

Stabilité de schémas numériques conservatifs pour l'advection

Erwan DERIAZ, M2P2 - CNRS - Universités d'Aix Marseille

Dmitry KOLOMENSKIY, M2P2 - CNRS - Universités d'Aix Marseille

Mots-clés : condition CFL, stabilité de von Neumann, schémas de Runge-Kutta, méthodes multipas.

On s'intéresse aux conditions de stabilité de schémas numériques spectraux associés à des intégrations en temps de type Runge-Kutta ou Adams-Bashforth. Certains schémas d'ordre deux sont utilisés pour résoudre la convection alors que l'opérateur d'advection ne fait pas partie des domaines de stabilité de ces schémas. De fait, la condition CFL (Courant Friedrichs Lewy) $\Delta t < C\Delta x$ ne suffit pas à assurer la stabilité de ces schémas. Les pas de temps Δt et d'espace Δx doivent vérifier $\Delta t < C\Delta x^{4/3}$ [3]. Une analyse de stabilité de von Neumann permet d'expliquer cette condition de stabilité et de prédire des conditions liant Δt et Δx de façon non linéaire pour d'autres schémas explicites qui feront l'objet de cet exposé.

Une raison expliquant pourquoi de tels schémas continuent d'être utilisés est que cette instabilité numérique force à diminuer le pas de temps Δt , ce qui amène à mieux résoudre les petites échelles. Utiliser un schéma stable sous condition CFL, avec un pas de temps proche de la condition CFL ($\Delta t \sim C\Delta x$) lisse les petites échelles.

Au cours de l'exposé on dégagera un critère géométrique sur le domaine de stabilité du schéma numérique [1] permettant de préciser la condition sur les pas de temps et d'espace. Ce critère s'applique aux méthodes spectrales mais aussi à toutes les discrétisations en espace qui préservent l'antisymétrie de l'opérateur d'advection [2].

Références

- [1] E. HAIRER, S. P. NØRSETT, G. WANNER, *Solving Ordinary Differential Equations I. Nonstiff Problems*. Springer Series in Comput. Mathematics, Vol. 8, Springer-Verlag 1987, Second revised edition 1993.
- [2] R.W.C.P. VERSTAPPEN, A.E.P. VELDMAN, *Symmetry-preserving discretization of turbulent flow*, J. Comp. Phys. **187** (2003) 343368.
- [3] Q. ZHANG AND C.-W. SHU, *Error Estimates to Smooth Solutions of Runge-Kutta Discontinuous Galerkin Methods for Scalar Conservation Laws*, SIAM J. Numer. Anal. **42**(2): 641-666, 2004.

Erwan DERIAZ, Laboratoire de Mécanique, Modélisation & Procédés Propres - UMR-6181 CNRS - IMT La Jetée, Technopôle de Château-Gombert, 38 rue Frédéric Joliot-Curie, 13451 Marseille Cedex 13
erwan.deriaz@13m.univ-mrs.fr

Dmitry KOLOMENSKIY, Laboratoire de Mécanique, Modélisation & Procédés Propres - UMR-6181 CNRS - IMT La Jetée, Technopôle de Château-Gombert, 38 rue Frédéric Joliot-Curie, 13451 Marseille Cedex 13
dkolom@13m.univ-mrs.fr