Méthode des Volumes Finis pour des problèmes de thermique multi-matériaux sur grilles cartésiennes.

Manuel LATIGE, CEA-DAM-CESTA, FRANCE

Thierry COLIN, IMB, Université Bordeaux, FRANCE

Gérard GALLICE, CEA-DAM-CESTA, FRANCE

Dans cette étude, on considère le problème de Stefan de fusion/solidification en l'absence de transport de matières. Le domaine d'étude Ω est divisé par l'interface Γ en deux parties disjointes, la phase liquide Ω_{liq} et la phase solide Ω_{sol}. Connaissant la temperature initiale T_0, le champ de temperature T satisfait aux équations suivantes

$$\begin{aligned}
&\rho_{liq}\ Cv_{liq}\ \partial_t T = \nabla.(\ k_{liq}\ \nabla T) \quad dans \quad \Omega_{liq}\ ,\\
&\rho_{sol}\ Cv_{sol}\ \partial_t T = \nabla.(\ k_{sol}\ \nabla T) \quad dans \quad \Omega_{sol}\ ,\\
&T\ =\ T_m \quad sur \quad \Gamma\ ,\\
&\left[k\ \tfrac{\partial T}{\partial n}\ \right]_\Gamma\ =\ L\ V\ ,
\end{aligned} \tag{1}$$

où L est la chaleur latente de fusion, V la vitesse de l'interface, T_m la température de fusion, Cv_{liq}, Cv_{sol} les chaleurs spécifiques à volume constant, ρ_{liq}, ρ_{sol} les masses volumiques et k_{liq}, k_{sol} les conductivités thermiques.

L'objectif est de développer une méthode numérique pour (1) basée sur une méthode numérique pour la version stationnaire générale ci-dessous,

$$\begin{aligned}
&-\nabla.(k\nabla T) = f \quad dans \quad \Omega, \quad avec \quad k = k_{sol/liq} \quad sur \quad \Omega_{sol/liq},\\
&[T]_\Gamma\ =\ T_{sol} - T_{liq}\ =\ h\ ,\\
&\left[k\ \tfrac{\partial T}{\partial n}\ \right]_\Gamma\ =\ k_{sol}\ \tfrac{\partial T_{sol}}{\partial n}\ -\ k_{liq}\ \tfrac{\partial T_{liq}}{\partial n}\ =\ g\ ,
\end{aligned} \tag{2}$$

où h et g sont des fonctions. Dans ce but, cette dernière doit dépendre impérativement de façon continue de la position de l'interface.
Dans [1], Oevermann et Al. proposent une méthode de type Volumes Finis qui ne possède pas cette propriété. Dans ce travail, on propose une méthode de Volumes Finis **d'ordre 2** sur grille cartésienne améliorant celle de [1]. Elle repose sur une reconstruction par des polynomes de Lagrange P_2 dans les mailles duales, qui permettent d'aboutir à un schéma Volumes Finis avec un stencil constant de 9 points. Les coefficients des polynomes sont judicieusement choisis de façon à traiter continuement la position de l'interface.

On montrera au cours de l'exposé des résultats numériques illustrant la robustesse et la précision de la méthode numérique pour les problèmes (1) et (2).

Références

[1] M. Oevermann, R. Klein, *A Cartesian grid finite volume method for elliptic equations with variable coefficients and embedded interfaces*, Journal of Computantional Physics, vol.219, 749-769, 2006.

Manuel LATIGE, CEA-DAM-CESTA, Avenue des sablières, 33 114 Le Barp, FRANCE
manuel.latige@cea.fr
Thierry COLIN, IMB, Université Bordeaux, 351 cours de la libération, 33405 Talence, FRANCE
Thierry.Colin@math.u-bordeaux1.fr
Gérard GALLICE, CEA-DAM-CESTA, Avenue des sablières, 33 114 Le Barp, FRANCE
gerard.gallice@cea.fr