Equations intégrales préconditionnées et méthodes multipolaires pour la diffraction acoustique.

Marion DARBAS, LAMFA, Université de Picardie

Eric DARRIGRAND, IRMAR, Université de Rennes 1

Mots-clés : Helmholtz, équations intégrales, solveur itératif, FMM.

La résolution numérique des problèmes de diffraction d'ondes acoustiques ou électromagnétiques par un obstacle en régime de haute-fréquence représente un défi industriel depuis de nombreuses années. Que l'on choisisse des méthodes volumiques ou surfaciques, plusieurs verrous numériques sont à lever.

Dans cette présentation, nous aborderons la résolution numérique de l'équation d'Helmholtz. Pour ce faire, nous considérons une méthode surfacique : la méthode des équations intégrales de frontière. Les systèmes linéaires issus de la discrétisation des équations intégrales classiques sont pleins, non symétriques et le plus souvent mal conditionnés. L'utilisation de méthodes de résolution directes n'est donc pas envisageable. On leur préfère en général des solveurs itératifs de type Krylov. La vitesse de convergence de ces solveurs est fortement liée aux propriétés spectrales des opérateurs intégraux. En vue d'une résolution efficace, nous associons deux approches

- une technique de préconditionnement pour accélérer la vitesse de convergence du solveur [1],
- une méthode multipôle rapide (Fast Multipole Method, [3, 2]) pour une évaluation rapide des produits matrice-vecteur pleins intervenant dans l'algorithme.

Nous optons pour un préconditionneur analytique définissant une approximation locale de l'opérateur Neumann-to-Dirichlet. L'opérateur intégral obtenu est une perturbation compacte de l'identité, ce qui induit une situation favorable à une résolution itérative.

Pour valider ce couplage préconditionneur-FMM, nous présenterons la résolution itérative du problème de diffraction acoustique par différents obstacles en deux et trois dimensions d'espace. La convergence du solveur itératif GMRES est atteinte en quelques itérations indépendamment du raffinement de maillage et de la montée en fréquence. De plus, la FMM permet de réduire, en termes de temps CPU et de stockage, le coût de chaque itération.

Références

[1] X. Antoine et M. Darbas, *Generalized combined field integral equations for the iterative solution of the Helmholtz equation in three dimensions*, M2AN, vol. 41(1), p. 147-167, 2007.

[2] E. Darve, *The Fast Multipole Method: Numerical Implementation*, J. Comput. Phys., vol. 160(1), p. 195-240, 2000.

[3] R. Coifman, V. Rokhlin, et S. Wandzura, *The Fast Multipole Method for the Wave Equation: A Pedestrian Prescription*, IEEE Antennas and Propagation Magazine, vol. 35(3), p. 7-12, June 1993.

Marion DARBAS, LAMFA UMR CNRS 6140 UPJV, Faculté des Sciences, 33 rue Saint-Leu, 80039 Amiens cedex 1
marion.darbas@u-picardie.fr
Eric DARRIGRAND, IRMAR UMR CNRS 6625, Université de Rennes 1, 263 avenue du Général Leclerc, 35000 Rennes
eric.darrigrand-lacarrieu@univ-rennes1.fr