

La limite de relaxation en zéro du système Euler-Maxwell

Mohamed HAJJEJ, Laboratoire de Mathématiques UMR 6620, Université Blaise Pascal

Yue-Jun PENG, Laboratoire de Mathématiques UMR 6620, Université Blaise Pascal

Mots-clés : Équations d'Euler-Maxwell, la limite de relaxation en zéro, couches initiales,...

On considère un plasma magnétisé constitué d'électrons de charge $q_e = -1$ et d'ions de charge $q_i = 1$. Soient n_e, u_e (n_i, u_i , respectivement) la densité et la vitesse des électrons (ions, respectivement), E et B le champ électrique et le champ magnétique, respectivement. Le plasma est décrit par le système d'Euler-Maxwell suivant :

$$\begin{cases} \partial_t n_\alpha + \operatorname{div}(n_\alpha u_\alpha) = 0, \\ \partial_t(n_\alpha u_\alpha) + \operatorname{div}(n_\alpha u_\alpha \otimes u_\alpha) + \nabla p_\alpha(n_\alpha) = q_\alpha n_\alpha (E + u_\alpha \times B) - \frac{n_\alpha u_\alpha}{\tau_\alpha}, \\ \partial_t E - \nabla \times B = n_e u_e, \quad \operatorname{div} E = n_i - n_e, \\ \partial_t B + \nabla \times E = 0, \quad \operatorname{div} B = 0, \end{cases} \quad (t, x) \in (0, \infty) \times \mathbb{T}$$

où $\tau_\alpha > 0$ est le temps de relaxation qui est un petit paramètre physique, avec $\alpha = e, i$ et $\mathbb{T} = (\mathbb{R}/2\pi)^d$.

Ce système est complété par des conditions initiales périodiques:

$$t = 0 : (n_\alpha, u_\alpha, E, B) = (n_{\alpha,0}^\tau, u_{\alpha,0}^\tau, E_0^\tau, B_0^\tau), \quad \alpha = e, i.$$

Dans ce travail, on se propose d'étudier la limite de relaxation en zéro du système par une méthode de développement asymptotique. Il est bien connu que la limite formelle du système d'Euler-Maxwell est gouvernée par les équations de dérive-diffusion lorsque le temps de relaxation tend vers zéro. Par des estimations d'énergie aux systèmes hyperboliques symétriques, on justifie rigoureusement cette limite lorsque les conditions initiales sont bien préparées. Le phénomène des conditions initiales mal préparées est interprété par l'apparition de couches initiales. Dans ce cas, on fait une analyse mathématique de ces couches initiales en ajoutant des termes de correction dans le développement asymptotique.

Références

- [1] MOHAMED-LASMER HAJJEJ, YUE-JUN PENG, *Initial layers and zero-relaxation limits of Euler-Maxwell equations, submitted.*
- [2] F. CHEN, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*, Vol. 1, Plenum Press, New York, 1984.
- [3] YUE-JUN PENG, SHU WANG, *Rigorous derivation of incompressible e-MHD equations from compressible Euler-Maxwell equation, SIAM J. Math. Anal. 40 (2008), 540-565.*