

Inégalité de stabilité logarithmique pour le problème de Stokes avec des conditions aux limites de types Robin.

Muriel Boulakia, Université de Paris 6

Anne-Claire Egloffé, Inria Paris-Rocquencourt

Céline Grandmont, Inria Paris-Rocquencourt

Mots-clés : Problème inverse; Équations de stokes; Conditions aux limites de types Robin; Estimation de stabilité logarithmique; Inégalité de Carleman.

Nous nous intéressons ici à l'identifiabilité et à la stabilité du coefficient de Robin sur une partie non accessible du bord à partir des données disponibles sur l'autre partie de la frontière pour un problème de Stokes. Plus précisément, le système auquel on s'intéresse est le suivant:

$$\left\{ \begin{array}{ll} -\Delta u + \nabla p & = 0, \quad \text{dans } \Omega, \\ \operatorname{div} u & = 0, \quad \text{dans } \Omega, \\ \nabla u \cdot n - pn & = g, \quad \text{sur } \Gamma_e, \\ \nabla u \cdot n - pn + qu & = 0, \quad \text{sur } \Gamma_0. \end{array} \right. (P_q)$$

Notons qu'un problème similaire pour le Laplacien avec des conditions de types Robin a déjà été étudié, notamment dans [1] et [2]. Considérons, pour $j = 1, 2$, u_j la solution de (P_{q_j}) . Les inégalités de Carleman s'avèrent être un outil efficace pour démontrer des résultats de continuation unique et des inégalité de stabilité. Utilisant cet outil, nous démontrons que si $(u_1 - u_2)|_{\Gamma_e}$, $\nabla(u_1 - u_2)|_{\Gamma_e}$, $(p_1 - p_2)|_{\Gamma_e}$ et $\nabla(p_1 - p_2)|_{\Gamma_e}$ sont "petits" alors $q_1 - q_2$ est "petit" avec une dépendance de type logarithmique. De manière plus précise, nous obtenons une inégalité du type :

$$\|q_1 - q_2\|_{L^2(K)} \leq \frac{C_1}{\left(\ln \left(\frac{C_2}{\|u_1 - u_2\|_{L^2(\Gamma_e)} + \|\nabla(u_1 - u_2) \cdot n\|_{L^2(\Gamma_e)} + \|p_1 - p_2\|_{L^2(\Gamma_e)} + \|\nabla(p_1 - p_2) \cdot n\|_{L^2(\Gamma_e)}} \right) \right)^{\frac{1}{2}}},$$

où $C_1 > 0$ et $C_2 > 0$ sont deux constantes et K un compact inclus dans $\{x \in \Gamma_0 \mid u_1 \neq 0\}$.

Ce résultat quantifie la propriété d'identifiabilité suivante : utilisant le résultat de continuation unique pour le système de Stokes prouvé par C. Fabre et G. Lebeau, on montre que si $u_1 = u_2$ et $\nabla u_1 \cdot n - p_1 n = \nabla u_2 \cdot n - p_2 n$ sur $\gamma \subset \Gamma_e$ alors $q_1 = q_2$ sur Γ_0 .

Références

- [1] CHENG, JIN ET CHOULLI, MOURAD AND LIN, JUNSHAN, *Stable determination of a boundary coefficient in an elliptic equation*, Mathematical Models & Methods in Applied Sciences, 2008.
- [2] BELLASSOUED, MOURAD AND CHENG, JIN AND CHOULLI, MOURAD, *Stability estimate for an inverse boundary coefficient problem in thermal imaging*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2008.

Muriel Boulakia, Laboratoire Jacques Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie, 4 place Jussieu, 75252 Paris cedex 05

boulakia@ann.jussieu.fr

Anne-Claire Egloffé, Projet REO, INRIA Paris-Rocquencourt, Domaine de Voluceau B.P. 105, 78153 Le Chesnay Cedex

anne-claire.egloffé@inria.fr

Céline Grandmont, Projet REO, INRIA Paris-Rocquencourt, Domaine de Voluceau B.P. 105, 78153 Le Chesnay Cedex

celine.grandmont@inria.fr