

Homogénéisation de l'effet Hall bidimensionnel

David Manceau, Laboratoire Jean Kuntzmann, Grenoble

Marc Briane, I.N.S.A. de Rennes & I.R.M.A.R.

Graeme Milton, University of Utah

Mots-clés : Homogénéisation, H -convergence, Effet Hall.

En électrophysique (cf. [4]), on sait que des charges en mouvement dans un conducteur perpendiculaire à un champ magnétique h induisent une force équilibrée par un champ électrique transverse : c'est l'effet Hall. En dimension deux, pour un conducteur de résistivité symétrique ρ , l'effet Hall se traduit par une résistivité perturbée non symétrique $\rho(h)$ qui, pour un champ h faible, s'écrit $\rho(h) = \rho + rhJ + o(h)$, où r est le coefficient de Hall et J est la matrice de rotation de 90° .

Pour un matériau fortement hétérogène de résistivité ρ^ε , où ε représente la taille des hétérogénéités, un faible champ h induit une résistivité $\rho^\varepsilon(h)$ vérifiant $\rho^\varepsilon(h) = \rho^\varepsilon + r_\varepsilon hJ + o(h)$, avec un coefficient de Hall hétérogène r_ε . Le problème consiste alors à calculer le coefficient de Hall effectif r_* obtenu à partir de r_ε par homogénéisation de la microstructure lorsque ε tend vers 0. Bergman [1] a obtenu, dans le cas périodique, une formule pour r_* comme étant une moyenne ne faisant intervenir que le coefficient r_ε et certains courants locaux obtenus en l'absence de champ magnétique ($h = 0$).

Dans cette étude [2], on étend l'approche de Bergman dans le cadre de la H -convergence de Murat-Tartar [6] sans hypothèse de périodicité. On montre alors que le coefficient r_* est égal à la limite du produit du coefficient r_ε par le déterminant du correcteur P^ε associé à $\rho^\varepsilon(0)$ (P^ε est tel que la résistivité homogénéisée $\rho^*(0)$ est la limite de $P^\varepsilon \rho^\varepsilon(0)$). De cette formule, on déduit la propriété de positivité suivante : si r_ε vérifie $r_1 \leq r_\varepsilon \leq r_2$, où r_1 et r_2 sont des fonctions continues données, alors r_* vérifie aussi $r_1 \leq r_* \leq r_2$. En dimension trois, Briane et Milton [3] ont montré que ce résultat de positivité est faux en général. Par ailleurs, dans le cas d'un matériau à deux phases isotropes, Milton [5] a obtenu une formule explicite pour r_* valable pour un champ h quelconque. On étend cette formule dans le cas de composites anisotropes à deux phases interchangeables.

Références

- [1] D.J. BERGMAN, "Self-duality and the low field Hall effect in 2D and 3D metal-insulator composite", *Percolation structures and Processes*, G. Deutscher, R. Zallen and J. Adler ed., Jerusalem: Israel Physical Society, pp. 297-321 (1983).
- [2] M. BRIANE, D. MANCEAU & G.W. MILTON, "Homogenization of the two-dimensional Hall effect", *J. Math. Ana. App.*, **339** (2008), pp. 1468-1484.
- [3] M. BRIANE & G.W. MILTON, "Homogenization of the three-dimensional Hall effect and change of sign of the Hall coefficient", à paraître dans *Arch. Rat. Mech. Anal.*, disponible en ligne sur <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00130591>.
- [4] L. LANDAU & E. LIFCHITZ, *Électrodynamique des Milieux Continus*. Éditions Mir, Moscou (1969).
- [5] G.W. MILTON, *The Theory of Composites*, Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics, Cambridge University Press 2002.
- [6] F. MURAT & L. TARTAR, "H-convergence", *Topics in the Mathematical Modelling of Composite Materials*, L. Cherkaev and R.V. Kohn ed., *Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications*, Birkhäuser, Boston 1998, pp. 21-43.

David Manceau, Laboratoire Jean Kuntzmann, 51 rue des mathématiques B.P. 53, 38041 Grenoble Cedex 9

david.manceau@imag.fr

Marc Briane, Centre de Mathématiques, I.N.S.A. de Rennes & I.R.M.A.R., 35043 Rennes

mbriane@insa-rennes.fr

Graeme Milton, Department of Mathematics, University of Utah, Salt Lake City, Utah 84112-0090, USA

milton@math.utah.edu