

Un schéma well-balanced pour un écoulement de deux fluides en section variable.

Jonathan JUNG, IRMA Strasbourg

Philippe Helluy, IRMA Strasbourg

Modèle

On considère le flux d'un mélange de deux fluides compressibles (un gaz et un liquide par exemple) à travers une section variable. Les équations considérées sont les équations d'Euler suivantes:

$$\partial_t W + \partial_x F(W) = S(W) \quad (1)$$

où le vecteur de variables conservatives est

$$W = (A\rho, A\rho u, A\rho E, A\rho\varphi, A)^T,$$

le flux conservatif est

$$F(W) = (A\rho u, A(\rho u^2 + p), A(\rho E + p)u, A\rho\varphi u, 0)^T,$$

et le terme source non-conservatif est

$$S = (0, p\partial_x A, 0, 0, 0).$$

Sans perte de généralité, dans ce papier on considère la loi de pression des gazs raides (voir [3] et les références incluses)

$$p(\rho, e, \varphi) = (\gamma(\varphi) - 1)\rho e - \gamma(\varphi)\pi(\varphi). \quad (2)$$

Schéma numérique

On propose un schéma de volumes finis pour calculer le flux du mélange de deux fluides compressibles à travers une section variable. Notre schéma est un schéma well-balanced dans lequel on utilise l'approche VFRoe. Les variables utilisées pour VFRoe sont les invariants de Riemann de l'onde stationnaire et la section variable. Pour éviter les oscillations de pression l'approche well-balanced est couplée avec la technique ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) à l'interface, suivie d'un rééchantillonnage aléatoire.

Le schéma numérique ainsi construit vérifie les propriétés suivantes:

- il est well-balanced dans le sens où il préserve tous les états stationnaires;
- pour une section variable constante, il calcule exactement la discontinuité de contact, sans approximations sur la densité et la fraction de masse;
- si à l'instant initial la fraction de masse appartient à $\{0, 1\}$, alors cette propriété est préservée à tout moment.

Pour des preuves détaillées, nous nous référons à [1] et à [2]. D'autres subtilités sont aussi données dans ces mêmes références.

Nous avons testé notre algorithme sur différents problèmes de Riemann pour lesquels on connaît la solution exacte et l'on a obtenu des résultats très encourageants.

Références

- [1] P.HELLUY, S. MUELLER, M. BACHMANN, *Random sampling remap for compressible two-phase flows*, Preprint HAL <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00546919/fr/>, 2010.
- [2] P. HELLUY, J-M. HÉRARD, H. MATHIS, *A well-balanced approximate Riemann solver for compressible flows in variable cross-section ducts*, AIAA-2009-3540. 19th AIAA Computational Fluid Dynamics, 2009.
- [3] R. SAUREL, R. ABGRALL, *A simple method for compressible multifluid flows*, SIAM, J. Sci. Comput. 21, no. 3, 1115, 1999.