

Méthode de parallélisation en temps: Application aux méthodes de décomposition de domaine

Rim GUETAT et Yvon MADAY, Laboratoire Jacques Liou-Lions (LJLL)

La modélisation de phénomènes évolutifs conduit souvent à la résolution d'équations aux dérivées partielles (EDP), fonctions de deux variables espace et temps. La résolution numérique de ces EDP dans le cadre par exemple de la méthode des éléments finis sur un maillage très fin conduit à un système linéaire de très grande taille, dont la résolution par un solveur direct se heurte à plusieurs problèmes comme l'encombrement mémoire et le temps de calcul. L'intégration d'un système d'équations différentielles à une échelle temporelle très fine c'est-à-dire avec un grand nombre d'intervalles de temps engendre un coût de calcul souvent prohibitif.

Dans ce contexte, les calculateurs à architecture parallèle, sont devenus un outil majeur pour le calcul scientifique qualifié de "parallèle" appelé Haute Performance. En effet ils permettent d'effectuer des calculs numériques de grande précision en gardant un temps raisonnable. Afin d'utiliser au mieux ces ressources informatiques, le développement d'algorithmes de parallélisation efficaces devient alors une question primordiale. Une famille de méthodes se prêtant bien au calcul parallèle à travers l'espace est connue sous le nom de méthodes de décomposition de domaine (MDD)[2]. Les calculateurs de nouvelles générations proposent des architectures parallèles (par exemple les machines au top 10 possèdent plus de 200 000 processeurs) qui dépassent largement les approches actuelles offerte par les algorithmes utilisant seulement la parallélisation à travers l'espace qui trouve sa limite en terme ratio des temps de communication/calcul. Pour tirer parti de ces calculateurs parallèles les recherches se sont néanmoins dirigées vers le parallélisme à travers le temps. La résolution en temps semble naturellement séquentielle, en effet l'intégration de la solution au pas de temps en cours nécessite la connaissance des solutions des pas de temps précédents, dans ce contexte la méthode d'intégration parallèle à travers le temps est apparue méthode "Pararéel" introduite par Lions J.-L., Maday Y. et Turinici G. en 2001 [1]. Cette méthode tire ses idées de la méthode de décomposition de domaine en combinant des calculs sur deux grilles temporelles l'une grossière et l'autre fine. Pour l'approche pararéelle, il est impératif d'avoir des conditions de continuité aux interfaces temporelles. Pour les méthodes de décomposition de domaine, il est impératif aussi d'avoir des conditions appropriées aux interfaces entre les sous domaines voisins pour que la méthode converge. L'objet de notre recherche est de coupler de manière efficace le pararéel avec les méthodes de décomposition de domaine au fait qu'on se limite à chaque itération k du pararéel à un nombre réduit P d'itérations par sous-domaine spatial et d'obtenir après convergence une solution aussi précise que la solution fine pure séquentielle monodomaine. Pour l'approche couplée, de nouvelles contraintes liées au couplage apparaissent, on ne cherche pas à atteindre la convergence de la méthode de décomposition de domaine à chaque itération du pararéel, dans ce cas le nombre total d'itérations est kP avec $k \leq k_{conv}$ où k_{conv} est le nombre d'itérations nécessaire pour la convergence de l'approche couplée vers la résolution fine monodomaine. Le point clé réside dans l'écriture des conditions d'interface qui mènent à une convergence rapide. Nos travaux s'organisent autour de trois approches de couplage pararéel-MDD. Basés sur un schéma d'Euler implicite. Dans un premier temps, nous introduisons la méthode de décomposition de domaine lors de chaque propagation grossière et la propagation fine est considérée exacte. Dans un deuxième temps, nous considérons des résolutions grossières sur tout le domaine d'étude, et les résolutions fines sont approchées par la méthode de décomposition de domaine. Enfin, nous combinons les résolutions grossières et les résolutions fines multidomaines.

Références

- [1] LIONS J.-L.,MADAY Y. AND TURINICI G., *Résolution d'EDP par un schéma en temps pararéel*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math., 332 (2001), No. 7, 661–668.
- [2] TOSELLI A. AND WIDLUNG O., *Domain Decomposition Methods - Algorithms and Theory*, Springer Series in Computational Mathematics, Volume 34, 2005.

Rim GUETAT et Yvon MADAY, Laboratoire Jacques-Louis Lions (LJLL) Université Pierre et Marie Curie - Paris 6 (UPMC)

boîte courrier 187

4, place Jussieu 75252 Paris, cedex 05, France

guetat@ann.jussieu.fr,maday@ann.jussieu.fr