

# Quelques applications de l'inégalité de Łojasiewicz à des discrétisations d'EDP

Morgan PIERRE, Université de Poitiers

**Benoît MERLET**, Université de Paris Nord et Ecole Polytechnique

**Maurizio GRASSELLI**, Politecnico di Milano

Une inégalité célèbre, due à Łojasiewicz [1], implique que si  $F : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  est réelle analytique, alors toute solution bornée  $U : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}^d$  du flot de gradient

$$U'(t) = -\nabla F(U(t)) \quad t \geq 0,$$

converge vers un point critique de  $F$  lorsque  $t \rightarrow +\infty$ . Des taux de convergence peuvent également être obtenus. Ces résultats de convergence asymptotique ont été généralisés à une grande variété de flots de type gradient, en dimension finie et infinie (cf., par exemple, [2]) ; l'exemple fondamental en dimension infinie est l'équation de la chaleur semi-linéaire avec une non-linéarité analytique.

Dans cet exposé qui reprend essentiellement les références [3, 4], nous étudions dans quelle mesure certains de ces résultats peuvent être adaptés à des discrétisations en temps de flots de type gradient. Des applications à des équations de type Allen-Cahn, Cahn-Hilliard ou Swift-Hohenberg seront données.

## Références

- [1] S. ŁOJASIEWICZ, *Ensemble semi-analytiques.*, I.H.E.S. Notes, 1965.
- [2] S.-Z. HUANG, *Gradient inequalities*, American Mathematical Society, Providence, RI, 2006.
- [3] B. MERLET ET M. PIERRE, *Convergence to equilibrium for the backward Euler scheme and applications*, Commun. Pure Appl. Anal. 9 , no. 3, pp. 685–702, 2010.
- [4] M. GRASSELLI ET M. PIERRE, *Convergence to equilibrium of solutions of the backward Euler scheme for asymptotically autonomous second-order gradient-like systems*, Commun. Pure Appl. Anal., à paraître.

**Morgan PIERRE**, Laboratoire de Mathématiques et Applications UMR CNRS 6086, Téléport 2 – BP 30179, Boulevard Marie et Pierre Curie, 86962 Futuroscope Chasseneuil

`Morgan.Pierre@math.univ-poitiers.fr`

**Benoît MERLET**, LAGA, Université Paris Nord – Institut Galilée, Avenue J.B. Clément, 93430 Villetaneuse  
`merlet@math.univ-paris13.fr`

**Maurizio GRASSELLI**, Dipartimento di Matematica “F. Brioschi”, Politecnico di Milano, Via E. Bonardi 9, I-20133 Milano, Italy

`maurizio.grasselli@polimi.it`