DEFINIR ICI LES NOMS, ADRESSES, ... DES EVENTUELS CO-AUTEURS

Lois de conservation flux non-local

Magali LÉCUREUX-MERCIER, Laboratoire MAPMO, Université d'Orléans

Dans cet exposé, on s'intéresse aux lois de conservation scalaires flux non-local. Ce type d'équation apparaît naturellement dans un modèle de chaîne de montage [1] ou encore dans un modèle de trafic piéton [12].
Tout d'abord, nous exposons l'outil principal permettant d'étudier ces équations, savoir une estimation de stabilité des solutions d'une loi de conservation scalaire $\partial_t u + \mathrm{div} f(t,x,u) = F(t,x,u)$ dans L^1 par rapport au flux f et la source F. En se basant sur la méthode dedoublement des variables due Kružkov [8], on retrouve des résultats antérieurs [2, 3, 9] obtenus dans des cas particuliers.
On obtient par la suite existence et unicité de solution ainsi que des résultats de stabilité par rapport aux différents paramètres pour différents modèles macroscopiques de mouvement de foule. On considère d'une part une foule irrationnelle de densit ρ par le modèle

$$\partial\rho + \mathrm{div}(\rho v(\rho * \eta) w(x)) = 0\,,$$

puis une foule cherchant éviter les zones de forte densité

$$\partial\rho + \mathrm{div}\big(\rho v(\rho)(\nu(x) - \varepsilon\frac{\nabla\rho * \eta}{\sqrt{1+\|\nabla\rho * \eta\|^2}})\big) = 0\,,$$

et enfin l'interaction entre un groupe de densité ρ et un agent isolé situé en p:

$$\begin{cases} \partial\rho + \mathrm{div}(\rho v(\rho) w(x,p)) = 0\,, \\ \dot p(t) = \phi(t,p,\rho * \eta(p))\,. \end{cases}$$

Ces différents modèles font suite de nombreux modèles de trafic piéton [6, 10] et correspondent des comportements différents des foules. On décrit finalement certaines de leurs propriétés qualitatives.

Références

[1] Armbruster, D. and Degond, P. and Ringhofer, C., A model for the dynamics of large queuing networks and supply chains, SIAM J. Appl. Math., 66(3): 896–920, 2006

[2] Bouchut, F. and Perthame, B., Kružkov's estimates for scalar conservation laws revisited, Trans. Amer. Math. Soc., 350(7): 2847–2870, 1998

[3] Chen, G.-Q. and Karlsen, K. H., Quasilinear anisotropic degenerate parabolic equations with time-space dependent diffusion coefficients, Commun. Pure Appl. Anal., 4(2): 241–266, 2005

[4] Colombo, R. M., Herty, M. and Mercier M., Control of the Continuity Equation with a Non-local Flow, Esaim-Control Opt. Calc. Var., 2009

[5] Colombo, R. M., Mercier M. and Rosini, M.D., Stability and total Variation Estimates on General Scalar Balance Laws, Comm. Math. Sciences, 7(1): 37–65, 2009

[6] Colombo, Rinaldo M. and Rosini, Massimiliano D., Pedestrian flows and non-classical shocks, Math. Methods Appl. Sci., 28(13): 1553–1567, 2005

[7] Dafermos, Constantine M., Hyperbolic conservation laws in continuum physics, Springer-Verlag, 2005

[8] Kružkov, S. N., First order quasilinear equations with several independent variables. , Mat. Sb. (N.S.), 81(123): 228–255, 1970

[9] Lucier, B. J. , A moving mesh numerical method for hyperbolic conservation laws., Math. Comp. , 46(173): 59–69, 1986

[10] Maury, B., Roudneff-Chupin, A. and Santambrogio, F., A macroscopic crowd motion model of the gradient-flow type, M3AS, 2009

[11] Mercier, M., Improved stability estimates on general scalar balance laws, Preprint, 2010

[12] Piccoli, B. and Tosin, A. Pedestrian flows in bounded domains with obstacles, Contin. Mech. Thermodyn., 21(2): 85–107, 2009

Magali LÉCUREUX-MERCIER, Université d'Orléans, UFR Sciences, Btiment de mathématiques - Rue de Chartres, B.P. 6759 - 45067 Orléans cedex 2, FRANCE
magali.lecureux-mercier@univ-orleans.fr