Équation de Maxwell-Landau-Lifshitz

Yong LU, Institut de mathématiques de Jussieu

Les ondes électromagnétiques dans les milieux ferromagnétiques sont décrites par équations de Maxwell-Landau-Lifshitz qui admettent une famille de la constantes solutions. Nous sommes intéressés à la solutions qui sont un petit, lentement variable perturbation de la solution constante. La perturbation satisfait l équation quadratique symétrique hyperbolique de la forme

$$\partial_t u + A(\partial_x)u + \frac{L_0 u}{\epsilon} = B(u,u), \tag{1}$$

Ici, nous sommes intéressés à la condition initiale fortement oscillant,

$$u(0,x) = a(x)e^{i\vec{k}\cdot x/\varepsilon} + \varepsilon a_1(x) + c.c.. \tag{2}$$

Nous montrons que, d'une part, une solution approchée peut être construit sur un intervalle de temps grand de l'ordre $O(\frac{1}{\varepsilon})$. Cela peut être fait par l'expansion WKB. Une dynamique Davey-Stewartson pour u sera observées.

Une question naturelle est, est-ce que cette solution approchée converge vers la solution exacte sur ces temps? Pour ce qui suit une dimension cas, nous allons donner une réponse positive.

$$\begin{cases} \partial_t v + A(e_1)\partial_y v + \dfrac{L_0 v}{\epsilon} = B(v,v) \\ v(0,y) = a(y)e^{iky/\varepsilon} + \varepsilon a_1(y) + c.c.. \end{cases} \tag{3}$$

Le vecteur $e_1 = (1,0,0)^t$.

Nous montrons que, sous une hypothèse de $a(y)$, le problème de Cauchy (2) admet une solution unique sur intervalle de temps grand $[0, T/\varepsilon]$; le cadre d'un hypothèse supplémentaire dans $a_1(y)$, la solution approchée construit par l'expansion WKB converge vers la solution exacte de (2).

Pour prouver le résultat, nous considérons la solution à (3) de la forme $V(t,y) = V(\tau,t,y,\theta)|_{\tau=\varepsilon t, \theta=\frac{ky-\omega t}{\varepsilon}}$. Un système dans V^a seront considérés. Par expansion WKB, une solution approchée V^a peut être construits. Compte tenu de l'estimation de l'erreur, nous prenons $\varepsilon W = V - V^a$, et l'équation en W est de la forme,

$$\begin{cases} \partial_\tau W + \dfrac{i}{\varepsilon^2}\mathcal{A}W = \dfrac{2}{\varepsilon}B(V^a,W) + B(W,W) - R. \\ W(0,y,\theta) = b(y,\theta) + \varepsilon b_1(y,\theta). \end{cases} \tag{4}$$

Si le système ci-dessus satisfait une hypothèse 'forte transparence', le singulier terme B/ε peut être éliminés par la forme normale réduction. Mais, elle n'est pas satisfaite pour Maxwell-Landau-Lifshitz équation. Ici, nous allons utiliser la condition de transparence partielle, et redimensionner la solution pour prendre soin de l'expression singulire linaire.

Texte de la communication avec ses références bibliographiques éventuelles [1], [2] et [3].

Références

[1] T. Colin, D. Lannes,, *Justification of and long-wave correction to Davey-Stewartson systems from quadratic hyperbolic systems*, Discr. and Cont. Dynam. Syst., vol. 11, n. 1 (2004), 83-100.

[2] J.-L. Joly, G. Métivier, J. Rauch, *Transparent nonlinear geometric optics and Maxwell-Bloch equations*, J. Diff. Eq., vol. 166 (2000), 175-250.

[3] B. Texier, *Derivation of the Zakharov equations*, Arch. Rational Mech. Anal 184 (2007), 121–183.

Yong LU, 175 Rue du Chevaleret 75013 Paris
luyong@math.jussieu.fr