Micromagnétisme : du modèle microscopique au modèle mésoscopique

Quentin JOUET, Université de Grenoble

Stéphane LABBE, Université de Grenoble

Brigitte BIDEGARAY-FESQUET, Université de Grenoble

Les matériaux ferromagnétiques sont utilisés dans de très nombreuses solutions technologiques de pointe (en particulier le stockage des informations, le matériel de télécommunications ou la protection radar). Jusqu'ici, les principaux modèles en micromagnétisme [1, 3] ne prenaient pas en compte la température ou encore les variations du paramètre d'amortissement dues au changement d'échelle. L'objectif de cette étude est de comprendre le lien entre le modèle à l'échelle atomique [2] et le modèle du micromagnétisme [3], donc de formuler un processus rigoureux de changement d'échelle capable, en particulier, de connecter les composantes d'énergie apparaissant dans les deux modèles. L'objectif, à terme, étant d'intégrer dans le second des phénomènes complexes dont on connaît la modélisation dans le premier. Ce travail fait intervenir les notions d'homogénéisation, de gamma-convergence [4] et de perturbations stochastiques.

Le résultat principal obtenu pour l'instant est la Γ-convergence de l'énergie globale microscopique, vers celle du modèle du micromagnétisme sous la contrainte de norme unitaire du champ d'aimantation adaptée aux deux échelles. Pour donner un sens à cela, on se place dans un domaine ouvert borné $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, et l'on considère un réseau cristallin régulier dans ce domaine, $\mathcal{R} = a\mathbb{Z}^3$, avec $a > 0$, et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ un réseau resserré et restreint à Ω : $\mathcal{R}_n = \frac{1}{n}\mathcal{R} \bigcap \Omega$. Chaque noeud $x \in \mathcal{R}$ correspond à un atome et possède un moment magnétique $\mu_x \in \mathbb{S}^2$. Pour chaque n on peut définir $\mu_n = \displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_n} \mu_x \delta_{\frac{x}{n}}$, champ d'aimantation discret resserré. En moyennant localement ce champ, on obtient une suite de fonctions continues et dérivables sur Ω, qui sous certaines conditions converge faiblement au sens de $H^1(\Omega, \mathbb{R}^3)$ vers un champ μ_∞ de norme constante égale à 1.
Posons par exemple pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\mathcal{E}_n(\mu_n) = \dfrac{a}{n} \displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_{n,\Omega}} \sum_{y \in V_x} k|\mu_{n,y} - \mu_{n,x}|^2$, où V_x est un ensemble de noeuds voisins à x, qui est l'énergie microscopique dérivant de l'intéraction d'Heisenberg ; et $\mathcal{E}_\infty(\mu_\infty) = 2k \displaystyle\int_\Omega \|\nabla \mu_\infty(x)\|^2 \mathrm{dx}$, composante appelée énergie d'échange au niveau mésoscopique. On montre en particulier que $\mathcal{E}_n \xrightarrow[n \to \infty]{\Gamma} \mathcal{E}_\infty$, pour une topologie adaptée au problème.

Références

[1] W.F. Brown, *Micromagnetics*, Interscience Publisher, 1963.

[2] A. Messiah, *Mécanique Quantique*, Dunod, 1995.

[3] L. Halpern et S. Labbé, *La théorie du micromagnétisme. Modélisation et simulation du comportement des matériaux magnétiques*, MATAPLI, 66, 2001.

[4] A. Braides, *Γ-convergence for beginners*, Oxford University Press, 2002.

Quentin JOUET, LJK, Université de Grenoble, 51 rue des mathématiques, Campus de Saint-Martin d'Hères, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 09
`quentin.jouet@imag.fr`
Stéphane LABBE, LJK, Université de Grenoble, 51 rue des mathématiques, Campus de Saint-Martin d'Hères, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 09
`stephane.labbe@imag.fr`
Brigitte BIDEGARAY-FESQUET, LJK, Université de Grenoble, 51 rue des mathématiques, Campus de Saint-Martin d'Hères, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 09
`brigitte.bidegaray@imag.fr`