

Existence et stabilité de solutions stationnaires pour les systèmes de Vlasov-Poisson classique, Vlasov-Poisson relativiste et Vlasov-Manev.

Cyril RIGAULT, IRMAR, Université de Rennes 1.

Mohammed LEMOU et Florian MEHATS, IRMAR, Université de Rennes 1.

Je propose de présenter lors de cette communication une synthèse d'études de différents systèmes cinétiques gravitationnels :

(i) le système de Vlasov-Poisson classique en dimension $n = 3$ et $n = 4$ (voir [1]):

$$\begin{cases} \partial_t f + v \cdot \nabla_x f - \nabla_x \phi_f \cdot \nabla_v f = 0, & (t, x, v) \in \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^n, \\ \phi_f(t, x) = - \int_{\mathbf{R}^3} \frac{\rho_f(t, y)}{4\pi|x-y|} dy & \text{où } \rho_f(t, x) = \int_{\mathbf{R}^3} f(t, x, v) dv, \\ f(t=0, x, v) = f_0(x, v) \geq 0, \end{cases} \quad (1)$$

où f représente la densité de masse en espace et en vitesse et ϕ_f le potentiel gravitationnel généré par cette masse.

(ii) le système de Vlasov-Poisson relativiste en dimension $n = 3$ et $n = 4$ (voir [2]): seule l'équation de Vlasov change par rapport au cas classique ; elle devient

$$\partial_t f + \frac{v}{\sqrt{1+|v|^2}} \cdot \nabla_x f - \nabla_x \phi_f \cdot \nabla_v f = 0.$$

(iii) le système de Vlasov-Manev classique en dimension $n = 3$ (voir [3]): il correspond au système de Vlasov-Poisson classique dans lequel le potentiel ϕ_f de Newton est remplacé par celui de Manev :

$$\phi_f(t, x) = - \int_{\mathbf{R}^3} \left(\frac{\delta}{4\pi|x-y|} + \frac{\kappa}{2\pi^2|x-y|^2} \right) \rho_f(t, y) dy \quad \text{avec } \delta, \kappa \geq 0.$$

Ce modèle peut être vu comme une alternative au cas relativiste pour palier les différences observées entre le mouvement effectif des astres et celui théorique impliqué par la théorie classique de Newton.

Je m'intéresserai pour ces systèmes à l'existence de solutions stationnaires, à leur stabilité et, dans les cas de non-stabilité, au comportement des solutions explosives dont l'état initial est proche d'une solution stationnaire. Je traiterai en parallèle les 3 systèmes en citant brièvement les méthodes utilisées et en insistant plus particulièrement sur les obstacles rencontrés pour passer d'un modèle à l'autre. Cette étude a été effectuée pour les deux premiers modèles, par Mohammed Lemou, Florian Méhats et Pierre Raphael (Université de Toulouse, Paul Sabatier) desquels je me suis inspiré pour traiter le système de Vlasov-Manev à l'aide de mes maîtres de thèses M. Lemou et F. Méhats.

Références

- [1] LEMOU, M., MÉHATS, F., RAPHAL, P., *The Orbital Stability of the Ground States and the Singularity Formation for the Gravitational Vlasov Poisson System*, Arch. Rational Mech. Anal. 189, 425-468, 2008.
- [2] LEMOU, M., MÉHATS, F., RAPHAL, P., *Stable ground states fo the relativistic gravitational Vlasov-Poisson system*, Comm. Partial Diff. Eq. 34, no. 7, 703-721, 2009.
- [3] LEMOU, M., MÉHATS, F., RIGAULT, C., *Stable ground states for the gravitational Vlasov-Manev system*, <http://perso.univ-rennes1.fr/florian.mehats/publications.htm>

Cyril RIGAULT, IRMAR, Université de Rennes 1, 263 avenue du Général Leclerc, 35000 Rennes.
cyril.rigault@univ-rennes1.fr

Mohammed LEMOU et Florian MEHATS, IRMAR, Université de Rennes 1, 263 avenue du Général Leclerc, 35000 Rennes.

mohammed.lemou@univ-rennes1.fr, florian.mehats@univ-rennes1.fr