

Estimation a posteriori pour les problèmes de convection–diffusion–réaction et la méthode des volumes finis

Nancy CHALHOUB, Marne-la-Vallée, France

Alexandre ERN, Marne-la-Vallée, France

Tony SAYAH, Beyrouth, Liban

Martin VOHRALÍK, Paris, France

Le but de ce travail est de dériver des estimations a posteriori pour la discrétisation de l'équation de convection–réaction–diffusion instationnaire par la méthode des volumes finis centrés par maille et le schéma d'Euler implicite en temps.

On considère le problème instationnaire suivant :

$$\partial_t u - \nabla \cdot (\mathbf{S} \nabla u) + \nabla \cdot (\beta u) + ru = f \quad \text{p.p. dans } Q_T := \Omega \times (0, T), \quad (1a)$$

$$u(\cdot, 0) = u_0 \quad \text{p.p. dans } \Omega, \quad (1b)$$

$$u = 0 \quad \text{p.p. sur } \partial\Omega \times (0, T), \quad (1c)$$

où \mathbf{S} est le tenseur de diffusion–dispersion, β le vecteur vitesse, r le terme de réaction, f le terme source, $\Omega \subset \mathbb{R}^d$, $d \geq 2$, le domaine d'espace (supposé polygonal), et $(0, T)$ l'intervalle de temps.

Le but de ces estimations est double. Elles permettent le contrôle de l'erreur par le biais de bornes supérieures calculables explicitement et elles fournissent des indicateurs pour les raffinements adaptatifs. Les estimations sont basées sur une solution post-traitée localement qui assure la conservation des flux et sont établies dans la norme d'énergie. On propose également un algorithme adaptatif permettant d'atteindre une précision relative fixée par l'utilisateur. Cet algorithme raffine les maillages adaptivement en équilibrant les contributions en espace et en temps de l'erreur. Des essais numériques illustrent la théorie.

Nancy CHALHOUB, Université Paris-Est, CERMICS, Ecole des Ponts, 77455 Marne-la-Vallée, France
nancy.chalhoub@gmail.com

Alexandre ERN, Université Paris-Est, CERMICS, Ecole des Ponts, 77455 Marne-la-Vallée, France
ern@cermics.enpc.fr

Tony SAYAH, Faculté des Sciences, Université Saint-Joseph, B.P. 11-514 Riad El Solh, Beyrouth 1107 2050, Liban
tsayah@fs.usj.edu.lb

Martin VOHRALÍK, UPMC Univ. Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, 75005, Paris, France et CNRS, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, 75005, Paris, France
vohralik@ann.jussieu.fr