# Une transformation stabilisant la variance appliquée à la restauration d'images

Matthieu SALMAN, CMLA-ENS Cachan

**Mots-clés :** Traitement d'images, approches variationnelles, statistiques.

## 1 Présentation du modèle

Soit $\Omega$ un ensemble de cardinal fini. On appelle "image sur $\Omega$" une fonction $(u_i)_{i\in\Omega}$. On suppose que partant d'une image "idéale" $(u_i)_{i\in\Omega}$, c'est à dire celle que l'on aimerait observer, on observe en réalité $(y_i)_{i\in\Omega}$, où

$$y_i = \alpha s_i + b_i n_i$$

avec

- $\alpha > 0$
- $s_i$ suit la loi de Poisson de paramètre $u_i$ où $u_i > 0$.
- $b_i$ suit la loi de Bernoulli de paramètre $\beta$ où $\beta \in ]0, 1[$.
- $n_i$ suit la loi exponentielle de paramètre $\frac{1}{\mu}$, où $\frac{1}{\mu} > 0$.

Les variables aléatoires $s_i$, $b_i$ et $n_i$ seront supposées indépendantes. On suppose que les paramètres $\alpha$, $\beta$ et $\mu$ sont constants sur toute l'image. Ces paramètres sont inconnus mais peuvent être estimés de manière simple. Ce modèle sera désormais noté PBE (Poisson-Bernoulli-exponentiel).

## 2 Méthode de débruitage

Pour débruiter l'image, nous utiliserons une frame $\mathbf{W} = \{w_i : i \in I\}$ de $L^2(R^2)$ et nous noterons $\tilde{\mathbf{W}} = \{\tilde{w}_i : i \in I\}$ la frame duale. A toute image $x_i$, on associera $\hat{x}_i$ ses coefficients dans la frame $\mathbf{W}$. Dans un premier temps, nous allons appliquer à l'image originale une transformation stabilisant la variance comme dans [1]. On obtient donc une nouvelle image $z_i$.

Nous allons ensuite utiliser une approche hybride en nous inspirant de [2] afin de restaurer l'image transformée. On applique l'opérateur de seuillage dur à tous les coefficients de l'image transformée:

$$\hat{z}_{T_H}[i] = T_H(\hat{z}[i])$$

On choisira un seuil sous optimal afin de préserver le maximum d'information possible. On pose $I_0 = \{i \in I : |y[i]| \leq T\}$ et $I_1 = I \setminus I_0$.
Nous chercherons ensuite à minimiser un critère de la forme:

$$F(x) = ||\tilde{W}\hat{x}||_{TV} + \sum_{i\in I_0} \lambda_0|\hat{x}[i]| + \sum_{i\in I_1} \lambda_1|(\hat{x} - \hat{y})[i]|$$

Des résultats sur des images de synthèse seront ensuite présentés.

### Références

[1] J.Fadili, J.L.Starck et B.Zhang, *Wavelets, Ridgelets and Curvelets for Poisson Noise Removal*, IEEE, 2008.

[2] S.Durand, J.Fadili et M.Nikolova, *Multiplicative Noise Removal using L1 Fidelity on Frame Coefficients*, Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2010.

**Matthieu SALMAN**, CMLA-ENS Cachan, 61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex
matthieu.salman@cmla.ens-cachan.fr