

Limite de diffusion de l'équation de Boltzmann pour un mélange gazeux

Bérénice GREC, INRIA & Université Paris Descartes

Laurent BOUDIN, UPMC & INRIA

Francesco SALVARANI, INRIA & Università degli Studi di Pavia

Pour un mélange gazeux à plusieurs espèces (trois ou plus, par exemple l'air pulmonaire), les phénomènes de diffusion sont décrits par les équations de Maxwell-Stefan [5].

Nous nous intéressons à la limite hydrodynamique des équations de Boltzmann non réactives pour un mélange à plusieurs composantes [3] dans un scaling diffusif :

$$\varepsilon \partial_t f_i^\varepsilon + v \cdot \nabla_x f_i^\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon} \left(Q_i^m(f_i^\varepsilon, f_i^\varepsilon) + \sum_{j \neq i} Q_{ij}^b(f_i^\varepsilon, f_j^\varepsilon) \right),$$

où $f_i^\varepsilon(t, x, v)$ est la fonction de densité normalisée de l'espèce i , Q^m et Q^b sont les noyaux de collision mono- et bi-espèces, et ε est le libre parcours moyen.

Nous montrons que la limite formelle pour ε tendant vers zéro est le modèle de Maxwell-Stefan : en définissant les quantités

$$\xi_i = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_v f_i^\varepsilon(t, x, v) dv \quad \text{et} \quad N_i = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \int_v v f_i^\varepsilon(t, x, v) dv,$$

on obtient les équations de Maxwell-Stefan, qui relie de manière non linéaire le gradient de fraction molaire ξ_i de l'espèce i aux flux diffusifs N_j de toutes les autres espèces [1]. La pertinence de ce modèle a été mise en évidence expérimentalement dans [4], ou dans le cadre du poumon dans [6, 2].

Nous montrons ensuite quelques résultats numériques illustrant la convergence des équations cinétiques vers le modèle de Maxwell-Stefan, obtenus avec un code uni-dimensionnel en espace mais prenant en compte les aspects tri-dimensionnels en vitesse pour une gestion correcte des collisions.

Références

- [1] L. BOUDIN, D. GOETZ, B. GREC, *Diffusion models of multicomponent mixtures in the lung*, ESAIM:Proc., 30:91–104, 2010.
- [2] H.K. CHANG, *Multicomponent diffusion in the lung*, Fed. Proc., 39(10):2759–2764, 1980.
- [3] L. DESVILLETES, R. MONACO, F. SALVARANI, *A kinetic model allowing to obtain the energy law of polytropic gases in the presence of chemical reactions*, Eur. J. Mech. B Fluids, 24(2):219–236, 2005.
- [4] J.B. DUNCAN, H.L. TOOR, *An experimental study of three component gas diffusion*, AIChE Journal, 8(1):3841, 1962.
- [5] R. KRISHNA, J.A. WESSELINGH, *The Maxwell-Stefan approach to mass transfer*, Chemical Engineering Science, 52:861–911, 1997.
- [6] M. THIRIET *et al.*, *The effect on gas mixing of a He-O₂ mixture in chronic obstructive lung diseases*, Bull. Eur. Physiopathol. Respir., 15(5):1053–1068, 1979.

Bérénice GREC, INRIA Paris-Rocquencourt, REO Project team, BP 105, F-78153 Le Chesnay Cedex, France & MAP5 UMR 8145 - Université Paris Descartes, 45 rue des Saints Pères, 75270 Paris Cedex 06, France
berenice.grec@parisdescartes.fr

Laurent BOUDIN, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598 LJLL, Paris, F-75005, France & INRIA Paris-Rocquencourt, REO Project team, BP 105, F-78153 Le Chesnay Cedex, France
laurent.boudin@upmc.fr

Francesco SALVARANI, INRIA Paris-Rocquencourt, REO Project team, BP 105, F-78153 Le Chesnay Cedex, France & Dip. di Mat. F. Casorati, Univ. degli Studi di Pavia, Via Ferrata 1, I-27100 Pavia
francesco.salvarani@univpv.it