

Métamodèles certifiés pour l'estimation d'indices de sensibilité

Alexandre JANON, Laboratoire Jean Kuntzmann, Université Grenoble I, INRIA

Maëlle NODET, Laboratoire Jean Kuntzmann, Université Grenoble I, INRIA

Clémentine PRIEUR, Laboratoire Jean Kuntzmann, Université Grenoble I, INRIA

De nombreux modèles physiques font intervenir un grand nombre de paramètres d'entrée qui sont souvent imprécisément connus. Dans de tels cas, il est important de déterminer si l'incertitude sur les paramètres d'entrée a une grande influence sur une quantité d'intérêt (la sortie du modèle), et de classer les paramètres d'entrée suivant leur influence. L'analyse de sensibilité s'intéresse à ce dernier problème. Plus spécifiquement, l'*analyse de sensibilité stochastique* modélise les paramètres d'entrée comme des variables aléatoires, dont les lois, supposées connues, reflètent l'incertitude sur les entrées. Sous certaines hypothèses, on définit des *indices de sensibilité*, ou *indices de Sobol*, qui rendent compte, sur une échelle de 0 à 1, de l'importance prise par chaque entrée dans la variabilité de la sortie.

Se pose alors la question du calcul numérique effectif de ces indices. Dans notre cadre, celui des modèles géophysiques, la relation entre la sortie et les entrées n'est en général pas disponible sous forme de formule analytique, mais est donnée comme fonctionnelle d'un champ solution d'une équation aux dérivées partielles paramétrisée par les variables d'entrée, dont seules des solutions approchées peuvent être calculées numériquement. La réécriture des indices de Sobol à l'aide d'intégrales sur l'espace des entrées permet d'estimer des valeurs approchées de ces indices, à l'aide de méthodes de Monte-Carlo [3], nécessitant un nombre fini, mais grand, d'évaluations du modèle. Chacun de ces runs est coûteux en temps de calcul. Il est donc nécessaire de remplacer le modèle par un *métamodèle*. Ce métamodèle approche numériquement le modèle tout en étant plus rapide à évaluer. Les techniques de réduction de dimension comme la POD (*Proper Orthogonal Decomposition* [2]) utilisées avec les méthode de base réduite [6] conduisent à des métamodèles efficaces, qui sont de plus *certifiés*, c'est-à-dire qu'ils disposent d'une borne d'erreur majorant l'erreur entre le modèle et son métamodèle.

Nous nous intéressons à la quantification de l'erreur faite dans l'estimation des indices de sensibilité sur un métamodèle. Nous proposons une méthode [5] estimant par bootstrap [1] l'erreur venant de l'évaluation numérique des intégrales par Monte-Carlo, et une technique spécifique pour le traitement de l'erreur de métamodèles certifiés. Cette méthode a permis, conjointement à l'utilisation d'une base réduite POD sur l'équation de Burgers [4], des réductions très significatives (d'un facteur 5) des temps de calcul, à précision certifiée constante.

Références

- [1] ARCHER, G., SALTELLI, A., SOBOL IM., *ANOVA-like techniques and the use of bootstrap*, *Journal of Statistical Computation and Simulation*, vol. 58, 99–120, 1997.
- [2] CHATTERJEE, A., *An introduction to the proper orthogonal decomposition*, *Current Science*, vol. 78, 808–817, 2000.
- [3] HOMMA, T., SALTELLI A., *Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models*, *Reliability Engineering & System Safety*, 1–17, 1996.
- [4] JANON, A., NODET, M., PRIEUR C., *Certified reduced-basis solutions of viscous Burgers equation parametrized by initial and boundary values*, 2010. Soumis. Preprint disponible: <http://hal.inria.fr/inria-00524727> .
- [5] JANON, A., NODET, M., PRIEUR C., *Confidence intervals of sensitivity indices in reduced-basis metamodels*, 2011. Soumis. Preprint disponible: <http://hal.inria.fr/inria-00567977> .
- [6] NGUYEN, NC., VEROY K., PATERA, AT. *Certified real-time solution of parametrized partial differential equations*, *Handbook of Materials Modeling*, 1523–1558, 2005.

Alexandre JANON, 51 rue des Mathématiques, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9

alexandre.janon@imag.fr

Maëlle NODET, 51 rue des Mathématiques, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9

maelle.nodet@inria.fr

Clémentine PRIEUR, 51 rue des Mathématiques, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9

clementine.prieur@imag.fr