Schéma aux résidus distribués isogeométrique

Algiane FROEHLY, Bat. A29 Bis, Univ. Bordeaux1, 351 cours de la libération-33400 Talence

Rémi ABGRALL, Bat. A29 Bis, Univ. Bordeaux1, 351 cours de la libération-33400 Talence

Cécile DOBRZYNSKI, Bat. A29 Bis, Univ. Bordeaux1, 351 cours de la libération-33400 Talence

Mots-clés : analyse isogéométrique, NURBS , schéma aux résidus distribués, éléments courbes

Lors de simulations numériques d'ordre élevé, la discrétisation subparamétrique du domaine de calcul (habituellement linéaire par morceaux) peut générer des erreurs dominant l'erreur liée à la discrétisation des variables. De nombreux travaux proposent d'utiliser l'analyse isogéométrique afin de mieux représenter les géométries et d'ainsi, résoudre ce problème. En effet, dans ces méthodes, les fonctions de bases utilisées pour la représentation des variables sont les mêmes que celles utilisées pour la discrétisation géométrique. De cette façon, on garantit que les erreurs d'approximation géométriques et de discrétisation des variables sont du même ordre. Communéments utilisées en CAO, les fonctions de bases $\mathcal{NURBS}$ (Non Uniform Rational B-Spline) permettent une représentation exacte des géométries complexes pouvant être rencontrées en mécanique des fluides et constituent donc une famille de fonctions de base idéale pour une analyse isogéométrique. De nombreux travaux couplant $\mathcal{NURBS}$ et méthode des éléments finis ont par ailleurs déjà montrés une amélioration significative des résultats numériques par la représentation exacte de la géométrie [1].

Dans ce travail, nous détaillerons d'une part la création de maillages précis pour l'analyse isogéométrique et d'autre part l'adaptation d'un schéma à la représentation des frontières par des courbes $\mathcal{NURBS}$.
Tout d'abord, nous nous intéresserons aux moyens de générer des maillages courbes à partir des maillages linéaires par morceaux classiques : chaque arête est approchée par une portion de cercle de telle manière que la continuité $\mathcal{G}_0$ soit préservée et que la régularité entre deux éléments frontières contigus soit maximale. On s'assure de la non sécance des arêtes d'un élément courbe à l'aide de la propriété d'enveloppe convexe du polygône de contrôle, si cette non sécance n'est pas vérifiée, on corrige le problème par retournement d'arête. On obtient ainsi un maillage non structuré conforme assurant la continuité des fonctions de bases sur tout le domaine.
Dans une seconde partie, nous présenterons la résolution des équations d'Euler par l'analyse isogéométrique. Nous considérerons dans ce travail un schéma du type schémas aux résidus distribués ($\mathcal{RDS}$) qui offrent une alternative intéressante aux schémas volumes finis classiques de par leur plus grande précision, leur stencil plus compact (voir [2]) et leur caractère non oscillant. Après une brève introduction sur les schémas aux résidus distribués, nous présenterons ici l'adaptation à l'analyse isogéométrique d'un schéma $\mathcal{RDS}$ de type Lax-Friedrichs par la mise en place de fonctions de bases $\mathcal{NURBS}$ dans celui-ci. Nous détaillerons plus précisément le travail réalisé en dimension 2, de la paramétrisation des éléments courbes triangulaires et quadrangulaires aux méthodes de quadratures utilisées en passant par la définition des fonctions de bases rationnelles d'ordre 3 et 4 sur les triangles et quadrangles et les conditions de régularité entre éléments.
Pour conclure, noous comparerons les résultats obtenus par analyse isogéométrique avec ceux obtenus par le même schéma sur un maillage linéaire par morceaux sur quelques cas tests typiques de dimensions 2.

Références

[1] R. Sevilla, S. Fernandez-Mendez, and A. Huerta , *NURBS-enhanced finite element method* , International Journal for Numerical Methods in Engineering, 76(1):5683, 2008.

[2] R. Abgrall , *Essentially non-oscillatory residual distribution schemes for hyperbolic problems* , Journal of Computational Physics , 214(2):773808, 2006.

Algiane FROEHLY, Bat. A29 Bis, Univ. Bordeaux1, 351 cours de la libération-33400 Talence
algiane.froehly@inria.fr