Généralisation du schéma anti-diffusif pour des écoulements multi-matériaux compressibles à un nombre arbitraire de composants

Marie BILLAUD FRIESS, UMR CELIA, Talence, France

Samuel KOKH, CEA Saclay, Gif-sur-Yvette, France

Mots-clés : Ecoulements multi-matériaux, Fluides compressibles, Schéma anti-diffusif, Modèle de mélange

L'objet de cette étude est de proposer une méthode numérique adaptée au traitement d'écoulements compressibles à interfaces composés d'un nombre arbitraire ($m > 2$) de matériaux. L'écoulement est décrit par un modèle de mélange ayant l'avantage d'être simple à mettre en oeuvre et ne nécessitant aucun artifice de reconstruction d'interface. Cependant, la difficulté dans ce contexte est de mettre en place une discrétisation adéquate et minimisant la diffusion numérique de l'interface.
Pour cela nous proposons d'adapter les travaux de S. Kokh et F. Lagoutière [2] pour un nombre arbitraire de matériaux. Ainsi, nous avons procédé en deux temps.

- La première étape de ce travail a été de généraliser le modèle à cinq équations [1] pour décrire l'écoulement. Le modèle proposé s'écrit

$$\partial_t(\rho\mathbf{u}) + \nabla\cdot(\rho\mathbf{u}\otimes\mathbf{u}) + \nabla p = 0, \quad \partial_t(\rho E) + \nabla\cdot(\mathbf{u}(\rho E + p)) = 0,$$
$$\partial_t(\rho\mathcal{Y}_k) + \nabla\cdot(\rho\mathbf{u}\mathcal{Y}_k) = 0, \quad \partial_t\mathcal{Z}_k + \mathbf{u}\cdot\nabla\mathcal{Z}_k = 0, \quad k = 1,\dots,m. \tag{1}$$

  avec les fractions massiques $\mathcal{Y}_k \in \{0,1\}$ de chaque composant et une fonction couleur $\mathcal{Z}_k \in \{0,1\}$ prenant la valeur 1 en présence du fluide k et telles que $\sum_{k=1}^{m}\mathcal{Y}_k = \sum_{k=1}^{m}\mathcal{Z}_k = 1$. Chaque fluide k est également muni d'une loi d'état reliant sa densité ρ_k et son énergie interne e_k à sa pression p_k par $(\rho_k, e_k) \mapsto p_k(\rho_k, e_k)$. De plus nous avons $\rho = \sum_{k=1}^{m}\mathcal{Z}_k\rho_k$, $\rho e = \sum_{k=1}^{m}\mathcal{Z}_k\rho_k e_k$ avec l'énergie totale définie par $\rho E = \rho e + \rho|\mathbf{u}|^2/2$. La pression p quant à elle, est donnée par la solution de $p = p_1 = \cdots = p_m$. Dans ce contexte, le système (1) est hyperbolique pour une large gamme de lois d'états.

- La seconde étape concerne la discrétisation de (1) par le biais d'un algorithme de splitting de type lagrange-projection avec l'utilisation du schéma anti-diffusif pour la phase de projection permettant ainsi de contrôler la diffusion numérique des interfaces entre chaque fluide. Dans ce cas, la difficulté est de généraliser le calcul des flux anti-diffusifs pour le schéma de transport des fonctions couleurs $\mathcal{Z}_k$ en vérifiant le principe du maximum et dont la somme est égale à 1. Ce travail avait été déjà effectué pour le transport d'un nombre arbitraire de scalaires passifs dans [3] dont nous nous sommes inspirés.

Afin de valider cette approche, de premiers résultats numériques obtenus en 1D puis en 2D grâce à un spitting directionnel seront présentés.

Références

[1] Allaire G., Clerc S. & Kokh S.: *A five-equation model for the simulation of interfaces between compressible fluids*, Journal of Computational Physics, (2002)

[2] Kokh S. & Lagoutière F.: *An anti-diffusive numerical scheme for the simulation of interfaces between compressible fluid by means of a five-equation model*, Journal of Computational Physics, (2010)

[3] Jaouen S. & Lagoutière F.: *Numerical transport of an arbitrary number of components*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, (2007)

Marie BILLAUD FRIESS, UMR CELIA, Univ. Bordeaux 1, 351 cours de la libération, 33400 Talence Cedex
billaud@celia.u-bordeaux1.fr
Samuel KOKH, DEN-DANS-DM2S-SFME-LETR, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex
samuel.kokh@cea.fr