

Estimation des paramètres pour une équation des ondes avec atténuation et source localisée

Nicolas SCHMIDT, Université Paris Dauphine

Gabriel PEYRE, Université Paris Dauphine

Yves FRÉGNAC, Institut Alfred Fessard

Mots-clés : Problème inverse, équation aux dérivées partielles, identité de Green, solution fondamentale

Dans ce travail, nous étudions un problème inverse d'imagerie optique par colorant potentiométrique [4]. Il est motivé par l'estimation de caractéristique du cortex visuel. Ce dispositif permet d'observer des phénomènes de propagation voir par exemple [5], [6].

Nous avons modélisé le phénomène de propagation dans le cortex à l'aide de l'équation des ondes avec atténuation

$$\frac{1}{c^2} \left(w + \frac{\partial}{\partial t} \right)^2 u - \Delta u = f, \text{ sur } \mathbb{R}^2 \times (0, +\infty).$$

Le paramètre c représente la vitesse de l'onde u et w représente son atténuation, ils sont supposés constants. La source f représente une approximation de l'activité provenant du thalamus et entrant dans le cortex visuel primaire. Un cas particulier de ce modèle de propagation a été utilisé dans [3] sur des données réelles.

Le problème inverse consiste en l'estimation des coefficients w et c à partir d'observations contaminées par un bruit additif et d'un a priori sur le support spatial Ω de la source f .

A notre connaissance, ce problème diffère de ceux étudiés dans la littérature, voir par exemple [1], [2].

La méthode consiste à projeter temporellement l'équation dans le domaine de Laplace. Puis, en utilisant la seconde identité de Green et la connaissance de Ω , nous obtenons une représentation des solutions de l'équation projetée en dehors de Ω . Cette représentation est utilisée pour définir une énergie dont le minimum est, dans le cas sans bruit, atteint au point (w, c) . La méthode de résolution n'utilise pas le calcul d'opérateur différentiel sur le signal ce qui la rend robuste au bruit. L'algorithme associé à la méthode est rapide. Une évaluation numérique sur des données synthétiques montre la précision de la méthode même en présence d'un fort bruit perturbant les observations. Nous travaillons actuellement sur l'application de notre méthode sur des données réelles.

Références

- [1] J. GARNIER AND G. PAPANICOLAOU, *Passive sensor imaging using cross correlations of noisy signals in a scattering medium*, SIAM J. Imaging Sciences, 2009.
- [2] M. V. DE HOOP AND K. SOLNA, *Estimating a Green's Function from "Field-Field" Correlations in a Random Medium*, SIAM Journal of Applied Mathematics, 2009.
- [3] N. SCHMIDT AND G. PEYRÉ AND Y. FRÉGNAC AND P. ROLAND, *Separation of traveling waves in cortical networks using optical imaging*, Proceedings ISBI'10, 2010.
- [4] A. GRINVALD AND R. HILDESHEIM, *Vsdi : a new are in functional imaging of cortical dynamics*, Nature Reviews Neuroscience, 2004.
- [5] V. BRINGUIER AND F. CHAVANE AND L. GLAESER AND Y. FRÉGNAC, *Horizontal propagation of visual activity in the synaptic integration field of area 17 neurons*, Science, 1999.
- [6] P. E. ROLAND AND AL., *Cortical feedback depolarization waves: A mechanism of top-down influence on early visual areas*, PNAS, 2006.