Splitting d'ordre 4 pour le système de Vlasov-Poisson $1D$

Michel MEHRENBERGER, Université de Strasbourg et INRIA

Nicolas CROUSEILLES, INRIA Grand Est

Erwan FAOU, INRIA Rennes

On considère le système de Vlasov-Poisson $1D$ satisfait par la fonction de distribution $f(t,x,v)$

$$\partial_t f + v\partial_x f + E\partial_v f = 0, \quad \partial_x E = \int f dv - 1.$$

On peut splitter l'équation en

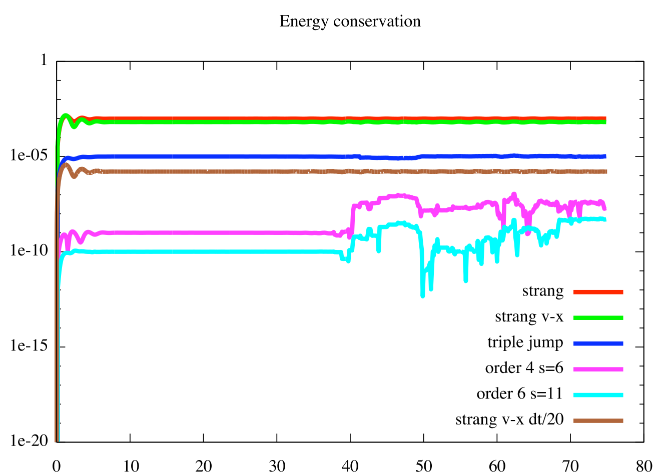
$$\mathcal{T}_A : \partial_t f + v\partial_x f = 0, \ \mathcal{T}_B : \partial_t f + E\partial_v f = 0.$$

Il est commun d'utiliser le splitting de Strang [1]: on résout successivement $\mathcal{T}_A$ sur une durée $\Delta t/2$, on calcule le nouveau champ E, puis on résout $\mathcal{T}_B$ sur Δt et enfin $\mathcal{T}_A$ sur $\Delta t/2$ et on recommence. Ce schéma semi-discrétisé en temps est d'ordre 2.

Considérons maintenant un schéma à $2s+1$ étapes: on résout $\mathcal{T}_A$ sur une durée $a_0\Delta t$, on calcule le nouveau champ, on résoud $\mathcal{T}_B$ sur $a_1\Delta t$, et on continue ainsi jusquà résoudre $\mathcal{T}_A$ sur $a_{2s}\Delta t$.

On détermine ici les équations que doivent satisfaire les coefficients a_j pour que le schéma soit d'ordre (au moins) 4. En particulier on retrouve les mêmes équations que celles des schémas RKN [2].

Enfin, des résultats numériques sont présentés. On remarque que l'utilisation de schémas de splitting d'ordre élevé améliore la conservation de l'énergie totale, comme observé précédemment dans [3].



Références

[1] C. Z. Cheng, G. Knorr, *The integration of the Vlasov equation in configuration space,* J. Comput. Phys., 22 (1976), 330–351.

[2] S. Blanes, F. Casas, A. Murua, *Splitting and composition methods in the numerical integration of differential equations*, Bol. Soc. Esp. Mat. Apl. no 45(2008), 89–145.

[3] T. H. Watanabe, H. Sugama, *Vlasov and Drift Kinetic Simulation Methods Based on the Symplectic Integrator*, Transport Theory and Statistical Physics, Volume 34, Issue 3 - 5 August 2005, 287–309.

Michel MEHRENBERGER, IRMA, 7 rue René Descartes, 67000 Strasbourg
`mehrenbe@math.unistra.fr`
Nicolas CROUSEILLES, IRMA, 7 rue René Descartes, 67000 Strasbourg
`crouseil@math.unistra.fr`
Erwan FAOU, ENS Cachan Bretagne, avenue Robert Schumann, 35170 Bruz
`Erwan.Faou@inria.fr`