

Etude du vortex d'extinction dans une population diploïde

Camille CORON, Ecole Polytechnique

On s'intéresse à la modélisation de l'évolution génétique d'une population sexuée régulée par de la compétition. Dans une population de petite taille les fluctuations aléatoires sont très importantes, tandis que dans une population de taille infinie l'équilibre de Hardy Weinberg assure le déterminisme de la proportion de chaque génotype dans la population. Il est donc important de pouvoir définir la notion de "population de petite taille", et on aimerait donc définir une taille de population seuil au-delà de laquelle on peut considérer qu'une population est grande. On s'intéresse alors au calcul de la probabilité de fixation d'un allèle délétère dans une population sexuée. En effet, un phénomène important présent dans l'évolution d'une petite population est le vortex d'extinction, c'est-à-dire l'accumulation de mutations délétères conduisant à une décroissance de plus en plus rapide de la taille de la population. Le modèle utilisé est un processus de naissance et mort dont les taux de naissances sont créés de façon à modéliser le brassage génétique d'une population diploïde. La mutation considérée est supposée faible, c'est-à-dire que les coefficients du modèle dévient peu du cas neutre. On introduit donc deux paramètres δ et δ' (supposés faibles) de déviation par rapport au cas neutre. On calcule alors la probabilité de fixation en utilisant l'équation de Kolmogorov puis en montrant que cette probabilité de fixation admet un développement limité par rapport à δ et δ' en $(0,0)$. Cette approche conduit à la recherche d'une solution bornée d'une équation de récurrence linéaire d'ordre 2 sur \mathbb{N}^3 à coefficients non-constants. Puis on montre l'existence d'une bijection entre les paramètres du modèles et l'espérance et la variance de la taille de la population. On trace enfin l'évolution du taux de fixation d'une mutation délétère en fonction de la taille moyenne de la population, à variance fixée, pour mettre en valeur d'une part l'accélération des fixations de mutations dans la population et d'autre part l'existence d'une taille-seuil au-delà de laquelle on peut parler de "grande population".

Références

- [1] CHAMPAGNAT, N., LAMBERT, A., *Evolution of discrete populations and the canonical diffusion of adaptive dynamics*, The Annals of Applied Probability, 2007, Vol. 17, No. 1, pp. 102-155.
- [2] LANDE, R., *Risk of population extinction from fixation of new deleterious mutations*, Evolution, Vol. 48, No.5 (Oct, 1994), pp. 1460-1469.