

Méthode particulière préservant l'asymptotique près de la quasi-neutralité pour le système de Vlasov-Maxwell

David DOYEN, Institut de Mathématiques de Toulouse

Pierre DEGOND, Institut de Mathématiques de Toulouse

Fabrice DELUZET, Institut de Mathématiques de Toulouse

Giacomo DI MARCO, Institut de Mathématiques de Toulouse

Mots-clés : modèles cinétiques de plasmas, équations de Vlasov-Maxwell, méthodes particulières, schémas préservant l'asymptotique

Dans un plasma, la force de Coulomb qui s'exerce entre les particules (ions et électrons) tend à restaurer la neutralité de la charge. Ce phénomène introduit une longueur caractéristique de séparation de la charge, la longueur de Debye, et une période caractéristique d'oscillation de la charge, la période plasma. Plus le plasma est dense, plus ces quantités sont petites. Quand elles sont beaucoup plus petites que les échelles d'espace et de temps du problème, le plasma est dit quasi-neutre. D'un point de vue mathématique, le problème change de nature à la limite quasi-neutre, il s'agit d'une limite singulière.

Les méthodes explicites classiques sont soumises à des conditions de stabilité impliquant la longueur de Debye et la période plasma. Proche de la quasi-neutralité, leur coût devient donc prohibitif. Dans beaucoup de problèmes pratiques, coexistent des régions proches de la quasi-neutralité et d'autres qui en sont très éloignées. En effet, la densité du plasma ou les échelles d'intérêt ne sont pas nécessairement uniformes (transition plasma-vide, couche limite). La résolution numérique de tels problèmes requiert soit une méthode de couplage (deux discrétisations, une pour la zone quasi-neutre, une pour le reste du domaine, couplées à travers une interface), soit une discrétisation préservant l'asymptotique. Une discrétisation préservant l'asymptotique à la limite quasi-neutre est une discrétisation qui vérifie les trois propriétés suivantes. (i) Pour une longueur de Debye et une période plasma fixées, elle est consistante avec le modèle de plasma standard quand les paramètres de discrétisation tendent vers zéro. (ii) Elle est stable indépendamment de la longueur de Debye et de la période plasma. (iii) Pour des paramètres de discrétisation fixés, elle est consistante avec le modèle quasi-neutre quand la longueur de Debye et la période plasma tendent vers zéro.

Au cours des dernières années, des méthodes préservant l'asymptotique près de la quasi-neutralité ont été développées pour divers modèles de plasma : Euler-Poisson [1], Euler-Maxwell [2], Vlasov-Poisson [3]. Ces méthodes préservant l'asymptotique sont obtenues en implicitant partiellement les schémas d'intégration en temps, de sorte à assurer la stabilité et la consistance à la limite quasi-neutre.

Nous proposons ici une méthode particulière préservant l'asymptotique près de la quasi-neutralité pour les équations de Vlasov-Maxwell. Nous discutons ses propriétés, notamment sa stabilité, et nous illustrons son comportement sur des exemples numériques.

Références

- [1] P. CRISPEL, P. DEGOND, ET M.-H. VIGNAL, *An asymptotic preserving scheme for the two-fluid Euler-Poisson model in the quasineutral limit*, J. Comput. Phys., 223(1):208–234, 2007.
- [2] P. DEGOND, F. DELUZET, ET D. SVELIEF, *Numerical approximation of the Euler-Maxwell model in the quasineutral limit*, in preparation.
- [3] P. DEGOND, F. DELUZET, L. NAVORET, A.-B. SUN, ET M.-H. VIGNAL., *Asymptotic-preserving particle-in-cell method for the Vlasov-Poisson system near quasineutrality*, J. Comput. Phys., 229(16):5630–5652, 2010.

David DOYEN, Université Paul Sabatier, Institut de Mathématiques de Toulouse, 118 route de Narbonne, F-31062 Toulouse Cedex 9.

david.doyen@math.univ-toulouse.fr