

Etude comparée des performances de méthodes de différences finies et de Galerkin discontinues en maillage cartésien pour les équations d'Euler en perturbations

Raphaël LEGER, ONERA, DSNA/PS3A, Châtillon

La résolution numérique des équations d'Euler en perturbations (non linéaires) en aéroacoustique fait appel à différentes méthodes d'ordre élevé, parmi lesquelles les différences finies (DF) centrées et munies d'un filtre des oscillations hautes-fréquences stabilisateur ont une place privilégiée. Elles offrent un cadre théorique simple, sont faciles à implémenter, et leur efficacité dans ce cadre applicatif a été montrée [1]. Par ailleurs, les méthodes de Galerkin discontinues (GD) [2], bien que plus complexes à mettre en œuvre, sont l'objet d'un intérêt croissant, notamment en maillages non structurés, qui en font un outil adéquat pour la prise en compte des domaines à géométrie complexe. De plus, l'utilisation de formulations variationnelles locales offre non seulement un cadre théorique riche, particulièrement adapté à l'étude des caractéristiques des schémas, mais aussi la possibilité naturelle de raffinement local, tant en maillage qu'en ordre (*raffinement hp*). Dans le cadre d'une étude préliminaire à des travaux de couplage pour un calcul "Euler en perturbations" sur un maillage hybride structuré / non-structuré, nous nous intéressons aux performances, jusque là peu étudiées, de GD (munie d'une base P2) sur un maillage cartésien, en comparant aux DF (d'ordre 4, munies d'un filtre d'ordre 10) qui font office de référence dans ce contexte. L'ordre des schémas ainsi que les ressources-machine nécessaires à précision équivalente sont estimés, en 2-D, à partir d'expériences numériques basées sur le cas test du tourbillon d'Helen YEE, dont la solution analytique est connue [3]. En outre, la validité des méthodes est évaluée sur des cas d'épreuve aéroacoustiques simples (cf. FIG.) et leur robustesse est comparée en présence de chocs. En complément, nous fournissons quelques éléments théoriques à la lumière desquels nous menons l'analyse comparative : une attention particulière est portée aux tenants et aboutissants du filtre hautes fréquences utilisé en DF. Les conclusions partielles de cette étude montrent que *dans le cas de solutions relativement lisses* telles que celle du vortex de Yee, à un temps final fixé, on observe des ordres de convergence en raffinement spatial compris entre 3 et 4, pour les deux méthodes. En terme de temps de calcul, Les schémas GD sont pénalisés par leur faible stabilité qui se traduit par un critère CFL maximal admissible plus de 6 fois inférieur à celui applicable en DF avec filtre.

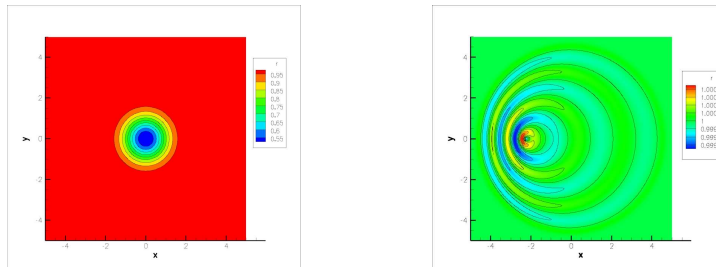


FIG. Gauche : $\rho(x, y, t = 10)$ pour le tourbillon de Yee. Calcul GD. / Droite : $\rho(x, y, t = 3T)$ (où T est la période) pour un monopôle dans un écoulement uniforme à Mach 0.5. Calcul GD.

Références

- [1] S. REDONNET, *Simulation de la propagation acoustique en présence d'écoulements quelconques et de structures solides par résolution numérique des équations d'Euler*, Thèse de l'université Bordeaux 1, 2001.
- [2] M. BORREL, J. RYAN, *Numerical diffusion control over a space-time discontinuous Galerkin method*, Communications in computational physics, vol. 5, 2009.
- [3] H.C. YEE, N.D. SANDHAM, M.J. DJOMEHRI, *Low-dissipative high-order shock-capturing methods using characteristic based filters*, Journal of computational physics, vol. 150, 1999.

Raphaël LEGER, ONERA, DSNA/PS3A, 29 avenue de la Division Leclerc, 92320 Châtillon
raphael.leger@onera.fr

Serge PIPERNO (directeur de thèse), ENPC, 6/8 av. Blaise Pascal, Cité Descartes, Champs sur Marne, 77455 Marne-la-Vallée CEDEX 2
serge.piperano@enpc.fr