

# Extension de l'Algorithme Explicite-Implicite à $n$ Opérateurs et Application aux Problèmes de Parcimonie par Blocs

Hugo RAGUET, CEREMADE - CNRS UMR 7534

Gabriel PEYRÉ, CEREMADE - CNRS UMR 7534

Jalal FADILI, GREYC - CNRS UMR 6072

Yves FRÉGNAC, UNIC - CNRS UPR 3293

## Algorithme Explicite-Implicite pour $n$ Opérateurs

Dans ce travail, nous étudions la résolution de problèmes d'optimisation de la forme

$$\min_x F(x) + \sum_{i=1}^n G_i(x) \quad (1)$$

où  $F$  est une fonction régulière (à gradient Lipschitz) et les  $G_i$  sont simples, au sens où l'on peut calculer leurs opérateurs proximaux  $\text{Prox}_{G_i} \stackrel{\text{def}}{=} (\text{Id} + \partial G_i)^{-1}$ . Les méthodes classiques (voir [1]) ne sont pas adaptées car soit elles n'exploitent pas la régularité de  $F$  (par exemple Douglas-Rachford), soit elles ne marchent que pour  $n = 1$  (méthode explicite-implicite). Nous étendons cette dernière à une décomposition de  $G = \sum_{i=1}^n G_i(x)$  en un nombre arbitraire de fonctions "simplement proximables".

## Résolution de Problèmes de Parcimonie par Blocs

Les modèles linéaires parcimonieux se sont révélés efficaces dans les domaines allant de l'apprentissage statistique au traitement du signal. Alors que la parcimonie est souvent imposée sans considération pour les relations structurelles entre les coefficients des solutions, certains travaux récents ont étudié la possibilité d'introduire la parcimonie par des sommes de normes sur des sous-ensembles appropriés de coefficients (voir par exemple [2]).

Cela correspond à la minimisation d'une fonctionnelle  $F(x) + G(x)$  où  $F$  est un terme régulier lié au modèle linéaire à inverser, et  $G$  est une norme par blocs, dont l'opérateur proximal devient complexe à calculer dès que les blocs se chevauchent. En décomposant  $G = \sum_{i=1}^n G_i(x)$  en somme de normes par blocs sans chevauchement, notre algorithme permet d'exploiter à la fois la régularité de  $F$  et la décomposabilité de la norme.

## Application : Séparation de Sources pour l'Imagerie Optique en Neurosciences

La méthode VSDOI (*Voltage Sensitive Dye Optical Imaging*, Imagerie Optique par Colorant Potentiométrique) permet d'enregistrer en temps réel l'activité d'une large population de neurones à la surface du cortex d'un animal vivant, avec une grande précision spatio-temporelle [3]. Cependant, beaucoup de composantes viennent perturber les acquisitions, et récupérer le signal d'intérêt est une tâche difficile. Pour utiliser l'information spatiale de telles acquisitions, nous introduisons un modèle de décomposition linéaire du signal, régularisé par des normes structurées par blocs spatiaux se chevauchant, auquel nous appliquons notre algorithme.

## Références

- [1] P. L. COMBETTES, V. R. WAJS, *Signal recovery by proximal forward-backward splitting*, Multiscale Model. Simul, vol. 4, pp. 11681200, 2005
- [2] J. MAIRAL, R. JENATTON, G. OBOZINSKI, F. BACH, *Network Flow Algorithms for Structured Sparsity*, Rapport de Recherche INRIA 7372, 2010
- [3] A. GRINVALD, R. HILDESHEIM, *VSDI: a new era in functional imaging of cortical dynamics*, Nature Reviews Neuroscience 5, 874-885, 2004

**Hugo RAGUET**, CEREMADE, Université Paris Dauphine, Pl. du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75016 Paris  
hugo.raguets@gmail.com

**Gabriel PEYRÉ**, CEREMADE, Université Paris Dauphine, Pl. du Maréchal de Lattre de Tassigny, 75016 Paris  
gabriel.peyre@ceremade.dauphine.fr

**Jalal FADILI**, GREYC, ENSICAEN, 6 Bd du Maréchal Juin 14050 Caen Cedex  
Jalal.Fadili@greyc.ensicaen.fr

**Yves FRÉGNAC**, UNIC, 1 Avenue de la Terrasse, 91198 Gif-sur-Yvette  
yves.fregnac@unic.cnrs-gif.fr