, *Phys. Rev. Lett.*, **83** (1999) 3486-3489
- [4] T. BORH, A. PIKOVSKY, Anomalous Diffusion in the Kuramoto-Sivashinsky Equation, *Phys. Rev. Lett.*, **70** (1993), 2892-2895