

Applications Radar de la Géométrie de l'information associée aux matrices de covariance: traitements spatio-temporels et polarimétriques

Frederic BARBARESCO, THALES AIR OPERATIONS

Le problème radar considéré traite du calcul de la médiane pour des matrices de covariance temporelle Toeplitz ou spatio-temporelle Toeplitz-Bloc-Toeplitz. Le problème est résolu dans le cadre de la géométrie de l'information en ramenant le problème à un calcul de barycentre [3, 4] de Karcher [14] dans un espace métrique de Fréchet [2] en utilisant les propriétés associées dans ce cas à la géométrie des espaces bornés homogènes de Siegel [5, 6, 7, 10, 11, 12, 13] lorsqu'on modélise le signal comme un modèle complexe circulaire de moyenne nulle.

La géométrie de l'Information de Rao et Chentsov [1] fixe le cadre de l'approche, via une métrique Kählérienne dont le potentiel est donné par l'Entropie du processus. Pour conserver la structure Toeplitz, nous montrons que la bonne paramétrisation [9] est donnée par la décomposition d'Iwasawa partielle [8], qui est équivalente à une modélisation autorégressive complexe dans le cas Toeplitz et autorégressive multivoie dans le cas Toeplitz-Bloc-Toeplitz. Dans cette géométrie, on calcule un flot intrinsèque qui converge vers la médiane de ces modèles [15].

Nous proposons un algorithme qui calcule le modèle autoregressif complexe médian dans le disque de Poincaré par un flot de Karcher modifié agissant sur les coefficients de réflexion. Le point soumis au flot reste à l'origine et ce sont les points dont on cherche le médian qui sont soumis à un flot conforme qui utilise les automorphismes du disque de Poincaré. Nous illustrons également l'approche avec le flot stochastique d'Arnaudon [16]. Nous généralisons ce principe pour le modèle autorégressif multivoie en généralisant le flot précédent agissant sur le coefficient de réflexion multivoie dans le disque unité de Siegel. La généralisation est possible en utilisant la fibration de Berger ou décomposition de Mostow dans le disque de Siegel.

Nous concluons sur les applications possibles en traitement polarimétrique des données radars.

Références

- [1] FRÉCHET M., *Sur l'extension de certaines évaluations statistiques au cas de petits échantillons*, Stat. Institute, Vol. 11,n3/4, pp. 182-205, 1943 (published in IHP Lecture in 1939).
- [2] FRÉCHET, M., *Les éléments aléatoires de nature quelconque dans un espace distancié*, annales de l'IHP, t.10,n4, p.215-310, 1948.
- [3] CARTAN E., *Groupes simples clos et ouverts et Géométrie Riemannienne*, J. Math. Pures Appl., n8, p.1-33, 1929.
- [4] CARTAN, E., *Sur les domaines bornés de l'espace de n variables complexes*, Abh. Math. Seminar Hamburg, n11, pp.116-162, 1935.
- [5] SIEGEL C.L, *Analytic functions of several complex variables*, Princeton University Press, 1949.
- [6] SIEGEL C.L, *Symplectic Geometry*, Amer. J. Math., n65, pp.1-86, 1943.
- [7] HUA L.K., *Harmonic analysis Functions of Several Complex variables in the Classical Domains*, Providence, AMS, 1958.
- [8] IWASAWA I., *On some types of topological groups*, Ann. Math.Vol. 50, n3, pp. 507-558, 1949.
- [9] KOSZUL J.L., *Sur la forme Hermitienne canonique des espaces homogènes complexes*, Canadian Journal of Math. , vol.7, n4, pp. 562-576, 1955.
- [10] KOSZUL J.L., *Exposés sur les espaces homogènes symétriques*, Publicacao da Sociedade de Matematica de Sao Paulo, Sao Paulo, 1959 .
- [11] PYATETSKII-SHAPIRO I.I., *Automorphic functions and the geometry of classical domains*, Gordon and Breach Science Publishers, 1969.

- [12] VINBERG E.B, *The theory of convex homogeneous cones*, Trans. Math. Moscow Math. Soc. , pp340-403,1963.
- [13] BEREZIN F.A, *Quantization in Complex Symmetric Spaces*, Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Mat. T.39, n2, 1975.
- [14] KARCHER H., *Riemannian center of mass and mollifier smoothing*, Comm. Pure Applied Math., n30 , pp.509-541, 1977.
- [15] LE YANG, *Riemannian Median and Its Estimation*, London Mathematical Society, 2010, arXiv: 0911. 3474.
- [16] M. ARNAUDON, C. DOMBRY, A.PHAN, L.YANG, *Stochastic algorithms for computing means of probability measures*, <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00540623>.