

# Oscillations multimodales dans le modèle de FitzHugh Nagumo

**Damien LANDON**, Université d'Orléans

**Nils BERGLUND**, Université d'Orléans

**Mots-clés :** équations différentielles stochastiques, lent-rapide, oscillations multimodales, bifurcation de Hopf, régimes de paramètres

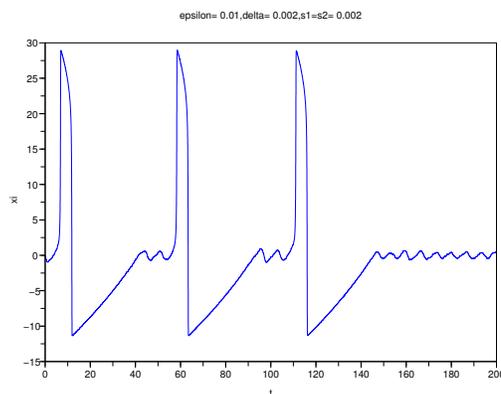
Le modèle le plus connu pour décrire le potentiel d'action d'un neurone est le modèle d'Hodgkin-Huxley. Ce modèle est un système d'équations différentielles stochastiques de dimension quatre. Nous pouvons avoir des résultats numériques mais il est plus difficile d'avoir des résultats analytiques. Nous nous intéresserons ici au modèle de FitzHugh-Nagumo qui est une simplification du modèle d'Hodgkin-Huxley. Ce modèle est un système lent-rapide de deux équations différentielles stochastiques:

$$\begin{cases} \varepsilon dx_t = \left( x_t - \frac{x_t^3}{3} + y_t \right) dt + \sqrt{\varepsilon} \sigma_1 dW_t^{(1)} \\ dy_t = (\alpha - \beta x_t - \gamma y_t) dt + \sqrt{\varepsilon} \sigma_2 dW_t^{(2)} \end{cases} \quad (\text{FHN})$$

Ici  $x$  est la variable rapide et représente le potentiel d'action,  $y$  est la variable lente,  $\varepsilon$  est le paramètre lent-rapide ( $\varepsilon \ll 1$ ),  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont des paramètres positifs,  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  des petits paramètres positifs qui représentent l'amplitude du bruit et  $W_t^{(1)}$  et  $W_t^{(2)}$  sont deux mouvements browniens indépendants.

Nous étudions d'abord le système déterministe associé suivant les valeurs des différents paramètres autour du point de bifurcation. Puis en tenant compte du bruit, nous observons trois régimes différents. Nous établissons pour quelles valeurs de paramètres nous avons ces différents comportements.

Nous nous intéressons ensuite à l'alternance entre petites et grandes oscillations et particulièrement aux nombres de petites oscillations entre deux grandes oscillations dans un des trois régimes.



## Références

- [1] N. BERGLUND AND B. GENTZ, *Noise-Induces Phenomena in Slow-Fast Dynamical Systems*, Springer, 2005.
- [2] C. MURATOV AND E. VANDEN-EIJNDEN., *Noised-induced mixed-mode oscillations in a relaxation oscillator near the onset of a limit circle*, *Chaos*, 18, 2008.

**Damien LANDON**, MAPMO, Université d'Orléans, Département de Mathématiques, BP 6759, 45067 ORLEANS Cédex 2

[damien.landon@univ-orleans.fr](mailto:damien.landon@univ-orleans.fr)

**Nils BERGLUND**, MAPMO, Université d'Orléans, Département de Mathématiques, BP 6759, 45067 ORLEANS Cédex 2

[nils.berglund@univ-orleans.fr](mailto:nils.berglund@univ-orleans.fr)