Un algorithme proximal inexact pour l'optimisation différentiable

<u>Marc Fuentes</u>, INRIA Rhône-Alpes

Claude Lemaréchal, INRIA Rhône-Alpes

Jérôme Malick , CNRS, LJK

Mots-clés : algorithme proximal, critère d'arrêt, optimisation numérique

Nous étudions la mise en œuvre pratique de l'algorithme proximal pour résoudre des problèmes d'optimisation mal conditionnés. La méthode proximale est classique en optimisation convexe [4] ; elle consiste à résoudre une suite de problèmes régularisés

$$x_{k+1} = \operatorname*{argmin}_{y \in \mathbb{R}^n} f(y) + \frac{1}{2t_k}\|x_k - y\|^2, \qquad (\mathcal{P}_k)$$

plutôt que de résoudre directement le problème initial : minimiser f sur $\mathbb{R}^n$. Ici, nous supposons que f est différentiable, mais dégénerée à l'ordre deux ; par exemple, le hessien peut avoir des valeurs propres nulles à l'optimum.

Les propriétés de l'algorithme proximal sont assez bien connues d'un point de vue théorique depuis [2], sa mise en œuvre soulève certaines questions, notamment :

- Quel algorithme choisir pour résoudre le sous-problème $(\mathcal{P}_k)$?
- Quel critère d'arrêt utiliser pour la résolution du problème interne ?
- Comment mettre à jour le paramètre t_k ?

C'est à la seconde question que nous nous proposons de répondre dans cet exposé. En effet, un critère d'arrêt trop exigeant nous ferait faire trop d'itérations internes inutiles alors qu'un critère trop tolérant risque de ralentir la convergence, voire la supprimer. Contrairement aux approches classiques qui stoppent l'algorithme de résolution interne dès que l'itéré courant est proche du point proximal, nous nous inspirons comme dans [1] des idées classiques de l'optimisation numérique, en préférant arrêter les itérations dès qu'une décroissance suffisante de l'objectif est atteinte. Nous exposerons succintement notre test d'arrêt, ainsi qu'une preuve de convergence, cf. [3]. Puis nous présenterons des illustrations numériques en optimisation combinatoire et en traitement d'images.

Références

[1] Hager, W. and Zhang H., *Self-adaptive inexact proximal point methods*, Computational Optim. and App., 39 (2008).

[2] Rockafellar, R., *Monotone operators and the proximal point algorithm*, SIAM J. Control, 14 (1976).

[3] Fuentes, M., Lemaréchal, C. and Malick J., *Practical inexact proximal algorithm for convex optimization*, En préparation

[4] Hiriart-Urruty, J.-B. and Lemaréchal, C., *Convex Analysis and Minimization Algorithms II*, Springer, 1996, §XV.4

Marc Fuentes, 655 avenue de l'Europe, 38334 Montbonnot
`marc.fuentes@inrialpes.fr`