





# MATAPLI nº 81- Décembre 2006

# Sommaire

Éditorial	.3
Compte-rendus des CA et bureaux	.5
En direct des universités	.9
Nouvelles du CNRS	15
Les mathématiques arabes entre théories et applications	19
Vie de la communauté	35
Nouvelles de l'EMS (European Mathematical Society)	41
Bilan du CNU 26	43
Un piano virtuel	53
Annonces de colloques	57
Annonces de thèses	59
Revue de presse	71
Liste des correspondants régionaux	91

Date limite de soumission des textes pour le Matapli 82 : 15 février 2007.

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05 Tél: 01 44 27 66 62 – Télécopie: 01 44 07 03 64 smai@emath.fr – http://smai.emath.fr







# "matapli81" — 2006/12/7 — 17:15 — page 2 — #2



# MATAPLI nº 81- Décembre 2006

#### PRIX DES PUBLICITÉS ET ENCARTS DANS MATAPLI POUR 2006

- 250 € pour une page intérieure
- -400 € pour la 3 $^{\rm e}$ de couverture
- -450 € pour la  $2^{e}$ de couverture
- 500 € pour la  $4^{e}$ de couverture
- 150 € pour une demi-page
- 300 € pour envoyer avec Matapli une affiche format A4 (1500 exemplaires)

(nous consulter pour des demandes et prix spéciaux)

Envoyer un bon de commande au secrétariat de la Smai









ÉDITORIAL

# Editorial

# par Denis TALAY

Si d'aventure un jour Yvon Maday vous dit au téléphone : « Pourrais-tu songer à candidater à la présidence de la SMAI, c'est passionnant et, rassure-toi, la charge de travail n'est pas trop lourde », méfiez-vous : la fin de sa phrase est un canular et, quand on s'en aperçoit, il est trop tard.

En vérité, la SMAI joue des rôles très divers. Certains sont visibles comme l'organisation de grandes manifestations et l'édition de publications. D'autres missions sont plus souterraines, comme l'entretien de relations nourries avec les grands organismes, les industriels, les autres sociétés savantes françaises et étrangères. En raison de cette multiplicité d'activités, depuis le mois de juin j'ai la sensation, soigneusement entretenue par ma boîte aux lettres qui explose souvent, d'être entraîné dans un mouvement perpétuel à quantité d'énergie croissante. Cette dynamique résulte d'une somme impressionnante de dévouements et d'initiatives. Il m'est impossible de les saluer tous. Vous en trouverez quelques illustrations dans les pages qui suivent. Je choisis de diriger les projecteurs vers l'organisation de SMAI 2007 et les rencontres Maths-Industrie.

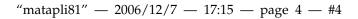
Cela fait plusieurs années que le Conseil d'administration a décidé l'organisation d'un congrès biennal des mathématiques appliquées françaises avec des conférences plénières, des sessions et des exposés couvrant l'ensemble des thématiques scientifiques de notre communauté. Il importe que le succès des éditions précédentes soit amplifié et qu'ainsi, nous montrions avec toujours plus d'éclat aux étudiants, aux pouvoirs publics, aux entreprises, notre dynamisme et notre force. Les organisateurs de SMAI 2007, qui se déroulera en Isère du 4 au 8 juin 2007, nous préparent un magnifique congrès. Courons-y.

Les rencontres Maths-Industrie constituent d'autres temps forts. Les doctorants doivent absolument être incités à y participer. C'est pour eux l'occasion rêvée de s'ouvrir l'esprit vers des horizons insoupçonnés, de mesurer l'écart entre le savoir théorique et les applications en vraie grandeur, de comprendre comment science et industrie se nourrissent de manière féconde, et de réaliser comment les problèmes se renouvellent et se résolvent fructueusement grâce à l'interdisciplinarité. En outre, les doctorants peuvent, au cours de ces Rencontres, nouer des contacts utiles en vue d'un futur emploi.

Pour aider la SMAI à faire face à toutes ses tâches, le Conseil d'Administration a décidé de recruter à plein temps Véronique Vacelet qui, jusqu'alors, était à mitemps en charge des publications. Par ailleurs, Marie-Line Ramfos, de l'INRIA











# ÉDITORIAL

Sophia Antipolis, travaillera un jour par semaine comme Chargée de communication pour la SMAI. Bienvenue et tous mes voeux à Véronique et Marie-Line. Je termine par un vœu chiffré. La force de la SMAI auprès des instances de décision croît avec le nombre de ses adhérents. Cap sur 1500 adhérents individuels en 2007. Nous n'en sommes pas loin. Chacun de nous doit se sentir concerné.

En conclusion, Yvon avait bien raison : la SMAI est un creuset passionnant. Je le remercie, je vous remercie tous, bien amicalement, pour le canular. Denis Talay

Denis Talay est un spécialiste des méthodes numériques probabilistes et les applications en finance. Il est directeur de recherche à l'INRIA où il est responsable du projet OMEGA.

#### **Erratum**

Une malencontreuse coquille a fait disparaître le nom de B. Maury comme co-signataire de l'article à Thomas Lachand-Robert paru dans le numéro 80 de MA-TAPLI. Qu'il veuille bien nous en excuser. L'hommage rendu à notre collègue était signé par : Guillaume Carlier, Myriam Comte, , Bernd Kawohl, Bertrand Maury et Edouard Oudet.









#### **COMPTES RENDUS CA & BUREAU**

# Comptes-rendus de la SMAI

# par Maria ESTEBAN

#### Compte-rendu de la réunion du Bureau de la SMAI du 7 Juin 2006

*Présents* : G. Allaire, M.J. Esteban, J. Istas, P. Lascaux, Y. Maday, C. Picard, A. Prignet, D. Talay.

Excusés: J.-M. Bonnisseau, M. Théra

- 1. Préparation du Conseil d'administration de l'après-midi.
- 2. Nous avons décidé de proposer un CDI à 80 % à Mme. V. Vacelet, qui était depuis l'automne dernier en charge des publications de la SMAI (CDD à 50%). Véronique Vacelet a déjà accepté. Elle s'occupera donc aussi du secrétariat de la société.
- 3. Nous avons passé en revue diverses questions financières.
- 4. Discussion sur la couverture des livres qui seront publiés dans la collection « Mathématiques appliquées pour le Master/SMAI »chez Dunod. Les deux premiers volumes de cette collection sortiront à la rentrée.
- 5. Discussion sur comment améliorer l'impact des rencontres maths-industrie auprès des jeunes chercheurs.
- 6. En questions diverses, petite discussion sur le Conseil de l'EMS qui aura lieu début juillet à Turin et sur les actions en cours.

#### Compte-rendu du CA de la SMAI du 7 Juin 2006

Présents ou représentés: Grégoire Allaire, François Alouges, Maïtine Bergounioux, Patrick Chenin, Stéphane Cordier, Jean-Marie Crolet, Maria J. Esteban, Robert Eymard, Edwidge Godlewski, Christian Gout, Jean-Baptiste Hiriart-Urruty (arrivé en milieu de réunion), Jacques Istas, Stéphane Jaffard, Pauline Lafitte, Michel Langlais, Patrick Lascaux, Marc Lavielle, Brigitte Lucquin, Marcel Mongeau, Colette Picard, Alain Prignet, Bernard Prum, Denis Talay, Rachid Touzani.

Excusés: Jean-François Boulier, Dominique Chapelle.

Absent: Claude Le Bris.

Y. Maday remercie le bureau et le CA de l'aide qu'ils lui ont accordé pendant sa présidence et lance l'élection du nouveau bureau. Après avoir procédé aux élections le nouveau bureau (élu à l'unanimité) se compose de la manière suivante :

Président : Denis Talay









#### **COMPTES RENDUS CA & BUREAU**

Secrétaire Générale : Maria J. Esteban

Trésorier : Alain Prignet

Trésorière Adjointe : Colette Picard

Vice-Président chargé des relations industrielles : Patrick Lascaux

Vice-Président chargé des publications : Jacques Istas.

Denis Talay remercie chaleureusement Yvon Maday et le bureau précédent pour leur travail.

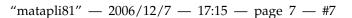
Tarifs des adhésions 2007 : il a été convenu qu'il n'y aurait pas de modification des tarifs d'adhésion hormis l'âge limite du tarif jeune qui passe à 35 ans, le tarif étant de 16 euros.

Concernant le remboursement des frais de déplacement des membres du CA : la règle générale est celle de la modération en matière de frais de transports quels qu'ils soient.

#### **ACTIONS EN COURS**

- 1. La brochure « Métiers des mathématiques », opération commune faite en collaboration avec la SMF, la SFDS, Femmes et Mathématiques et l'ONISEP, comportera le témoignage de jeunes sous forme de fiches individuelles. Le contrat avec l'ONISEP est signé, le coût de l'opération est de 50 000 Euros, la SMAI a, pour l'instant, récolté des fonds à hauteur de 29000 euros mais le reste ne saurait tarder. Actuellement en cours de réalisation, l'ONISEP pourra diffuser les brochures en janvier 2007. En plus de la brochure sur papier, il y aura accès à cette brochure sur le site web de l'ONISEP, ainsi que sur ceux de la SMAI, la SMF, la SFDS et Femmes et Mathématiques.
- 2. Le colloque Franco-italien : des conférenciers de la SMAI seront présents sur place pour le congrès de Turin.
- 3. Le congrès Franco-Canadien de 2008 a été lancé. Le Conseil scientifique commence à définir le format du colloque.
- 4. Le Conseil de l'EMS se réunira à Turin, juste avant le colloque franco-italien. Une partie du comité exécutif sera renouvelé. Maria J. Esteban représentera la SMAI et, en son nom, appuiera la candidature de Mireille Martin Deschamps pour faire partie de ce comité.
- 5. Rencontres maths-industrie : il faudrait attirer un plus grand nombre de jeunes, par le biais notamment de la diffusion de ces activités au sein des écoles d'ingénieurs et des écoles de doctorat.
- 6. Le prochain congrès de la SMAI aura lieu la première semaine de juin 2007. Le comité scientifique a déjà été mis en place.
- 7. La nouvelle base de données qui permettra de mieux gérer les adhérents est pratiquement finie et prête à l'emploi.









#### COMPTES RENDUS CA & BUREAU

- 8. Concernant les publications, il y a trois volumes de la collection Master de Mathématiques Appliquées qui sortent pour la rentrée. Par ailleurs, courant juin auront lieu les réunions entre la SMAI et EDP Sciences pour faire le point sur les différentes revues : P&S, RO, M2AN, COCV.
- 9. Concernant les nouveaux projets, D. Talay demande à Y. Maday d'organiser un groupe de travail afin de réfléchir au possible lancement d'une revue du style SIAM APPLIED MATHS.
- 10. De plus, le CA a approuvé le principe d'une campagne active de lobbying pour la valorisation du diplôme de docteur au sein du monde industriel.
- 11. Le CA souhaite relancer les activités de la commission d'enseignement, en demandant à son responsable, J.-M. Bonnisseau d'établir une liste d'objectifs et un calendrier.



















# EN DIRECT DES UNIVERSITÉS

# En direct des universités

# par Maïtine BERGOUNIOUX

#### **RECRUTEMENTS 2006**

Les informations ci-dessous ont été fournies par les correspondants régionaux que je remercie. Elles ne sont que partielles.

#### Maîtres de conférences

#### Université d'Amiens

- Benoit Testud (théorie géométrique de la mesure, Analyse multifractale, théorie ergodique, systèmes dynamiques.)
- Marion Darbas (méthode des Equations Intégrales en acoustique et électromagnétisme)
- Samuel Petite (systèmes dynamiques, théorie ergodique, combinatoire, pavages, action de groupe sur un Cantor.)

#### Université d'Avignon

Samuel Amstutz (optimisation des formes)

#### Université de Besançon

- Davit Varron (statistiques)
- Landy Rabehasaina (probabilités)

#### Université de Brest

- Guillaume Deschamps (géométrie algébrique)

#### Université de Clermont-Ferrand

- Véronique Bagland (modèles cinétiques, modèles de coagulation)
- Bertrand Lods (équations cinétiques, Modélisation en biologie)

#### Université de Compiègne

- Jean-Baptiste Aubin (statistique)
- Vincent Martin (analyse numérique)

#### Université de Grenoble 1 (LJK)

- Elise Arnaud (27 eme section traitement du signal, analyse d'images, suivi d'objets.)
- Maelle Nodet (assimilation d e données, problèmes inverses, contrôle optimal, océanographie.)
- Laurent Zwald (statistiques : sélection de modèles, algorithmes d'apprentissage, analyse en composantes principales.)

#### Université du Havre (LMAH)







- Nathalie Verdière- IUT (mathématiques Appliquées)
- Gisela Croce IUT (mathématiques Appliquées)

#### Université de Lille (Labo Paul Painlevé)

- Nicole Raulf (arithmétique et géométrie Algébrique)
- Mohamed El Machkouri (probabilités et statistique)
- Radu Stoica (probabilités et statistique)
- Julien Jacques (probabilités et statistique)
- Viorel Vajaitu (analyse)
- Kroum Tzanev, mutation avec échange de poste (analyse)

#### Université de Limoges

- Emmanuel Moulay (Ecole d'ingénieurs )

#### ENS de Lyon

- François Brunault

#### Université de Lyon 1

 Olivier Pinaud, (transport nanoquantique, propagation en milieux hétérogènes et renversement du temps)

#### Université de Marne-la Vallée

- Nathael Gozlan (probabilités et analyse)

#### Ecole centrale de Nantes

- Frédéric Lavancier (statistique des processus,)

#### Université de Nice

- Christine Tuleau-Malot (statistique)

#### **IUFM Nice**

- Stéphane Junca

# **IUFM Orléans-Tours**

- Laurent Vivier, mutation

#### Université d'Orléans (MAPMO)

- Vittoria Pierfelice (analyse)
- Pierre Andreoletti IUT (probabilités)

# Université de Paris 1

- Christophe Choro (probabilités, finance)

# Université de Paris 5

- Hermine Biermé (probabilités)
- Alexis Glaunes

#### Université de Paris 6

- Florent Benaych-Georges (probabilités libres et matrices aléatoires).
- Cédric Boutillier (modèles de dimères processus déterminantaux)
- Muriel Boulakia (analyse mathématique de problemes de couplage fluide structure)
- Martin Vohralik (analyse numérique et adaptativité, calcul scientifique)
- Franck Sueur (analyse mathématique en mécanique des fluides)

#### Université de Paris 9 (CEREMADE)









- François Bolley (EDP)
- Imen Ben Tahar (finance mathématique)
- Fadouah Balabdaoui (statistiques)
- Julien Salomon (analyse numérique)
- Yannick Viossat (théorie des jeux)

#### Université de Paris 11

- Daniel Caro (géométrie algébrique)
- Samuel Lelièvre (topologie)
- Christophe Pallard (analyse et interactions)
- Sebastien Martin (modélisation, calcul scientifique en physique, chimie et biologie)
- Massimiliano Gubinelli (géométrie, probabilités et théorie des champs)

#### Université de Paris 12

- Frédéric Charve (équations aux dérivées partielles non linéaires)
- Cyril Odasso (équations aux dérivées partielles stochastiques)

#### Université de Paris 13

Laurence Maillard-Teyssier (biostatistiques)

#### Université de Pau (LMA)

- Isabelle Greff (analyse numérique)
- Abdelaziz Ezziani (analyse numérique)

#### Université de Perpignan

 Nathalie Villa-Vialaneix , IUT de Carcassonne (statistique et application de la statistique)

#### Université de Rouen

- Vlad Stefan Barbu (statistique)
- William Alexandre (analyse complexe)

#### **INSA - Toulouse** (MIP)

- Elise Fouassier (modélisation mathématique de la physique à l'échelle du nanomètre)
- David Sanchez (EDP, modélisation, calcul scientifique)
- Sébastien Tordeux (EDP, modélisation, calcul scientifique)

#### Université de Toulouse 3

- Nicolas Savy IUT A (Probabilités) LSP
- Jérôme Bertrand (interactions analyse géométrie probabilités)
- Matthieu Hillairet (EDP, modélisation, calcul scientifique) MIP
- Marcela Szopos IUT A (mathématiques appliquées) MIP
- Guillaume Chèze IUT A MIP

#### Université de Versailles/ St-Quentin

- Aude Illig (mathématiques statistiques)
- Frédéric de Gournay (EDP, analyse numérique )
- Alexis Devulder (probabilités)







# Chargés de recherche/Ingénieurs CNRS

#### Grenoble (LJK)

- Antoine Girard CR INRIA (systèmes hybrides.)
- Antoine Rousseau CR INRIA (mécanique des fluides, turbulence.)
- Arnaud Tonnelier CR INRIA (mutation) (systèmes hybrides, dynamique spatiotemporelle des systèmes complexes. Applications en biologie.)
- Jérôme Malick CR CNRS (optimisation non régulière, optimisation semi-définie.)

#### Lyon 1

 Fabien Crauste, CR CNRS (régulation des cellules sanguines, EDP structurees en âge ou en maturité)

#### Paris 6 (JLL)

- Céline Grandmont CR1 INRIA (analyse mathématique de problèmes d'interaction pour les sciences du vivant)
- Irène Vignon Clémentel CR INRIA (simulation numérique en mécanique cardiovasculaire)

#### Paris 9 (CEREMADE)

Gabriel Peyré (traitement d'images)

#### Université de Pau (LMA)

- Marc Oddunlami -Ingénieur d'études (calcul scientifique)
- Pierre Charles Ingénieur de Recherche (calcul scientifique)

#### **Professeurs**

#### Université de Aix-Marseille 1

- Fabienne Castell (probabilités, statistiques)

# Université de Bordeaux 1

- Bernard Bercu (méthodes stochastiques en optimisation)

#### Université Technologique de Compiègne

Faker Ben Belgacem (problèmes inverses)

#### **Ecole Polytechnique**

- Sylvie Méléard Pr (modèles aléatoires, Math-Bio)
- Nizar Touzi- Pr (finances)
- Valdo Durrleman Professeur chargé de cours à temps complet (finances)

#### **ENS Cachan**

- Emmanuel Guerre (statistiques)

#### Université d'Evry (Statistique et Génome)

- Christophe Ambroise (statistiques)

#### Université de Grenoble 1 (LJK)

 Christophe Prud'homme (calcul scientifique, éléments finis, méthode des joints, décomposition de domaine, solveurs linéaires.)







#### Université de Lille (Labo Paul Painlevé)

Bernard Beckermann (analyse Numérique et EDP)

#### Université de Limoges (Xlim)

- Samir Adly (analyse, optimisation)

#### Université de Lyon 1

Francis Filbet (calcul scientifique)

#### Université de Montpellier

 Jêrome Droniou (EDP -elliptiques, paraboliques et discrétisation par Volumes Finis)

#### Ecole centrale de Nantes

- Mazen Saad (analyse et analyse numérique )

#### Université de Nice

- Antoine Ducros (géométrie algébrique et géométrie arithmétique)
- Ludovic Rifford (géométrie et analyse)
- Elisabeth Pecou-Gambaudo (systèmes dynamiques)

#### Université d'Orléans (MAPMO)

- Emmanuel Trélat (contrôle)

#### Université de Paris 6

- Lorenzo Zambotti (EDP stochastiques et mécanique statistique).
- François Jouve (calcul scientifique, homogénéisation et optimisation de forme)

#### Université de Paris 11

- Jean-François Le Gall, mutation

#### Université de Paris 12

- Amine Asselah (probabilités)

#### Université de Pau (LMA)

- Jacky Cresson (systèmes dynamiques)
- Laurent Bordes (statistiques)

#### Université de Poitiers

- Nicolas Privault (probabilités), mutation

#### **INSA - Toulouse** (LPMA)

- Philippe Besse (probabilités), mutation

#### Université de Versailles/ St-Quentin

Ariane Mézard (algèbre)

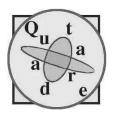














# PRIX FERMAT JUNIOR DE MATHÉMATIQUES UNIVERSITÉ PAUL SABATIER

#### **ÉDITION 2007**

Le PRIX FERMAT JUNIOR de Mathématiques (le Prix FERMAT JUNIOR est un prix de recherche en Mathématiques, créé à Toulouse et dont la dixième édition aura lieu en 2007) récompensera la contribution d'un ÉTUDIANT des Lycées ou Universités Françaises dans des domaines qui figurent aux programmes des enseignements aux niveaux BAC à BAC+3, c'est-à-dire essentiellement : classes préparatoires aux Grandes Ecoles et Licences des Universités.

La contribution d'un lauréat pourra prendre la forme suivante :

- nouvelle démonstration ou démonstration particulièrement courte et élégante d'un résultat de mathématiques figurant aux programmes de Mathématiques des formations des niveaux visés cidessus;
- point de vue original ou synthétique sur un ensemble de résultats de Mathématiques acquis au cours de la scolarité ;
- nouveau résultat pouvant avoir un intérêt ou une retombée directe dans l'enseignement des Mathématiques.

Il ne s'agit pas d'un travail de recherche au sens habituel de ce vocable, mais plutôt d'une contribution, dont la teneur et l'intérêt doivent être accessibles au plus grand nombre d'étudiants engagés dans des études de Mathématiques des cursus des niveaux cités plus haut. Le jury considère que les propositions doivent tenir en dix pages au grand maximum. La contribution peut être basée sur un TPE ou TIPE effectué par le candidat.

Une contribution de deux pages contenant une idée ou méthode astucieuse est tout à fait recevable.

D'un montant de 2 000 Euros, le Prix FERMAT JUNIOR est décerné tous les deux ans à Toulouse ; la dixième édition aura lieu au cours de l'année 2007.

La revue de mathématiques Quadrature s'associe au rayonnement du Prix Fermat JUNIOR et assure la diffusion du travail qui aura été récompensé.

Le règlement du Prix, les modalités de dépôts de candidature, sont disponibles auprès de :

Prix FERMAT JUNIOR de Mathématiques Service Communication - Université Paul Sabatier 118 route de Narbonne - 31062 TOULOUSE Cedex 9

ou bien:

http://www.math.ups-tlse.fr/Fermatjunior/

Date limite de dépôt des candidatures : 30 septembre 2007.

Les candidats potentiels sont priés de se conformer aux modalités de dépôt préconisées dans le règlement.







NOUVELLES DU CNRS

#### **NOUVELLES DU CNRS**

# Nouvelles du CNRS

par Didier BRESCH

# et CONCOURS 2006

#### 1. Session de printemps (février 2006)

**Présents**: Laumon, André, Baladi, Cellier, Trouvé, Sabbah, Nier, Welschinger, Beffara, Planchon, Jouve, Comets, Flavigny, Esteban, Franjou, Fougères, Sorger, Montchanin, Baraud.

Assistaient également en partie à la session, C. Peskine, DSA pour les mathématiques, M. Enock, chargé de mission au département scientifique, et pour l'examen des laboratoires, Aline Bonami (MSTP).

- Élection d'un membre en remplacement de Lucia DiVizio, démissionnaire. Jean-Yves Welschinger est élu.
- Intervention de Michel Lannoo, Directeur scientifique du département MIPPU, et échange de points de vue sur les évolutions en cours. (le compte-rendu qui suit tient compte d'éléments postérieurs à la session)

La nouvelle direction souhaite conserver les éléments positifs de la réforme. La nouvelle présidente souhaite que la science soit replacée aux centres des préoccupations, et le département scientifique est le lieu naturel pour cela. On conserve un principe organisationnel: pour chaque laboratoire, un DSA principal qui est du département scientifique de rattachement principal, et d'où la dotation financière vient, i.e. dans les laboratoires pluridisciplinaires il n'y a plus qu'une seule source. L'avenir des DIR est actuellement à l'étude, avec l'idée que les DIR jouent le rôle d'émissaires de haut niveau (avec le monde universitaire, les collectivités locales...). Ceci n'a de sens que pour des grands dossiers, en collaboration avec les DSA. Le département MIPPU devient MPPU, les informaticiens ayant exprimé le souhait de rejoindre le département d'ingénieurie. Les instituts (IN2P3 et INSU) font partie du département, même si l'interaction avec eux reste à définir. Les questions de labelisation des laboratoires (« labos liés ») n'est plus à l'ordre du jour, et la politique de regroupement d'unités n'a de sens que lorsqu'il y a un projet scientifique de concert avec les unités concernées. En ce qui concerne les questions d'évaluation, on attend les









#### NOUVELLES DU CNRS

décrets de mise en place de l'AERES. Dans un premier temps, l'agence devrait de toute façon déléguer l'organisation des CEs au CNRS pour les unités associées, donc il n'y a pas de changement au moins pour 2007 en ce qui concerne l'évaluation des laboratoires dépendant de 01, qui fonctionne plutôt bien.

- Approbation de reconstitutions de carrière.
- Evaluation biennale des chercheurs et quadriennale des unités.

**Unités**: PPS, IRMA, Chambéry, Logique (P7), Institut Fourier, LMC, Mathdoc, Dijon, Montpellier, UMPA, Bordeaux, Toulouse, Pau, CMLS, CMAPX, avis favorable.

Institut Camille Jordan: à revoir à la session d'automne.

FR Angers-Nantes (création) avis favorable.

GDR MOMAS (mi-parcours) avis favorable.

CREA, changement directeur, ne se prononce pas.

Cas particuliers: la section donne un avis favorable aux diverses demandes présentées (notamment de détachement). Elle rappelle cependant que pour faciliter le travail des rapporteurs, il est important de joindre à toute demande une version à jour de son CV et un bref compte-rendu de l'activité récente, ainsi qu'un exposé des motivations (notamment scientifiques!) de la demande. Enfin, il importe de faire ces demandes dans un délai raisonnable avant les sessions (dont les dates sont publiques), pour éviter la désagréable impression de fait accompli. Les mêmes règles de bon sens valent également pour les demandes de type « renouvellement ».

#### 2. Concours 2006, session d'admissibilité.

**Présents**: Laumon, André, Baladi, Cellier, Trouve, Sabbah, Nier, Welschinger, Planchon, Jouve, Comets, Esteban, Franjou, Fougères, Sorger, Beffara (à l'exception du concours 01/04).

Le concours 2006 a vu des effectifs en augmentation sur le concours CR, où la limite d'âge a été supprimée. Il y avait environ 80 candidats au concours 01/01 (6 postes de DR), une trentaine au concours 01/02 (1 poste de DR fléché thématiquement), une cinquantaine au concours 01/03 (2 postes de CR1), environ 260 au concours 01/04 (11 postes de CR2) et une cinquantaine au concours 01/05 (1 poste de CR2 fléché thématiquement, pour affectation dans un laboratoire de la section 07). La pression est donc considérable à tous les niveaux et le jury s'est efforcé de constituer des listes respectant l'intégralité des critères qu'il s'était fixé. Les nombreuses thématiques présentes dans les listes finales reflète la qualité et la diversité des mathématiques françaises, et à travers les candidats étrangers d'excellent niveau, l'attractivité du CNRS en mathématiques par delà les frontières. D'un point de vue organisationnel, la généralisation des dossiers électroniques







"matapli81" — 2006/12/7 — 17:15 — page 17 — #17



#### **NOUVELLES DU CNRS**

est, du point de vue du jury, bienvenue et à encourager vivement : un dossier électronique complet permet au candidat de faire connaître l'intégralité de son dossier à tous les membres du jury, contrairement au dossier papier dont la quasitotalité des pièces ne seront consultées que par les rapporteurs. En ce qui concerne le concours CR, les candidats sont vivement encouragés à joindre au dossier les rapports de thèse, lorsqu'ils en disposent, par exemple dans la rubrique « documents divers » : en effet, en mathématiques, le rapport de soutenance apporte peu d'information, contrairement à la pratique d'autres disciplines. Enfin, candidater sur l'un ou l'autre des concours fléchés ne doit pas dissuader de concourir sur le concours général correspondant, bien au contraire (ce point s'applique au niveau CR et DR).

par F. PLANCHON



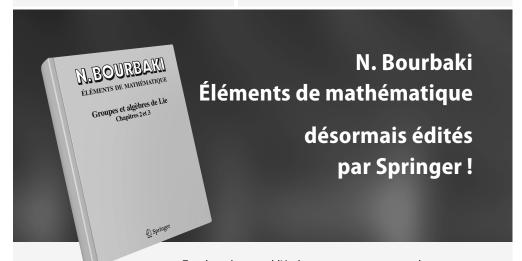








# springer.com



Prix spécial pour l'ensemble des 25 volumes\* ▶ € 949

Pour plus d'informations consultez springer.com

Tous les volumes publiés de cette œuvre monumentale seront enfin de nouveau disponibles. Publiés pour la première fois entre 1939 et 1998, bon nombre d'entre eux étaient épuisés depuis des

L'objet de ce traité est une présentation rigoureuse, systématique et sans prérequis des mathématiques depuis leurs fondements. Ouvrage de référence, ce traité a sa place dans la bibliothèque de tout mathématicien. Il est divisé en Livres et chaque Livre en Chapitres. Les Livres actuellement publiés sont les suivants:

- 1. Théorie des ensembles
- 2. Algèbre
- 3. Topologie générale
- 4. Fonctions d'une variable réelle 9. Groupes et algèbres de Lie
- 5. Espaces vectoriels topologiques
- 6. Intégration
- 7. Algèbre commutative
- 8. Variétés différentielles et analytiques
- 10. Théories spectrales

L'ensemble - à l'exception d'Algèbre Chapitre 8 qui paraîtra dans une nouvelle édition en 2007 - est publié en 26 volumes brochés, disponibles séparément.

Prix spécial pour l'ensemble des 25 volumes\* ISBN 3-540-38358-1 ▶ €949

\*comprenant tous les volumes publiés à l'exception de : Algèbre Chapitre 8 (2° éd. à paraître en 2007) et Éléments d'histoire des mathématiques

Pour commander, contactez votre libraire ou à défaut ▶ par courrier : Springer Distribution Center • Haberstr. 7 69126 Heidelberg, Allemagne ➤ Tél.: 00800 777 46 437 n° vert gratuit ➤ Fax: +49 (0) 6221 - 345 - 4229 ▶ Email: SDC-bookorder@springer.com • Prix TTC en France. Pour les autres pays, la TVA locale est applicable.

Les prix indiqués et autres détails sont susceptibles d'être modifiés sans avis préalable.

012628x











# Les mathématiques arabes entre théories et applications - VIII<sup>e</sup> -XV<sup>e</sup> siècles

par Ahmed DJEBBAR

Université des Sciences et des Technologies de Lille

# Introduction

Les activités mathématiques arabes (c'est-à-dire, tout ce qui a été pensé, enseigné, écrit, publié et diffusé en langue arabe, dans l'un des nombreux foyers scientifiques des pays d'Islam, depuis la fin du VIII<sup>e</sup> siècle jusqu'à la fin du XVI<sup>e</sup> siècle) ont eu de nombreuses orientations que l'on peut regrouper en deux grands domaines. En premier lieu, un ensemble de démarches et de résultats théoriques s'inscrivant dans le prolongement de la tradition mathématique grecque; en second lieu, un vaste champ d'application où les outils qui interviennent ont été soit empruntés, directement ou indirectement, aux traditions indiennes et mésopotamiennes pour l'essentiel, soit élaborés sur place, en réponse à des demandes précises.

Dans la présentation qui va suivre, nous commencerons par évoquer le contexte de l'apparition, au Proche Orient, d'une nouvelle tradition mathématique puis nous traiterons les éléments significatifs de ses premiers développements avant d'exposer les aspects appliqués puis théoriques de ses grandes orientations. Mais avant cela, il est nécessaire de faire deux remarques qui pourraient aider à comprendre les spécificités de cette tradition scientifique.

La première a trait à l'étendue de l'empire musulman et à la diversité des sociétés qui y vivaient. Dès la fin des conquêtes, des villes éloignées entre elles de milliers de kilomètres ont commencé à se développer et, parfois, à sortir de terre sous l'effet de la captation des richesses du nouvel espace économique. Elles vont devenir, après quelques décennies, des foyers culturels et scientifiques dynamiques. Au cours de la première période de la civilisation arabo-musulmane, c'est bien sûr le Croissant Fertile, avec Damas et, surtout, Bagdad qui va être le berceau des premières activités scientifiques. Mais, à partir de la fin du IX<sup>e</sup> siècle, des villes comme Samarkand en Asie, Kairouan au Maghreb et Cordoue en Espagne vont être des lieux d'enseignement ou d'application d'un savoir et d'un savoir-faire mathématiques empruntés aux foyers du centre de l'empire ou produits localement. <sup>1</sup>





<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>A. Djebbar: *Une histoire de la science arabe*, Paris, Editions du Seuil, 2001, pp. 59-107.







La seconde remarque concerne le contenu des mathématiques produites et utilisées en pays d'Islam. Dans la première phase, il s'agit d'un héritage hétéroclite dont les éléments ont été souvent juxtaposés sans souci de tri ou de décantation. Puis, dans une seconde phase, une tendance à la synthèse a commencé à se dégager. Il en a découlé une pratique mathématique non cloisonnée dans la mesure où y ont cohabité les éléments caractéristiques des deux grandes traditions antérieures à l'avènement de l'Islam : celle des mathématiciens grecs, essentiellement hypothético-déductive et celle de la Mésopotamie, de l'Inde et, dans une moindre mesure, de la Chine, à travers les seules démarches algorithmiques.<sup>2</sup>

# Les premières pratiques mathématiques

Les sources connues ne signalent pas d'enseignement ou de publication d'ouvrages mathématiques au cours de la période qui s'étend de 622, première année du calendrier musulman, à 773, date à laquelle serait arrivée à Bagdad, nouvelle capitale de l'empire, une copie d'un ouvrage astronomique indien. Mais plusieurs témoignages nous permettent d'affirmer que, au cours de ce siècle et demi, les sociétés de l'époque avaient à leur disposition tout un savoir-faire mathématique qui leur a permis de résoudre les problèmes qu'ils se posaient dans leur vie quotidienne. Il s'agit, essentiellement, de connaissances et de procédures se rattachant à deux grands domaines classiques.

Il y avait d'abord les connaissances géométriques qui permettaient de maîtriser les pratiques de mesurage et de tracé de figures décoratives. Le savoir de base à l'œuvre dans ce domaine était constitué de règles permettant de déterminer les aires des figures planes les plus courantes et les volumes d'un certain nombre de solides. Il comprenait aussi les procédures pour connaître, d'une manière exacte ou approchée, les éléments de chaque figure du plan ou de l'espace à partir de la connaissance d'autres éléments. On y trouvait enfin des méthodes pour réaliser de nouvelles figures à partir d'autres, pour décomposer des figures données en d'autres ou pour découper des portions de figures selon des rapports donnés³. Des éléments importants de ces pratiques nous ont été conservés dans des chapitres ou des ouvrages de géométrie appliquée qui portent les titres de « Livre du mesurage » ou « Livre de la division des figures ». Parmi les métiers qui « consommaient » ce type de géométrie, il y avait ceux des arpenteurs, des architectes, des





<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>A. Djebbar: Pratiques savantes et savoirs traditionnels en pays d'Islam: l'exemple des sciences exactes, Actes du Colloque International sur « Science and Tradition: Roots and wings for Development », (Académie Royale des Sciences d'Outre Mer & UNESCO, Bruxelles, 5-6 avril 2001), Bruxelles, 2001, pp. 62-86.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>A. Djebbar : *Le raisonnement géométrique dans la tradition mathématique arabe (IX<sup>e</sup> -XV<sup>e</sup> s.).* Actes du colloque international sur *Le raisonnement géométrique, enseignement et apprentissage* (Marrakech, 28-30 mai 1997), Marrakech, Imprimerie Walili, 1998, pp. 89-121.







décorateurs, des spécialistes des héritages et même parfois celui des collecteurs d'impôts.

La seconde discipline mathématique qui était pratiquée à grande échelle était la « science du calcul » comme on la désignera plus tard. A ce stade, elle comprenait des systèmes de numération (écrits, mentaux ou instrumentaux) et des algorithmes de calcul (addition, multiplication, division, soustraction, racine carrée). Il s'agissait d'un savoir-faire qui était transmis oralement ou par initiation directe. Il faut signaler que, malgré le développement des mathématiques « savantes », à partir du IX<sup>e</sup> siècle, ces pratiques calculatoires n'ont pas disparu. Elles ont été récupérées et ont été distinguées du nouveau savoir issu des traductions. Elles ont ainsi été connues sous les appellations de *calcul arabe, byzantin* ou *mental* avant d'être regroupées sous le titre de *calcul ouvert*.

Nous n'avons pas d'éléments nous permettant de déterminer, d'une manière fiable, toutes les sources de ce savoir-faire. L'une d'entre elles serait constituée de vestige du savoir savant qu'avaient produit les traditions scientifiques préislamiques de la région, c'est-à-dire celles de l'Egypte pharaonique, de Mésopotamie et de Grèce. C'est, semble-t-il le cas des opérations arithmétiques classiques, du procédé de l'inverse<sup>4</sup> et de la méthode de fausses positions, toutes deux permettant de trouver l'inconnue d'un problème de type linéaire<sup>5</sup>. En géométrie, c'est le cas d'une méthode, dite « des surfaces », utilisée par les spécialistes de la répartition des héritages<sup>6</sup>. Cela dit, les études comparatives nous autorisent à dire, cette fois avec une quasi certitude, que des algorithmes devenus courants dans la tradition arabe étaient utilisés, et selon les mêmes démarches, dans des civilisations antérieures. C'est en particulier le cas du procédé de résolution de toute une catégorie de problèmes que l'on exprimerait aujourd'hui à l'aide d'équations du second degré. La comparaison de la structure interne de ce type de problèmes ainsi que la terminologie qui y est utilisée révèlent des liens avec les procédures appliquées dans les mathématiques mésopotamiennes, indiennes et chinoises qui nous sont parvenues<sup>7</sup>.

La prédominance des mathématiques appliquées dans la première phase de l'histoire des sociétés islamiques ne signifie pas bien sûr absence de toute activité « savante ». Même s'ils sont rares, des témoignages concordants nous permettent



<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Elle consiste à partir de la dernière opération énoncée dans le problème et à remonter, jusqu'à la donnée initiale, par une succession d'opérations arithmétiques élémentaires.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>La méthode de fausse position consiste à prendre un nombre au hasard et à vérifier s'il est solution du problème. S'il ne l'est pas, ce qui est le cas en général, on refait l'opération avec un second nombre pris au hasard. Si, de nouveau, il n'est pas solution du problème, alors on introduit ces deux nombres pris au hasard dans une formule connue. Le résultat des calculs par cette formule donne la solution exacte du problème.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>La méthode consiste à représenter géométriquement, sous forme de carrés et de rectangles, les données du problème et l'inconnue cherchée.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>A. Djebbar : L'Algèbre arabe, genèse d'un art, Paris, Vuibert-Adapt, 2005.







de dire que des ouvrages anciens circulaient déjà dans les milieux cultivés de l'époque, en particulier à Alexandrie et dans des villes ou des monastères du Croissant Fertile. C'est le cas des *Eléments* d'Euclide à travers une version syriaque<sup>8</sup>, de deux épîtres sur l'astrolabe, celle du grec Jean Philopon (1<sup>re</sup> moitié du VI<sup>e</sup> s.) et celle du syriaque Sévère Sébokht (m. vers 667) <sup>9</sup>.

Nos sources ne fournissent pas de titres d'ouvrages indiens qui auraient atteint les rivages de la Méditerranée avant l'avènement de l'Islam. Mais nous savons aujourd'hui qu'une partie du savoir théorique de ces livres (qui portent le titre générique de *Siddhanta*) était connue par des membres de l'élite syriaque. Ainsi, les notions nouvelles de *système décimal positionnel* (avec le fameux zéro), de *sinus* et de *sinus verse* (complément du cosinus) avaient déjà circulé et certaines d'entre elles commençaient à être utilisées. Ce n'est que vers la fin du VIII<sup>e</sup> siècle, et sous l'impulsion du calife abbasside al-Mansûr (754-775), que des initiatives ont été prises en faveur de l'arabisation du patrimoine mathématique ancien. Parmi les premiers ouvrages traduits, certains étaient plutôt théoriques, comme les *Eléments* d'Euclide et l'*Introduction arithmétique* de Nicomaque (II<sup>e</sup> s). Ce fonds (exclusivement grec d'ailleurs) sera enrichi tout au long du IX<sup>e</sup> siècle par la traduction de *La Mesure du cercle*, de *La Sphère et le cylindre* d'Archimède (m. 212 av. J.C.), des *Coniques* d'Apollonius (III<sup>e</sup> s. av. J.C.), des *Sphériques* de Ménélaüs (II<sup>e</sup> s.) et des *Arithmétiques* de Diophante (III<sup>e</sup> s.).

D'autres ouvrages contenaient des outils prêts à l'utilisation pour résoudre des problèmes concrets, comme le *Siddhanta* qui aurait été traduit en 773 sur recommandation du calife lui-même. Le contenu de la troisième catégorie d'écrits traduits était de type mixte, comme l'*Almageste* de Ptolémée (II<sup>e</sup> s) qui deviendra l'outil par excellence des astronomes arabes d'Orient et d'Occident, même si ses aspects théoriques, en particulier ses modèles planétaires, vont être soumis à une critique en règle dès le début du XI<sup>e</sup> siècle.

# Les mathématiques arabes à partir du IX<sup>e</sup> siècle

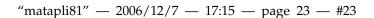
En dehors de l'arithmétique et de la géométrie théorique, deux disciplines d'origine exclusivement grecque où triomphe la démarche hypothético-déductive, les autres domaines mathématiques arabes se sont constitués en empruntant et en développant des démarches à la fois déductives et algorithmiques. Ils ont permis ainsi de briser le cloisonnement et la hiérarchie qui existaient entre ces deux manières de pratiquer les mathématiques. De plus, par la nature des problèmes





<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>C. Baudoux : *La version syriaque des « Eléments » d'Euclide.* In Deuxième Congrès National des Sciences, Bruxelles I, 1935, p. 75.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>J. Philopon: *Traité de l'astrolabe*, A. P. Segonds (édit.), Paris, Astrolabica 2, 1981; S. Sébokht: Le traité sur l'astrolabe plan de Sévère Sabokt, F. Nau (trad.), *Journal Asiatique*, 9<sup>e</sup> série, nº 13 (1899), pp. 56-101 et 238-303.







qui ont préoccupé et motivé les premiers scientifiques (astronomes, physiciens, calculateurs), les domaines d'application du savoir ancien et des nouvelles contributions ont acquis une place importante dans l'élaboration du savoir mathématique de cette civilisation. Il nous a donc semblé naturel de séparer, dans la présentation qui suit, et dans la mesure du possible, les aspects appliqués et les aspects théoriques en commençant par les premiers.

# Les mathématiques appliquées

#### La géométrie de la mesure :

Dans le prolongement des activités de mesurage du premier siècle, un enseignement des outils de cette discipline s'est mis en place et des chapitres ou même des ouvrages lui ont été consacrés. L'un des premiers mathématiciens qui a écrit sur le sujet est al-Khwârizmî (m. 850). Il a introduit, dans son livre d'algèbre, un chapitre consacré aux figures rectilignes et circulaires élémentaires qui s'achève par la résolution de problèmes géométriques exprimés sous forme d'équations du premier et du second degré. Cette orientation sera suivie par d'autres auteurs au Xe et au XIe siècle. C'est le cas, pour l'Orient, d'Abû Kâmil (m. 930) dans son *Livre* du mesurage des terrains et d'al-Karajî (m. 1029) dans son Livre suffisant en calcul. Pour l'Occident musulman il nous est parvenu deux écrits andalous de la même veine, l'Epître sur le mesurage d'Ibn cAbdûn (Xe s.) et le Liber mensurationum d'Abû Bakr, qui pourrait être du XI<sup>e</sup> siècle et dont on n'a que la traduction latine réalisée au XIIe siècle à Tolède. A côté de ces manuels qui ont intégré, à un degré ou un autre, les premiers outils de l'algèbre pour traiter les problèmes de mesurage, il nous est parvenu des dizaines d'écrits élémentaires qui se limitaient à l'exposé des rudiments des figures géométriques planes ou solides, sans démonstrations, et accompagnés, parfois, de problèmes d'application. Certains, qui étaient destinés à la formation de base en géométrie, se contentaient de présenter les figures planes et solides selon une classification qui variait peu d'un manuel à un autre : les triangles, les quadrilatères, les trapèzes, les figures circulaires, les parallélépipèdes, les pyramides. D'autres s'adressaient à des professionnels qui exerçaient des métiers où une connaissance minimale du savoir géométrique était requise. C'est le cas des ouvrages renfermant des techniques de division des figures qui intéressaient les spécialistes de la répartition des héritages dont une des activités étaient partager des champs ou des terrains, soit selon le vœux du propriétaire défunt soit selon les règles de succession édictées par le droit musul $man^{10}$ .

A un niveau supérieur, et dans le cadre de préoccupations professionnelles ciblées,





<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>A. Djebbar : L'épître sur le mesurage d'Ibn <sup>c</sup>Abdûn, un témoin des pratiques antérieures à la tradition algébrique arabe, *Suhayl, Journal for the History of the Exact and Natural Sciences in Islamic Civilisation*, Barcelone, 2005, Volume 5, partie arabe, pp. 7-68.







des mathématiciens chevronnés ont écrit des chapitres ou des ouvrages censés répondre aux besoins de certains métiers comme ceux des architectes et des décorateurs. Parmi les traités qui nous sont parvenus il y a le *Livre de ce qui est nécessaire aux artisans en constructions géométriques* d'Abû l-Wafâ' (m. 997) qui s'adressait aux spécialistes des mosaïques<sup>11</sup>, ainsi que les écrits d'Ibn Sahl (X<sup>e</sup> s.) et d'Ibn al-Haytham (m. 1041) sur la géométrie des miroirs ardents<sup>12</sup>. Il y a également les deux importants ouvrages d'al-Bîrûnî (m. 1048) et d'al-Murrâkushî (XIII<sup>e</sup> s.) qui décrivent les principes et les utilisations d'un grand nombre d'instruments astronomiques <sup>13</sup>. L'un des derniers en date de cette catégorie est *La clé du cal-cul* d'al-Khâshî (m. 1429) qui consacre un chapitre important à la conception des ogives, des coupoles et des décorations sous forme de stalactites (*muqarnas*)<sup>14</sup>.

#### L'algèbre

Le livre abrégé du calcul par la restauration et la comparaison d'al-Khwârizmî (m. 850) est considéré par les mathématiciens arabes eux-mêmes, et depuis le X<sup>e</sup> siècle, comme étant le premier livre d'algèbre et celui qui annonce la naissance d'une nouvelle discipline<sup>15</sup>. Mais nous savons aujourd'hui qu'à l'époque de sa publication, que l'on situe dans les années 20 du IX<sup>e</sup> siècle<sup>16</sup>, un second livre, celui d'Ibn Turk, ayant un contenu semblable, circulait parmi les membres de la communauté scientifique<sup>17</sup>.

Dans sa structure interne et dans son contenu, le livre d'al-Khwârizmî se présente comme un ouvrage théorique et pratique à la fois. En plus de l'introduction qui expose les raisons qui ont amené son auteur à le rédiger, l'ouvrage est constitué de deux grandes parties. Dans la première, l'auteur définit d'abord les objets de l'algèbre, c'est à dire les nombres, l'inconnue et le carré de l'inconnue. Puis il présente les outils de résolution des problèmes : les équations au nombre de six, les algorithmes de leur résolution et les différentes opérations qui permettent de manipuler les expressions algébriques exprimant un problème, jusqu'à aboutir à une de ces six équations « canoniques ». Cette partie « théorique » contient surtout, et pour la première fois dans un texte mathématique traitant de problèmes de ce type, les démonstrations géométriques prouvant, pour chacune des trois



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Abû l-Wafâ' : Livre de ce qui est nécessaire à l'artisan en constructions géométriques, S. A. Al-cAli (édit.), Bagdad, Imprimerie de l'Université de Bagdad, 1979.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>R. Rashed: Géométrie et Dioptrique au X<sup>e</sup> siècle. Ibn Sahl, al-Quhî et Ibn al-Haytham, Paris, Les Belles Lettres, 1993; M. Nazif: Al-Hasan Ibn al-Haytham, ses recherches et ses découvertes en optique, Le Caire, vol. Let II. 1942-43.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Al-Bîrûnî: Le livre exhaustif sur les formes possibles de réalisation de l'astrolabe, Ms. Leiden, Or. 591/4<sup>e</sup>; J. J. Sédillot: *Traité des instruments astronomiques des Arabes*, Paris, 1834-35, vol. 1-2.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>A.S. Damirdash & M.H. Al-Hafni: La clé du calcul, Le Caire, 1967, pp. 176-188.

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup>A. M. Mashrafa & M. Mursi Ahmad : *Le livre d'algèbre d'al-Khwârizmî*, Le Caire, 1968.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup>Parce que le livre est dédié au calife abbasside al-Ma'mûn (813-833).

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup>A. Sayili: Logical necessities in mixed equations by <sup>c</sup>Abd al-Hamîd Ibn Turk and the algebra of his time, Ankara, 1962.







équations du « second degré », l'existence de leurs solutions positives.

La seconde partie de l'ouvrage est celle des applications des objets et des outils présentés dans la première. L'auteur résout d'abord une quarantaine de problèmes qui sont en fait des exercices pour familiariser le lecteur à l'utilisation de l'algèbre. Puis, il consacre la dernière partie de son livre, la plus volumineuse, à la résolution de problèmes de la vie de tous les jours : transactions commerciales, arpentage et, surtout, répartition des héritages.

Après la publication de l'ouvrage d'al-Khwârizmî, les activités algébriques en pays d'Islam vont connaître un long processus de développement quantitatif et d'orientations nouvelles plus ou moins fécondes, processus qui s'achèvera à la fin du XIII<sup>e</sup> siècle et qui aboutira à l'extension du domaine théorique de cette nouvelle discipline, à l'élargissement de son champ d'application et à son autonomisation vis-à-vis du calcul et de la géométrie, deux disciplines ayant toujours eu le statut de « sciences » alors que l'algèbre a été longtemps considérée comme un « art ».

Le mathématicien égyptien Abû Kâmil a été l'artisan des premiers progrès dans ce domaine avec l'intervention systématique des nombres réels positifs dans la résolution des équations (à la fois comme coefficients et comme racines) et un début d'extension des opérations arithmétiques aux inconnues et aux monômes. Ces initiatives prises dans un contexte de développement d'autres disciplines scientifiques, comme l'astronomie et la physique (en particulier l'optique), vont favoriser le développement de nouvelles recherches : étude des polynômes de degré quelconque pour eux-mêmes et non pas seulement en tant qu'éléments intervenant dans des équations, premières investigations dans le domaine de l'analyse indéterminée, tentatives de résolution, à l'aide de formules, d'équations du 3<sup>e</sup> et du 4<sup>e</sup> degré. C'est d'ailleurs l'échec de certaines de ces tentatives qui vont, progressivement, orienter les mathématiciens des Xe -XIe siècles à introduire des outils géométriques dans la recherche des solutions positives de ces équations. Cela a ouvert la voie à l'élaboration d'une théorie complète des équations cubiques faisant intervenir les coniques (essentiellement les cercles, les paraboles et les hyperboles). C'est al-Khayyâm (m. 1137) qui réalisera cette tâche et Sharaf ad-Dîn at-Tûsî (m. 1213) qui perfectionnera la démarche<sup>18</sup>. C'est, semble-t-il, ce même échec qui a favorisé la recherche de méthodes numériques, relativement sophistiquées, pour obtenir des valeurs exactes ou approchées des solutions des équations de degré quelconque cette fois. Parmi les mathématiciens qui ont contribué à l'élaboration de ces techniques, il y a eu Ibn Labbân (X<sup>e</sup> s.), al-Bîrûnî, at-Tûsî et al-Kâshî pour ne citer que les plus importants.

Parallèlement à ces progrès, on observe des tentatives non coordonnées en vue de limiter puis d'éviter l'intervention de la géométrie dans les démonstrations





<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> A. Djebbar & R. Rashed : *L'œuvre algébrique d'al-Khayyâm,* Alep, Institut for the History of Arabic Sciences, 1981; R. Rashed : *Entre Arithmétique et Algèbre,* Paris, Les Belles Lettres, 1984, pp. 147-193.







intervenant en algèbre. Les prémisses de cette démarche se lisent déjà dans le Livre complet en algèbre d'Abû Kâmil et dans le Fakhrî d'al-Karajî. On ne sait pas si cette orientation a été poursuivie et approfondie par des algébristes d'Orient et de l'Espagne musulmane. Au Maghreb, un auteur est allé plus loin que ses prédécesseurs connus. Il s'agit d'Ibn al-Bannâ (m. 1321) qui a introduit dans deux de ses ouvrages, le Lever du voile sur les opérations du calcul et le Livre des fondements et des prémisses en algèbre, des démonstrations sans référence au support géométrique habituel, dans la mesure où les objets intervenant dans la justification sont des nombres quelconques, des inconnues et des carrés d'inconnues. Il faut enfin signaler un dernier apport dans le cadre de la tradition algébrique arabe, celui du symbolisme. Sa première manifestation connue apparaît avec l'utilisation de tableaux dans la manipulation des polynômes : dans le Livre flamboyant en algèbre, as-Samaw'al (m. 1175) associe une colonne à chaque monôme et à chaque fraction de monôme. Nous dirions aujourd'hui qu'il assigne à  $x^o$  une colonne centrale, à  $x^n$  (n > 0) la n<sup>ième</sup> colonne de gauche et à  $x^{-n}$  la n<sup>ième</sup> colonne de droite. A partir de là, il peut exprimer n'importe quel polynôme en inscrivant uniquement les coefficients de ses monômes dans les colonnes correspondantes. Il peut aussi y inscrire deux polynômes l'un sous l'autre et procéder à toutes les opérations arithmétiques classiques (addition, soustraction, multiplication, division et même racine carré), en se contentant de manipuler les coefficients<sup>19</sup>. Mais à partir du XIIe siècle, on voit apparaître, dans des écrits mathématiques du Maghreb, un autre type de symbolisme, celui qui utilise des lettres. Personne, parmi ses utilisateurs, n'en revendique la paternité et ne donne des indications sur son origine. Il semble que son élaboration ait été précédée par celle du symbolisme arithmétique permettant d'exprimer tous les types de fractions utilisées dans les transactions commerciales ainsi que les racines carrées ou bicarrées de nombres entiers ou fractionnaires. Ces deux symbolismes ont servi à la fois pour écrire des expressions arithmétiques ou algébriques et pour effectuer toutes les opérations qui permettaient de résoudre un problème donné. C'est ce que confirme le contenu de nombreux manuels publiés entre le XIIe et le XVe siècle, en particulier ceux d'Ibn Qunfudh (m. 1407), d'al-Qalasâdî (m. 1486) et, surtout, d'Ibn Ghâzî (m. 1513). Ce dernier expose même un problème dont toutes les étapes de la résolution sont écrites à l'aide de symboles<sup>20</sup>.

# La Trigonométrie

La phase arabe de la trigonométrie commence par l'emprunt de quelques notions et techniques qui intervenaient dans l'astronomie savante avant l'avènement de





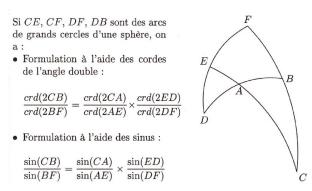
<sup>&</sup>lt;sup>19</sup>As-Samaw'al : *Le livre flamboyant en algèbre*, S. Ahmad & R. Rashed (édit.), Damas, Imprimerie de l'Université de Damas, 1972.

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup>A. Djebbar: Enseignement et Recherche mathématiques dans le Maghreb des XIII<sup>e</sup> –XIV<sup>e</sup> siècles, Paris, Université Paris-Sud, Publications Mathématiques d'Orsay, 1980, nº 81-02, pp. 41-54.





l'Islam. La tradition grecque fournira la notion de *corde de l'angle double*, qui est à l'œuvre dans les chapitres techniques de l'*Almageste* de Ptolémée, ainsi que le *théorème de la figure sécante* qui est établi par Ménélaüs dans ses *Sphériques* et qui est l'outil par excellence pour le calcul d'un élément inconnu dans un triangle sphérique en fonction des éléments connus de ce même triangle.



Théorème de Ménélaüs

Comme nous l'avions déjà dit, la tradition indienne avait apporté les notions de sinus et de sinus verse. A partir de ces premiers éléments, et en réponse aux besoins des astronomes, de nouvelles notions et des outils de plus en plus performants vont être élaborés dès le IXe siècle. Parmi les facteurs qui ont favorisé la constitution de ce chapitre nouveau, il y avait les commandes de l'état qui consistaient en un programme de mesures (latitudes et longitudes pour la réalisation des cartes, équations exprimant les mouvements des planètes visibles, etc.). Il y avait aussi une attente provenant de la sphère cultuelle et qui concernait la résolution des trois problèmes de la pratique religieuse musulmane : les moments des cinq prières quotidiennes, l'orientation des mosquées à partir de n'importe quelle endroit du vaste empire et la fixation de la fin de chaque mois lunaire pour la confection des calendriers. Sur le plan technologique, la trigonométrie a été rapidement sollicitée dans la conception et l'utilisation des instruments astronomiques (astrolabes, cadrans solaires, etc.). Toutes les activités qui viennent d'être mentionnées comprennent une partie théorique (où interviennent des résultats et des démarches mathématiques) et une partie calculatoire qui aboutit à la réalisation de tables que l'on appelait « zîjs ». En plus des tables qui fournissaient des réponses aux questions posées par le tout venant des utilisateurs, il y avait celles qui étaient destinées aux « spécialistes » (astronomes et mathématiciens) et qui contenaient les valeurs des lignes trigonométriques et celles de certaines fonctions en usage dans l'étude des mouvements des planètes<sup>21</sup>.





 $<sup>^{21}</sup>$ E.S. Kennedy: Late medieval planetary theory, *Isis*, 1966, vol. 57, 3,  $n^o$  189, pp. 365-378; D.A. King: Ibn Yûnus very useful tables for reckoning time by the sun, *Archives for the History of Exact* 



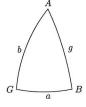


C'est à partir du premier tiers du IX<sup>e</sup> siècle que les astronomes réalisent la synthèse des deux traditions grecque et indienne, en l'enrichissant de nouvelles notions, comme la tangente, la cotangente, la sécante et la cosécante pour lesquelles ils dresseront aussi des tables<sup>22</sup>. C'est ce que feront, en particulier, Habash (X<sup>e</sup> s.) et al-Battânî (m. 929) <sup>23</sup>. Dans la première moitié du X<sup>e</sup> siècle on ira plus loin en établissant, entre les six grandeurs trigonométriques, un ensemble de relations qui vont devenir des formules d'usage courant, et on démontrera de nouveaux théorèmes et en particulier le plus important d'entre eux, qui n'est autre que la version sphérique du *« théorème du sinus »*. Il a été appelé le *« théorème qui dispense »* parce qu'il *« dispensait »* les calculateurs d'utiliser le fameux théorème de Ménélaüs dont la manipulation nécessitait plus d'opérations<sup>24</sup>. D'ailleurs, avec le nouvel outil, la confection des différentes tables utilisées par les astronomes demandait deux fois moins de temps.

Ce théorème a été l'aboutissement d'un long travail collectif mené d'une manière non coordonnée à la fois à Bagdad et dans des foyers scientifiques d'Asie Centrale. Les artisans orientaux de ce progrès significatif sont Abû l-Wafâ', Ibn 'Irâq et al-Bîrûnî. On retrouvera ce résultat et tous les outils trigonométriques qui l'accompagnent, à peu près à la même époque dans un ouvrage andalou, le *Livre des arcs inconnus de la sphère* d'al-Jayyânî (XI<sup>e</sup> s.) et, un peu plus tard chez un autre astronome de la même région, Jâbir Ibn Aflah<sup>25</sup>.

Si a, b, g sont des arcs de grands cercles et A, B, G, respectivement leurs angles opposés, on a :

$$\frac{\sin(a)}{\sin(A)} = \frac{\sin(b)}{\sin(B)} = \frac{\sin(g)}{\sin(G)}$$



Théorème du sinus

Pendant toute cette période, l'élaboration des outils trigonométriques s'est faite dans le cadre des activités de l'astronomie et en réponse, presque exclusive, aux problèmes posés par les spécialistes de cette discipline. Mais, à partir du milieu du XI<sup>e</sup> siècle, des auteurs ont ressenti le besoin de rassembler ces outils dans des

Sciences, vol.10,  $n^o$  3-5, 1973, pp. 342-394; A. P. Youschkevitch : Les mathématiques arabes (VIII $^e$ -XV $^e$  siècles), Paris, Vrin, 1976, pp. 141-150.



<sup>&</sup>lt;sup>22</sup>A. Djebbar : *La phase arabe de l'histoire de la trigonométrie*, Actes du colloque *« Les instruments scienti-fiques dans le patrimoine : quelles mathématiques ? »* (Rouen, 6-8 avril 2001), Paris, Editions Ellipse, 2004, pp. 415-435.

pp. 415-435.

<sup>23</sup>C.A. Nallino: Al-Battânî sive Albatenii opus astronomicum, Milan, 1899-1907.

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup>M. Th. Debarnot : *La trigonométrie sphérique chez les Arabes de l'Est à la fin du X<sup>e</sup> siècle,* Damas, Institut Français de Damas, 1985.

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup>M. V. Villuendas: *La trigonometria europea en el siglo XI*, Barcelona, 1979; R. P. Lorch: The astronomy of Jâbir Ibn Aflah, *Centaurus*, 1975, vol.19, n° 2, pp. 85-107.







chapitres indépendants. C'est ce qu'a fait Ibn cIrâq dans son *Epître sur les arcs de la sphère* et Abû I-Wafâ' dans son *Livre de l'Almageste*. Ces initiatives seront suivies par la publication d'ouvrages entiers exposant les objets et les outils de la nouvelle discipline ainsi que la manière de les utiliser pour résoudre de nombreux problèmes astronomiques. Quatre écrits de ce type nous sont parvenus : les *Clés de l'astronomie* d'al-Bîrûnî, un traité anonyme de la même époque, le livre d'al-Jayyânî déjà évoqué et, surtout, le *Livre de la figure sécante* de Nasîr ad-Dîn at-Tûsî (m. 1274)<sup>26</sup>.

#### La combinatoire

Les premières manipulations simples de nature combinatoire sont apparues en astrologie, avec la détermination du nombre de conjonctions des sept planètes visibles et avec la construction de carrés magiques<sup>27</sup>. Puis, après la constitution de l'empire musulman et la promotion de la langue arabe comme instrument de la nouvelle religion et du nouveau pouvoir, la nécessité s'est naturellement imposée d'étudier les structures lexicales, morphologiques et grammaticales de cette langue ainsi que les structures rythmiques de la poésie. C'est à la fin du VIIIe siècle que le linguiste al-Khalîl Ibn Ahmad (m. 786) a été amené à calculer, probablement par simple énumération, les combinaisons p à p ( $2 \le p \le 5$ ) des 28 lettres de l'alphabet arabe. Après lui, le grammairien Sibawayh (m. 796) a déterminé, sans dire comment il a procédé, le nombre d'arrangements p à p (2  $\leq p \leq 5$ ) de ces mêmes lettres, mais en tenant compte des incompatibilités de prononciation<sup>28</sup>. Il n'y a pas eu, à notre connaissance, de prolongements mathématiques à ces premières tentatives en dehors de la conception d'un instrument (constitué d'un disque central entouré de deux anneaux mobiles) qui permettait d'obtenir toutes les permutations, avec répétitions, d'un mot de n lettres. Il faut attendre le XII<sup>e</sup> siècle pour que la question lexicographique posée au VIII<sup>e</sup> siècle, obtienne une réponse satisfaisante. C'est le mathématicien de Marrakech, Ibn Mun<sup>c</sup>im (m. 1228), qui a exposé, pour la première, la résolution complète de cette question. Dans son livre, intitulé La science du calcul, il consacre un chapitre entier au problème général de la détermination du nombre de mots que peut exprimer une langue donnée. Pour cela, il construit le fameux triangle arithmétique, selon une démarche strictement combinatoire, et il en tire la relation suivante :

$$C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + \dots + C_{p-1}^{p-1}$$

Dans le même chapitre, il établit les formules donnant les permutations avec ou sans répétitions de n lettres données ainsi que les arrangements de n lettres p à p. Il est intéressant de signaler que le modèle qu'il utilise pour construire le triangle



<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> A. Pacha Caratheodory: Traité du quadrilatère, Constantinople, 1891.

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup>Ikhwân as-Safâ': *Epîtres*, Beyrouth, 1957, vol. I, pp.109-113.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup>Ibn Khaldûn: Les Prolégomènes, Beyrouth, Dâr al-kitâb al-lubnânî, 1967, Vol. I, pp. 1250-56.







arithmétique et pour établir les résultats sur les permutations avec répétitions est un modèle concret puisqu'il s'agit des filaments de soie de couleurs différentes avec lesquels on réalisait les tissus de luxe.

Des manuscrits des XIII $^{\rm e}$  -XIV $^{\rm e}$  siècles, exhumés et analysés il y a une vingtaine d'années, montrent que les résultats d'Ibn Mun $^{\rm c}$ im ont eu une postérité. C'est d'abord Ibn al-Bannâ (m. 1321), un autre mathématicien de Marrakech, qui se propose d'améliorer la technique du tableau, utilisée par son prédécesseur pour obtenir les combinaisons de n objets p à p, en établissant la formule arithmétique suivante donnant ces mêmes résultats :

$$C_n^p = \frac{n(n-1)\cdots(n-p+1)}{p(p-1)\cdots 2\cdot 1}$$

C'est également lui qui résout le problème de la détermination de la configuration linéaire la plus petite obtenue à partir de n lettres données et contenant toutes les permutations de ces n lettres. Au XIV<sup>e</sup> siècle, d'autres mathématiciens du Maghreb vont utiliser ou évoquer les résultats obtenus par Ibn Mun<sup>c</sup>im et Ibn al-Bannâ<sup>29</sup>.

Pour la même période, c'est-à-dire celle qui s'étend du XII<sup>e</sup> à la fin du XIII<sup>e</sup> siècle, des mathématiciens d'orient ont également abouti à quelques résultats dans le cadre de la résolution de problème purement mathématiques ou bien à l'occasion de l'étude de questions philosophiques. Dans ce dernier domaine, quelques démarches combinatoires sont apparues dans l'étude de problèmes de logique et de métaphysique. C'est ce qu'a fait Nasîr ad-Dîn at-Tûsî en voulant expliciter certaines réflexion d'Ibn Sînâ (m. 1037), l'Avicenne des Latins : il a été amené à calculer le nombre de combinaisons de n éléments, un à un, deux à deux, . . . n à n. Dans son exposé, il ne se réfère à aucun résultat antérieur. A peu près à la même époque, le physicien et mathématicien al-Fârîsî (m. 1319), voulant déterminer la décomposition d'un entier en produits de nombres premiers, construit, lui aussi, un triangle arithmétique et reconnaît dans chacune de ses cellules le nombre de combinaisons de n objets p à p. Mais, ni lui ni at-Tûsî ne se réfère à la première construction du triangle arithmétique réalisée par al-Karajî pour obtenir les coefficients du binôme. Ils semblent également ne pas avoir entendu parler des résultats obtenus au Maghreb<sup>30</sup>.

# Les mathématiques théoriques

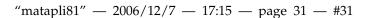
#### La théorie des nombres

L'héritage arithmétique dont a bénéficié la tradition mathématique arabe à ses



<sup>&</sup>lt;sup>29</sup>A. Djebbar : *L'analyse combinatoire au Maghreb : l'exemple d'Ibn Mun<sup>c</sup>im (XII<sup>e</sup> -XIII<sup>e</sup> siècles),* Paris, Publications Mathématiques d'Orsay, nº 85-01, 1985.

<sup>&</sup>lt;sup>30</sup>R. Rashed: Entre arithmétique et algèbre, op. cit., pp. 259-297.







débuts est exclusivement grec. D'une manière précise, il est constitué des Livres VII, VIII et IX des Eléments d'Euclide, de l'Introduction arithmétique de Nicomaque (II<sup>e</sup> s.) et d'une partie des Arithmétiques de Diophante. A partir de cet acquis, une première orientation s'est dessinée avec les recherches de Thâbit Ibn Qurra sur les nombres premiers qui ont abouti à la publication de son Epître sur les nombres amiables<sup>31</sup>. D'autres travaux ont prolongé le contenu de cette épître par des commentaires ou de nouveaux développements. Ceux d'Orient ne nous sont pas parvenus. Pour l'Occident musulman, nous connaissons désormais le chapitre du Livre de la perfection d'al-Mu'taman (m. 1085) qui est consacré à ce thème mais qui ne contient aucun résultat nouveau. C'est dans un ouvrage du XIIe siècle, Le livre complet sur la science du nombre, d'al-Hassâr que nous trouvons un calcul explicite permettant d'obtenir les deux premiers couples de nombres amiables (220, 284) et (17296, 18416), la découverte du second ayant été longtemps attribuée à Fermat (m. 1665)<sup>32</sup>. D'autres recherches sur les nombres premiers ont été réalisées, en particulier celles d'Ibn al-Haytham sur le « problème des restes » et celles d'al-Fârisî que nous avons déjà évoquées et qui ont concerné la décomposition d'un nombre en produit de facteurs.

Après la traduction partielle des *Arithmétiques* de Diophante par Qusta Ibn Lûqâ (m. 910), une double orientation s'est dessinée chez les spécialistes de la théorie des nombres. Certains d'entre eux se sont intéressés à la résolution de systèmes d'équations dans l'ensemble des entiers ou des rationnels. On trouve leurs résultats en particulier dans le *Livre des choses rares en calcul* d'Abû Kâmil et dans le *Fakhrî* d'al-Karajî. D'autres ont étudié les triangles rectangles numériques et les nombres congruents. C'est le cas des mathématiciens des Xe-XIe siècles Abû l-Jûd, al-Khâzin, as-Sijzî et Ibn al-Haytham<sup>33</sup>. Quelques traces de ces recherches se retrouvent dans des ouvrages postérieurs publiés au Maghreb sans que l'on sache si leur origine est orientale ou andalouse.

Un troisième domaine a concerné l'étude des propriétés et des sommes finies de suites numériques. Là aussi il y eut deux orientations bien distinctes. La première, complètement théorique, est partie de l'héritage grec conservé partiellement dans l'*Introduction arithmétique* de Nicomaque. Il s'agit de l'étude des nombres figurés qui sont des suites d'origine pythagoricienne dont chaque élément peut-être représenté sous forme d'une figure géométrique où les côtés sont remplacés par des points. Ces suites ont été étudiées et enseignées jusqu'au XIVe siècle au moins. Parallèlement à ces investigations menées sans souci d'application, un autre chapitre a été élaboré pour répondre à des questions qui se sont posées dans le cadre des pratiques de mesurage ou qui ont été inspirées par elles. Il s'agit du cal-





 $<sup>^{31}</sup>$ F. Woepcke : Notice sur une théorie ajoutée par Thâbit ben Korrah à l'arithmétique spéculative des Grecs, *Journal Asiatique*,  $4^{\rm e}$  série, vol. 20 (1852), pp. 420-429.

<sup>&</sup>lt;sup>32</sup>L. E. Dickson: *History of the theory of numbers*, New York, Cherlsea Publishing Cie, 1971, p. 40.

<sup>&</sup>lt;sup>33</sup>A.P. Youschkevitch: *Les mathématiques arabes*, op. cit., pp. 66-69.







cul des sommes de certaines suites numériques finies, en particulier les suites arithmétiques, géométriques et les suites de puissances. Ces dernières sont apparues naturellement à l'occasion de la détermination des aires et des volumes de figures planes ou solides<sup>34</sup>.

#### La géométrie

La géométrie arabe s'est nourrie à deux sources bien distinctes même si l'histoire de l'une d'entre elles a été longtemps occultée à la fois par manque de document et à cause d'un regard « élitiste » qui a privilégié l'histoire du « savoir savant ». La première est locale. Nous l'avons longuement évoquée dans la partie traitant des mathématiques appliquées. Ce qu'il faut ajouter à son sujet c'est le fait qu'elle ne s'est pas limitée à des pratiques utilitaires. Elle a conservé la mémoire de démarches déductives, certes élémentaires mais significatives pour nombre d'historiens des sciences. Les traces de ces démarches se trouvent, en particulier, dans certaines démonstrations d'al-Khwârizmî de l'existence des solutions positives d'une équation du second degré.

La seconde source, beaucoup plus importante à tout point de vue, est exclusivement grecque. C'est d'abord l'ouvrage d'Euclide, les Eléments, qui a été à l'origine d'une forte tradition arabe dans ce domaine avec des prolongements dans différentes directions. En premier lieu, le développement de la géométrie plane et solide avec des résultats nouveaux qu'il serait long d'énumérer ici. En second lieu, l'arithmétisation du Livre X consacré aux grandeurs irrationnelles quadratiques et biquadratiques<sup>35</sup> avec une extension de la notion de nombre aux racines nième d'un entier ou d'une fraction puis au rapport de deux grandeurs incommensurables. En troisième lieu une lecture critique des fondements de la géométrie euclidienne, particulièrement sur deux points : la théorie des rapports et la théorie des parallèles. Les recherches sur ces deux thèmes ont commencé dès le milieu du IX<sup>e</sup> siècle et se sont poursuivis jusqu'au XIII<sup>e</sup> <sup>36</sup>. Celles concernant le postulat des parallèles ne pouvaient pas aboutir bien sûr mais elles ont objectivement préparé le terrain aux contributions de Saccheri et de Lambert. Les réflexions autour de certaines définitions du Livre V des Eléments ont abouti à une formulation plus « opératoire » de la notion de rapport ; ce qui a permis de justifier la manipulation des rapports de grandeurs géométriques comme des nombres réels positifs et de les comparer avec les entiers et les fractions<sup>37</sup>.



<sup>&</sup>lt;sup>34</sup>Il s'agit des séries qui interviennent dans l'encadrement d'une surface (parabole) ou d'un volume (sphère, paraboloïde), par des surfaces rectangulaires ou des volumes parallélépipédiques selon le procédé des sommes de Darboux inférieures et supérieures. Voir A. P. Youschkevitch: *Les mathématiques arabes*, op.cit., pp. 124-129.

 $<sup>^{35}</sup>$  Le Livre X étudie les binômes et les apotomes qui sont des grandeurs que l'on exprime aujour-d'hui ainsi :  $m+\sqrt{n}, m-\sqrt{n}, \sqrt{m}+\sqrt{n}, \sqrt{m}-\sqrt{n}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>36</sup>K. Jaouiche : *La théorie des parallèles en pays d'Islam,* Paris, Vrin, 1986.

<sup>&</sup>lt;sup>37</sup>A. Djebbar : L'épître d'al-Khayyâm sur « L'explication des prémisses problématiques du livre







Il faut également signaler que les besoins de l'astronomie, qui ne trouvaient pas toujours de réponse à ses questions dans le cadre de la géométrie euclidienne, ont amené certains mathématiciens à se tourner vers l'algèbre puis vers la géométrie des coniques, pour résoudre certains problèmes hérités des Grecs. Ce fut le cas de la division d'une sphère selon un rapport donné<sup>38</sup>, de la multisection d'un angle, de la détermination de n moyennes proportionnelles entre deux grandeurs données et de la construction d'une catégorie de polygones réguliers<sup>39</sup>.

La lecture des *Coniques* d'Apollonius va également favoriser l'émergence d'une troisième orientation, non utilitaire celle-là : celle de l'étude des propriétés des courbes connues, mais par des voies nouvelles, et de la recherche de courbes autres que les sections coniques. Ces travaux ont été inaugurés par Thâbit Ibn Qurra qui a publié un ouvrage original sur les ellipses. Il a été suivi par celui d'as-Sijzî sur les hyperboles puis, surtout, par ceux d'Ibn al-Haytham et d'Ibn Sayyid (XI<sup>e</sup> s.), sur des courbes de degré supérieur à deux. Les écrits de ces deux derniers mathématiciens ont circulé un certain temps et il nous en est parvenu des témoignages suffisamment fiables pour nous permettre de dire qu'il s'agit là, dans l'état actuel de nos connaissances, des contributions les plus originales qui aient été produites entre le IX<sup>e</sup> et le XII<sup>e</sup> siècle dans l'étude des courbes de degré supérieur à 2 <sup>40</sup>.

Même si elle n'a été traduite que partiellement, l'œuvre d'Archimède a été à l'origine d'une seconde orientation arabe en géométrie. Les travaux dans ce domaine ont concerné la détermination des aires et des volumes par la méthode d'exhaustion. Ils ont commencé par ceux des frères Banû Mûsâ (IX<sup>e</sup> s.) qui ont été publiés dans leur *« Livre sur la détermination des surfaces des figures planes et sphériques »*<sup>41</sup>. Puis ce fut le tour de Thâbit Ibn Qurra d'étudier l'aire d'une portion de parabole et le volume de certains paraboloïdes. Ces contributions ont été enrichies au X<sup>e</sup> et au XI<sup>e</sup> siècle par les travaux de son petit fils Ibrâhîm Ibn Sinân et, surtout, par ceux d'Ibn al-Haytham sur le volume de la sphère et du paraboloïde sphérique, un solide qui n'avait pas été étudié par les mathématiciens grecs<sup>42</sup>.



d'Euclide », Revue *Farhang* (Téhéran), Vol. 14, n° 39-40 (2002), pp. 79-136; A. P. Carathéodory : *Traité du quadrilatère*, op. cit.

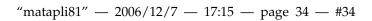
<sup>&</sup>lt;sup>38</sup>Qui correspond à la proposition 4 du Livre II de *La Sphère et du cylindre d'* Archimède.

<sup>&</sup>lt;sup>39</sup> Algébrisés, ces problèmes aboutissaient à des équations du 3<sup>e</sup> degré. Voir A. P. Youschkevitch : *Les mathématiques arabes*, op. cit., pp.93-94.

<sup>&</sup>lt;sup>40</sup>L. Karpova & B. Rosenfeld: The treatise of Thâbit Ibn Qurra on section of cylinder and on its surface, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences* n° 94, 1974, pp. 66-72; A. Djebbar: *Abû Bakr Ibn Bâjja et les mathématiques de son temps*, in Feschrift Jamal ed-Dine Alaoui: *Etudes Philosophiques et Sociologiques dédiées à Jamal ed-Dine Alaoui*, Publications de l'Université de Fès, Département de Philosophie, Sociologie et Psychologie, n° spécial 14, Fès, Infoprint, 1998, pp. 5-26.

 <sup>41</sup>H. Suter: Uber die Geometrie der Sohne des Mûsa ben Shakir, Bibliotheca Mathematica, 3, F. 3, 1902,
 pp. 259-272.
 42R. Rashed: Ibn al-Haytham et le volume du paraboloïde, Journal for the History of Arabic Science,

<sup>&</sup>lt;sup>42</sup>R. Rashed: Ibn al-Haytham et le volume du paraboloïde, *Journal for the History of Arabic Science* Vol. 5, no 1-2, 1981, pp. 3-74.







Il faut enfin signaler une autre préoccupation des géomètres arabes qui s'inscrit dans la droite ligne de l'héritage scientifique et philosophique grec. Il s'agit des réflexions qu'ils ont menées sur les instruments et les objets mathématiques. Ils se sont en particulier penchés sur les objets du calcul et de l'arithmétique et, plus particulièrement, sur les concepts d'unité, d'infini et de base numérique. Nous n'avons pas tous les éléments de leurs débats et polémiques mais nous savons qu'ils n'ont pas été limités aux seuls cercles des mathématiciens. Des philosophes et même des théologiens y ont pris part et cela a permis la production de toute une littérature qui fait encore l'objet d'étude.

Ils se sont également intéressés aux outils de la preuve qui étaient utilisés quotidiennement, c'est-à-dire les axiomes, les définitions et les différents types de démonstration : raisonnement par *induction* (l'ancêtre de la *récurrence*), par *l'absurde*, par *analyse* et *synthèse*. Sur ce dernier thème, il nous est parvenu deux textes importants, ceux d'Ibrâhîm Ibn Sinân et d'Ibn al-Haytham, qui sont des contributions tout à fait originales dans le mesure où ce sont les premiers textes qui contiennent ce type de réflexions sur les outils mathématiques<sup>43</sup>.





<sup>&</sup>lt;sup>43</sup>Bellosta-Baylet : *L'analyse et la synthèse selon Ibrâhîm Ibn Sinân*, Thèse de doctorat, Paris, Université de Paris VII, 1994; R. Rashed, *L'analyse et la synthèse selon Ibn al-Haytham*. In R. Rashed (édit) : *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique*, Paris, éditions du CNRS, 1991, pp. 131-162.





VIE DE LA COMMUNAUTÉ

# VIE DE LA COMMUNAUTÉ

# Vie de la communauté

# par Stéphane DESCOMBES

#### CHERCHEURS INVITÉS

#### Université de Picardie Jules Verne, Amiens, LAMFA

**Radulescu Vicentiu** du 1er au 28 février 2007

Université de Craiova, Roumanie

Contact: Olivier Goubet olivier.goubet@u-picardie.fr

Marius Ghergu du 2 au 17 novembre 2006

Université de Craiova, Roumanie

Contact: Olivier Goubet olivier.goubet@u-picardie.fr

#### Université d'Avignon, Laboratoire d'analyse non linéaire et géométrie

René Henrion, du 24 novembre au 6 décembre 2006

Institut Weierstrass, Allemagne

Spécialité : Optimisation

Contact: Alberto Seeger alberto.seeger@univ-avignon.fr

# Université Joseph Fourier, Grenoble, Laboratoire Jean Kuntzmann

#### **Georgi Nikolov Boshnakov** février, mars 2007

School of mathematics, The University of Manchester, Royaume-Uni

Spécialité : Processus stochastiques, modélisation, prévision, analyse spectrale,

processus périodiquement corrélés

Contact: Sophie Lambert-Lacroix Sophie.Lambert@imag.fr

#### USTL, Villeneuve d'Ascq, Laboratoire Paul Painlevé

Corrado Mascia octobre 2006

Roma, Italie Spécialité : EDP

Contact: Jean-François Coulombel jfcoulom@math.univ-lille1.fr

Mostafa Abounouh juin 2007

Marrakech, Maroc





Spécialité: EDP

Contact: Caterina Calgaro caterina.calgaro@math.univ-lille1.fr

Marcos Raydan 2007 (1 mois)

Caracas, Venezuela

Spécialité : Analyse Numérique

Contact: Jean-Paul Chehab chehab@math.univ-lille1.fr

Valeriy Kalyagin février-mai 2007

Nizhny Novgorod, Russie

Spécialité : Analyse Numérique, Approximation

Contact: Bernhard Beckermann bbecker@math.univ-lille1.fr

Donatas Surgailis octobre 2006

Universit de Vilnius, Lituanie

Spécialité: Processus stochastiques, longue mémoire, multifractalité

Contact: Marie-Claude Viano marie-claude.viano@math.univ-lille1.fr

INRIA Futurs, Villeneuve d'Ascq, projet SIMPAF

José Antonio Carrillo novembre 2006

Barcelona, Espagne *Spécialité* : EDP

Contact: Thierry Goudon goudon@math.univ-lille1.fr

Université Paris XII-Val de Marne, Créteil, LAMA

Riccardo Molle 2007 (1 mois)

Université Rome 2 "Tor Vergata", Italie

Spécialité : EDP elliptiques

Contact: Rejeb Hadiji hadiji@univ-paris12.fr

Jerry Bona Juin 2007

University of Illinois at Chicago, Etats Unis

Spécialité: Méchanique fluide, EDP

Contact: Colette Guillopé guillope@univ-paris12.fr

Nobuyuki Kenmochi 2007 (1 mois)

Chiba University, Japon

Spécialité: EDP

Contact: Alain DAMLAMIAN damlamian@univ-paris12.fr

MiKhail Lifshits dates : du 15 février au 15 mars 2007

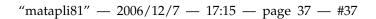
St. Petersburg State University, Russie

Spécialité : Probabilité

Contact: Marguerite ZANI zani@univ-paris12.fr



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$ 







Université François Rabelais, Tours, LMPT

Máté Wierdl mai 2007

University of Memphis, Tennessee, USA

Spécialité: Théorie ergodique, théorèmes limites et théorie des nombres

Contact: Emmanuel Lesigne lesigne@univ-tours.fr

#### NÉCROLOGIE

Alex Rubinov est décédé à 65 ans aprés un combat acharné contre le cancer. Alex Rubinov qui était professeur à l'université de Ballarat (Australie), était un des grands spécialistes de l'optimisation globale, de l'économie mathématique et de la convexité généralisée. Il avait obtenu son doctorat au Computer Centre USSR de l'Académie des Sciences à Moscou, et il était l'auteur de 14 livres, de 3 livres d'enseignement et d'un très grand nombre de contributions scientifiques. Après avoir commencé sa carrière universitaire au fameux Sobolev Institute of Mathematics à Novosibirsk, il a immigré en 1993, d'abord à Ankara, puis à Ballarat où il obtint en 1996 un post doc. Il y resta jusqu'à sa mort récente. Le calcul quasi-différentiel (avec V. Demyanov) et plus récemment ses travaux avec Juan-Enrique Martinez-Legaz et divers autres co-auteurs figurent parmi ses contributions les plus importantes. La communauté de l'optimisation perd un grand scientifique et aussi un collègue d'une qualité humaine exceptionnelle.

M. Théra

#### FABIEN MARPEAU, LAURÉAT DU PRIX DE THÈSE GAMNI 2005

Fabien Marpeau a 26 ans et il est actuellement post-doctorant au département de mathématiques de l'Université Texas A&M. Il a fait ses études à Bordeaux où il a obtenu son doctorat de mathématiques appliquées en 2005 sous la direction de C.-H. Bruneau et M. Langlais. Le titre de sa thèse est « Analyse mathématique et numérique de phénomènes de transport réactif en milieu poreux et en dynamique des populations ».

La thèse de Fabien Marpeau se situe dans le contexte du stockage souterrain profond des déchets nucléaires et a porté plus spécifiquement sur la simulation de leur fuite potentielle et l'impact en surface sur l'écosystème et les populations. Dans un premier temps il a étudié la convection-diffusion-adsorption des radionucléides dans un milieu poreux hétérogène. En particulier, il a proposé un



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$ 





schéma limité de type Lax-Wendroff dont il a effectué l'analyse de stabilité et qu'il a mis en oeuvre sur un benchmark 2-d de l'ANDRA (Agence Nationale pour la Gestion des Déchets Radioactifs), Couplex-1. Dans un deuxième temps, Fabien Marpeau s'est intéressé à plusieurs modèles de contamination spatiale entre deux populations hôtes. Dans une troisième et dernière étape il a couplé le résultat du cas test Couplex-1 avec un modèle de contamination biologique. Plus précisément, la concentration calculée d'iode 129 à la surface a servi de terme source dans le modèle biologique. Il s'agit, à notre connaissance dans la littérature ouverte, de la première simulation « complète », c'est-à-dire jusqu'à l'impact sur les populations, même si encore simplifiée, de cet important problème d'environnement et de société. La variété des thèmes traités et des outils utilisés (analyse pour démontrer l'existence de solutions à des systèmes non-linéaires d'équations de réaction-diffusion, analyse numérique des schémas, modélisation en bio-mathématiques) en font une thèse extrêmement complète de mathématiques appliquées.

Par ailleurs, en plus de son travail de thèse principal, Fabien Marpeau a travaillé sur les schémas résiduels distributifs pour des maillages quadrangulaires plans. Enfin, le sujet de son post-doctorat à Texas A&M concerne les schémas numériques pour les équations de Hamilton-Jacobi sur des maillages non structurés. Au total, Fabien Marpeau a donc un très large spectre de compétences et d'intérêts scientifiques. Il a en outre publié trois articles avec différents co-auteurs, soumis deux autres, et fait trois communications dans des congrès internationaux.

En conclusion, c'est avec grand plaisir que le GAMNI décerne à Fabien Marpeau son deuxième prix de thèse en « calcul scientifique et analyse numérique apportant des contributions significatives aux sciences de l'ingénieur ».

D. Chapelle

# Analyse mathématique et numérique de phénomènes de transport réactif en milieu poreux et en dynamique des populations

L'objectif de cette thèse est d'étudier, par des moyens mathématiques, l'impact sur des populations d'une contamination par des déchets radioactifs qui proviendraient d'une fuite dans leur site de stockage souterrain. Ces travaux ont été soutenus par le Groupement de recherche MoMaS.

Nous nous consacrons dans une première partie à l'étude du déplacement de radionucléides dans un milieu poreux saturé hétérogène représentant le sol (voir [1]). La vitesse d'un fluide qui sature un milieu poreux est décrite par une équation elliptique de Darcy; couplé à celle-ci, le transport de contaminant dans ce fluide est modélisé par un système d'équations d'advection-diffusion-réaction. Nous









modélisons en particulier l'adsorption de soluté par la roche qui compose le sol, ce qui induit un terme non linéaire dans la dérivée en temps de ce système et constitue la difficulté mathématique majeure de notre approche. Grâce à une méthode de discrétisation dans les espaces de Banach, nous démontrons l'existence de solutions faibles de ce système, ainsi que leur comportement en temps long. Puis nous nous consacrons à l'étude numérique des équations d'advectionadsorption sous-jacentes de type

$$\partial_t G(x,c) + \operatorname{div}(cV) = 0$$
,

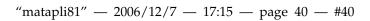
où c est la concentration inconnue, V est une vitesse de convection, et G est une fonction non linéaire strictement croissante. Un nouveau schéma de type volumes finis quasi d'ordre deux est proposé et testé, basé sur des limitations de flux. Nous prouvons qu'il est  $l^\infty$ -stable et offre des concentrations numériques positives. Enfin, nous résolvons l'exercice numérique de qualification de code COUPLEX 1 proposé par l'ANDRA qui simule la propagation d'une pollution du sous-sol par de l'iode et du plutonium radioactifs provenant d'une fuite dans leur site de stockage souterrain. Ce test présente des difficultés conséquentes dues aux fortes hétérogénéités entre les différentes roches qui composent un sol réel, ainsi qu'aux échelles d'espace et de temps proposées. En accord avec des résultats reportés par d'autres auteurs, nous observons que des radionucléides atteignent la surface du sol.

Dans une deuxième partie, nous dérivons un autre système d'advection-diffusionréaction, non linéaire, qui modélise de façon déterministe et générale la propagation d'une contamination par une pollution sur un ensemble de populations qui vivent sur la surface du sol et constituent une chaîne alimentaire. Chaque population est divisée en deux classes : les individus sains, et les individus qui ont été exposés à la contamination. La contamination a lieu directement par l'environnement, et également par voie alimentaire : un prédateur sain qui se nourrit d'une proie exposée devient à son tour contaminé. Nous établissons existence, unicité, et borne  $L^{\infty}$  uniforme de la solution faible de ce système dans le cas de données irrégulières. Un schéma numérique implicite espace-temps d'ordre deux qui préserve la positivité des densités de populations est construit. Il permet d'approcher les solutions de nombreux modèles issus des biomathématiques, dont celui qui nous intéresse, en dépit des nonlinéarités des termes de réactions. Ce schéma est obtenu pour les équations différentielles ordinaires grâce à une variation du pas de temps du célèbre schéma de dérivation rétrograde (backward differentiation formula) d'ordre deux, puis étendu aux systèmes de réaction-diffusion par l'alternative de Leray-Schauder. Il est testé sur un système de prédateurproies, un système d'épidémiologie SIS, un modèle de contamination d'un couple prédateur-proie par l'environnement, et un système hôtes-parasite ([2]).

Enfin, la troisième partie présente la simulation numérique de l'impact sur une



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$ 







chaîne alimentaire d'une contamination par des déchets radioactifs provenant d'une fuite dans un site de stockage. Cette simulation est obtenue en couplant numériquement l'exercice COUPLEX 1 et un cas particulier du modèle de dynamique des populations de la partie précédente, consititué d'une espèce proie, non-diffusive, représentant par exemple des végétaux, d'une espèce prédatrice de cette proie, comme des animaux, et d'un super-prédateur qui se nourrit de ces prédateurs, comme par exemple l'Humain. Le sol n'est pollué que dans une zone spécifique du domaine habité, dans laquelle vivent proies, prédateurs, mais exempte de super-prédateurs. En utilisant les méthodes numériques définies précédemment, nous observons que les proies sont contaminées directement par le sol pollué dans la zone de contamination. Les prédateurs deviennent à leur tour contaminés en se nourissant de proies exposées, puis migrent par diffusion, et viennent contaminer par voie alimentaire les super-prédateurs, bien que ces derniers vivent loin de la zone d'exposition.

# Références

- [1] C. H. Bruneau, F. Marpeau and M. Saad, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **49(10)** (2005) 1053–1085.
- [2] W. E. Fitzgibbon, M. Langlais, F. Marpeau and J. J. Morgan, Modeling the circulation of a disease between two host populations on non coincident spatial domains, *Biological Invasions* 7 (2005) 863–875.

F. Marpeau









NOUVELLES DE L'EMS (EUROPEAN MATHEMATICAL SOCIETY)

# SOCIÉTÉ DE MATHÉMATIQUES EUROPÉENNE

# Nouvelles de l'EMS (European Mathematical Society)

### par Maria ESTEBAN

Le Conseil de l'EMS (European Mathematical Society) s'est réuni à Turin du 1er au 2 Juillet 2006. L'EMS étant une société de sociétés et de membres individuels, ont participé à cette réunion des représentants de ces deux types de membres. La SMAI a été représentée par D. Cioranescu (en remplacement d'Y. Maday, qui n'a pas pu être présent) et par M.J. Esteban. Il y avait une centaine de personnes au total, représentant la plupart des pays européens. Le Président de l'UMI (Union Mathématique internationale), John Ball, était aussi invité.

Le Conseil a été présidé par le Président de l'EMS, John Kingman, qui a ouvert la séance avec une déclaration de politique générale. Après cela, nous avons approuvé le compte-rendu du dernier conseil et écouté les rapports des divers membres du conseil, des comissions de la société et du responsable de l'EMS Publishing House.

Le Conseil a élu le comité exécutif pour la période 1.1.2007- 31.12.2010, qui est composé de la manière suivante :

Ari Laptev, Président;

Pavel Exner, Vice-Président;

Helge Holden, Vice-Président;

Stephen Huggett, Secrétaire;

Jouko Väänänen, Trésorier;

Olga Gil-Medrano, membre;

Mireille Martin-Deschamps, membre;

Carlo Sbordone, membre;

Klaus Schmidt, membre.

Le Conseil a aussi voté une légère augmentation des prix des adhésions annuelles (400, 1200 ou 2000 Euros pour les membres institutionnels et 22 Euros pour les membres individuels). Un compte-rendu détaillé de ce conseil sera publié dans l'EMS Newsletter de Septembre 2006.

Plutôt que de faire ici une liste exhaustive et ennuyeuse de ce qui a été discuté dans cette réunion, je vais profiter de ce compte-rendu pour mieux présenter ce qu'est l'EMS, ses objectifs et ses moyens. En tant que société membre, la SMAI se doit de participer aux activités lancées et coordonnées par l'EMS, mais elle doit aussi inciter ses membres à en faire partie à titre individuel, en montrant l'intérêt que nous avons tous à avoir des sociétés transnationales qui défendent les intérêts des mathématiques au niveau européen et mondial.

L'EMS a été créée en 1990 pour aider au développement des mathématiques dans tous les pays européens, pour promouvoir la recherche en mathématiques et ses applications et pour assister et conseiller en matière d'enseignement. Elle est aussi











# SOCIÉTÉ DE MATHÉMATIQUES EUROPÉENNE

l'intermédiaire entre la communauté des mathématicien(ne)s européen(ne)s et les personnes et organismes qui dans la Communauté européenne sont en charge des questions de politique scientifique et de leur financement.

Un des objectifs les plus importants de l'EMS est de rendre visibles les mathématiques au niveau de la mise en place des programmes européens. La société a réussi à ce que l'un de ses vice-présidents, Pavel Exner, fasse partie du récemment créé ERC (European Research Council) qui est appelé à jouer un rôle très important dans la définition de la politique scientifique européenne.

Les activités de l'EMS sont nombreuses et variées : les Congrès Européens de Mathématiques sont organisés sous l'égide de l'EMS tous les 4 ans, en alternance avec les Congrès Internationaux de Mathématiques. Le premier a été organisé en 1992 à Paris et le 5ème aura lieu à Amsterdam en Juillet 2008. Lors de ces congrès sont décernés les Prix européens des mathématiques à des jeunes choisis par un comité scientifique international.

L'EMS a lancé depuis quelques années une Maison des publications, qui d'après les informations données au Conseil fonctionne déjà très bien, et qui est chargée de la publication des journaux suivants : Journal of the EMS, Commentarii Mathematici Helvetici, Groups, Geometry and Dynamics, Elemente der Mathematik, Interfaces and free boundaries, Journal of noncommutative Geometry, Rendiconti Lincei - Matematica e Applicazioni and Zeitschrift für Analysis und ihre Anwendungen. Elle publie également plusieurs séries de livres : EMS Monographs in Mathematics, EMS Series of Lectures in Mathematics, EMS Textbooks in Mathematics, ESI Lectures in Mathematics and Physics, IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics and the Zürich Lectures in Applied Mathematics. Le but de cette maison d'édition est de proposer un cadre non commercial aux publications européennes, en attirant d'autres journaux et en devenant à moyen terme un acteur important dans le monde des publications mathématiques.

L'EMS a aussi répondu à plusieurs appels d'offres de Bruxelles pour l'organisation d'écoles thématiques européennes. Ces activités sont d'autant plus faciles à motiver et à mettre en place que plusieurs pays peuvent facilement se coordonner et y participer dans le cadre de l'EMS.

D'autres actions lancées par l'EMS comprennent le lancement des week-ends mathématiques, organisés une fois par an dans un pays européen différent, en coordination avec les sociétés nationales. La société participe aussi à des activités diverses en direction des pays en développement.

L'organe d'information de l'EMS est sa Newsletter, qui est publiée quatre fois par an et envoyée à tous ses membres. Elle peut être lue sur le site web de l'EMS qui se trouve à l'adresse http://www.emis.de/newsletter/index.html. Dans cette brochure vous trouverez des informations sur la société, des annonces de conférences, des présentations de livres nouveaux et des articles d'intérêt général. Enfin, le site web de l'EMS (http://www.emis.de/) contient beaucoup beaucoup de détails sur ses activités et son histoire et je vous invite à y jeter un coup d'œil de temps en temps.









BILAN DE LA SESSION 2006 DU CNU - SECTION 26

# Bilan de la session 2006 du CNU - Section 26

par Emmanuel LESIGNE, François GOLSE, Bernard GLEYSE et Olivier RAIMOND

# 1 Qualifications: bilan 2006

#### 1.1 Qualifications aux fonctions de Maître de Conférences

Le nombre de candidats inscrits était de 542. Le nombre de dossiers non parvenus aux rapporteurs est de 132. Sur les 410 dossiers examinés, 284 candidats ont été qualifiés (soit 69 %, proportion stable depuis au moins trois ans). Environ les trois-quarts des refus de qualification sont justifiés par une inadéquation de la candidature au domaine disciplinaire recouvert par la section.

Comme les années passées, deux critères importants ont été utilisés dans l'évaluation des dossiers, en particulier pour les candidats dont le parcours ne s'inscrivait pas de façon canonique dans les thématiques de la section.

- 1. L'aptitude à enseigner les Mathématiques.
- 2. L'activité scientifique. Dans les domaines d'application des mathématiques, cette activité ne doit pas se limiter à une description de modèles classiques et une utilisation de méthodes et algorithmes éprouvés. L'évaluation prend en compte l'apport méthodologique, la mise en place de modèles originaux, le développement de nouveaux algorithmes, la validation par des applications réalistes.

#### Recommandations aux candidats (et aux directeurs de thèse).

Le dossier de candidature doit faire apparaître clairement :

- La capacité à enseigner les mathématiques dans un cursus de Licence de Maths.
- Un travail de recherche en mathématiques appliquées. L'utilisation d'un outil mathématique standard dans un travail de recherche relevant d'une autre discipline ne semble pas suffisante à elle seule pour la qualification en Section 26.
- Une activité liée à la recherche en mathématiques appliquées dans la période précédant la demande de qualification.

Le dossier de candidature doit être présenté avec soin et clarté. Nous demandons que les rapports préalables à la soutenance de thèse de doctorat soient joints au dossier (quand ils existent et sont publics, ce qui est le cas des doctorats français). Le dossier doit contenir un CV détaillé, les références complètes des travaux du candidat, et au minimum quelques-uns de ceux-ci.

La présence d'une publication dans une revue à comité de lecture n'est pas exigée pour les thèses récentes. Mais elle représente un élément d'appréciation décisif







pour les thèses plus anciennes. La publication d'un article en seul auteur, ou sans son directeur de thèse, peut être un élément positif d'appréciation.

En ce qui concerne les candidats dont la formation et/ou la mention du doctorat ne relèvent pas des mathématiques (informatique, biologie, physique, mécanique, traitement du signal, économie,...), il est impératif qu'une large part du dossier de qualification soit consacrée à la mise en évidence :

- de la part des mathématiques dans leur formation initiale;
- de leur contribution scientifique dans le domaine des mathématiques appliquées. Pour les candidats titulaires d'un doctorat récent, il est naturel d'attendre qu'un ou plusieurs membres du jury de thèse, et si possible un des rapporteurs, relèvent de la section du CNU dans laquelle le candidat demande la qualification. (Cette condition n'est bien sûr pas absolue).

Enfin, signalons l'existence de guides édités par les sociétés savantes (livret du candidat SMF-SMAI, voir www.emath.fr) qui donnent des conseils très utiles aux candidats sur les postes universitaires.

### 1.2 Qualifications aux fonctions de Professeur

Le nombre de candidats inscrits était de 155. Le nombre de dossiers non parvenus aux rapporteurs est de 37. Sur les 118 dossiers examinés, 96 candidats ont été qualifiés (soit 81 %, proportion en hausse par rapport aux années précédentes). Plus d'un refus de qualification sur deux est justifié par une inadéquation de la candidature au domaine disciplinaire recouvert par la section.

Les points essentiels examinés dans un dossier de candidature à la qualification aux fonctions de Professeur sont les suivants :

- La capacité à enseigner les mathématiques dans un cursus de Master de Maths.
- Un travail de recherche significatif en mathématiques appliquées, avec une activité avérée dans la période récente.
- La démonstration d'une réelle autonomie scientifique.
- L'aptitude à l'encadrement et à la direction de recherches.

Sur la base de ces critères, la majorité des dossiers examinés ne posait aucun problème.

#### 1.3 Remarque sur la procédure

Nous devons attirer l'attention des futurs candidats à la qualification sur le fait que la procédure administrative a changé cette année : les candidats doivent consulter le site internet du ministère (application ANTARES) entre le 15 novembre et le 14 décembre pour connaître le nom des rapporteurs auxquels ils doivent envoyer leur dossier. Cette information ne leur est pas envoyée personnellement. L'inscription aura été effectuée préalablement (entre le 11 septembre







et le 15 octobre) via l'application ANTARES. Les dates données ici sont celles de la campagne de qualification 2007. L'arrêté d'organisation de cette campagne est paru au Journal Officiel n°110, du 12 mai 2006.

#### 2 Promotions

Nous donnons dans cette section un bilan du travail du CNU sur les promotions en 2006, auquel nous avons ajouté un bilan des promotions locales l'année précédente.

Pour les promotions, le CNU doit gérer la pénurie. Il ne fait aucun doute pour chacun des membres du Conseil que le nombre de promotions offertes est faible par rapport au nombre de collègues pouvant légitimement y prétendre pour la qualité de leur travail scientifique, de leur investissement pédagogique et des services rendus à la communauté dans l'administration de la recherche ou de leurs établissements.

Les dossiers de candidature à une promotion doivent contenir un descriptif de l'ensemble de la carrière (et non des trois dernières années, comme c'est demandé par l'administration). À côté du CV et de la liste complète des travaux (classés par type de publication), le dossier doit comporter des informations précises sur les activités pédagogiques, administratives, et les services rendus à la communauté universitaire.

Chaque dossier de candidature est examiné par deux rapporteurs du CNU, désignés par le bureau, après consultation du bureau élargi.

#### 2.1 Promotions à la hors-classe des MCF

Nombre de promotions offertes : 12

Nombre de collègues promouvables : 295

Nombre de candidats: 122

Liste des promus :

BAHLALI Khaled (Toulon), BARBOLOSI Dominique (Aix-Marseille 3),

BLUMENTHAL Serge (Paris 5), BRONNER Alain (IUFM Montpellier),

CASTELLA (ép. GUILLIOT) Corine (IUFM Rouen),

DRIOLLET (ép. AREGBA) Denise (Bordeaux 1),

DUCRET (ép. COMTE) Myriam (Paris 6), JOLIVALDT Philippe (Paris 1),

MERRIEN Jean-Louis (INSA Rennes), MOREL Guy (Tours),

SALAUN Michel (CNAM Paris), TOMASIK Jerzy (Clermont 1).

Nous encourageons nos collègues promouvables à éviter une autocensure excessive.







Pour les promotions à la hors-classe, le CNU examine l'ensemble d'une carrière de MCF. À côté du travail de recherche et de l'activité d'enseignant, un investissement particulier dans le domaine pédagogique ou au service de la communauté scientifique est apprécié. Un objectif de ces promotions étant d'offrir une fin de carrière valorisée à des collègues méritants, le CNU est vigilant à une juste répartition des âges des collègues promus.

L'âge moyen des promus est 51 ans. Les âges s'étendent de 43 à 59.

# 2.2 Promotions à la première classe des PR

Nombre de promotions offertes : 15 Nombre de collègues promouvables : 289

Nombre de candidats: 148

Liste des promus:

BOROUCHAKI Houman (Troyes), CARDALIAGUET Pierre (Brest),

CASPI (ép. GIRAULT) Vivette (Paris 6),

CHASSAING Philippe (IUFM de Lorraine), DELECROIX Michel (Toulouse 1),

DELYON Bernard (Rennes 1), HAMEL François (Aix-Marseille 3),

HESS Christian (Paris 9), MOKHTAR KHARROUBI Mustapha (Besançon), PHAM

DINH Tao (INSA Rouen), SEPPECHER Pierre (Toulon),

SONNENDRUCKER Eric (Strasbourg 1), TOUZI Nizar (Paris 1),

VIEU Philippe (Toulouse 3), VOLNY Dalibor (Rouen).

Pour l'examen des promotions à la première classe des professeurs, le CNU dégage de chaque dossier de candidature les éléments suivants :

- domaine scientifique, âge et ancienneté comme professeur,
- faits marquants de la carrière, distinctions scientifiques,
- responsabilités diverses (direction d'équipe, de projet ou d'établissement, responsabilités pédagogiques, activités éditoriales, appartenance à différentes commissions,...),
- activité scientifique (nombre et qualité des publications, communications),
- valorisation de la recherche, collaborations extra-mathématiques,
- encadrement doctoral (thèses encadrées et devenir des docteurs).

Les candidats sont invités à mettre clairement ces éléments en avant dans leurs dossiers.

Le CNU veille à une répartition équilibrée des sous-disciplines (analyse des EDP et analyse numérique, calcul scientifique, didactique, optimisation, probabilités, statistiques) qui n'exclut pas les dossiers transversaux ou atypiques.

L'âge moyen des promus est 48 ans. Les âges s'étendent de 35 à 63.







# 2.3 Promotions au 1er échelon de la classe exceptionnelle des PR

Nombre de promotions offertes: 7

Nombre de collègues promouvables : 194

Nombre de candidats: 86

Liste des promus:

BOURGEAT Alain (Lyon 1), CORNET Bernard (Paris 1),

DAMLAMIAN Alain (Paris 12), DERRIENNIC Yves (Brest),

MÉLÉARD Sylvie (Paris 10), SORIN Sylvain (Paris 6),

TSYBAKOV Alexandre (Paris 6).

Le CNU attend des candidats à une promotion au premier échelon de la classe exceptionnelle qu'ils aient fait preuve de compétences exceptionnelles dans les différentes missions d'un professeur des universités, que ce soit par l'excellence de leurs travaux de recherche, ou en jouant un rôle majeur dans la communauté scientifique en termes d'encadrement, de diffusion et de structuration de la recherche.

L'âge moyen des promus est 56 ans. Les âges s'étendent de 48 à 64.

# 2.4 Promotions au 2<sup>e</sup> échelon de la classe exceptionnelle des PR

Nombre de promotions offertes : 4

Nombre de collègues promouvables : 46

Nombre de candidats : 15

Liste des promus:

BIRGÉ Lucien (Paris 6), BRAUNER Claude Michel (Bordeaux 1),

PENOT Jean-Paul (Pau), VÉRON Laurent (Tours).

Parmi les candidats dont le dossier démontre une activité soutenue dans les différentes missions dévolues aux professeurs d'université, le critère essentiel pour le changement d'échelon est l'ancienneté dans la classe exceptionnelle, ainsi que l'âge.

L'âge moyen des promus est 59 ans. Les âges s'étendent de 56 à 64.

#### 2.5 Promotions locales 2005

Les sections du CNU ne distribuent que la moitié (49,5%) des promotions ouvertes aux enseignants-chercheurs. (Ces promotions sont distribuées entre sections du CNU proportionnellement au nombre de promouvables.) Les autres promotions sont attribuées par les établissements d'enseignement supérieur.

Le commentaire publié l'an dernier est encore d'actualité. Nous le répétons mot pour mot. « On pourrait s'attendre à observer, discipline par discipline, un équilibre entre les nombres de promotions nationales et locales. Or en mathématiques,







et particulièrement en  $26^{\rm ème}$  section, le nombre de promotions locales reste assez nettement inférieur au nombre de promotions nationales. Ce fait a été clairement décrit et dénoncé par le CNU précédent (cf. le bilan 2003). Il faudrait analyser en profondeur les raisons du manque de reconnaissance locale des mathématiciens dans l'Université Française. Il est difficile de croire que le manque de qualité scientifique en soit la cause principale. »

Le bilan des promotions locales 2006 n'est pas encore disponible, mais voici le bilan des promotions locales en 2005 dans notre section.

#### 2.5.1 Hors-Classe des Maîtres de Conférences

12 promotions avaient été attribuées par le CNU. 7 promotions ont été obtenues localement. Voici la liste des promus.

BEGUIN Maryse (INP Grenoble), DUVAL Victor (Paris 6),

NORMAND Myriam (Saint Étienne), PAYET Charles André (La Réunion),

RAYNAUD DE FITTE Paul (Rouen), ROMAIN Yves (Toulouse 3),

TERRACHER Pierre (Bordeaux 1).

#### 2.5.2 Première classe des professeurs

14 promotions avaient été attribuées par le CNU. 11 promotions ont été obtenues localement. Voici la liste des promus.

AGNAN (ép. THOMAS) Christine (Toulouse 1),

CANNONE Marco (Marne la Vallée), CARBON Michel (Rennes 2),

EL BADIA Abdellatif (Compiègne), IONESCU Ioan (Chambéry),

RAO Bopeng (Strasbourg 1), SADOK Hassane (Calais),

SEEGER Francisco (Avignon), SOFONEA Mircea (Perpignan),

TOUZANI Rachid (Clermont 2), VANDERBECK François (Bordeaux 1),

# 2.5.3 Classe exceptionnelle des professeurs

Le CNU avait attribué 4 promotions au premier échelon de la classe exceptionnelle. 5 promotions ont été obtenues localement. Voici la liste des promus.

BERLINET Alain (Montpellier 2), COTTRELL Marie (Paris 1),

SALLET Gauthier (Metz), WOIMANT (ép. ELIE) Laure (Paris 7),

YVON Jean-Pierre (INSA Rennes).

Le CNU avait attribué 3 promotions au second échelon de la classe exceptionnelle. Il y a eu 2 promotions locales :

BERNARD Pierre (Clermont 2), MADAY Yvon (Paris 6).







# 3 Congés pour recherche ou conversion thématique, pour l'année 2005-2006

Le nombre de semestres de CRCT que le CNU pouvait attribuer cette année est 8. Ce nombre est ridiculement faible par rapport au nombre de semestres demandés (plus de 100 dans notre section cette année), et à la qualité des projets annoncés. Le CNU a proposé d'accorder un semestre de CRCT à :

ADDI Khalid (MdC, La Réunion), FRANCQ Christian (Prof., Lille 3), HILLAIRET (ép. CHAINAIS) Claire (MdC, Clermont 2), IONESCU Ioan (Prof., Chambéry), RAINER Catherine (MdC, Brest), SAUT Jean-Claude (Prof., Paris 11), SIMON Thomas (MdC, Evry), VALLOIS Pierre (Prof., Nancy 1).











# MÉTIERS DES MATHÉMATIQUES





#### La Société Mathématique de France

# la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles

la Société Française de Statistique

### l'Association Femmes et Mathématiques

en partenariat avec

#### 1'ONISEP

préparent actuellement une brochure sur

# les Métiers des Mathématiques.

La parution est prévue début 2007. Cette brochure de la collection « Zoom sur les métiers de... » présentera une galerie d'une vingtaine de portraits de jeunes femmes et hommes récemment engagés dans la vie active dans des métiers essentiellement hors enseignement et recherche universitaire - pour lesquels une formation mathématique de base joue un rôle fondamental.

La brochure vise un public de collégiens, de lycéens, d'étudiants ainsi que leurs parents, leurs professeurs et des responsables d'orientation et de formation.

Dès sa parution, la brochure « **Zoom sur les métiers des mathématiques** » sera disponible dans les CDI, les CIO et sera diffusée par les partenaires de la publication ; elle sera également consultable sur les sites Internet des différents partenaires (les quatre associations et l'Onisep).

Cette brochure sera gratuite.













# Mathématiques & Applications

Collection de la SMAI éditée par Springer-Verlag Directeurs de la collection : M. Benaïm et J.-M. Thomas

- Vol. 28 C. Cocozza-Thivent, *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*, 1997, 436 pp., 79,95 €- tarif SMAI : 63,96 €
- Vol. 29 B. Lapeyre, E. Pardoux, R. Sentis, Méthodes de Monte-Carlo pour les équations de transport et de diffusion, 1997, 178 pp., 32,95 €- tarif SMAI : 26,36 €
- Vol. 30 P. Sagaut, Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements des fluides incompressibles, 1998, 282 pp., 53,95 €- tarif SMAI : 43,16 €
- Vol. 31 E. Rio, Théorie asymptotique des processus aléatoires faiblement dépendants, 2000, 170 pp., 34,95 €- tarif SMAI : 27,96 €
- Vol. 32 P. Cazes, J. Moreau, P.A. Doudin, *L'analyse des correspondances et les techniques connexes*, 2000, 265 pp., 47,95 €- tarif SMAI : 38,36 €
- Vol. 33 B. Chalmond, Éléments de modélisation pour l'analyse d'images, 2000, 331 pp., 63,95 €- tarif SMAI : 51,16 €
- Vol. 34 J. Istas, Introduction aux modélisations mathématiques pour les sciences du vivant, 2000, 160 pp., 29,95 €- tarif SMAI : 23,96 €
- Vol. 35 P. Robert, Réseaux et files d'attente : méthodes probabilistes, 2000, 386 pp., 63,95 €- tarif SMAI : 51,16 €
- Vol. 36 A. Ern, J.- L. Guermond, Éléments finis : théorie, applications, mise en œuvre, 2002, 430 pp., 74,95 €- tarif SMAI : 59,96 €
- Vol. 37 S. Sorin, *A first course on zero-sum repeated games*, 2002, 204 pp., 37,93 €-tarif SMAI : 30,34 €
- Vol. 38 J.F. Maurras, *Programmation Linéaire, Complexité, Séparation et Optimisation*, 2002, 221 pp., 42,95 €- tarif Smai : 34,36 €
- Vol. 39 B. Ycart, *Modèles et Algorithmes Markoviens*, 2002, 272 pp., 47,95 €-tarif SMAI : 38,36 €
- Vol. 40 B. Bonnard, M. Chyba, Singular Trajectories and their Role in Control Theory, 2003, 357 pp., 68,52 €- tarif SMAI : 54,82 €
- Vol. 41 A.B. Tsybakov, *Introduction à l'estimation non- paramétrique*, 203, 175 pp., 34,95 €- tarif SMAI : 27,95 €
- Vol. 42 J. Abdeljaoued, H. Lombardi, *Méthodes matricielles Introduction à la complexité algébrique*, 2004, 377 pp., 68,95 €- tarif SMAI : 55,16 €
- Vol. 43 U. Boscain, B. Piccoli, *Optimal Syntheses for Control Systems on 2-D Manifolds*, 2004, 261 pp., 52,70 €- tarif SMAI : 42,16 €
- Vol. 44 L. Younes, *Invariance, déformations et reconnaissance de formes,* 2004, 248 pp., 47,95 €- tarif SMAI : 38,36 €







- Vol. 45 C. Bernardi, Y. Maday, F. Rapetti, *Discrétisations variationnelles de pro*blèmes aux limites elliptiques, 2004, 310 pp., 57,95 €- tarif SMAI : 46,36 €
- Vol. 46 J.P. Françoise, Oscillations en biologie. Analyse qualitative et modèles , 2005, 179 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 28,76€
- Vol. 47 C. Le Bris, *Systèmes multi-échelles. Modélisation et simulation*, 2005, 212 pp., 45,95 €- tarif SMAI : 36,76 €
- Vol. 48 A. Henrot, M. Pierre, Variation et optimisation de formes. Une analyse géométrique , 2005, 334 p., 62,95 € tarif SMAI : 50,36 €
- Vol. 49 B. Bidégaray-Fesquet, Hiérarchie de modèles en optique quantique. De Maxwell-Bloch à Schrodinger non-linéaire , 2006, 175 p., 34,95 € tarif SMAI : 27,96 €
- Vol. 50 R. Dager, E. Zuazua, Wave Propagation, Observation and Control in 1 d Flexible Multi-structures ,2006, 221 p., 42,15 € tarif SMAI: 33,72 €
- Vol. 51 B. Bonnard, L. Faubourg, E. Trélat, *Mécanique céleste et contrôle des véhicules spatiaux*, 2006, 276 p., 54,95 € tarif SMAI : 43,96 €
- Vol. 52 F. Boyer, P. Fabrie, Eléments d'analyse pour l'étude de quelques modèles d'écoulements de fluides visqueux incompressibles ,2006, 400 p., à paraître en décembre 2005,
- Vol. 53 E. Cancès, C. Le Bris, Y. Maday, *Méthodes Mathématiques en Chimie Quantique*. *Une Introduction*, 2006, 425 p., à paraître en février 2006,
- Vol. 54 J. P. Dedieu, *Points Fixes, Zéros et la Méthode de Newton*, 2006, 165 p., à paraître en mars 2006,
- Vol. 55 P. Lopez, A. S. Nouri, *Théorie Élémentaire et Pratique de la Commande par les Régimes Glissants*, 2006, 420 p., à paraître en mars 2006,
- Vol. 56 J. Cousteix, J. Mauss, *Analyse Asymptotique et Couche Limite*, 2006, 430 p., à paraître en février 2006,

Le tarif SMAI (20% de réduction) et la souscription (30% sur le prix public) sont réservés aux membres de la SMAI.

Pour obtenir l'un de ces volumes, adressez votre commande à :

Springer-Verlag, Customer Service Books - Haberstr. 7

D 69126 Heidelberg/Allemagne

Tél. 0 800 777 46 437 (No vert) - Fax 00 49 6221 345 229 - e-mail : orders@springer.de Paiement à la commande par chèque à l'ordre de Springer-Verlag ou par carte de crédit (préciser le type de carte, le numéro et la date d'expiration).

Prix TTC en France (5,5% TVA incl.). Au prix des livres doit être ajoutée une participation forfaitaire aux frais de port :  $5 \in (+1,50 \in \text{par ouvrage supplémentaire})$ .







VALORISATION DE LA

RECHERCHE EN MATHÉMATIQUES

APPLIQUÉES: LE

PIANO VIRTUEL PIANOTEQ

**UN PIANO VIRTUEL** 

# Valorisation de la recherche en mathématiques appliquées : le piano virtuel Pianoteq

# par Mohammed MASMOUDI

L'idée de modéliser des instruments de musique est très ancienne et elle s'est toujours heurtée à de grandes difficultés : la complexité des phénomènes physiques, la sensibilité de l'oreille humaine aux moindres imperfections et la difficulté d'exécuter un modèle complexe en temps réel pour donner l'impression au musicien de jouer sur un véritable instrument acoustique.

Pour le piano, il faut tenir compte de l'interaction de phénomènes très complexes : la non linéarité des cordes, le couplage fluide structure, la liaison entre les cordes et la table d'harmonie, la prise en compte des étouffoirs, la modélisation des marteaux, ...

Remarquons que dans de nombreuses applications acoustiques, telles que le calcul des nuisances sonores, on se contente en général de calculer l'action de la structure sur l'air et on néglige l'effet de l'air sur la structure. Pour le piano, la prise en compte de cet effet est essentiel; il est responsable de la décroissance du son et donc de sa durée.

Jusqu'à présent, les tentatives menées n'ont fait que confirmer que la tâche n'est pas si facile. On peut toutefois citer la modélisation et le calcul numérique d'une guitare acoustique effectués par l'équipe Ondes animée par Patrick Joly à l'Inria [1], mais on est encore très loin de l'exécution du programme en temps réel.

L'état de l'art des pianos numériques sur ordinateur est basé sur les techniques d'échantillonnage, on enregistre les 88 notes d'un piano à différentes intensités et on restitue le son. Cela donne lieu à des données volumineuses qui peuvent atteindre 10 giga octets pour les meilleurs pianos. Le flux de données nécessaire à la restitution du son est tellement important que les matériels informatiques actuels ont du mal à suivre la cadence et l'on entend souvent des craquements. De plus, le son ainsi restitué manque de vivacité : si l'on appuie sur la même touche plusieurs fois on entend plusieurs fois le même son, ce qui n'est pas le cas sur un piano acoustique; de même, il n'est pas facile de tenir compte de la résonance par sympathie, ...

On voit bien alors l'intérêt de construire le son en temps réel à partir d'un modèle mathématique, donnant accès aux paramètres importants qui caractérisent les différents pianos : plan du cordage, réponse de la table d'harmonie et de la caisse de l'instrument, propriétés de l'excitateur (le marteau), résonance de l'ensemble des cordes. Le piano virtuel permet ainsi de simuler n'importe quel piano acoustique, et d'explorer de nouvelles sonorités en attribuant des valeurs physiques









#### **UN PIANO VIRTUEL**

difficilement réalisables en pratique. La figure 1 montre certains paramètres de Pianoteq.

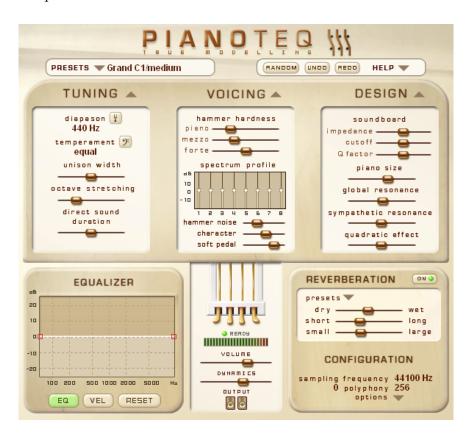


FIG. 1 – Interface de Pianoteq.

La question est : comment obtenir à partir d'un modèle complexe et réaliste du piano une réponse en temps réel? Comme ce projet est intimement lié au parcours hors norme de Philippe Guillaume, je vais commencer par en dire quelques mots. Il a pour ainsi dire, vécu trois vies en une seule.

Dans une première vie, il a été un accordeur de pianos reconnu; il a travaillé pour l'orchestre du Capitole et pour des artistes prestigieux tels que Maria João Pires et Alicia de la Rocha.

A 30 ans, avec un Baccalauréat A (ou L) en poche, il a commencé une seconde vie avec des études de mathématiques élémentaires qui ont abouti à une brillante réussite au concours d'agrégation. En très peu d'années, il est devenu Docteur en mathématiques, habilité à diriger les recherches, Professeur des universités et le Directeur du Département de Mathématiques de l'INSA de Toulouse. Sa









#### **UN PIANO VIRTUEL**

contribution scientifique intense et de courte durée s'est couronnée par la publication du livre « son et musique : de l'instrument à l'ordinateur »[3], qui offre un éclairage mathématique sur la musique et la synthèse sonore. Ce livre a été présenté dans le numéro 78 de Matapli.

Et il destine sa troisième vie au développement et à la promotion du piano modélisé Pianoteq.

Grâce à sa première vie, il a pu identifier les phénomènes essentiels responsables de la génération du son de piano, proposant un modèle qui décrit l'ensemble table d'harmonie, cordes, sillet et chevalet, ainsi que leur interaction avec l'air.

En ignorant, dans un premier temps, l'effet quadratique, l'équation du déplacement élastique u s'écrit

$$\rho \,\partial_t^2 u = div(\sigma(u)) + c \,\partial_t u,$$

où  $\rho$  est la densité de masse, c est un operateur tenant compte de l'effet de l'air sur la structure.

On écrit la solution u sous la forme

$$u(x,t) = \sum_{j} u_{j}(x) exp(i\omega_{j}t), \tag{1}$$

où la partie réelle de  $\omega_j$  est la pulsation du signal et la partie imaginaire son taux d'amortissement.

Cela conduit après discrétisation au problème de valeurs propres non linéaires

$$KU_j - M\omega_j^2 U_j + i\omega_j CU = 0, (2)$$

où K, M et C sont appelées respectivement matrices de rigidité, de masse et d'amortissement.

Dans sa deuxième vie de mathématicien, Philippe Guillaume a étendu les méthodes de calcul modal, basées sur les espaces de Krylov, à ce type de problèmes en utilisant la technique des dérivées successives par rapport à  $\omega$ . Cette technique s'étend d'une manière naturelle au cas où K, M et C dépendent d'une manière analytique de paramètres physiques ou géométriques [2].

Ainsi, nous disposons d'une méthode efficace pour calculer les éléments singuliers de (2), en fonction des paramètres du système. Ce calcul est fait une fois pour toutes.

Enfin, le modèle complet, avec prise en compte du terme quadratique, est projeté sur la base constituée par les vecteurs  $(U_j)$ . Le problème ainsi obtenu peut être résolu en temps réel sur un ordinateur de type PC.

L'ensemble de ces techniques est protégé par un brevet.

Ce projet a été lauréat Anvar en émergence pour l'année 2005. Grâce à la loi sur l'innovation, le soutien de l'INSA de Toulouse et du Laboratoire MIP, la jeune







#### UN PIANO VIRTUEL

pousse MODARTT a vu le jour pour la diffusion de Pianoteq sur Internet (http: //www.pianoteq.com).

La diffusion a commencé le vendredi 25 août 2006 à minuit. En quelques jours, la presse spécialisée a salué l'arrivée de Pianoteq et le considère comme une innovation majeure en rupture totale avec l'état de l'art, basé sur des techniques d'échantillonnage.

Notre collègue a l'air d'entamer sa nouvelle vie avec succès, souhaitons lui bonne chance.

La recherche en mathématiques est souvent valorisée par d'autres disciplines qui ont tendance à estamper l'apport original. De ce fait, l'impact économique des mathématiques est bien plus important qu'il n'y paraît. L'engagement de notre collègue Philippe Guillaume dans une opération de valorisation est de nature à améliorer la visibilité de notre discipline.



#### Bibliographie

- [1] A. Chaigne, G. Derveaux and P. Joly, Numerical simulation of a guitar, Comput. Structures 83 (2005), no. 2-3, 107–126.
- [2] Ph. Guillaume, Nonlinear eigenproblems, SIAM J. Matrix Anal. Appl. Vol 20 No 3 (1999), 575-595.
- [3] Ph. Guillaume, Musique et acoustique : de l'instrument à l'ordinateur, Hermès-Science Lavoisier, collection d'acoustique, 192 pages, 2005.







ANNONCES DE COLLOQUES

#### ANNONCES DE COLLOQUES

# Annonces de Colloques

# par Boniface NGONKA

#### Janvier 2007

FRONTIÈRES ET TENDANCES DE L'INFORMATIQUE du 10 au 12 janvier 2007, Bordeaux
http://www.labri.fr/manifestation/specif2007/

JOURNÉES DÉDIÉES À LA MÉMOIRE DE THOMAS LACHAND-ROBERT du 24 au 25 janvier 2007, Paris http://www.ann.jussieu.fr/jtlr/

19 ÈME SÉMINAIRE DE MÉCANIQUE DES FLUIDES NUMÉRIQUE du 29 au 30 janvier 2007, IHP, Paris http://www-mecaflu.cea.fr

#### Avril 2007

EUROPEAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL OPTIMIZATION du 2 au 4 avril 2007, Montpellier http://www.math.univ-montp2.fr/~eucco07/

TAMTAM'07ALGER : Troisième Colloque sur les Tendances dans les Applications Mathématiques en Tunisie, Algérie et Maroc du 16 au 18 avril 2007, Alger (Algérie)

http://tamtam07alger.ifrance.com

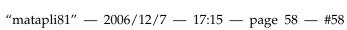
#### **CODE 2007**

du 18 au 20 avril 2007, IHP, Paris

http://www.ann.jussieu.fr/~plc/code2007/









#### ANNONCES DE COLLOQUES

# FOURTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON MULTIVARIATE APPROXIMATION: THEORY & APPLICATIONS

du 26 avril au 1er mai 2007, Cancun (Mexique)

http://www.univ-pau.fr/~cgout/mata2007/

#### Juin 2007

THE FIFTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON NONLINEAR ANALYSIS AND CONVEX ANALYSIS (NACA2007)

du 31 mai au 4juin 2007, Hsinchu, Taiwan

http://www.math.nthu.edu.tw/naca2007/

#### JOURNÉES ESAIM P&S

du 14 au 15 juin 2007, Toulouse

http://www.lsp.ups-tlse.fr/Fp/Klein/esaim/engesaim.html

#### Juillet 2007

MAMERN'07: International Conference on Approximation Methods and Numerical Modelling in Environment and Natural Resources du 11 au 13 juillet, à Grenade (Espagne)

http://www.ugr.es/~mamern07/home.htm

SCICADE07 (SCIENTIFIC COMPUTATION AND DIFFERENTIAL EQUATIONS) du 9 au 13 juillet, à Saint-Malo

http://scicade07.irisa.fr/







# RÉSUMÉS DE THÈSES

# Résumés de thèses

# par Adel BLOUZA

Il est rappelé aux personnes qui souhaitent faire apparaître un résumé de leur thèse ou de leur HDR que celui-ci ne doit pas dépasser une trentaine de lignes. Le non-respect de cette contrainte conduira à une réduction du résumé (pas forcément pertinente) par la rédactrice en chef, voire à un refus de publication.

#### HABILITATIONS À DIRIGER DES RECHERCHES

#### Souhail Chebbi

# Contribution à la Théorie du Point Fixe : Condensité, Convexité et Coercivité. Applications en Economie Mathématique

Soutenue le 12 mai 2006 Faculté des Sciences de Bizerte, Tunisie

Dans la littérature classique, les résultats de points fixes pour les fonctions multivoques (appelées aussi correspondances) s'obtiennent généralement par trois types d'hypothèses :

- Convexité (du domaine et/ou des valeurs de la correspondance).
- Compacité (du domaine et/ou des valeurs de la correspondance).
- Continuité de la correspondance.

Dans ces travaux, on se propose d'étudier les cas d'absence de convexité et de compacité dans ces résultats de points fixes et établir l'existence de l'équilibre dans une économie abstraite (ou un jeu généralisé) avec des hypothèses affaiblies. Dans le chapitre 1, on s'intéresse aux correspondances condensantes. On démontre l'existence de points fixes ou d'éléments maximaux d'une correspondance condensante. Comme application, on obtient un résultat d'existence de l'équilibre dans des jeux généralisés avec des ensembles de choix non nécessairement compacts. Dans la deuxième partie de ce chapitre, on présente une preuve simple et directe d'une alternative de type Leray-Schauder pour des correspondances approchables (au sens du graphe) et condensantes.

Dans le chapitre 2, on introduit une structure de convexité assez générale sur les espaces topologiques. Dans ce cadre, on obtient une extension du principe









F.K.K.M. aux espaces convexes généralisés qu'on utilise par la suite pour démontrer l'existence de points fixes pour des correspondances à valeurs convexes généralisées. Comme conséquence, on démontre l'existence de l'équilibre dans des jeux généralisés avec des ensembles de choix convexes généralisés et compacts. Dans la deuxième partie de ce chapitre, on définit les espaces localement convexes généralisés et on démontre l'existence de points fixes pour des correspondances approchables. Dans le chapitre 3, on introduit la notion de famille coercive pour une correspondance avec des exemples de la littérature. Le résultat clé de ce chapitre est une extension du principe F.K.K.M. aux correspondances admettant une famille coercive. A partir de ce principe, on démontre l'existence de points fixes pour des correspondances coercives. Ainsi, on démontre l'existence de l'équilibre dans des jeux généralisés avec des préférences coercives. Dans la deuxième partie de ce chapitre, on démontre une inégalité de minimax pour des fonctions coercives et vérifiant une hypothèse de quasi-concavité généralisée.

#### Mikaël Barboteu

# Contribution à la modélisation numérique de quelques problèmes de contact avec frottement

Soutenue le 22 mai 2006 Laboratoire de Mathématiques Et Physique pour les Systèmes, Université de Perpignan

Les travaux présentés dans le mémoire d'habilitation ont pour objet en majeure partie la modélisation et/ou l'analyse mathématique et numérique de problèmes de contact avec frottement. Du fait de leur complexité, les problèmes issus de la Mécanique du contact représentent un domaine d'application privilégié pour les Mathématiques appliquées et l'application des Mathématiques.

Ces travaux sont rassemblés sous trois thèmes:

- Modélisation et simulation numériques de problèmes non-linéaires et non-symétriques de grande taille
- Modélisation et simulation numériques de problèmes de dynamique non-linéaire
- Analyse variationnelle et numérique de quelques problèmes de contact et frottement.

La résolution de problèmes fortement non-linéaires et non-symétriques (hyperélasticité, contact et frottement) de grande taille nous a amenés entre autres à







développer un solveur itératif de décomposition de domaines optimale basée sur une formulation en sous-espaces de Schwarz additifs. Une fois l'implémentation des algorithmes sur calculateurs parallèles effectuée (sur Origin 3800, CINES) et à l'aide de divers outils numériques développés, nous avons réalisé une étude mécanique du comportement d'un milieu cellulaire de type nid d'abeilles lors d'un processus de densification. Ces travaux ont été menés principalement en collaboration avec P. Alart (LMGC, Université de Montpellier II).

Le deuxième thème représente le prolongement naturel du thème précédent puisque les travaux effectués ont consisté dans un premier temps à adapter le solveur de décomposition de domaines pour la résolution des systèmes linéarisés issus des problèmes de dynamique non-linéaire. Par ailleurs, nos recherches ont concerné également le schéma d'intégration temporelle avec l'élaboration d'une méthode de type conservation de l'énergie pour les problèmes d'impacts nonlinéaires avec frottement.

Le dernier thème a été réalisé en collaboration avec M. Sofonea (MEPS, Université de Perpignan) et concerne l'analyse mathématique et numérique de divers problèmes de contact en petites déformations quasi-statiques, élastiques ou viscoélastiques. Les points abordés concernent l'existence et l'unicité de la solution du problème variationnel, l'approximation variationnelle ainsi que les estimations de l'erreur des schémas numériques utilisés.

### Thèses de doctorat d'université

#### Faiza Mnif

Directeurs de thèse: M. Jaoua (ENIT, Tunis), Tuong Ha Duong (UTC, Compiègne)

#### Identification de cavités par les ondes acoustiques et élastiques

Soutenue le 27 Janvier 2006 ENIT-LAMSIN, Tunisie

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés à la construction d'une méthode numérique de type Newton pour l'identification de cavités par les ondes acoustiques et élastodynamiques. Nous avons démontré un résultat d'identifiabilité du problème inverse d'identification de cavités dans un milieu borné pour l'équation de Helmholtz, à partir des mesures frontières. Un calcul de la dérivée par rapport au domaine de l'opérateur F a été établi, F étant l'opérateur, qui à toute frontière d'une cavité donnée associe la mesure effectuée sur la frontière extérieure. Un résultat de stabilité locale Lipschitzienne a été obtenu en faisant usage de cette







dérivée. Munis de ces résultats théoriques, nous avons pu développer un algorithme basé sur la méthode de Newton figée modifiée, en vue de reconstruire la frontière de la cavité pour une condition aux limites de type Neumann. Le code qui a été développé dans une première étape s'appuie sur un calcul analytique de la matrice Jacobienne qui n'est valable que si la frontière extérieure est un cercle centré à l'origine, ce qui constitue une limitation de la méthode. Cependant, ce calcul nous a permis de réduire le nombre de problèmes directs à résoudre à chaque itération à deux dans la première étape de l'algorithme, et à un seul dans la deuxième étape. Par ailleurs, nous avons développé un autre code pour une frontière quelconque, et où le calcul analytique de la matrice Jacobienne est remplacé, dans la première étape de l'algorithme par la résolution à chaque itération d'un certain nombre de problèmes directs. La méthode proposée dans ce travail exige un solveur fiable pour résoudre numériquement les problèmes directs intervenant dans l'étude du problème inverse, pour cela nous avons utilisé la méthode des équations intégrales de frontières que nous discrétisons en suivant le procédé de Nyström. Afin de généraliser nos résultats du cas scalaire au cas vectoriel, nous nous sommes intéressés au problème inverse d'identification de cavités dans un milieu élastique homogène isotrope pour l'équation de Navier, à partir des mesures frontières. Un calcul de la dérivée par rapport au domaine a été établi en s'appuyant sur la méthodologie adoptée pour l'équation de Hemholtz.

#### Lobna Derbel

Directeurs de thèse : T. Hadhri (Ecole Polytechnique de Tunisie), P.-E. JABIN (UNSA, Nice)

### Etude de quelques problèmes d'évolution pour l'immunologie

Soutenue le 4 Février 2006

Laboratoire d'Ingénierie Mathématiques, Ecole Polytechnique de Tunisie

Cette thèse est constituée de deux parties correspondant à l'étude mathématique des aspects microscopique puis macroscopiques de la réponse immunitaire à la présence d'une substance virulente qui peut représenter une tumeur cancéreuse ou le SIDA. Dans la première partie on considère une modification d'un modèle étudié par E. De Angelis et P. E. Jabin, qui comprend trois populations en interaction : les cellules tumorales, les cellules du système immunitaire et les cellules de l'environnement. On introduit une première modification pour rendre ce modèle valide pour des temps plus grands, qui consiste à supposer que les cellules de l'environnement sont capables de se rétablir et de se régénérer. On s'intéresse à l'analyse du comportement asymptotique des solutions, on montre



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$ 





que l'évolution du système va finir par la victoire des cellules immunitaires ou bien par leur défaite. La deuxième modification a pour but d'étendre la validité du modèle pour pouvoir inclure les maladies chroniques, en supposant que les cellules immunitaires peuvent se régénérer et finalement retrouver l'état de santé normal de l'individu. La deuxième partie de ce travail est consacrée à l'étude du chimiotactisme qui représente un phénomène biologique qui décrit la variation du mouvement lorsqu'une population formée d'individus réagit en réponse à une stimulation chimique qui se diffuse dans l'environnement ou ces individus résident. On s'intéresse plus particulièrement à l'étude de l'angiogénèse. Le but de la deuxième partie est d'analyser le comportement des modèles dans le cas ou la vitesse de déplacement des cellules est faible lorsque la concentration de la substance chimique émise par les cellules de la tumeur dépasse une certaine valeur critique. En particulier on a essayé de caractériser la forme de l'ensemble de concentration de la densité des cellules endothéliales.

#### **Erwan Deriaz**

Directrice de thèse : V. Perrier

# Ondelettes pour la simulation des écoulements fluides incompressibles en turbulence

Soutenue le 27 mars 2006 INP Grenoble

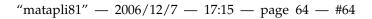
Cette thèse développe des méthodes d'ondelettes originales en vue de simuler des écoulements incompressibles.

Dans le but de construire des ondelettes 2D et 3D adaptées aux écoulements fluides, nous reprenons en les enrichissant les travaux de P-G. Lemarié-Rieusset et K. Urban sur les ondelettes à divergence nulle. Nous mettons en évidence l'existence d'algorithmes rapides associés.

Par la suite, nous démontrons qu'il est possible d'utiliser ces ondelettes à divergence nulle pour définir la décomposition de Helmholtz d'un champ de vecteurs 2D ou 3D quelconque, et par la suite de simuler des écoulements incompressibles.











Naouel Zrelli

Directeur de thèse: N. Gmati (ENIT-LAMSIN, Tunisie)

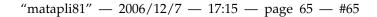
# Étude numérique de quelques solveurs itératifs en propagation d'ondes acoustiques dans un domaine non borné

Soutenue le 15 avril 2006 ENIT-LAMSIN, Tunisie

L'objectif de la thèse est de faire une étude numérique de quelques algorithmes itératifs permettant de résoudre un problème de propagation d'ondes acoustiques en domaine non borné. Les méthodes étudiées sont des variantes de la méthode des éléments finis localisés qui couple éléments finis et représentation en série, pour la prise en compte de la solution à l'extérieur d'un domaine à géométrie séparable. Le premier problème numérique qui se pose est le caractère non local de l'opérateur Dirichlet-Neumann défini sur la frontière fictive. La structure de la matrice obtenue après discrétisation contient un bloc plein, ceci détruit la structure « profil » typique des matrices éléments finis. Pour palier à ce problème, l'idée proposée est une mise en oeuvre originale utilisant la méthode du point fixe sur le problème posé en domaine borné, et qui peut être interprétée comme une technique d'itérations de sous-domaines puisqu'une connection directe peut servir, à montrer la convergence de la méthode. Il est courant de distinguer deux types de méthodes : celles avec ou sans recouvrement. On peut définir autant d'algorithmes qu'il y a d'informations différentes à échanger au niveau de l'interface; le problème est alors de choisir des conditions d'interfaces efficaces qui mènent à des problèmes bien posés et à une convergence rapide. Cependant, l'analyse de la convergence de ces algorithmes de décomposition de domaine est assez délicate pour l'équation de Helmholtz à cause de l'absence de coercivité. Dans cette thèse, notre attention s'est particulièrement focalisée sur une méthode de décomposition de domaine sans recouvrement en utilisant la méthode introduite par B. Després qui est basée sur les conditions de transmission permettant de montrer que l'opérateur d'itération n'augmente pas la norme pour établir la convergence de l'algorithme de Robin relaxé. Nous avons également étudié des conditions aux limites de second ordre rendant ainsi optimale la convergence de l'algorithme.











#### Samuel Richard

Directeurs de thèse : J.M. Garcia & T. Monteil

### Simulation et conception de services déportés sur grappes

Soutenue le 9 juin 2006 LAAS - Toulouse

Cette thèse étudie et propose des solutions à la problématique de mise en place de services déportés sur des grappes de machines. Ce mode d'utilisation de l'outil informatique permet de fournir la puissance de traitement sous forme de services.

Les problématiques d'observation de l'état des machines, de haute disponibilité, de prise en compte de l'aspect dynamique d'une grappe de machines et de gestion d'accès personnalisés aux grappes de machines sont étudiées et une réponse concrète y est apportée via le gestionnaire de ressources AROMA (scAlable Resources Manager and wAtcher), développé durant cette thèse.

La problématique du dimensionnement des grappes de machines déportées est également abordée. Différents modèles de simulations, intégrés au simulateur DHS (Distributed Hybrid Simulator) sont présentés. Les résultats obtenus par ce simulateur sont comparés à des modèles analytiques et à des mesures d'exécutions réelles afin de valider leur pertinence et d'évaluer les performances de la simulation. L'originalité de ce travail réside dans la simulation de l'ensemble des éléments ayant une influence sur les performances d'une grappe de machines : les clients, les applications, les machines, les systèmes d'exploitation et la couche réseau.

#### Jean-Franois Culus

Directeur de thèse : B. Jouve

# Décompositions acircuitiques : des aspects algorithmiques aux aspects combinatoires.

Soutenue le 12 juin 2006 Université Toulouse le Mirail

Ce travail de thèse s'inscrit dans le domaine de la recherche de structures dans un graphe. On étudie certaines propriétés algorithmiques et combinatoires pour successivement trois types de colorations : orientée, mixte et décomposition acircuitique. Pour la coloration orientée, on obtient des résultats de NP-complétude pour des classes de graphes très spécifiques ainsi que des résultats d'inapproximabilité. Pour dépasser ces difficultés, nous définissons une notion de colora-



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$ 





tion mixte et obtenons un résultat d'approximation différentielle ainsi qu'une interprétation du polynôme chromatique mixte qui généralise le résultat de Stanley pour certains graphes mixtes. En relachant la contrainte de classe monochromatique stable, nous étudions finalement la complexité de la décomposition acircuitique, caractérisons une famille de tournoi critique indécomposable et établissons les premières propriétés du polynôme chromatique acircuitique.

#### Arnaud Bégyn

Directeurs de thèse : S. Cohen & O. Perrin

# Variations quadratiques généralisées pour des processus gaussiens : théorèmes limites et applications aux processus fractionnaires

Soutenue le 4 juillet 2006

Laboratoire de Statistiques et Probabilité -Université Toulouse III

Cette thèse traite des « variations quadratiques généralisées pour des processus gaussiens ». Le terme variations quadratiques généralisées signifie que l'on considère des objets qui sont des généralisations du concept de variation quadratique utilisé dans la théorie des semi-martingales. Les processus gaussiens que nous allons étudier sont des processus dits « fractionnaires », c'est-à-dire qui sont apparentés au mouvement brownien fractionnaire.

Dans la théorie du mouvement brownien fractionnaire (FBM) on s'intéresse souvent à ses variations quadratiques du second ordre. Pour un processus X indexé par [0, 1] la variation quadratique du second ordre est définie par

$$V_n(X) = \sum_{j=1}^{n-1} \left[ X\left(\frac{j+1}{n}\right) + X\left(\frac{j-1}{n}\right) - 2X\left(\frac{j}{n}\right) \right]^2.$$

Pour le FBM d'indice de Hurst *H*, il est connu que l'on peut trouver une constante  $c_H > 0$  et une matrice  $2 \times 2$  réelle symétrique positive  $\Sigma_H$  telles que lorsque  $n \to +\infty$ 

$$n^{2H-1}V_n\left(B^H\right) \stackrel{a.s.}{\longrightarrow} c_H,$$
 (3)

$$n^{2H-1}V_n\left(B^H\right) \xrightarrow{a.s.} c_H, \tag{3}$$

$$\sqrt{n} \begin{pmatrix} n^{2H-1}V_n\left(B^H\right) - c_H\\ (2n)^{2H-1}V_{2n}\left(B^H\right) - c_H \end{pmatrix} \xrightarrow{(\mathcal{L})} \mathcal{N}(0, \Sigma_H). \tag{4}$$

Ceci permet une « bonne » estimation du paramètre H à partir d'une seule observation. En effet si l'on considère la statistique

$$\widehat{H}_{n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\log 2} \log \left( \frac{V_{2n} \left( B^{H} \right)}{V_{n} \left( B^{H} \right)} \right), \tag{5}$$

66









on obtient un estimateur fortement consistant et asymptotiquement normal du paramètre  $\mathcal{H}$ .

Dans le cas des processus fractionnaires, le paramètre H peut être multidimensionnel, ou même fonctionnel, et nous le noterons dans ce résumé H(X). Il est toujours relié aux propriétés d'autosimilarité et de régularité des trajectoires du processus. C'est donc un paramètre très pertinent à prendre en compte dans une étude statistique. Le but de notre thèse est de donner des conditions sur le processus X, qui sont vérifiées dans le cas des processus fractionnaires, et qui permettent de trouver une normalisation rendant la variable aléatoire  $V_n(X)$  presque sûrement convergente et asymptotiquement normale. Comme dans le cas du FBM notre étude permet de construire une « bonne » estimation de certains paramètres des processus fractionnaires considérés. Pour cela nous considérerons la statistique

$$\widehat{H}_n(X) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\log 2} \log \left( \frac{V_{2n}(X)}{V_n(X)} \right).$$
 (6)

#### Clément Pernet

Directeurs de thèse : D. Duval & J.-G. Dumas

#### Algèbre linéaire exacte efficace : le calcul du polynôme caractéristique

Soutenue le 27 septembre 2006 Université Joseph Fourier

L'algèbre linéaire est une brique de base essentielle du calcul scientifique. Initialement dominée par le calcul numérique, elle connait depuis les dix dernières années des progrès considérables en calcul exact. Ces avancées algorithmiques rendant l'approche exacte envisageable, il est devenu nécessaire de considérer leur mise en pratique. Nous présentons la mise en oeuvre de routines de base en algèbre linéaire exacte dont l'efficacité sur les corps finis est comparable à celles des BLAS numériques. Au délà des applications propres au calcul exact, nous montrons qu'elles offrent une alternative au calcul numérique multiprécision pour la résolution de certains problèmes numériques mal conditionnés.











Sever A. Hirstoaga

Directeur de thèse : P. L. Combettes

# Approximation et résolution de problèmes d'équilibre, de point fixe et d'inclusion monotone

Soutenue le 28 septembre 2006 Université Pierre et Marie Curie

Cette thèse est consacrée à la résolution de trois types de problèmes fondamentaux qui apparaissent en analyse fonctionnelle hilbertienne non-linéaire et dans ses applications : les problèmes d'équilibre pour les bifonctions monotones, les problèmes de point fixe pour les contractions, et les problèmes d'inclusion pour les opérateurs monotones. Notre objectif est d'élaborer de nouvelles méthodes d'approximation et de construction de solutions pour ces problèmes et d'étudier leur comportement asymptotique. Dans un premier temps, nous proposons de nouvelles perturbations visqueuses et visco-pénalisées de ces problèmes, et étudions le comportement asymptotique des courbes d'approximation associées quand la perturbation devient évanescente. Nous étudions ensuite les propriétés de divers systèmes dynamiques discrets et continus associés à ces courbes. Cette étude d ébouche en particulier sur de nouveaux algorithmes, dont la convergence est établie. Des applications numériques à des problèmes de restauration en traitement de l'image sont fournies pour illustrer la mise en œuvre et les performances de certains des algorithmes proposés.

#### Hassen Arfaoui

Directeurs de thèse : H. El Fekih (ENIT-LAMSIN, Tunisie), F. Ben Belgacem & J.-P. Raymond (MIP-UPS, Toulouse)

#### Contrôle et stabilisation des équations de Saint-Venant

Soutenue le 30 septembre 2006 ENIT-LAMSIN, Tunisie

Dans cette thèse nous étudions des problèmes de contrôle et de stabilisation pour le système des équations de Saint-Venant avec viscosité, modélisant un écoulement dans un canal. Le contrôle de type Dirichlet modélise l'action de batteurs aux extrémités du canal. Nous étudions le système de Saint-Venant linéarisé au voisinage de certaines solutions stationaires. Nous montrons que ce système linéarisé est exponentiellement stable mais n'est pas contrôlable à zéro. Nous cherchons une loi de contrôle sous la forme d'un feedback capable de stabiliser le système linéarisé perturbé avec un taux de décroissance maximal. Ce taux de







décroissance maximal est obtenu par la méthode d'extension de Fursikov. De manière à obtenir un système d'optimalité bien posé (défini soit à l'aide d'une équation de Riccati algébrique, soit à l'aide d'un système Hamiltonien), nous introduisons une méthode d'état étendu qui n'est pas standard. Ces résultats théoriques sur le système linéarisé sont illustrés par plusieurs tests numériques sur le système linéarisé et le système de Saint Venant non linéaire. Pour les simulations numériques du système de Saint-Venant nous utilisons une méthode de splitting : un schéma aux différences finies de Preissmann pour l'étape de transport et un schéma d'Euler implicite pour la partie diffusive. L'équation de Riccati matricielle discrète est définie à l'aide de ce système. Les tests effectués mettent en lumière l'efficacité des lois de contrôle que nous avons déterminées, même dans le cas de fortes perturbations.

#### Bo Gao

Directeurs de thèse : S. Tarbouriech & P. Soueres

#### Contribution à la synthèse de commandes référencées vision 2D multi-critères

Soutenue le 25 octobre 2006 LAAS, Toulouse

Cette thèse concerne la synthèse de lois commande référencées vision 2D, multicritères, pour le positionnement, par rapport à une cible fixe ou mobile, d'une caméra orientable en lacet en mouvement dans le plan horizontal.

La fréquence et la qualité des informations délivrées par les caméras CCD qui équipent aujourd'hui les robots rend en effet possible l'alimentation directe des boucles de commande à partir des mesures visuelles de l'environnement. Le modèle considéré est défini dans le cadre du formalisme des fonctions de tâches et s'appuie sur la notion de torseur d'interaction qui permet de relier le mouvement de la caméra à la variation des indices visuels. L'objectif de ce travail est de proposer des lois de commandes permettant de stabiliser la caméra sur la base des informations bidimensionnelles issues de l'image, en tenant compte de l'incertitude sur la profondeur des points de la cible, des contraintes de visibilité et des limites en amplitude sur la vitesse et l'accélération de la caméra. La méthode proposée met en oeuvre des techniques de commande avancées. Elle est basée sur la satisfaction d'une condition de secteur modifiée permettant de prendre en compte la saturation de l'accélération et la description du système en boucle fermée via un modèle polytopique des incertitudes. Cette approche permet de formuler des conditions constructives pouvant être exprimées sous forme d'Inégalités Linéaires Matricielles (LMIs). Sur cette base, la résolution de problèmes d'optimisation convexe permet d'une part de maximiser la région de







"matapli81" — 2006/12/7 — 17:15 — page 70 — #70



# RÉSUMÉS DE THÈSES

stabilité associée et d'autre part de déterminer le gain stabilisant du correcteur. La technique, initialement appliquée au problème du positionnement de la caméra par rapport à une cible fixe, est ensuite étendue au suivi d'une cible mobile en considérant la vitesse inconnue de la cible comme une perturbation bornée en énergie. L'intérêt de ce type de résultat, pour l'élaboration de stratégies de navigation d'un robot mobile par enchaînement de tâches référencées capteurs, est ensuite mis en évidence. Plusieurs exemples d'enchaînement de tâches sont tour à tour considérés et simulés sur la base d'un modèle de robot à roues muni de capteurs de proximité et supportant une caméra montée sur une platine orientable en azimut.

Mots clés : Asservissement visuel 2D, commande saturée, commande multi-critères, visibilité, perturbation L2, suivi de cible, fonction de tâche, enchaînement de tâches, robot mobile.

La Smai offre une unique adhésion gratuite à la Smai pour un an aux jeunes chercheurs en mathématiques qui ont soutenu récemment leur thèse et l'ont enregistrée MathDoc :

http://math-doc.ujf-grenoble.fr/Theses/

Afin que cette offre prenne effet, le jeune docteur doit remplir le formulaire d'adhésion : http://smai.emath.fr/article.php3?id\_article=71 en :

- 1. cochant la case « Opération Thèse-Math 2006 »,
- 2. remplissant les lignes « Date de la thèse » et « URL complet du résumé de votre thèse ».







# Notes de lecture

# par Paul SABLONNIÈRE

F. DEMENGEL ET G. DEMENGEL : 1) Convexité dans les espaces fonctionnels Théorie et illustration par les exemples , Editeur ellipses ; 288 pages ; ISBN 2-7298-1947-9

2) Exercices corrigés sur la Convexité , Editeur ellipses ; 192 pages, ISBN 2-7298-1948-7

Chaque année, ou presque, Françoise et Gilbert Demengel publient des livres de mathématiques; en principe les deux ouvrages concernés ici sont plutôt destinés à des étudiants de magistère, voire de doctorat; mais leur contenu est aussi bien adapté à la préparation des concours de recrutement, type agrégation et CAPES de mathématiques. La table des matières, présentée sous forme de tableau donne une bonne idée de la présentation, en huit chapitres pour le premier ouvrage et en quatre chapitres pour le second.

Voici le plan du premier :

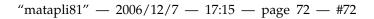
- 1) Fonctions convexes sur  $\mathbb{R}$ ;
- 2) Exemples de fonctions convexes;
- 3) Convexité dans les espaces de dimension finie;
- 4) Exemples de fonctions convexes définies sur les espaces de dimension finie;
- 5) Convexité en dimension infinie;
- 6) Etude d'exemples en dimension infinie;
- 7) Optimisation convexe;
- 8) Méthodes numériques.

Pour le second:

- 1) Exercices sur les fonctions convexes réelles;
- 2) Exercices sur la convexité dans les espaces de dimension finie;
- 3) Convexité en dimension infinie;
- 4) Problèmes d'optimisation.

En annexe du premier tome figurent deux pages de rappels sur des résultats d'analyse fonctionnelle, a priori sans rapport immédiat avec la convexité, mais indispensable à la compréhension de certains théorèmes mettant en jeu des propriétés de convexité, notamment dans les espaces fonctionnels en dimension infinie. On trouve également un index et une bibliographie contenant 21 références; dans cette bibliographie on trouve les ouvrages essentiels mais on peut tout de









même regretter l'absence du livre de L. Hörmander, « Notions of convexity ». Un autre petit reproche à faire à cette bibliographie est qu'elle n'est pas clairement lisible, avec quelques erreurs dans les titres d'ouvrages en anglais.

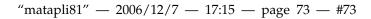
Il n'y a pas beaucoup de remarques à faire sur les premiers chapitres du premier livre : les notions de base sont clairement présentées et bien illustrées, mais la convexité étant fondamentalement géométrique, j'aurais préféré beaucoup plus de représentations sous forme de figures; il est vrai que dès que les fonctions sont définies sur des sous ensembles de dimension égale ou supérieure à 2, la réalisation de figures n'est pas spécialement commode, mais la représentation de corps convexes et les théorèmes de séparation d'ensembles convexes sont possibles et permettent de visualiser certaines propriétés de la convexité pas toujours faciles à se représenter. Il est possible, avec les moyens informatiques un peu sophistiqués, de réaliser des figures pour illustrer les notions de fonctions convexes conjuguées. Il est, à mon avis, indispensable d'avoir plusieurs modes de compréhension pour assimiler des propriétés qui sont formulées de manière analytique, mais qui ne sont pas très faciles à manipuler en dimension infinie. Les étudiants ont toujours de grandes difficultés à saisir les relations profondes entre la convexité et les topologies faibles dans les espaces vectoriels topologiques, et on note que, très souvent, cette incompréhension est le résultat d'une mauvaise appréhension de la géométrie cachée par la dimension infinie. De même la géométrie aide à une bonne approche des problèmes d'optimisation : ainsi la recherche d'un minimum est peut-être plus facile à aborder si on peut « voir » ce minimum et savoir où on doit le chercher et où on peut le trouver. Pour moi, une illustration de la méthode de descente par un dessin, apporte beaucoup plus que de nombreuses pages d'explications et le dessin m'amène tout naturellement à une miser en place plus accessibles de certains algorithmes numériques que j'ai des difficultés à visualiser à partir de formules.

L'attaque de la notion de convexité dans les espaces fonctionnels, en particulier les espaces de Sobolev a obligé les auteurs à faire de nombreux rappels sur les propriétés de ces espaces, propriétés complètement indépendantes de la convexité, la lecture de cette partie est très agréable mais un peu trop sommaire. Par ailleurs il aurait été aussi intéressant d'introduire de manière systématique les fonctions harmoniques et les principes du maximum, tout ceci se trouve bien développé dans l'ouvrage d'Hörmander cité plus haut.

Sur le livre d'exercices qui complète le livre de cours, peu de remarques s'imposent, le choix de placer d'abord une série d'énoncés puis les solutions est classique, mais je reste sceptique sur la confiance que l'on peut accorder au lecteur moyen de ne pas regarder la solution avant d'être convaincu qu'il ne peut pas résoudre une question ou simplement qu'il ne peut pas démarrer sa recherche!











Par ailleurs fournir des solutions détaillées uniformise les résultats et dans la plupart des cas donne un format de solutions que l'on retrouvera partout et souvent. De plus la difficulté d'un exercice, à ce niveau d'étude, est une notion assez subjective.

Malgré quelques réserves de forme plus que de fond, je suis persuadé que ces deux ouvrages constituent des outils intéressants pour tous ceux qui veulent en savoir plus sur la convexité, plus que ce que l'on trouve généralement dans un cours d'analyse d'un magistère de mathématiques. Ces deux livres devraient se trouver sur les rayons des bibliothèques d'enseignement LMD et des préparations aux CAPES et aux agrégations de mathématiques, mais ils ne dépareraient les étagères des bibliothèques de recherche.

Pour terminer, j'insisterai à nouveau sur le qualités pédagogiques de la rédaction, qualités qui sont un souci constant des auteurs.

Par G. TRONEL

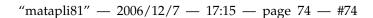
C.P. ROBERT : *Le choix bayésien ; Principes et pratique ,* Editeur Springer, Collection Statistique et probabilités appliquées ; 638 pages ; ISBN 2-287-25173-1

Étudiant à l'époque où Bourbaki régnait en maître, je n'aurais jamais eu l'audace d'ouvrir un livre aussi étrange, même si, comme tout le monde je connaissais la formule de Bayes! Mais aujourd'hui, le temps disponible et aussi la curiosité m'ont poussé à parcourir cet ouvrage copieux. Je dois avouer que je n'ai pas lu entièrement ce livre, je l'ai feuilleté, je me suis arrêté sur certains passages portant sur des thèmes ou sur des techniques qui me semblaient intéressants. Il faut dire que le livre est très bien écrit et qu'il se lit agréablement; il m'est arrivé d'être resté accroché à certains chapitres même si d'un point de vue de spécialistes ils pourraient être considérés comme accessoires.

Complètement novice sur le choix bayésien j'ai, ici ou là, reconnu beaucoup de mathématiques qui me sont plus familières; par formation et par goût je me suis plus longuement penché sur les parties numériques utilisées dans l'inférence bayésienne – le chapitre 6 – à tel point que j'ai pu y trouver bien des exemples qui pourraient inspirer des numériciens. De plus le livre fourmille de modèles qui devraient servir de guides dans d'autres domaines que la statistique. La structure du livre est classique: chaque chapitre traite d'un sujet illustré par de nombreuses exemples, l'auteur n'hésite pas à développer les calculs jusqu'à leurs termes. Le dernier chapitre est plus philosophique, voire polémique. Pour avoir une idée plus précise du contenu de l'ouvrage, le plus simple est de donner les têtes de chapitre:











- 1) Introduction
- 2) Les bases de la Théorie de la Décision
- 3) Des informations a priori aux lois a priori
- 4) Estimation bayésienne ponctuelle
- 5) Tests et régions de confiance
- 6) Méthodes de calcul bayésien
- 7) Choix et comparaison de modèles
- 8) Admissibilité et classes complètes 9) Invariance, mesures de Haar et estimateurs équivariants
- 10) Extensions hiérarchique et empirique
- 11) Une défense du choix bayésien

Ces chapitres sont précédés d'une préface et suivis par un court rappel sur « Distributions de probabilités », un tableau de notations, une bibliographie et deux index, l'un de noms, l'autre de matières.

Pour rentrer un peu dans le détail de chaque chapitre on peut y retrouver un exposé du thème annoncé puis viennent les principes et les techniques de base; on peut, suivant le thème traité y reconnaître des pans entiers de l'analyse classique et de la théorie des probabilités. A la fin de chaque chapitre, sauf le dernier, on trouve des séries d'exercices qui renvoient aux sections et aux sous-sections; de nombreux exercices comportent des indications de sources et des dates. Des références historiques et des compléments donnent des ouvertures intéressantes pour les lecteurs qui voudraient en savoir encore plus.

Bien entendu l'ouvrage comporte une bibliographie copieuse qui occupe une quarantaine de pages, c'est beaucoup pour un non spécialiste mais peut-être insuffisant pour les spécialistes qui peuvent contester les choix de l'auteur. Il faut souligner également la richesse des index qui permettent de retrouver facilement la référence d'un nom ou des termes spécifiques à la discipline.

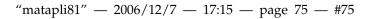
Ce livre est à conseiller à des étudiants qui chercheraient une voie pour aborder des études supérieures, mais des lecteurs à l'esprit curieux pourraient trouver ce que cache le choix bayésien.

Enfin pour terminer, il faut saluer le courage de l'auteur et de l'éditeur qui ont fait le pari de publier en français un livre de haut niveau .

Par G. TRONEL











F. BOYER ET P. FABRIE : Eléments d'analyse pour l'étude de quelques modèles d'écoulements de fluides visqueux incompressibles,

Springer, Collection SMAI -Mathématiques et Applications, numéro 52, 400 pages, ISBN : 3-540-29818-5

L'analyse mathématique des problèmes de Stokes et de Navier-Stokes est le cœur de ce volume 52 de la collection Mathématiques et Applications. Cet ouvrage ayant été conçu prioritairement pour un public d'étudiants de Master de mathématiques appliquées et d'élèves d'écoles d'ingénieurs, les Auteurs se sont attachés à fournir pour (presque) tous les résultats énoncés une démonstration détaillée.

Avant d'attaquer la théorie de modèles d'écoulements de fluides, le lecteur trouvera au chapitre I les notions de mécanique utiles à la modélisation des écoulements de fluides, puis au chapitre II un rappel des outils d'analyse fonctionnelle nécessaires à la suite; les propriétés très techniques de régularité du domaine où seront posées les équations, sont décrites en annexe. Le chapitre III traite du problème de Stokes : résultats d'existence, d'unicité et de régularité de la solution; pour ce faire, la décomposition spectrale des opérateurs autoadjoints à résolvante compacte est utilisée. Le chapitre IV est consacré à l'étude des équations de Navier-Stokes. En particulier l'existence de solutions faibles est établie. L'analyse des écoulements de fluides non homogènes, au sens où la densité n'est plus constante au cours du temps et où la viscosité peut dépendre de la densité, sera abordée au chapitre VII. Les chapitres V et VI traitent d'autres choix de conditions aux limites du problème de Navier-Stokes en vue de rendre effectif le calcul sur ordinateur de solutions approchées : conditions aux limites artificielles lorsqu'on approche un domaine physique non borné par un domaine borné; pénalisation de conditions aux limites de Dirichlet lorsqu'on cherche à approcher une solution par celle posée sur un domaine plus grand mais de géométrie cartésienne (méthode des domaines fictifs). Signalons néanmoins qu'aucune méthode d'approximation numérique des solutions des problèmes de Stokes et de Navier-Stokes n'est présentée dans ce livre; il n'y avait d'ailleurs pas la place; le lecteur désireux de combler cette lacune pourra consulter par exemple « l'article » de R. Glowinski : Finite element methods for incompressible viscous flow, Handbook of Numerical Analysis, Vol. IX, pp. 3-1176, North-Holland, (2003). Le livre de F. Boyer et P. Fabrie est bien construit, soigneusement écrit et doté

Le livre de F. Boyer et P. Fabrie est bien construit, soigneusement écrit et doté d'une bibliographie d'une grosse centaine de références. Le lecteur devrait appré-









cier grandement le caractère auto-contenu de l'ouvrage. Il y trouvera un aperçu de l'état de l'art quant à la modélisation d'écoulements de fluides visqueux, thématique dont l'importance des applications industrielles et médicales justifie la vitalité des recherches en cours.

Par J-M. THOMAS

J.P. DEDIEU : *Points fixes, zéros et la méthode de Newton.*, Springer, Collection SMAI -Mathématiques et Applications, numéro 54, 198 pages, ISBN : 3-540-30995-0

Le livre de Jean-Pierre Dedieu édité dans la collection Mathématiques et Applications (Numéros 54) comprend deux parties essentielles :

- Les points fixes.
- La méthode de Newton.

Il traite de calculs de point fixe, de zéros de systèmes de fonctions et de la méthode de Newton. Si la première partie est classique (bien que les démonstrations de plusieurs résultats essentiels soient enfin accessibles en français), la deuxième qui s'appuie sur la théorie de Smale développée dans les années 80-90 est beaucoup plus originale et apporte beaucoup dans ce domaine. Le soin pris par l'auteur à donner des démonstrations détaillées est tout à fait louable et assez inhabituel.

L'ouvrage, avec ses rappels d'analyse, est accessible au niveau Master.

La préface de S. Smale dit assez la philosophie du livre : « Here we have an introduction to the mathematics sufficient to enter into the world of complexity of real number algorithms. Its study of Newton's method is deep ... »

Nous allons détailler quelques points du document.

# Première partie

La première partie reprend le classique théorème de Banach sur la contraction et est une mise au point claire sur la convergence quadratique.

Puis la classification des points fixes d'une application d'un espace de Banach est abordée. On s'intéresse tout d'abord aux endomorphismes pour définir les sous espaces contractés, dilatés et hyperboliques associés. Ayant ainsi traité le cas linéaire l'auteur expose naturellement le cas non linéaire à travers le théorème de Grobman-Hartman. Dans le cas d'un point fixe hyperbolique d'un difféomorphisme f de classe  $\mathcal{C}^1$  au voisinage de ce point f est (seulement) topologiquement conjugé à Df(x). La démonstration est claire et bien décomposée.

Ensuite, naturellement, les variétés stables et instables locales sont étudiées. Les exemples qui suivent sont intéressants mais un peu académiques. On aurait souhaité (même en restant en dimension finie) que l'auteur explore les méthodes



 $\bigoplus_{\square}$ 





numériques et/ou formelles pour construire ces variétés.

Cette partie sera très utile comme support d'une introduction aux systèmes dynamiques, il n'est pas courant de trouver une démonstration des résultats énnoncés aussi claire et détaillée.

# Deuxième partie

L'auteur consacre cette partie à la méthode de Newton. Il se pose les questions classiques de convergence, de choix du point de départ ...tout en établissant la distinction fondamentale entre système possédant autant d'équations que d'inconnues et système sous et sur déterminés qui sont beaucoup moins classiques.

L'auteur pose le problème en les termes suivants :

f étant une application de classe  $\mathcal{C}^p$  entre deux espaces de Hilbert  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{F}$ , construire  $V = f^{-1}(0)$  dans le cas ou V n'est pas de dimension 0.

Après un rappel sur l'inverse de Moore-Penrose dans le cadre hilbertien, l'auteur étudie le problème de la paramétrisation de la sous-variété V. On notera la méthode très pédagogique qui consiste à montrer le lien entre plusieurs quantités liées à l'invariant :

$$\gamma(f, x) = \sup_{k \ge 2} ||Df(x)|^{\dagger} \frac{D^k f(x)}{k!}||^{\frac{1}{k-1}}$$

Le résultat (non trivial) de cette partie, dans laquelle f est supposée analytique, est celui de l'existence d'une paramétrisation analytique de la sous-variété au voisinage d'un point où DF(x) est surjective.

La question est alors de calculer cette sous-variété, la philosophie générale de l'ouvrage est naturellement d'appliquer la méthode de Newton. L'ensemble des points fixes d'un opérateur de Newton convenable sera V.

L'idée est de partir du linéarisé

$$f(x) + Df(x)(y - x) = 0$$

qui, dans le cas où f est surjective possède des solutions. Le choix est fait de la solution de norme minimale suivant les idées de Ben-Israel, Allgower et Georg... Des exemples d'applications sont donnés (fonction d'évaluation, problème symétrique de valeurs propres).

Le dernier chapitre traite de la méthode de Newton-Gauss pour les systèmes surdéterminés. Dans le cas élémentaire la méthode est celle des moindres carrés, ici on recherche un point  $\chi$  tel que

$$F(x) = \frac{1}{2}||f(x)||^2 = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{k=m}|f_k(x)|^2$$

est minimum.

Ce problème d'optimisation global n'est pas trivial, aussi plusieurs stratégies sont







possibles : optimisation locale ou recherche des points stationnaires de DF(x)=0. C'est ce dernier cas qui intéresse l'auteur qui montre que deux voies sont possibles : la méthode de Newton ou une méthode due à Gauss (1809) qui consiste à linéariser f(x)=0 au voisinage d'un point x puis à résoudre au sens des moindres carrés ce qui fournit un opérateur de Newton associé à des problèmes sur-déterminés.

Cette méthode est étudiée et des exemples sont donnés.

En conclusion la lecture de ce livre apporte beaucoup d'informations intéressantes et met en lumière une approche (inspirée par les travaux de S Smale et M Shub) qui méritait d'être développée dans un ouvrage pédagogique. Peut être manquet-il à cet ouvrage une dimension plus effective, mettant en évidence les difficultés numériques des questions évoquées.

Par J. Della Dora

M. AUDIN : *Géométrie* , Editeur EDP Sciences, Collection ENSEIGNEMENT SUP- Mathématiques 2006, 420 pages. ISBN 2-86883-88395

Au secours la géométrie revient; la vraie géométrie, celle que J. Dieudonné demandait de jeter aux oubliettes. Il est vrai que Bourbaki, si on en croît l'œuvre écrite qu'il a laissée, n'était probablement pas géomètre, ni non plus probabiliste! Ce petit préambule pour attirer l'attention sur le livre que vient d'écrire Michèle Audin et qu'édite EDP sciences. - Une première version de cet ouvrage, publiée chez Belin, avait vu le jour en 1998. - Car il s'agit bien d'un livre comme l'auteure l'affirme; il s'ouvre sur une citation de Georges Perec, citation tirée de « Je me souviens », évoquant la démarche de Pérec lorsqu'il a abordé les mathématiques dites « modernes » pour l'époque, sans doute lorsqu'il était lycéen ou amateur de mathématiques oulipistes. Dans cette « ouverture » Michèle Audin donne une idée de ce qu'elle a voulu faire : un livre pour les étudiants et peut-être plus particulièrement les étudiants d'université qui se destinent à l'enseignement via les concours de recrutement, CAPES et Agrégation. Mais il me semble que ce livre va bien au-delà de ce cercle assez restreint puisque tous les amateurs de géométrie et tous ceux qui se disent ignorants en géométrie, tout en voulant en savoir un peu, trouveront matière à se cultiver avec un grand plaisir. L'auteure a souhaité que son livre soit ouvert, parce que les mathématiques sont une science en mouvement et aussi une science en fête, même si on retrouve l'ancienneté de la discipline et quelques fois son austérité.

Pour revenir au contenu citons les deux idées directrices qui ont guidé le fond et la forme de l'ouvrage : la première est de « ...fournir un exposé rigoureux,







basé sur la définition d'un espace affine via l'algèbre linéaire, mais qui n'hésite pas à être terre à terre et élémentaire », et la seconde, comme je l'écrivais plus haut, « produire un texte ouvert ». Le parti pris d'introduire de nombreux exercices est aussi souligné en précisant qu'il « faut chercher les exercices ... » Un exercice sur lequel on n'a pas « séché » est un exercice inutile ». Il faudrait répéter sans cesse ces conseils aux étudiants.

Pour attirer le lecteur il suffit de donner quelques indications en précisant que le cours est partagé en dix chapitres :

I. Géométrie affine.

II. Géométrie euclidienne, généralités.

III. Géométrie euclidienne plane.

IV. Construction à la règle et au compas.

V. Géométrie euclidienne dans l'espace.

VI. Géométrie projective.

VII. Coniques et quadriques.

VIII. Courbes, enveloppes et développées.

IX. Surfaces dans l'espace.

L'auteure, probablement la mort dans l'âme, termine par des « Indications pour les exercices ». Enfin une bibliographie raisonnable, mais éclectique, est destinée à apporter des éléments de culture générale et mathématique. A titre personnel j'ai regretté l'absence des ouvrages de géométrie d'Hadamard et le très beau livre de Lebesgue sur les coniques, mais ceci est un petit détail nostalgique bien vite effacé par la présence d'un livre qui a fait les délices de ma jeunesse, le « Deltheil & Caire », Géométrie & Compléments de géométrie.

Un index particulièrement bien fait et complet permet de retrouver facilement les notions essentielles surtout dans les cas où une lecture locale s'imposerait pour des raisons techniques ou pédagogiques.

Il n'est pas question de raconter ce livre, il faut le lire, mais mon attention s'est fixée sur le chapitre consacré aux « Constructions à la règle et au compas ». Michèle Audin commence par rappeler des problèmes aussi vieux que les mathématiques : duplication du cube, quadrature du cercle, trissection de l'angle et construction des polygones réguliers. On peut se demander ce qui fait la nouveauté de ces problèmes, mais on ne sait toujours pas construire, par des moyens simples et rigoureux, une droite, un plan – bien évidemment une droite est définie par deux points distincts, mais pour la construire il faut une règle ou un instrument qui est fabriqué à partir d'une droite! Paradoxalement un cercle est plus facile à construire car on peut fabriquer un compas avec n'importe quoi, bouts de ficelle, bouts de ferraille, tout ce qui est capable de maintenir un écartement constant. La plus belle illustration de ces remarques est le premier exemple du









chapitre qui consiste à construire une droite avec...un compas! Certaines constructions géométriques s'effectuent à partir des nombres constructibles. Je ne résiste pas à donner l'énoncé du théorème de Wantzel: « Le degré d'un nombre constructible est une puissance de 2 ». Si vous voulez savoir pourquoi, allez lire les pages 130 et les suivantes elles vous apporteront aussi une vision claire sur la construction des polygones; dans ces pages vous y retrouverez aussi des noms de mathématiciens connus: Fermat, Gauss notamment.

A l'heure où les lamentations sans fin sur la constatation que les étudiants ne connaissent plus rien en géométrie, j'ai beaucoup aimé le chapitre sur les surfaces dans l'espace : on commence par les quadriques, puis on continue par les surfaces réglées, elles avaient pratiquement disparues depuis que la géométrie descriptive avait été bannie de l'enseignement, afin d'arriver aux notions fondamentales de géométrie différentielle. Plans tangents, points singuliers, première et seconde formes fondamentales sont introduits de manière simple et fluide, on retrouve le théorème sur la courbure de Gauss. Des notions importantes, comme les géodésiques et leurs propriétés, sont introduites dans les exercices.

La lecture est agréable, le style est vivant et on retrouve dans ce texte écrit les qualités de l'auteure lorsqu'elle expose oralement.

A qui est destiné cet ouvrage? A tout le monde! De plus son prix est très abordable, 35 euros. Lire ce livre c'est encourager l'édition mathématique en langue française, c'est aussi encourager les mathématiciens à écrire des livres dans lesquels ils mettent leurs savoirs et leurs idées. Prenez modèle et enrichissez la COL-LECTION ENSEIGNEMENT SUP de chez EDP sciences : l'éditeur vous attend.

Par G. TRONEL

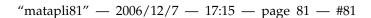
P. G. CIARLET: An Introduction to Differential Geometry with Applications to Elasticity, Editeur Springer, 2005, 209 pages, ISBN 101-4020-4247-7

Pour commencer je ne résiste pas au plaisir d'extraire une citation d'un témoignage de A. Weil au grand géomètre du XXème siècle, S.S. Chern.

« Obviously everything in differential geometry can be translated into language of analysis, just as everything in algebraic geometry can be expressed in the language of algebra. Sometimes mathematicians, following their personal inclination or perhaps misled by a false sense of rigor, have turned their mind wholly to the translation and lost sight of the original text. It cannot be denied that this has led occasionally to work of great value; nevertheless, further progress has invariably gone back to geometric concepts. The same has happened in our times with topology. Whether one considers analytic geometry in the hands of Lagrange,



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$ 







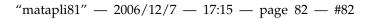
tensor calculus in the hands of Ricci, or more modern examples, it is always clear that a purely formal treatment of geometric topics would invariably have killed the subject if had not been rescued by true geometers, Monge , Levi-Civita and above all Elie Cartan.  $^{\circ}$ 

Bel hommage d'un grand mathématicien qui contredit l'un de ses complices en Bourbaki, J. Dieudonné, lui qui voulait rayer le mot géométrie du vocabulaire des mathématiques. Ce qui est assez curieux lorsqu'on entend H. Cartan raconter l'histoire de la naissance de Bourbaki. H. Cartan, chargé d'enseigner un cours de géométrie différentielle, devant la difficulté de cette tâche, en parle à quelques collègues qui décident, qu'avant de s'attaquer à la géométrie il serait nécessaire de mettre de l'ordre dans les mathématiques et de commencer par le commencement! A ce jour Bourbaki, à part un petit fascicule sur les variétés différentiables, n'a pas écrit une ligne de géométrie! Mais H. Cartan a tout de même publié un livre de Calcul Différentiel. Ce préambule sur la géométrie est aussi là pour rappeler que ce n'est que vers le milieu du siècle dernier que les géomètres sont devenus des mathématiciens; Poincaré, Einstein étaient des géomètres.

Pour des raisons obscures, la géométrie différentielle effraie beaucoup de mathématiciens, surtout dans les jeunes générations; de même peu d'étudiants, parmi ceux qui se destinent aux mathématiques, choisissent la géométrie. Que pouvaiton conseiller à un étudiant souhaitant s'initier à la géométrie supérieure soit par nécessité soit par souci de culture? Le renvoyer aux bons livres de Goursat et de Darboux? C'est plus ou moins le conseil que prodiguaient les mathématiciens russes. Les ouvrages remarquables de M. Berger sont sans doute trop copieux pour une initiation ou pour une utilisation de la géométrie dans les applications en mécanique et en physique. On peut noter aussi qu'au cours des cinquante dernières années, les utilisateurs de notions de géométrie - notions indispensables dans la plupart des problèmes de modélisation -, bricolaient, chacun dans son coin, une géométrie différentielle adaptée à leurs nécessités. Mais, en général, la géométrie se résumait à des représentations analytiques et à des calculs sur des formules bourrées d'indices, valables pour toutes les dimensions au moins égales à n, n pouvant prendre des valeurs petites ou grandes suivant les propriétés établies ou souhaitées. La situation était particulièrement critique en théorie de l'élasticité dans l'étude des poutres et des coques, définies par une surface moyenne et une petite épaisseur. L'utilisation de l'analyse fonctionnelle et des espaces Sobolev sur des domaines à frontière lipchitzienne aggravaient cet effacement de la géométrie devant la toute puissance de l'analyse et du calcul. Si les ordinateurs permettent maintenant de construire et de visualiser des formes géométriques, ce n'était pas le cas au début de l'informatique; il est vraisemblable que les progrès sur le dessin par ordinateurs viennent plus de la CAO que











des mathématiques. Dessiner une courbe ou une surface relevait, il y a encore peu de temps, de l'hérésie, voire de la traîtrise!

P. G. Ciarlet, entre autre spécialiste des plaques et des coques, s'est penché récemment sur la nécessité d'écrire un ouvrage de géométrie différentielle relativement complet. Bien sûr l'auteur avait en tête les applications qui l'intéressaient, mais aussi d'autres préoccupations car son livre, comme l'indique le titre, peut s'utiliser pour acquérir une bonne connaissance de la géométrie différentielle, euclidienne et riemannienne, en dimension deux et trois, mais il peut aussi s'utiliser pour apprendre, rapidement mais en profondeur, le minimum de géométrie et d'élasticité qui permet d'aborder sereinement l étude des plaques et des coques. Tous ceux qui connaissent P. G. Ciarlet retrouveront son style fluide et son souci constant de se faire comprendre de ses lecteurs, qu'ils soient étudiants ou chercheurs. Trop d'auteurs de livres mathématiques, obnubilés par les résultats qu'ils veulent transmettre et une rigueur paralysante, oublient les aspects pédagogiques et l'élégance de l'écriture ; ces reproches ne s'adressent pas à Ciarlet. Les champs d'actions de la géométrie différentielle ne se limitent pas à l'élasticité. Citons la mécanique de tous les jours, l'astronomie, la physique théorique, la relativité, l'économie. Des interprétations géométriques peuvent souvent aider à la compréhension de l'analyse : que serait l'analyse complexe sans représentation la représentation géométrique des nombres complexes, des revêtements?

Pour en venir au contenu proprement dit, le découpage en quatre chapitres est particulièrement bien adapté aux buts recherchés. On trouve en effet :

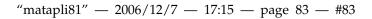
- 1) Géométrie différentielle en dimension trois;
- 2) Géométrie différentielle des surfaces;
- 3) Applications à l'élasticité tridimensionnelle en coordonnées curvilignes;
- 4) Applications à la théorie des coques.

Les premières pages du livre contiennent la table des matières et une préface; les dernières pages sont consacrées à une bibliographie, bien étoffée mais sans exagération, et un index clair et très complet ce qui permet de retrouver facilement une notion ou une formule dans les cas où on est amené à faire une lecture locale ou à consulter une formule particulière.

Pour descendre un échelon dans le détail de chaque chapitre, il faut noter qu'il commence par une introduction, suivie des définitions et des propriétés fondamentales des notions de base, traitées dans le chapitre, puis viennent les résultats sous forme de théorèmes démontrés en détail et de manière lisible. A partir du chapitre deux on apprécie les dessins clairs qui apportent une visualisation des représentations géométriques utilisées et des interprétations géométriques des notions de base sur les déformations des longueurs, des courbures, des surfaces, des volumes. Les formes fondamentales deviennent vivantes, elles ne sont plus











seulement des formules avec lesquels on jongle en se perdant dans les représentations contravariantes ou covariantes avec des indices qui montent et descendent sans que l'on sache trop pourquoi. Ici la mise en évidence des propriétés métriques, des propriétés qui ne le sont pas, permet de mieux comprendre les choix faits pour arriver à l'élasticité et permet aussi de distinguer les déformations traduites sous forme tensorielle. De plus on trouvera ici tout ce qu'il est nécessaire de savoir sur les équations de Gauss et de Codazzi-Mainardi et le Théorème d'Egregium. Pendant longtemps une inégalité naturelle, la mystérieuse inégalité de Korn, échappait à une approche géométrique intrinsèque. Pour se rendre compte de l'élégance des différentes démonstrations, il suffit de comparer la longue et laborieuse démonstration donnée par Hopf à celles que l'on peut donner de nos jours. Le choix de cette inégalité de Korn est là pour donner un exemple de lecture locale du livre. A un lecteur peu averti, mais qui aurait entendu parler de l'inégalité de Korn mais découragé par la longueur de l'article de Hopf, je conseillerai de consulter les pages du livre qui traitent de cette inégalité. Après cette consultation, il pourra essayer de parcourir l'article de Hopf et mesurer le chemin qui sépare les premières démonstrations des toutes dernières établies par Ciarlet et ses élèves. Il est difficile de dire que l'inégalité de Korn a trouvé sa forme la plus élégante, la plus économique, mais le livre nous met sur la bonne voie.

Après ces commentaires sur la partie géométrie, on peut ajouter quelques remarques sur la « partie élasticité » traitée dans les deux derniers chapitres qui occupent la deuxième moitié du livre. L'élasticité est abordée sous l'angle le plus général, à partir des équations non linéaires mais en coordonnées curvilignes, ce qui est plus naturel que de les écrire en coordonnées cartésiennes. Les lois de comportement, le principe des travaux virtuels, les équations d'équilibre sont plus proches de la représentations des modèles et plus agréables à traduire en coordonnées curvilignes. Bien évidemment, dans les cas de géométrie simples, fils et plaques par exemple, il ne serait pas toujours raisonnable d'avoir recours aux formulations les plus générales, mais posséder un cadre formel permet de vérifier la pertinence du cas général en s'appuyant sur des cas simples où l'intuition permet de court-circuiter certains calculs et de retrouver la physique des phénomènes étudiés - l'application de la loi de Hooke, pour l'étude d'un barreau cylindrique, n'exige pas de calculs compliqués! Hélas, dans la plupart des problèmes réels, quel que soit le mode de représentation, il faut toujours calculer et les résultats présentés de manière intrinsèque ne se laissent pas souvent exploiter sans utiliser les représentations cartésiennes. Par ailleurs l'auteur n'oublie pas de revenir de temps à autre à l'élasticité linéaire, c'est encore celle qui est sans doute la plus facile à comprendre par les mathématiciens, même si l'élasticité linéaire s'écarte trop de la réalité, mais pour les petites déformations, les simulations et









les formules restent acceptables entre les mains des praticiens : mécaniciens et numériciens.

Dans le dernier chapitre Ciarlet introduit la théorie des coques, il réécrit et il enrichit les résultats qui figurent dans les livres qu'il a consacrés au sujet.

Aujourd'hui, à un lecteur qui voudrait se lancer dans la lecture des trois tomes que l'auteur a consacré à l'élasticité, je donnerai le conseil : « Commencez par lire « An Introduction to Differential Geometry... », vous ne serez pas obligé de parcourir, à plusieurs reprises toutes les étapes de l'apprentissage de la géométrie différentielle, l'essentiel vous le trouverez dans ce petit livre ».

L'éditeur a fait un travail soigné ce qui contribue à en rendre la lecture agréable, l'auteur n'aurait certainement pas accepté une présentation négligée. Mais pourquoi ce type d'ouvrage, qui devrait figurer dans la bibliothèque personnelle de tout mathématicien et de tout mécanicien, est-il si cher? Les éditeurs, à qui les auteurs d'articles ou de livres mathématiques livrent les fichiers TeX et PdF, devaient aussi faire un effort pour calculer les prix au plus juste s'ils souhaitent continuer à vendre des livres ou des abonnements aux revues mathématiques.

Par G. TRONEL

G. ALLAIRE : *Analyse numérique et optimisation* , Editions de l'École Polytechnique ; 460 pages, ISBN 2-7302-1255-8

Dans ce volumineux ouvrage, G. Allaire nous propose un cours d'analyse numérique et d'optimisation. De fait ce livre rassemble (presque ) tout ce que tout étudiant de MASTER de mathématiques appliquées ou élève ingénieur devrait savoir. L'intérêt de ce livre est qu'il est « self content » et se veut accessible avec le bagage ordinaire d'un étudiant de fin de licence.

Le livre comporte en gros deux parties : l'analyse numérique des EDPs et l'optimisation.

La partie Analyse Numérique commence par un chapitre d'introduction consacré à la notion de modélisation mathématique. Après un exemple « standard » (équation de la chaleur) qui servira de fil conducteur dans l'ouvrage, plusieurs modèles sont proposés; ces modèles sont tous issus de la physique mais le modèle de Black Scholes est évoqué dans l'exemple introductif. Le chapitre continue par une présentation de la méthode des différences finies avec simulation de l'équation de la chaleur et de l'équation d'advection. La terminologie est une terminologie « Equations différentielles » et c'est un peu dommage que l'aspect EDO ne soit pas plus souligné à ce stade. Enfin, la notion de problème bien posé et la classification « standard » des EDPs terminent le chapitre.



 $\bigoplus_{\square}$ 





Le chapitre 2 présente en détail la méthode des différences finies sur l'équation de la chaleur. Les notions classiques de consistance, stabilité, convergence sont développées en 1D et 2D. D'autres modèles sont ensuite examinés.

Les deux chapitres suivants sont consacrés à la formulation variationnelles des EDPs (principe et cadre fonctionnel avec les espaces de Sobolev.)

Les chapitres 5 et 6 concernent les EDPs ellliptiques : dans le chapitre 5, les propriétés du laplacien et les problèmes elliptiques aux limites sont présentées. D'autres modèles (élasticité linéarisée, équations de stokes) sont aussi étudiés. Le chapitre 6 est dédié à la présentation et la mise en œuvre de la méthode des éléments finis.

Le chapitre 7 concerne les probèmes aux valeurs propres : c'est l'occasion de faire un peu de théorie spectrale (en particulier la décomposition spectrale d'un opérateur compact) et d'étudier les valeurs propres du Laplacien. Les méthodes numériques qui en découlent sont une alternative aux précédentes et sont présentées en fin de chapitre.

Le chapitre 8 enfin, fait l'analyse des problèmes d'évolution (paraboliques et hyperboliques) : pour chaque type d'équation, la formulation variationnelle, des résultats d'existence et d'unicité, les propriétés qualitatives « phares » et les méthodes numériques (semi-discrétisation en temps, discrétisation totale en temps et en espace) sont présentées.

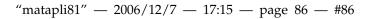
La deuxième partie (plus courte) concerne les techniques de base de l'optimisation. Les chapitres 9 et 10 sont très classiques (Existence, conditions d'optimalité, algorithmes basiques et introduction à la commande optimale). En revanche, le chapitre 11 l'est beaucoup moins car il présente les techniques de base de la recherche opérationnelle souvent passées sous silence dans la plupart des livres d'optimisation. Si le simplexe a souvent droit de cité, les algorithmes de points intérieurs, la programmation dynamique et les algorithmes gloutons sont détaillés ici ce qui n'est pas banal!!!

Le livre se termine par deux annexes, l'une sur les espaces de Hilbert (projection sur un convexe fermé, théorème de Riesz et bases hilbertiennes) l'autres sur les méthodes d'analyse numérique matricielle les plus courantes.

Le contenu de ce livre n'est certes pas original mais il contient beaucoup de choses!! c'est l'ouvrage idéal quand on ne sait plus comment se comportent les valeurs propres du laplacien, pour avoir un présentation élémentaire des espaces de Sobolev ou si on souhaite s'initier aux algoritmes de « branch and bound »... C'est un vrai manuel, au sens où il faut l'avoir toujours sous la main. De plus chaque chapitre comporte beaucoup d'exercices (sans démonstration, ce qui oblige le lecteur à réfléchir). Toutefois dans son introduction G. Allaire donnent des adresses de site WEB en liaison avec le livre et indique que la correction des exer-











cices sera prochainement publiée. Patience donc!!

Par M. BERGOUNIOUX

V.S. KOROLIUK ET N. LIMNIOS : *Stochastic Systems in Merging Phase Space* , Editeur World Scientific Publishing, 2005, 348 p. - ISBN 981-256-591-4

Ce livre est à placer dans la catégorie des ouvrages dédiés aux théorèmes limites pour les processus (par exemple [3, 14, 5, 9]). Le coeur de l'ouvrage est consacré à la convergence faible de différentes familles de fonctionnelles de processus Markoviens en environnement semi-Markovien, dans la perspective d'offrir des résultats d'approximation par moyennisation et par des diffusions, et des approximations de type Poisson. Le cadre mathématique général est celui des évolutions aléatoires dirigées par des processus semi-Markoviens. L'école probabiliste Ukrainienne a initié le sujet et très largement contribué à son développement [7, 8, 12, 6, 13].

Décrivons le contenu de ce livre de manière un peu plus précise. Les auteurs portent leur attention sur des modèles stochastiques de systèmes évoluant dans un environnement sujet à des variations aléatoires. Cela se traduit ici par la combinaison de deux modèles stochastiques : l'un décrivant le comportement d'un système dans un environnement donné et l'autre représentant l'état de l'environnement du système. On dispose ainsi d'un processus dirigé/modulé (« appelé switched process ») par un processus directeur/modulateur (appelé « switching process »). Ce dernier est supposé semi-Markovien avec un espace d'état général. Les objets étudiés sont alors des fonctionnelles additives du processus dirigé (Chapitre 2). L'exemple central est celui d'une fonctionnelle du type

$$\xi(t) = \xi(0) + \int_0^t \eta(ds; X(s)) ds$$
 (7)

où  $\{X(t)\}_{t\geq 0}$  est le processus semi-Markovien directeur et  $\{\eta(t;x)\}_{t\geq 0}$  est un processus de Markov déterministe par morceaux (PDMP) selon la terminologie introduite par M. H. Davis [1, 2, 4]. Ceci inclut, entre autres, les fonctionnelles additives continues de processus de Markov ou semi-Markoviens. Des analogues discrets, appelés « processus incréments » sont également considérés.

Une source naturelle de motivation pour étudier de telles fonctionnelles est qu'elles apparaissent comme des grandeurs d'intérêt pour évaluer un système dans un grand nombre de domaine d'applications : fiabilité des systèmes, phénomènes d'attente, mathématiques financières, modélisation des risques ... De ce point de







vue, l'introduction des modèles PDMP dans la discussion est particulièrement intéressante. Ils constituent une alternative aux processus de diffusion, qui rencontre un succès grandissant en modélisation. Une seconde source de motivation est que ces fonctionnelles peuvent également se trouver au coeur de l'analyse asymptotique d'un modèle stochastique. Ce dernier point est parfaitement illustré par le Chapitre 7 sur les approximations de type Poisson. Les résultats y sont obtenus par des théorèmes de convergence des semimartingales reposant sur les propriétés asymptotiques des « caractéristiques » de ces semimartingales [5]. Les caractéristiques obtenues sont des fonctionnelles additives continues d'un processus semi-Markovien qui sont alors analysées grâce aux développements des précédents chapitres.

Les auteurs proposent deux schémas d'étude. Le processus dirigé dépend d'un paramètre  $\varepsilon$  destiné à devenir petit, combiné avec l'un des deux cas de figure suivants pour le processus directeur semi-Markovien :

- 1. il évolue à une échelle de temps rapide, au moins en  $1/\varepsilon$ . Des conditions d'ergodicité sont requises pour étudier l'asymptotique des fonctionnelles lorsque  $\varepsilon$  tend vers 0 (Chapitre 3).
- 2. Dans le second cas, l'espace des états est asymptotiquement agrégeable. Plus précisément, on dispose d'une partition finie de l'espace d'état induisant une fonction dite « d'agrégation » prenant un nombre fini de valeurs. Alors la fonction du processus directeur converge faiblement lorsque ε tend vers 0, vers un processus de saut Markovien admettant un nombre fini d'états. Asymptotiquement, on bénéficie ainsi d'une réduction de l'espace d'état du modèle semi-Markovien original et d'une simplification de la classe de processus considéré comme modèle directeur. Cette situation est particulièrement adaptée à un modèle directeur pouvant être décomposé en sous-modèles fonctionnant à différentes échelles de temps. La problématique est classique dans le domaine du contrôle de systèmes et conduit naturellement aux problèmes de perturbations singulières (Chapitre 4).

Les Chapitres 3 et 4 fournissent, pour ces deux schémas, des approximations de fonctionnelles de processus Markoviens (par exemple (7)) par moyennisation et par des diffusions. Les preuves détaillées sont reportées dans les Chapitres 5 et 6. Les Chapitres 7, 8, 9 peuvent être considérés comme des chapitres d'applications. Le Chapitre 7 se distingue des deux autres dans le sens où les auteurs y proposent cette fois des approximations de type Poisson. Comme nous l'avons déjà mentionné, la convergence est étudiée via celle des caractéristiques semimartingales des fonctionnelles. Les Chapitres 8 et 9 présentent des études de cas,



 $\bigoplus_{i=1}^{n}$ 





allant de modèles restant assez généraux vers des modèles emblématiques des probabilités appliquées. Un regret personnel au regard de ces deux derniers chapitres, est l'absence de « considération pratique » précise motivant l'introduction des questions abordées. Dans le même esprit, ces chapitres auraient pu bénéficier d'une discussion de nature plus qualitative sur les résultats proposés. Cela contribuerait à accroître l'impact des résultats obtenus auprès de la communauté des probabilités appliquées et de la recherche opérationnelle stochastique.

Un certain nombre de points doivent être mis en avant :

- 1. le livre peut évidemment être considéré comme un état de l'art dans le domaine de la convergence du type considéré d'évolutions aléatoires dirigées par un processus semi-Markovien. En particulier, il regroupe dans un même ouvrage des résultats connus dans divers contextes spécifiques et répartis dans divers ouvrages. On peut tout de même regretter l'absence d'une discussion approfondie du positionnement du contenu du livre par rapport à la bibliographie générale (188 références) et, en particulier, aux nombreuses contributions des auteurs.
- 2. Le livre offre des démonstrations détaillées de la plupart des résultats. En particulier, certaines d'entre elles apportent une justification complète à des énoncés figurant dans d'autres ouvrages du premier auteur (comme par exemple [6]). Quelques preuves sont proposées en exercice mais cela ne représente pas un frein à la compréhension des idées développées.
- 3. Cet ouvrage comporte une collection de résultats qui sont publiés, à ma connaissance, pour la première fois. En particulier cela concerne
  - le traitement des fonctionnelles de type (7) avec un processus directeur semi-Markovien;
  - les approximations de type Poisson, là encore dans un contexte de modèle directeur semi-Markovien;
  - les preuves centrées sur l'opérateur de compensation introduit par Sviridenko [11], dans la lignée des travaux de Stroock et Varadhan [10], pour offrir une approche martingale aux problèmes de convergence des processus semi-Markoviens.

À la lumière des éléments précédents, je considère que l'ensemble des chercheurs en processus stochastiques et en modélisation Markovienne est concerné par les idées développées dans ce livre. Il pourra être considéré comme un complément orienté vers les applications pour les chercheurs dont un des livres de chevet est [5]. Il intéressera les membres de la communauté du contrôle stochastique au vu de la proximité avec certaines problématiques classiques du domaine. Pour les probabilistes appliqués, il apparaîtra comme un support théorique certain.



 $\bigoplus_{\square}$ 





En conclusion, il prend naturellement sa place dans toute bibliothèque comportant l'un des douze livres référencés dans cette note, et/ou disposant d'un espace dédié aux ouvrages sur les problèmes de fiabilité, de gestion des phénomènes d'attente, de mathématique financières, ....

Pour terminer, je résume très brièvement les neuf chapitres du livre.

- Chap 1 : Présentation des éléments de base sur les processus intervenant dans le livre : différentes classes de processus Markoviens, les processus semi-Markoviens et les semimartingales.
- Chap 2 : Introduction des notions de processus dirigé ou directeur. Puis on y trouve une description des fonctionnelles considérées dans le livre, ainsi que des évolutions aléatoires semi-Markoviennes. L'opérateur de compensation pour ces évolutions aléatoires est alors présenté.
- Chap 3 : Après une mise en place du cadre d'étude des évolutions aléatoires semi- Markoviennes dépendante d'un petit paramètre, les auteurs fournissent tout un ensemble de résultats d'approximation par moyennisation et par diffusion des fonctionnelles du Chap 2.
- Chap 4: Il répond aux mêmes objectifs que le Chap 3 mais dans un schéma d'agrégation asymptotique de l'espace d'état du processus directeur semi-Markovien. Le cas d'un processus directeur ergodique ou non-ergodique est discuté.
- Chap 5 et 6 : Ces deux chapitres regroupent les preuves des théorèmes des Chap 3 et 4. Le Chap 5 est consacré à la convergence faible des lois de dimension finie avec des techniques de perturbations singulières d'opérateurs réductibles-inversibles. La tension des mesures de probabilité sous-jacentes est étudiée dans le Chap 6.
- Chap 7 : Mise en évidence d'approximations de type Poisson des processus à impulsions dirigés par un processus Markovien et des fonctionnelles de type (7) avec un processus directeur semi-Markovien.
- Chap 8 et 9: Ils regroupent les différentes illustrations des techniques développées dans les précédents chapitres. Chap 8: Approximation du temps d'absorption de processus Markoviens de saut, des approximations par moyennisation, diffusion et Poissonnienne de marche aléatoires semi-Markoviennes,... Le Chapitre 9 propose des approximations par diffusion de processus de naissance et de mort appliqués à la théorie des systèmes réparables, puis une approximation par processus de Lévy des processus impulsions.









# Références

- [1] M. H. Davis, *Piecewise-deterministic Markov processes : a general class of non-diffusion stochastic models (with discussion)*. J. Royal Statist. Soc. (B), 46:353–388, 1983.
- [2] M. H. Davis, Markov Models and Optimization, Chapman & Hall, 1993.
- [3] S. N. Ethier and T. G. Kurtz, *Markov Processes, Characterization and Convergence*, Probability and Applications. John Wiley & Sons, 1986.
- [4] M. Jacobsen, Marked Point Processes and Piecewise Deterministic Processes, Birkhäuser Verlag AG, 2005.
- [5] J. Jacod and A. N. Shiryaev, *Limit Theorems for Stochastic Processes*, Springer-Verlag, 2003, 2ème Édition.
- [6] V.S. Korolyuk and V. V. Korolyuk, *Stochastic Models of Systems*, volume 469 de *Mathematics and its Applications*, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [7] V.S. Korolyuk and A. V. Swishchuk, *Evolution of Systems in Random Media*, CRC Press, 1995.
- [8] V.S. Korolyuk and A. V. Swishchuk, *Semi-Markov Random Evolution*, Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [9] D. S. Silvestrov, *Limit Theorems for Randomly Stopped Stochastic Processes*, Probability and its applications. Springer-Verlag, 2004.
- [10] D. W. Stroock and S. R. S. Varadhan, *Multidimensional Diffusion Processes*, Springer-Verlag, 1979.
- [11] M. N. Sviridenko, Martingale approach to limit theorems for semi-Markov processes, *Theory Probab. Appl.*, 34:540–545, 1989.
- [12] A. V. Swishchuk. *Random Evolution and Their Applications*. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [13] A. V. Swishchuk, *Random Evolutions and Their Applications. New Trends*, Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [14] W. Whitt, Stochastic-Process Limits: An Introduction to Stochastic-Process Limits and Their Applications to Queues, Springer-Verlag N.Y., 2002.

Par J. LEDOUX







#### CORRESPONDANTS RÉGIONAUX

**Amiens** Alberto Farina LAMFA

Université Picardie Jules Verne 33 rue Saint Leu 80039 AMIENS Cedex Tél.: 03 22 82 75 88 - Fax: 03 22 82 75 02 Alberto.Farina@u-picardie.fr

Antilles-Guyane Marc Lassonde
Mathématiques
Université des Antilles et de la Guyane
97159 POINTE A PITRE

Marc.Lassonde@univ-ag.fr

Avignon Alberto Seeger Département de Mathématiques Université d'Avignon 33 rue Louis Pasteur - 84000 AVIGNON Tél. 04 90 14 44 93 - Fax 04 90 14 44 19

alberto.seeger@univ-avignon.fr

**Belfort** *Michel Lenczner* Laboratoire Mécatronique3M - UTBM 90010 Belfort Cedex

Tél.: 03 84 58 35 34 - Fax: 03 84 58 31 46 Michel.Lenczner@utbm.fr

**Besançon** *Mihai Bostan*UFR Sciences et Techniques
16 route de Gray

 $\label{eq:tensor} T\'el: 03~81~66~63~38 - Fax: 03~81~66~66~23$   $\mbostan@descartes.univ-fcomte.fr$ 

25030 Cedex BESANÇON

Bordeaux Cédric Galusinski
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université de Bordeaux I
351 cours de la Libération
33405 TALENCE Cedex

Tél.: 05 57 96 21 28 - Fax: 05 56 84 26 26 galusins@math.u-bordeaux.fr

Brest Marc Quincampoix
Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université de Bretagne Occidentale
BP 809 - 29285 BREST Cedex
Tél.: 02 98 01 61 99 - Fax: 02 98 01 67 90

Marc.Quincampoix@univ-brest.fr

Cachan ENS Sylvie Fabre
CMLA-ENS Cachan
61 avenue du Président Wilson
94235 CACHAN Cedex

fabre@cmla.ens-cachan.f

Clermont - Ferrand Rachid Touzani
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université Blaise Pascal,
BP 45 - 63177 AUBIERE Cedex
Tél.: 04 73 40 77 06 - Fax: 04 73 40 70 60
Rachid.Touzani@math.univ-bpclermont.fr

Compiègne Véronique Hédou-Rouillier Équipe de Mathématiques Appliquées Departement Génie Informatique Université de Technologie BP 20529 - 60205 COMPIEGNE Cedex Tél: 03 44 23 49 02 - Fax: 03 44 23 44 77 Veronique. Hedou@dma.utc.fr

Dijon Christian Michelot
UFR Sciences et techniques
Université de Bourgogne
BP400 - 21004 DIJON Cedex
Tél.: 03 80 39 58 73 - Fax: 03 80 39 58 90
michelot@u-bourgogne.fr

Etats-Unis Rama Cont
Columbia University
New-York
Rama.Cont@polytechnique.fr









Evry la Génopole Bernard Prum
Département de Mathématiques
Université d' Évry Val d'Essonne
Bd des Coquibus - 91025 ÉVRY Cedex
Tél.: 01 60 87 38 06 - Fax: 01 60 87 38 09
prum@genopole.cnrs.fr

**Grenoble** Brigitte Bidegaray-Fesquet Laboratoire de Modélisation et Calcul -IMAG

Université Joseph Fourier BP 53 - 38041 GRENOBLE Cedex 9 Tél.: 04 76 51 48 60 - Fax: 04 76 63 12 63 Brigitte.Bidegaray@imag.fr

Grenoble 2 Frédérique Letué
Bât. des Sciences de l'homme de la société
BP 47 - 38040 GRENOBLE Cedex 9
Tél.: 04 76 82 59 58 - Fax: 04 76 82 56 40
Frederique. Letue@iut2.upmf-grenoble.fr

**Israël** Ely Merzbach
Dept. of Mathematics and Computer Science
Bar llan University. Ramat Gan.
Israël 52900

 $\label{eq:tel:condition} Tel.: (972-3)5318407/8 - Fax: (972-3)5353325 \\ \texttt{merzbach@macs.biu.ac.il}$ 

La Réunion Philippe Charton
Dépt. de Mathématiques et Informatique
IREMIA,
Université de La Réunion - BP 7151
97715 SAINT-DENIS Cedex 9
Tél.: 02 62 93 82 81 - Fax: 02 62 93 82 60
Philippe.Charton@univ-reunion.fr

**Le Havre**Adnan Yassine
ISEL

B.P. 1137 - 76063 LE HAVRE Cedex Tél.: 02 32 74 49 16 - Fax: 02 32 74 49 11 adnan.yassine@univ-lehavre.fr

Quai Frissard

Lille Caterina Calgaro Laboratoire Paul Painlevé - UMR 8524 Université des Sciences et Technologies de Lille

Bat. M2, Cité Scientifique, 59655 VILLENEUVE D'ASCQ Cedex Tél.: 03 20 43 47 13 - Fax: 03 20 43 68 69 Caterina.Calgaro@univ-lille1.fr

Limoges Paul Armand LACO, ESA 6090 - Univ. de Limoges 123 avenue A. Thomas 87060 LIMOGES Cedex Tél.: 05 55 45 73 30 Fax: 05 55 45 73 22

paul.armand@unilim.fr

Lyon Michèle Chambat
Laboratoire d'Analyse Numérique
MAPLY - Bat. 10
Université Lyon I
43 bd du 11 Novembre 1918
69622 VILLEURBANNE Cedex
Tél.: 04 72 44 85 25 - Fax: 04 72 44 80 53
chambat@lan.univ-lyonl.fr

Marne La Vallée Pierre Vandekerkhove
Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques
Appliquées
Univ. de Marne-la-Vallée Cité Descartes
5 bd Descartes 77454 MARNE-LA-VALLÉE Cedex 2
Fax: 01 60 95 75 45 vandek@math.univ-mlv.fr

Maroc Khalid Najib École nationale de l'industrie minérale Bd Haj A. Cherkaoui, Agdal BP 753, Rabat Agdal 01000 RABAT Tél.: 00 212 37 77 13 60 - Fax: 00 212 37 77 10 55

najib@enim.ac.ma









Mauritanie Zeine Ould Moharned Équipe de Recherche en Informatique et Mathématiques Appliquées Faculté des Sciences et Techniques Université de Nouakchott BP 5026 - NOUAKCHOTT-MAURITANIE Tel: 222 25 04 31 - Fax: 222 25 39 97 zeine@univ-nkc.mr

Metz Zakaria Belhachmi
Département de Mathématiques
Université de Metz
Ile du Saulcy - 57 045 METZ Cedex 01.
Tél.: 03 87 54 72 87 - Fax: 03 87 31 52 73
belhach@poncelet.univ-metz.fr

Montpellier Oana Iosifescu
Laboratoire ACSIOM
Université de Montpellier II, CC51
Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER Cedex 5
Tél: 04 67 14 32 58 - Fax: 04 67 14 35 58
iosifescu@math.univ-montp2.fr

Nantes Catherine Bolley École Centrale de Nantes BP 92101 - 44321 NANTES Cedex 3. Tél :02 40 37 25 17 - Fax :02 40 74 74 06 Catherine.Bolley@ec-nantes.fr

Nancy Didier Schmitt
Institut Élie Cartan
Université de Nancy 1 - BP 239
54506 VANDŒUVRE LÈS NANCY cedex
Tél.: 03 83 91 26 67 - Fax: 03 83 28 09 89
Didier.Schmitt@iecn.u-nancy.fr

Nice Chiara Simeoni
Lab. Jean-Alexandre Dieudonné
UMR CNRS 621
Université de Nice, Parc Valrose
06108 NICE Cedex 2
Tél.: 04 92 07 60 31 - Fax: 04 93 51 79 74

simeoni@math.unice.fr

Orléans Maïtine Bergounioux
Dépt. de Mathématiques - UFR Sciences
Université d'Orléans - BP. 6759
45067 ORLEANS Cedex 2
Tél.: 02 38 41 73 16 -Fax: 02 38 41 72 05

maitine.bergounioux@univ-orleans.fr

Paris I Jean-Marc Bonnisseau
UFR 27 - Math. et Informatique
Université Paris I - CERMSEM
90 rue de Tolbiac 75634 PARIS Cedex 13
Tél.: 01 40 77 19 40-Fax: 01 40 77 19 80
jeanmarc.bonnisseau@uni-paris1.fr

Paris V Chantal Guihenneuc-Jouyaux Laboratoire de statistique médicale 45 rue des Saints Pères - 75006 PARIS Tél.: 01 42 80 21 15 - Fax: 01 42 86 04 02 chantal.guihenneuc@univ-paris5.fr

Paris VI Olivier Glass
Laboratoire Jacques-Louis Lions,
Case courrier 187
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu - 75250 PARIS Cedex 05
Tél.: 01 44 27 71 69 - Fax: 01 44 27 72 00
(glass@ann.jussieu.fr

Paris VI Nathanael Enriquez
Lab. de Probabilités et Modèles Aléatoires
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél.: 01 44 27 54 76 - Fax: 01 44 27 72 23
enriquez@ccr.jussieu.fr

Paris IX Clément Mouhot
CEREMADE - Univ. de Paris Dauphine
Place du Mal de Lattre de Tassiny
75775 PARIS Cedex 16
Tél.: 01 44 05 48 71 - Fax: 01 44 05 45 99
cmouhot@ceremade.dauphine.fr











**Paris XI** Benjamin Graille Mathématiques Bat. 425

Univ. de Paris-Sud - 91405 ORSAY Cedex Tél.: 01 69 15 60 32 - Fax: 01 69 15 67 18 Benjamin.Graille@math.u-psud.fr

Paris XII Yuxin Ge

UFR de Sciences et Technologie Univ. Paris 12 - Val de Marne 61 avenue du Général de Gaulle 94010 CRETEIL Cedex Tél.: 01 45 17 16 52

ge@univ-paris 12.fr

**Ecole Centrale de Paris** Florian De Vuyst Ecole Centrale de Paris Laboratoire Mathématiques Appliquées aux Systèmes,

Grande Voie des Vignes, 92295 Châtenay-Malabry cedex France Tél.: 01 41 13 17 19 - Fax: 01 41 13 14 36 florian.de-vuyst@ecp.fr

**Pau** Brahim Amaziane Laboratoire de Mathématiques Appliquées-IPRA

Avenue de l'Université - 64000 PAU Tél. : 05 59 92 31 68/30 47

Fax: 05 59 92 32 00

Université de Pau

brahim.amaziane@univ-pau.fr

Perpignan Didier Aussel
Département de Mathématiques
Université de Perpignan
52 avenue de Villeneuve
66860 PERPIGNAN Cedex
Tél.: 04 68 66 21 48 - Fax: 04 68 06 22 31

aussel@univ-perp.fr

**Poitiers** Alain Miranville Département de Mathématiques Université de Poitiers Bd Marie et Pierre Curie - BP 30179 86962 FUTUROSCOPE CHASSENEUIL Cedex

Tél.: 05 49 49 68 91 - Fax: 05 49 49 69 01
Alain.Miranville@mathlabo.univ-poitiers.fr

**Polytechnique** Carl Graham CMAP

Ecole Polytechnique 91128 PALAISEAU

Tél.: 01 69 33 46 33 - Fax: 01 69 33 30 11 carl@cmapx.polytechnique.fr

Rennes Nicoletta Tchou

IRMAR - Campus de Beaulieu 35042 RENNES Cedex

Tél.: 02 99 28 26 19 - Fax: 02 99 28 67 90 Nicoletta. Tchou@univ-rennes1.fr

Rouen Adel Blouza

Laboratoire Raphael Salem Université de Rouen Site Colbert 76821 MONT-SAINT-AIGNAN Cedex Tél.: 02 35 14 71 15 - Fax: 02 32 10 37 94

Adel.Blouza@univ-rouen.fr

Saint-Étienne Alain Largillier
Laboratoire Analyse Numérique
Université de Saint Étienne
23 rue du Dr Paul Michelon
42023 ST ÉTIENNE Cedex 2

Tél: 04 77 42 15 40 - Fax: 04 77 25 60 71 larg@anum.univ-st-etienne.fr

Savoie Ioan Ionescu

Université de Savoie LAMA - UMR CNRS 5127 73376 LE BOURGET DU LAC Cedex Tél. : 04 79 75 87 65 - Fax : 04 79 75 81 42

ionescu@univ-savoie.fr











Strasbourg

Photis Nobelis

UFR de Mathématique et Informatique Université Louis Pasteur 7 rue René Descartes 67084 STRASBOURG Cedex

Tél.: 03 88 41 63 08 - Fax: 03 88 61 90 69

 ${\tt nobelis@math.u-strasbg.fr}$ 

**Toulouse** 

Marcel Mongeau

Laboratoire MIP Univ. Paul Sabatier 31062 TOULOUSE Cedex 04

Tél: 05 6l 55 84 82 - Fax: 05 6l 55 83 85

mongeau@cict.fr

**Tours** 

Christine Georgelin

Laboratoire de Mathématiques et Physique

Théorique

Faculté des Sciences et Techniques de Tours

7 Parc Grandmont - 37200 TOURS

 $T\'el.: 02\ 47\ 36\ 72\ 6l - Fax: 02\ 47\ 36\ 70\ 68$ 

georgelin@univ-tours.fr

Tunisie

Henda El Fekih

ENIT-LAMSIN

BP37 1002 - TUNIS-BELVÉDERE

Tél: 2161-874700 - Fax: 2161-872729

henda.elfekih@enit.rnu.tn

Uruguay

Hector Cancela

Universitad de la República J. Herrera y Reissign 565 MONTEVIDEO, URUGUAY

Tél.: + 598 2 7114244 ext. 112 - Fax: + 598

27110469

cancela@fing.edu.uy

Zurich

Michel Chipot

Angewandte Mathematik Universität Zürich Winterthurerstr. 190 - CH 8057 ZÜRICH

Tél.: (41) 1 635 58 50 Fax: (41) 1 635 57 05 chipot@amath.unizh.ch













# PRIX FERMAT DE RECHERCHE EN MATHÉMATIQUES

UNIVERSITÉ PAUL SABATIER **ÉDITION 2007** 

English version



Le PRIX FERMAT récompensera les travaux de recherche de mathématiciens dans des domaines où les contributions de Pierre de FERM AT ont été déterminantes :

- Enoncés de principes variationnels
- Fondements du calcul des probabilités et de la géométrie analytique

A l'intérieur de ces domaines, l'esprit du prix est de récompenser plutôt des résultats de recherche qui sont accessibles au plus grand nombre de mathématiciens professionnels.

D'un montant de 20 000 Euros, le Prix FERMAT est décerné tous les deux ans à TOULOUSE ; la dixième édition aura lieu au cours de l'année 2007.

Lauréats des années précédentes : A. Bahri, K.A. Ribet (1989) - J.-L. Colliot-Thélène (1991) - J.-M. Coron (1993) - A.J. Wiles (1995) - M. Talagrand (1997) - F. Bethuel, F. Hélein (1999) - R. L. Taylor, W. Werner (2001) - L. Ambrosio (2003) - P. Colmez, J.-F. Le Gall (2005).

Le règlement du Prix, les modalités de dépôts de candidature auprès de :

Prix FERMAT de Recherche en Mathématiques Service Communication Université Paul Sabatier 31062 TOULOUSE Cedex 9, France

Date limite de dépôt des candidatures : 30 Juin 2007.

- Règlement du Prix FERMAT (Articles I à V)
- Modalités de candidatures (Article VI) Dossier de candidature (Article VI)
- Lauréats précédents
- Télécharger [pdf]
  - Règlement du Prix FERMAT de Recherche en Mathématiques
  - · Affiche

Lien : Prix Fermat Junior de Mathématiques.



