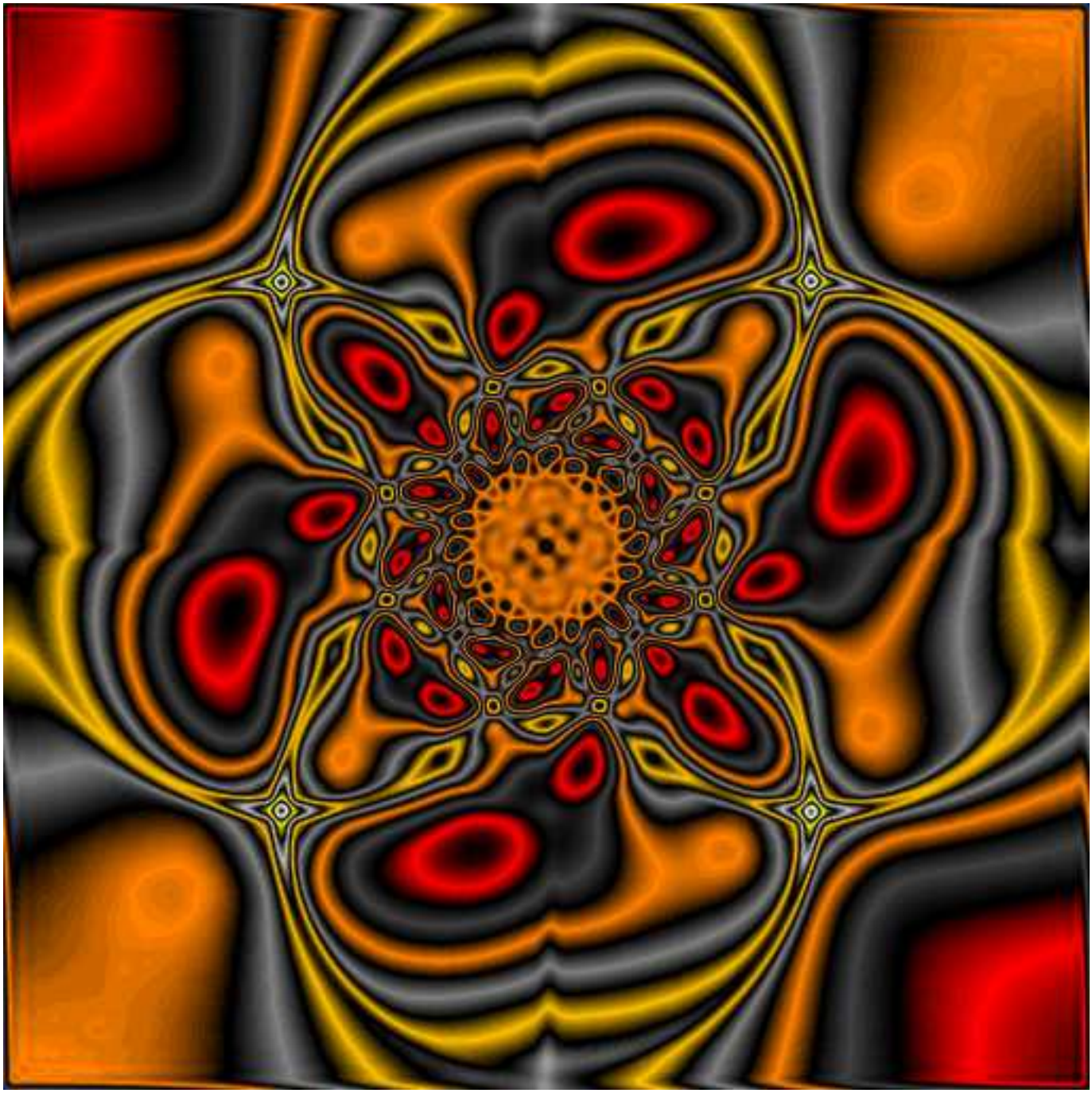


MATAPLI n^o 78- Octobre 2005

Sommaire

Compte-rendus des CA et bureaux 3
Rapport financier 7
Vie de la communauté 11
En direct des universités 21
Nouvelles du CNRS 37
Les bonnes matrices sont rares 41
Regards croisés sur Camille Jordan 57
Mathématiques et Réalité : quelques repères 69
Compte rendus de manifestations 79
Annonces de colloques 81
Annonces de thèses 83
Revue de presse 95
Bulletins d'adhésion 106
Liste des correspondants régionaux 109

Date limite de soumission des textes pour le Matapli 79 : 15 décembre 2005.

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05
Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 07 03 64
`smai@emath.fr – http ://smai.emath.fr`

PRIX DES PUBLICITÉS ET ENCARTS DANS MATAPLI POUR 2005

- 250 € pour une page intérieure
- 400 € pour la 3^{e}de couverture
- 450 € pour la 2^{e}de couverture
- 500 € pour la 4^{e}de couverture
- 150 € pour une demi-page
- 300 € pour envoyer avec Matapli une affiche format A4 (1500 exemplaires)

(nous consulter pour des demandes et prix spéciaux)

Envoyer un bon de commande au secrétariat de la Smai, Mme Duneau.

Comptes-rendus de la SMAI

par Maria ESTEBAN

Compte-rendu du bureau de la Smai du 30 mai 2005

Présents : G. Allaire, M.J. Esteban, J. Istas, P. Lascaux, Y. Maday, A. Prignet
Excusés : J.-M. Bonnisseau, M. Théra

Cette réunion du bureau a été essentiellement consacrée à la préparation du CA du 10 Juin . Les points ci-dessous en font partie.

1. Discussion sur le remplacement de B. Perthame comme co-rédacteur en chef de M2AN et de M. Jeanblanc comme co-éditrice en chef d'ESAIM proceedings (vote au CA du 10 Juin)
2. Discussion sur la proposition de modification des tarifs d'adhésion pour l'année 2006
3. Discussion sur la politique éditoriale de la SMAI et sur la possible création d'un nouveau journal pour les nouvelles interfaces des mathématiques.
4. Point sur les journées industrielles de la SMAI. Une demi-journée est prévue en Décembre.
5. Discussion sur les offres de maisons d'édition pour la nouvelle collection Master de la SMAI. Le choix sera fait par le CA, le 10 Juin
6. Discussion sur la mise en place d'une structure de gestion du Cemracs financée par le Cemracs lui-même.
7. Discussion sur la régularité optimale des congrès de la SMAI
8. Discussion sur une meilleure organisation de notre site web et sur la mise en place de la future base de données de la société.
9. Discussions rapides sur la dernière AG de l'ICIAM et sur la participation de la SMAI au congrès franco-italien qui aura lieu en 2006.
10. Discussion sur un possible communiqué de presse de la SMAI concernant les réformes universitaires.

Compte-rendu du CA de la Smai du 10 Juin 2005 (*)

Présents : G. Allaire, F. Alouges, M. Asch, M. Bergounioux, A. Blouza, P. Chenin, S. Cordier, M.J. Esteban, E. Godlewski, J. Istas, S. Jaffard, S.M. Kaber, P. Lascaux, B. Lucquin, Y. Maday, C. Picard, A. Prignet, B. Prum, D. Talay, M. Théra.
Représentés : D. Chapelle, C. Le Bris et P. Spiteri.
Excusés : J.-M. Crolet, J.-B. Hiriart-Urruty

1. Y. Maday, Président, J. Istas, Vice-Président chargé des publications, M. Théra, Vice-Président chargé des relations extérieures, P. Lascaux, Vice-Président char- gé des affaires industrielles, A. Prignet, Trésorier, C. Picard, Trésorière adjointe et M.J. Esteban, Secrétaire Générale, sont re-élu(e)s à leur poste au Bureau de la SMAI pour une année.

2. J.-M. Bonnisseau est nommé Responsable de la commission d'enseignement.
3. Le CA de la SMAI adopte le lancement de la nouvelle série « Mathématiques appliquées pour le Master/SMAI » qui sera publiée chez DUNOD. La SMAI sera propriétaire du titre.
4. C. Le Bris est nommé co-éditeur en chef de M2AN, en remplacement de B. Perthame. Le CA remercie B. Perthame pour l'excellent travail qu'il a effectué pendant ces années.
5. F. Alouges est nommé représentant de la SMAI au C.A. de la SMF.
6. Le CA vote les tarifs d'adhésion pour l'année 2006. Les seuls changements par rapport à 2005 seront : (i) le tarif jeune sera désormais appliqué à tous les adhérents ayant moins de 32 ans (au lieu de 30) ; (ii) le tarif appliqué aux adhérents des sociétés savantes avec lesquelles la SMAI a signé un accord de réciprocité passe de 35 à 40 Euros. Les dons pour d'autres organismes seront remplacés par une publicité pour ces organismes.
7. Le CA vote le budget pour le projet « Métiers des Mathématiques », brochure qui va faire partie de la collection « ZOOM SUR » de l'ONISEP. Ce projet va être réalisé avec l'ONISEP, la SMF la SFDS et « Femmes et mathématiques ». Le CA accepte d'engager la SMAI hauteur d'un quart des sommes manquantes, soit 5000 € maximum, pour la réalisation du projet, si elles ne peuvent être trouvées par ailleurs. Le CA remercie B. Lucquin et G. Tronel pour l'excellent travail qu'ils font dans le cadre de ce projet.
8. Le CA accepte que les fonds du CEMRACS servent en partie à aider les organisateurs successifs du CEMRACS dans les tâches de secrétariat par le biais de vacations versées à des aides ponctuelles.
9. C. Picard soumet au CA un projet de plaquette de présentation de la SMAI. Le projet est encore à un stade préliminaire. Les membres du CA sont priés d'envoyer leurs commentaires et suggestions à C. Picard, chargée du projet.
10. Y. Maday informe les membres du CA sur des actions récentes ou en cours :
    (a) Colloque franco-italien qui aura lieu en Juillet 2006 à Turin. La SMAI a nommé trois personnes pour participer au CS de ce congrès. Par ailleurs, la SMAI s'est engagée à prendre en charge les frais de participation des conférenciers pléniers français à condition qu'une partie du budget de ce congrès soit dédié à des aides pour la participation des jeunes.
    (b) Participation de deux représentants de la SMAI à l'AG de l' ICIAM à Florence en Mai 2005. R. Jeltsch a été élu président de l'ICIAM. Par ailleurs, après le congrès de Zurich (en 2007), l'AG a décidé d'organiser le congrès suivant à Vancouver.
    (c) Le CA décide que la SMAI ne sera pas officiellement organisatrice d'un colloque international de mathématiques appliquées qui aura lieu au Chili en 2006. La SMAI soutient ce projet, mais n'ayant pas été associée

à un certain nombre de prises de décision importantes, elle préfère ne pas faire partie du groupe des sociétés organisatrices.

11. P. Lascaux présente les activités de la SMAI en direction de l'Industrie : une demie-journée sur les « Mathématiques et Médecine » a eu lieu en Juin et une autre sur les Mathématiques financières aura lieu en Novembre.
12. Maitine Bergounioux annonce au CA qu'elle souhaiterait quitter ses responsabilités au sein d'ESAIM PROC.
13. Discussion sur l'intérêt d'alterner avec une plus grande périodicité les congrès SMAI avec ceux des groupes. Aucune décision n'a été prise pour l'instant.

(*) Ce compte-rendu sera proposé pour approbation à la prochaine réunion du C.A. de la SMAI.

Compte-rendu du Bureau de la SMAI du 28 Juin 2005

Présents : J.-M. Bonnisseau, M.J. Esteban, J. Istas, P. Lascaux, Y. Maday et C. Picard.
Excusé : M. Théra.

Le bureau a commencé par discuter de diverses questions financières et comptables et du changement d'expert comptable.
Puis, nous avons abordé diverses questions concernant les publications :

1. Recherche de responsable(s) pour ESAIM PROC (M. Bergounioux et M. Jeanblanc souhaitent quitter cette responsabilité).
2. Compte-rendu de la réunion du CA d'EDP Sciences, qui édite les journaux ESAIM.
3. Discussion sur les modalités possibles à envisager pour la relance d'ESAIM PS.
4. Y. Maday va bientôt s'adresser à Dunod pour la discussion finale et la signature du contrat concernant la nouvelle collection « Mathématiques appliquées pour le Master/SMAI »

Le bureau discute rapidement du projet de plaquette de la SMAI sur lequel travaille C. Picard.
On cherche une belle image ou bien une amélioration graphique de celle qui figure actuellement dans les affiches de la SMAI.
La commission d'enseignement de la SMAI, dirigée par J.-M. Bonnisseau, relancera ces activités à la rentrée.
C. Picard informe le bureau des réunions du CNFM et du CA du CIRM.

Compte-rendu du Bureau de la SMAI du 8 septembre 2005

Présents : J.-M. Bonnisseau, M.J. Esteban, P. Lascaux, Y. Maday, C. Picard, A. Prignet.
Excusés : G. Allaire, J. Istas, M. Théra.

1. Une nouvelle secrétaire éditoriale va être engagée à mi-temps afin de gérer les revues ESAIM. Elle remplacera la secrétaire actuelle qui a souhaité quitter ce poste.

2. Il faut bientôt organiser une campagne de lancement pour la nouvelle Collection Master.
3. Le Bureau étudie les possibles procédures pour rendre plus facile et dynamique la rédaction de SMAI-INFO.
4. La rubrique Actualités du site web va être modifiée afin qu'elle héberge désormais une sous-rubrique « offres de bourses et emplois » qui pourra être alimentée en ligne par les personnes ayant connaissance de ces offres.
5. Le bureau a décidé de transformer la base de données principale de la SMAI en passant d'une base 4D à une base MYSQL, avec interface PHP, qui sera plus adaptée à nos besoins actuels, et plus facilement modifiable. Un cahier de charges va être rapidement être mis en place par A. Prignet et M. Esteban.
6. Infos enseignements données par J.-M. Bonnisseau :
   – il y a eu une réunion conjointe de la SMAI et la SMF avec la commission du titre afin de discuter de l'enseignement des Mathématiques dans les écoles d'ingénieur. Il y aura un suivi.
   – Une réunion de la commission d'enseignement de la SMAI et la SMF aura lieu bientôt afin de discuter des conclusions du colloque franco-finlandais sur le niveau des Mathématiques en Europe.
7. Métiers de maths : le contrat avec l'ONISEP va bientôt être signé.
8. Journées industrielles :
   – P. Lascaux informe le bureau de l'avancement de l'organisation de la journée « les financiers et les mathématiciens se parlent », qui sera organisée par M. Boulier le 6 novembre 2005.
   – Les prochaines journées pourraient porter sur l'acoustique d'une part et sur l'agroalimentaire d'autre part.
   – Projet de présentation-débat sur les super-calculateurs futurs, suite au rapport Héon-Sartorius.
9. La brochure « Explosion des Mathématiques » a été traduite en persan est déjà en ligne.... Introduction de Waldschmidt, citant la SMAI et la SMF, etc, etc
   – L'Iran ayant des maisons de la Science, on a débattu sur la possibilité de voir avec la SMF et la SFDS comment contacter les maisons de quartier... il faudrait regarder si ce n'est pas déjà fait,
   – Par ailleurs, il serait intéressant d'avoir désormais un compte-rendu des journées « jeux mathématiques » qui se tiennent tous les ans Place St Sulpice en juin. On pourrait le publier dans MATAPLI.
10. Il faut demander aux collègues grenoblois en charge du pré-projet SMAI 2007 de le préparer pour sa présentation au prochain CA.
11. Mise au point sur la création et le fonctionnement du site emath et de l'opération Postes. Cela afin de clarifier les dépendances de diverses opérations que nous gérons seuls ou avec nos partenaires, la SMF et la SFDS.

Rapport financier pour l'exercice 2004

par Alain PRIGNET et Colette PICARD

Voici le rapport financier de la SMAI pour l'exercice 2004. Il a été présenté (avant impôts) lors de l'assemblée générale le 23 mars 2005.

1. Sectorisation

La SMAI voit ses activités réparties entre deux secteurs. L'un est fiscalisé, c'est-à-dire soumis aux impots (TVA, impôt sur les sociétés) l'autre ne l'est pas. Le compte de résultat et le bilan présentés ci-dessous sont consolidés, c'est-à-dire qu'ils présentent les deux activités rassemblées.

La répartition entre les secteurs fiscalisé et non fiscalisé a été modifiée (suite à une consultation de l'admnistration fiscale) à partir de l'exercice 2004 : seuls restent fiscalisés le CEMRACS et le secrétariat éditorial d'ESAIM.

Compte-tenu des changements de sectorisation, la présentation des comptes a legèrement changé comparée à celle de 2003 : certains chiffres pour 2003 ne sont pas disponibles ou peuvent différé de la présentation des comptes 2003.

2. Compte de résultat consolidé

Dans le compte de résultat, les activités fiscalisées apparaissent en italique et sont hors taxes.

Depuis plusieurs années le coût (trop) élevé du MATAPLI était souligné. Depuis septembre 2004, le changement de rédacteur en chef a permis une fabrication interne du MATAPLI. De plus l'impression et le routage sont traités maintenant directement, permettant une forte baisse des dépenses. L'effet sera plus visible en 2005.

On notera un léger excédent du compte de résultat. Il est minoré par les provisions liées au contrôle en cours. Il est notamment dû à la réduction du coût du MATAPLI, au bon résultat du CEMRACS et des congrès de la SMAI, et à un excédent sur le secrétariat éditorial ESAIM.

	2004	2003
Produits d'exploitation		
Adhésions	50642	48461
Publicité dans MATAPLI	799	1050
CANUM	27116	16462
Journées MODE	3960	

EDP Sciences (ESAIM)	26942	24443
CEMRACS	123096	57882
Produits annexes (Groupes, auteurs)	6417	
Total	**238972**	195273
Charges d'exploitation		
Fournitures bureau	2618	3093
Divers	5214	
MATAPLI	23124	30809
Assemblée générale et CA	2588	3256
20 ans (Matapli Spécial)	4362	8954
Frais postaux	1813	1311
Téléphone	842	1741
Adhésions aux autres sociétés	3685	1859
Prix (B. Pascal, Dodu, JL Lions)	3550	3280
Frais missions et représentation	8830	
Location, assurances, divers	2130	2477
Comptable, expert comptable	12073	2976
CANUM	25008	8395
GAMNI	12635	
Math&Applic	776	0
Salaires et charges sociales	17675	18080
CEMRACS	83267	48717
Taxe professionnelle	349	1187
Dotation amortissement	2121	2658
Autres impôts	304	
Contrôle	7567	
Perte exceptionnelle (TVA rejetée)	13501	
Total	**234032**	183870
Résultat d'exploitation	**4940**	11403
Produits financiers	6773	5976
Frais financiers	16	74
Résultat financier	**6757**	5902
Impôts (produits financiers)		287
Impôts sociétés	2558	0
RESULTAT	**9139**	15230

3. Résultat de quelques activités

	Produits	Charges	Résultat
ESAIM	26943	19612	7331
CEMRACS	123096	83267	39829
Journées MODE	3960	0	3960
CANUM	27116	25008	2108

4. Compte de bilan consolidé

Le compte de bilan est moins facile à lire que le compte de résultat. Il traduit l'histoire de la SMAI depuis 20 ans. Les disponibilités et placements sont corrects et permettent une certaine sécurité pour l'avenir : ils sont supérieurs aux charges d'exploitation d'une année.

4.1. Compte de bilan consolidé Actif

		2004		2003
	Brut	Amort.	Net	Net
Actif immobilisé				
Imm. incoporelles (Logiciels)	668	639	29	0
Imm. corporelles (Info., Mob.)	16248	14849	1399	3455
Imm. financières (actions EDPSc)	12806	0	12806	12806
Total	29722	15488	**14234**	16261
Créances d'exploitation				
Clients	41306	8000	33306	13507
Impôts sociétés	454		454	2262
TVA récupérable				2305
VMP (placements)	265379		265379	265839
Disponibilités	146583		146583	191084
Produits à recevoir				17368
Charges constatées d'avance	1533		1533	1990
Total	455255	8000	**447255**	494355
Total actif	484977	23488	**461489**	510616

4.2. Compte de bilan consolidé Passif

Le déficit apparemment important du résultat du GAMNI est, en fait, dû à un produit à recevoir qui a été abandonné.

	2004	2003
Capitaux propres		
Réserves (résultats antérieurs)		
SMAI (non fiscalisé hors groupes)	302867	306152
GAMNI	34617	34542
MAS	2290	-730
MODE	1719	1595
AFA	48434	46987
CEMRACS	19958	10792
SMAI (fiscalisé hors CEMRACS)	-11304	-15984
Total	**398583**	383355
Résultat de l'exercice 2004		
SMAI (non fiscalisé hors groupes)	-15622	-3284
GAMNI	-12576	76
MAS	-463	3020
MODE	3647	125
AFA	-376	1448
CEMRACS	39829	9165
SMAI (fiscalisé hors CEMRACS)	-5300	-1639
Total	**9139**	8911
Total capitaux propres	**407722**	398585
Dettes		
Provision pour charges (contrôle)	7567	
Fournisseurs	11345	85326
Dettes sociales, provisions	3345	3507
TVA collectée	12934	9986
Compte de régularisation passif		
Produits constatés d'avance (adh, prix JLL)	18576	13212
Total dettes et régularisation	**53767**	112031
Total passif	**461489**	510616

Vie de la communauté

par Stéphane DESCOMBES

CHERCHEURS INVITÉS

Université d'Avignon

Alfredo Iusem, Instituto de Matematica Pura e Aplicada, Brésil
Octobre-Novembre 2005
Spécialité : Optimisation
Contact : Alberto Seeger, `alberto.seeger@univ-avignon.fr`

Université Pierre et Marie Curie, Paris, Laboratoire Jacques-Louis Lions

David Holcman, Weizmann Institute of Science, Israël
Octobre-décembre 2005
Spécialité : modélisation mathématique des systèmes biologiques
Contact : Yvon Maday, `maday@ann.jussieu.fr`

Université Paul Sabatier, Toulouse

Yavdat Ilyasov, Université de Ufa, Russie
Novembre 2005
Spécialité : Equations aux dérivées partielles
Contact : Youri Egorov, `egorov@cegetel.net`

Université Paul Sabatier, Toulouse, LSP

Emmanuel Candes, California Institute of Technology
Juin 2006
Spécialités : Problèmes inverses. Analyse harmonique appliquée
Contact : F. Gamboa, `gamboa@cict.fr`

Université Paul Sabatier, Toulouse, LSP

Karl-Theodor Sturm, Bonn, Allemagne
Février 2006
Spécialité : Transport de mesures, géométrie des espaces de mesure, applications harmoniques entre variétés
Contact : Dominique Bakry, `bakry@cict.fr`

INPT (ENSEEIHT), Toulouse, Groupe Statistique et Probabilités

Michael STEWART, University of Sydney, Australie
Octobre 2005
Spécialité : Statistique asymptotique pour les problèmes de mélanges de lois
Contact : Bernard Garel, garel@n7.fr

Université François Rabelais, Tours, Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique

W. Woess, Université de Graz, Autriche
Premier Semestre 2006
Spécialité : Probabilités sur les arbres
Contact : Georgelin Christine, christine.georgelin@univ-tours.fr

VIE DES GROUPES

La liste de diffusion du Groupe **MAS** vient d'être rénovée. Elle fait connaître à tous ceux sont qui en font partie les dates et thèmes de congrès concernant la communauté, l'existence de postes (MC, Ater,...) ou de bourses.
Pour faire passer une annonce sur cette liste, l'envoyer à mas-smai@emath.fr (la liste est modérée).
Si vous désirez être ajouté à cette liste, il suffit d'écrire à

mas-smai-request@emath.fr avec le sujet subscribe

L'Assemblée Générale du groupe **AFA** aura lieu le vendredi 18 novembre 2005, 13h30, à l'ENST (46 rue Barrault, Paris). Les membres de la SMAI qui seraient intéressés par la participation au bureau du groupe AFA sont invités à se faire connaître par email soit auprès de Marie-Laurence Mazure (mazure@imag.fr) soit auprès de Jean-Louis Merrien (Jean-Louis.Merrien@insa-rennes.fr).

PRIX ET DISTINCTIONS

Ben Green Awarded 2005 SALEM Prize

The Salem Prize for 2005 has been awarded to Ben Green from the University of Bristol for his work in combinatorial number theory related to progressions in the primes. More specifically, his extension of Van der Corput's theorem on triples and his joint paper with Terry Tao on the existence of progressions of arbitrary length. The Prize committee for 05 consisted of J. Bourgain, C. Fefferman, P. Jones, N. Nikolski, P. Sarnak and J-C. Yoccoz. The Salem prize is awarded yearly to young researchers for outstanding contributions in the field of Analysis.

Élection de Li-Ta Tsien à l'Académie des Sciences

Le Professeur Li-Ta Tsien a été élu membre étranger de l'Académie des Sciences de France par l'ensemble de l'Académie sur proposition de la section Mathématiques Appliquées/ Mécanique/ Informatique.

Premier prix de thèse du Gamni décerné à Tony Lelièvre (ENPC/Cermics)

par R. Abgrall, D. Chapelle et R. Touzani

Le Gamni a décidé de lancer un prix de thèse annuel visant à récompenser une thèse effectuée en France dans le domaine du calcul scientifique. C'est par ailleurs le lauréat de ce prix que le Gamni présente pour concourir au prix de thèse Eccomas au niveau européen.

Pour cette première édition, le comité de sélection a examiné neuf candidatures, présentées spontanément ou par l'intermédiaire d'un parrain, toutes de très bonne qualité. Les critères de sélection qu'il s'était fixés étaient :

- la qualité scientifique du travail présenté ;
- l'importance des résultats dans les applications ;
- dans une moindre mesure la mobilité thématique ou géographique du candidat pendant et juste après la thèse.

Sur cette base, le comité a unanimement désigné Tony Lelièvre comme lauréat du prix de thèse 2005 (pour une thèse soutenue en 2004).

Le travail de thèse de Tony Lelièvre, réalisé sous la codirection de Benjamin Jourdain et de Claude Le Bris à l'ENPC/Cermics, porte sur la modélisation et la simulation numérique de fluides non-Newtoniens. Plus particulièrement, il prend en compte des modèles qui couplent des EDPs avec une équation différentielle stochastique décrivant le tenseur des contraintes additionnelles engendrées par les molécules de polymère dans le solvant.

Ce travail est tout à fait remarquable à la fois aux plans théorique et numérique. T. Lelièvre y démontre des résultats d'existence et d'unicité de solutions, ainsi que de convergence de schémas (en particulier, une convergence optimale pour un schéma bien connu dans la communauté des fluides non-Newtoniens). La plupart des chapitres de cette thèse sont déjà publiés dans des revues internationales, et de fait le dossier scientifique de T. Lelièvre comporte huit articles publiés ou acceptés dans des journaux de large audience, à la fois dans les communautés mathématicienne, physicienne et d'ingénieurs.

Le dernier chapitre de la thèse traite d'un problème distinct : l'électrolyse de l'aluminium. Il démontre l'excellente capacité de l'auteur à travailler sur un problème de nature industrielle, et comportant à la fois des aspects de modélisation et de calcul.

T. Lelièvre a poursuivi sa thèse par un post-doctorat à l'université de Montréal (Centre de Recherches Mathématiques).

La sélection du prix de thèse Gamni 2006 (pour une thèse soutenue en 2005) interviendra au premier trimestre 2006.

James Serrin, Docteur Honoris Causa de l'Université de Tours

par Laurent VÉRON
LMPT,
Université de tours
e-mail : Laurent.Veron@univ-tours.fr

Le 6 juin 2005, James Serrin était fait Docteur Honoris Causa de l'Université de Tours. Voici le discours prononcé par Laurent Véron, Professeur à l'Université de Tours, à cette occasion.

Nous sommes réunis ici pour honorer un grand mathématicien, le Professeur James Serrin, mais ces trois drapeaux sur l'estrade de cet amphithéâtre nous rappellent qu'aujourd'hui six juin, nous célébrons aussi le soixante et unième anniversaire du jour où tant de milliers de jeunes américains donnèrent leur vie en Normandie pour libérer la France et l'Europe de la barbarie nazie. Je sais que James Serrin est fier du sacrifice consenti par ses concitoyens à ce moment si crucial de l'Histoire.

C'est avec une grande joie que je vais vous présenter quelques facettes de la personnalité et de l'œuvre du Professeur James Serrin. En 1972, quand j'ai commencé mes travaux de recherches sous la direction du Professeur Haïm Brezis qui nous fait l'amitié d'être présent, j'ignorais tout de James Serrin : ma culture mathématique contemporaine se limitait à mes maîtres, Laurent Schwartz, Paul Malliavin, Jean Leray, Yvonne Choquet-Bruhat, Jacques-Louis Lions pour n'en citer que quelques-uns. J'avais aussi la vague idée qu'il devait exister outre-atlantique, ou au-delà de l'Oder, quelques grands personnages encore vivants, mais je n'en avais pas eu encore l'usage.

En 1977 j'ai été amené à étudier la question suivante : peut-on caractériser le comportement d'une solution d'équation elliptique semi linéaire admettant une singularité isolée ? Au fur et à mesure de ma recherche, je découvris dans la bibliographie qu'un certain J. Serrin avait publié en 1964 à **Acta Mathematica**, une des revues mathématiques les plus prestigieuses, un article intitulé *Local behavior of solutions of quasi-linear elliptic equations*, article suivi l'année suivante, dans la même revue, de *Isolated singularities of quasi-linear equations*. Ce fut ma première rencontre avec James Serrin.

Le contenu des articles était extraordinaire pour moi : travaillant avec des opérateurs généraux, dont le p-laplacien est un cas particulier, l'auteur arrivait par un choix judicieux de fonctions test à étendre la méthode itérative de Moser, à obtenir les inégalités de Harnack qui conduisent à la régularité höldérienne, et surtout à donner une caractérisation des singularités isolées des solutions de telles équations. Depuis cette date, j'ai compris qu'il y avait un géant de l'analyse non linéaire à Minneapolis, et qu'il avait déjà résolu bien des questions que je pouvais me poser. J'ai rencontré Jim en 1984 lors d'un congrès à Berkeley et ai eu l'occasion de discuter plus longuement avec lui, quelques semaines plus tard, à

Minneapolis.

Hôtes exquis, que Barbara et Jim Serrin : dans une demeure riche en objets anciens, en peintures et en livres, j'ai eu l'occasion de déjeuner dans de la magnifique porcelaine de Wedgwood avant d'assister en leur compagnie à un concert classique. Cette petite présentation personnelle avant de vous révéler l'ampleur de l'œuvre scientifique de James Serrin, dont les caractéristiques essentielles sont la variété, la rigueur et l'élégance.

James Serrin prépara un PhD à l'Université de l'Indiana à Bloomington sous la direction de David Gilbarg, grand analyste et hydrodynamicien réputé. Son sujet de recherche était l'étude d'un problème de frontière libre en hydrodynamique. Ce premier travail portait sur la théorie des sillages plans. Au lieu de considérer le modèle classique d'Helmholtz, avec deux lignes de sillage libres et sans point commun, Jim Serrin envisageait un schéma où les deux lignes se rejoignent à distance finie.

Alors que certaines de ces configurations avaient déjà été étudiées par Lavrentiev par des méthodes variationnelles, la méthode employée ici s'appuyait sur le degré de Leray-Schauder : à partir d'une configuration supposée existante, il s'agit d'établir des estimations a priori et d'établir l'existence des dites configurations par un théorème de point fixe. Jean Leray et Mikhail Lavrentiev, deux grands savants, l'un français l'autre russe, qui peuvent être considérés comme les précurseurs de James Serrin. Le premier numéro du tout nouveau **Journal for Rational Mechanics and Analysis**, devenu par la suite **Archives for Rational Mechanics and Analysis**, fut consacré à sa thèse.

À l'Université d'Indiana, il côtoie Eberhard Hopf, celui du principe de Hopf, mais aussi astronome, hydrodynamicien et spécialiste de théorie ergodique. Cette rencontre explique peut-être le rôle clef que vont jouer les principes du maximum dans ses travaux. Il rencontre aussi Clifford Truesdell, ce très grand spécialiste de la mécanique sous tous ses aspects, de la thermodynamique et de la dynamique des gaz, qui servit pendant onze ans dans cette université avant de rejoindre l'Université John Hopkins à Baltimore. Ce fut le début d'une longue amitié et aussi de l'intérêt de James Serrin pour cette branche de la physique peu investie par les mathématiques, la thermodynamique.

Parallèlement à ses travaux en hydrodynamique, James Serrin entreprend l'étude du comportement local des solutions d'équations elliptiques linéaires. En 1955 il publie deux articles consécutifs au **Journal d'Analyse Mathématique** : le premier sur les inégalités de Harnack pour les équations elliptiques linéaires et le second sur les singularités isolées. Ces travaux semblent prémonitoires de ce qu'il va développer par la suite.

Autre sujet de réflexion et d'étude, le calcul des variations, appelé maintenant méthodes variationnelles. Une des questions que se pose et résout James Serrin dans deux articles également consécutifs, publiés dans **Acta Mathematica** en 1959, est la suivante :

À quelles conditions une fonction de deux variables, point critique d'une intégrale double du calcul des variations sur un domaine irrégulier du plan, réalise-t-elle un minimum local ?

Pour la première fois, il définit la valeur de la fonctionnelle en utilisant des idées de la théorie des surfaces, idées qui reviendront triomphalement quelques années plus tard. Les années 1963-1965 illustrent une incontestable maturité de la pensée de James Serrin par l'utilisation des techniques fines des fonctions test dans l'étude des équations quasi linéaires générales.

C'est la période où les deux articles sur les singularités isolées qui ont tant marqué mes recherches sont publiés dans **Acta Mathematica**. Peu de temps après, en collaboration avec Howard Jenkins, James Serrin publie un article surprenant sur la construction de surfaces minimales. Ce fut la première manifestation de l'intérêt croissant que James Serrin a porté à la géométrie différentielle.

Partant de l'exemple connu depuis 1835 de la surface de Scherk, un graphe minimal construit au dessus d'un carré et prenant les valeurs $+\infty$ sur deux côtés opposés et ∞ sur les deux autres côtés, les deux auteurs produisent des conditions nécessaires et suffisantes pour construire une surface minimale sur un domaine polygonal convexe du plan et prenant une valeur prescrite sur chaque segment du bord : soit une fonction continue à valeur réelle, soit $+\infty$, soit $-\infty$.

L'exemple du quadrilatère convexe est éloquent : un graphe minimal existe prenant la valeur $+\infty$ sur deux côtés opposés et une valeur finie et continue sur les deux autres côtés si et seulement si la longueur L des côtés où la valeur est infinie est strictement plus petite que la longueur M des côtés où la valeur est finie. Si la valeur finie est remplacée par $-\infty$ (ce qui est le cas de la surface de Scherk), la condition nécessaire et suffisante devient L = M.

Ce résultat est le premier d'une suite de travaux où seront mises en lumière les conditions qui permettent de résoudre le problème de Dirichlet pour des équations aux dérivées partielles non linéaires non uniformément elliptiques. Le culmen de ces travaux sera un article célèbre : *The problem of Dirichlet for quasilinear elliptic differential equations with many independent variables* publié à Londres en 1969 aux **Philosophical Transactions of the Royal Society**.

Décrire le contenu de cette contribution majeure serait trop technique, mais disons pour simplifier que l'existence de solutions de l'équation avec une valeur prescrite et continue au bord est réduite à l'obtention d'une estimation a priori. Que cette estimation a priori est obtenue par la construction de fonctions barrières globales et enfin, que les fonctions barrières sont obtenues sous des hypothèses qui mêlent la géométrie du bord (sa courbure) et les coefficients de l'opérateur. Par exemple, dans le cas d'un graphe plan ayant une courbure moyenne prescrite H, le problème de Dirichlet peut-être résolu pour toute donnée au bord, si et seulement si la courbure k du bord vérifie $k \geq 2\,|H|$. Superbe !

Autre travail fondamental à l'origine d'une très vaste descendance scientifique : *A symmetry problem in potential theory*. James Serrin utilise, pour la première fois en analyse, la méthode des réflexions et des plans mobiles du grand géomètre russe Alexandroff (1945) pour démontrer que si un domaine admettait une fonction à laplacien constant, nulle au bord du domaine et à dérivée normale constante, alors le domaine se doit d'être une boule et la fonction est alors radiale.

L'analyse mathématique, le calcul des variations et la géométrie ne suffisaient pas à James Serrin. Aussi, après de brillants débuts en hydrodynamique, il pour-

suit des recherches sur les phénomènes de couche limite, les tornades, sur les transitions de phases et enfin sur la thermodynamique. Il se replongea dans les travaux de Carnot, Kelvin, Clausius, Gibbs et Caratheodory pour arriver à présenter les concepts de la thermodynamique en utilisant les outils de l'analyse moderne. Je ne suis pas un expert de ce domaine, mais James Serrin peut-être considéré comme le Bourbaki de la Thermodynamique.

Vers la fin des années 70, James Serrin revient aux équations aux dérivées partielles non linéaires et aux équations différentielles. La mode est alors à démontrer des théorèmes d'existence ou de non-existence après le résultat spectaculaire de Pohozaev. Le concept, issu de la physique, d'état fondamental, ou solution positive tendant vers zéro à l'infini, fait son apparition. L'existence était obtenue soit par des méthodes de tir, soit par des méthodes variationnelles.

Beaucoup plus difficiles à obtenir furent les résultats d'unicité de telles solutions dans l'espace entier, qu'il obtint avec Bert Peletier en 1983 et 1986. La démonstration de la non-existence de solution de telle ou telle équation joue un rôle important depuis les travaux d'Holmgren au début du siècle dernier. L'importance de cette approche pour obtenir des estimations a priori a été mise en lumière de façon spectaculaire par Gidas et Spruck dans un article célèbre publié en 1981. Ces résultats de non-existence sont en général associés à des identités intégrales que vérifient les solutions de certains problèmes.

En 1986 James Serrin et Patrizia Pucci publient dans **Indiana University Mathematic Journal** un article qui va servir de boîte à outils à toute personne à la recherche de telles identités intégrales généralisant celle de Pohozaev : *A general variational identity*. Les résultats très puissants contenus dans ce travail sont un exemple magnifique de la compréhension profonde des principes d'invariance de Noether et de leurs applications au cadre des équations aux dérivées partielles.

La collaboration exemplaire de Patrizia Pucci et de James Serrin va donner lieu à la publication de trente-cinq articles sur des sujets aussi variés que la structure des ensembles de points critiques que l'on obtient par le théorème du col, la stabilité asymptotique de solutions d'équations différentielles du second ordre et, dernièrement, les principes du maximum pour des opérateurs elliptiques non linéaires dégénérés.

Plus récemment, James Serrin revient aux équations quasi linéaires elliptiques qui avaient tant marqué le début de mes recherches. En collaboration avec Henghui Zou il obtient un résultat spectaculaire, en étendant les estimations que Gidas et Spruck avaient démontrées pour une équation semi linéaire au cas d'une équation quasi linéaire : le laplacien remplacé par le p-laplacien ! La preuve de Gidas et Spruck était si compliquée que personne n'aurait pu rêver l'étendre à une situation plus générale.

Ce travail impressionnant, intitulé *Cauchy-Liouville and universal boundedness theorems for quasilinear elliptic equations and inequalities* a été publié dans **Acta Mathematica** en 2002. Il nécessita, entre autres, de nouveaux résultats de régularité et une infinie patience aux auteurs, et au référé, j'en parle en connaissance de cause ! Pour qui n'aurait pas le courage de suivre tout le texte, je conseille au moins la lecture de l'introduction, passionnant point de vue historique qui répond aux at-

tentes du titre de ce magnifique mémoire.

Il convient de souligner ici la qualité exceptionnelle des journaux dans lesquels James Serrin a publié : Le journal suédois **Acta Mathematica** est unanimement considéré comme un des plus prestigieux en mathématiques. James Serrin y a publié six articles, sur une période de trente-cinq ans. Seul le mathématicien suédois Lars Garding l'a égalé, et Lars Hormander, un autre fameux mathématicien suédois l'a dépassé.

Après cette présentation des travaux de James Serrin, parlons de ses nombreux collaborateurs, tous des grands noms des mathématiques et de la mécanique. Pour citer les principaux, notons

David Gilbarg, son directeur de thèse, avec qui il publia des travaux en hydrodynamique et sur les singularités des solutions des équations elliptiques.

Robert Finn, ici présent, avec qui il étudia la régularité des applications quasi conformes.

Howard Jenkins qui contribua à ces articles importants sur les graphes minimaux.

Donald Aronson, ici présent, avec qui il écrivit un article très important sur le comportement local des solutions d'équations quasi linéaires paraboliques.

Hans Weinberger

Bryce McLeod et **Kevin McLeod**, le père avec qui il publia des travaux en mécanique des fluides et le fils, qui fut son élève, pour étudier les problèmes d'unicité dans les équations semi linéaires.

Roger Fosdick, pour des travaux en mécanique.

Bert Peletier, ici présent, pour neuf articles portant aussi bien sur l'unicité d'état fondamentaux, les estimations du gradient et des théorèmes de type Liouville. Certains de ces travaux ont d'ailleurs été rédigés en collaboration avec **Frederic Atkinson**

Howard Levine avec qui il écrivit quatre articles sur les équations paraboliques quasi linéaires

Frank Merle, ici présent, **Bruno Franchi, Ermanno Lanconelli, Filipo Gazzola,** pour des travaux divers sur les problèmes d'unicité dans les équations quasi linéaires, étendant ainsi les résultats obtenus avec B. Peletier.

Henghui Zou et **Patrizia Pucci**, ici présente, dont j'ai déjà parlé abondamment compte tenu de l'importance des résultats qui ont été obtenus.

Après la présentation des avancées scientifiques majeures que nous devons à James Serrin, et qui ont été publiées au travers de plus de cent quatre-vingts articles, et l'énumération de cette liste de collaborateurs, je ne répèterai pas les éléments de sa carrière et de son cursus honorum. Je me restreindrai à ces activités d'éditeur puisqu'il est membre du comité éditorial d'une douzaine de revues mathématiques, et tout le monde se souvient du rôle fondamental qu'il a joué pendant vingt-cinq ans à la tête de **Archives for Rational Mechanics and Analysis**, journal qui est devenu un des plus remarquables dans le domaine.

Le monde académique a bien reconnu la qualité de l'œuvre de James Serrin : il a reçu le prix G. D. Birkhoff en 1973, a été fait docteur honoris causa des universités du Sussex, de Ferrare et de Padoue. Les deux plus prestigieuses académies

américaines l'ont admis dans leur rang : l'Académie Nationale des Sciences des Etats-unis et l'Académie Américaine des Arts et des Sciences. Il est aussi membre étranger de l'Académie des Sciences de Finlande.

Nous honorons aujourd'hui un grand scientifique, et sa vie s'accorde parfaitement à ce vers tiré des Géorgiques de Virgile, gravé sur la médaille commémorative de cette cérémonie,

Felix qui potuit rerum cognoscere causas
Heureux celui qui a pu pénétrer le fond des choses

L'Université François Rabelais est fière de décerner le titre de Docteur Honoris Causa au Professeur James Serrin.

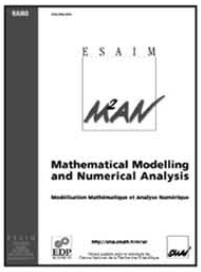
EDP SCIENCES

2005 EDP and SMAI Journals

2005

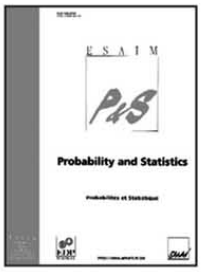
www.edpsciences.org

- **RAIRO - Operations Research (RO)**
- **ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis (M2AN)**
- **ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations (COCV)**
- **ESAIM: Probability and Statistics (P&S)**
- **ESAIM: Proceedings**



0764-583X • Vol. 39
6 issues
print & full-text online edition
* France: **674 €**
* Europe: **843 €**
* Rest of the world: **863 €**

1292-8119 • Vol. 11
* Institutions (paper version only):
  - Europe: **173 €**
  - Rest of the world: **173 €**
* Institutions (online only):
  - Europe: **229 €**
  - Rest of the world: **229 €**
* Institutions (paper + online versions):
  - Europe: **344 €**
  - Rest of the world: **344 €**
* Individuals (online only):
  - Europe: **55 €**
  - Rest of the world: **55 €**



1292-8100 • Vol. 9
* Institutions (paper version only):
  - Europe: **86 €**
  - Rest of the world: **86 €**
* Institutions (online only):
  - Europe: **160 €**
  - Rest of the world: **160 €**
* Institutions (paper + online versions):
  - Europe: **222 €**
  - Rest of the world: **222 €**
* Individuals (online only):
  - Europe: **45 €**
  - Rest of the world: **45 €**

ESAIM
EUROPEAN SERIES IN APPLIED AND INDUSTRIAL MATHEMATICS

0399-0559 • Vol. 39
4 issues
print & full-text online edition
* France: **274 €**
* Europe: **344 €**
* Rest of the world: **356 €**

PROC.

1270-900X
* Electronic access to ESAIM: Proceedings' volumes is **free** of charges.

France and Europe: VAT included
Rest of the World: without VAT

Order directly to EDP Sciences

17 av. du Hoggar • B.P. 112 • 91944 Les Ulis Cedex A • France
Tel. 33 (0)1 69 18 75 75 • Fax 33 (0)1 69 86 06 78 • subscribers@edpsciences.org

En direct des universités

par Maïtine BERGOUNIOUX

Bilan de la session 2005 du CNU - Section 26

Rédigé par le bureau de la Section[1] - juin 2005

1. Qualifications : bilan 2005

1.1 Qualifications aux fonctions de Maître de Conférences

Le nombre de candidats inscrits était de 508. Le nombre de dossiers non parvenus aux rapporteurs est de 106. Sur les 402 dossiers examinés, 278 candidats ont été qualifiés (soit 69%, à comparer à 67 % en 2004 et 60 % en 2003). Environ les trois-quarts des refus de qualification sont justifiés par une inadéquation de la candidature au domaine disciplinaire recouvert par la section.
Comme les années passées, deux critères importants ont été utilisés dans l'évaluation des dossiers, en particulier pour les candidats dont le parcours ne s'inscrivait pas de façon canonique dans les thématiques de la section.
1. L'aptitude à enseigner les Mathématiques.
2. L'activité scientifique. Dans les domaines d'application des mathématiques, cette activité ne doit pas se limiter à une description de modèles classiques et une utilisation de méthodes et algorithmes éprouvés. L'évaluation prend en compte l'apport méthodologique, la mise en place de modèles originaux, le développement de nouveaux algorithmes, la validation par des applications réalistes.

Recommandations aux candidats (et aux directeurs de thèse).

Le dossier de candidature doit faire apparaître clairement :
- La capacité à enseigner les mathématiques dans un cursus de Licence de Maths.
- Un travail de recherche en mathématiques appliquées. L'utilisation d'un outil mathématique standard dans un travail de recherche relevant d'une autre discipline ne semble pas suffisant à lui seul pour la qualification en Section 26.
- Une activité liée à la recherche en mathématiques appliquées dans la période précédant la demande de qualification.
Le dossier de candidature doit être présenté avec soin et clarté. Nous demandons que les rapports préalables à la soutenance de thèse de doctorat soient joints au dossier (quand ils existent et sont publics, ce qui est le cas des doctorats français). Le dossier doit contenir un CV détaillé, les références complètes des travaux du candidat, et au minimum quelques-uns de ceux-ci.

[1] Emmanuel Lesigne, François Golse, Bernard Gleyse et Olivier Raimond

La présence d'une publication dans une revue à comité de lecture n'est pas exigée pour les thèses récentes. Mais elle représente un élément d'appréciation décisif pour les thèses plus anciennes. La publication d'un article en seul auteur, ou sans son directeur de thèse, peut être un élément positif d'appréciation.
En ce qui concerne les candidats dont la formation et/ou la mention du doctorat ne relèvent pas des mathématiques (informatique, biologie, physique, mécanique, traitement du signal, économie,...), il est impératif qu'une large part du dossier de qualification soit consacrée à la mise en évidence :
- de la part des mathématiques dans leur formation initiale ;
- de leur contribution scientifique dans le domaine des mathématiques appliquées.
Pour les candidats titulaires d'un doctorat récent, il est naturel d'attendre qu'un ou plusieurs membres du jury de thèse, et si possible un des rapporteurs, relèvent de la section du CNU dans laquelle le candidat demande la qualification. (Cette condition n'est bien sûr pas absolue).
Enfin, signalons l'existence de guides édités par les sociétés savantes (livret du candidat SMF-SMAI, voir `www.emath.fr`) qui donnent des conseils très utiles aux candidats sur les postes universitaires.

1.2 Qualifications aux fonctions de Professeur

Le nombre de candidats inscrits était de 154. Le nombre de dossiers non parvenus aux rapporteurs est de 21. Sur les 133 dossiers examinés, 92 candidats ont été qualifiés (soit 69 %, proportion stable par rapport aux années précédentes). Plus d'un refus de qualification sur deux est justifié par une inadéquation de la candidature au domaine disciplinaire recouvert par la section.
Les points essentiels examinés dans un dossier de candidature à la qualification aux fonctions de Professeur sont les suivants :
- La capacité à enseigner les mathématiques dans un cursus de Master de Maths.
- Un travail de recherche significatif en mathématiques appliquées, avec une activité avérée dans la période récente.
- La démonstration d'une réelle autonomie scientifique.
- L'aptitude à l'encadrement et à la direction de recherches.
Sur la base de ces critères, la majorité des dossiers examinés ne posait aucun problème.

1.3 Commentaires

Que ce soit pour les MCF ou les Professeurs, le nombre de nouveaux qualifiés est relativement stable ces dernières années, alors que le nombre de postes ouverts au concours MCF 26 est passé de 80 à 49 entre 1999 et 2005, et le nombre de postes ouverts au concours Prof 26 est passé de 40 à 26 pendant la même période. Suite à des redéploiements le nombre d'enseignants-chercheurs en mathématiques a diminué de façon sensible dans la période récente dans notre pays. Alors que la plus grande partie de la recherche mathématique française est effectuée dans les universités et que l'école mathématique française est reconnue pour sa qualité, cette situation est inquiétante pour l'avenir. Nous devons alerter les décideurs locaux et nationaux sur un risque de déclin qui serait dommageable à l'ensemble

des sciences de notre pays.

2. Promotions

Nous donnons dans cette section un bilan du travail du CNU sur les promotions en 2005, auquel nous avons ajouté un bilan des promotions locales l'année précédente.

Pour les promotions, le CNU doit gérer la pénurie. Il ne fait aucun doute pour chacun des membres du Conseil que le nombre de promotions offertes est très faible par rapport au nombre de collègues pouvant légitimement y prétendre pour la qualité de leur travail scientifique, de leur investissement pédagogique et des services rendus à la communauté dans l'administration de la recherche ou de leurs établissements.
Les dossiers de candidature à une promotion doivent contenir un descriptif de l'ensemble de la carrière (et non des trois dernières années, comme c'est demandé par l'administration). À côté du CV et de la liste complète des travaux (classés par type de publication), le dossier doit comporter des informations précises sur les activités pédagogiques, administratives, et les services rendus à la communauté universitaire.
Chaque dossier de candidature est examiné par deux rapporteurs du CNU, désignés par le bureau, après consultation du bureau élargi.

2.1 Promotions à la hors-classe des MCF

Nombre de promotions offertes : 12
Nombre de collègues promouvables : 295
Nombre de candidats : 122
Liste des promus :

BATINA Jean (Pau), BELMEDI Said (Lille 1),
BLOCH (ép. DENAPE) Isabelle (IUFM Bordeaux),
DUBOIS Gérard (INSA Lyon), DUNAU Jean-Louis (INSA Toulouse),
JOURANI Abderrahim (Dijon), LOHEAC Jean-Pierre (Ecole Centrale de Lyon),
NOVOTNY Antonin (Toulon), PETIT Frédérique (Paris 6),
PETIOT Jean-François (Vannes), RECOULES Raymond (Albi),
VALMORIN Vincent (Antilles-Guyanne).

(Il y a dans cette liste deux promotions « en voie 2 ». La voie 2 concerne les collègues de « petits établissements » dont la promotion n'est examinée qu'au niveau national. C'est le cas des IUFM et de certaines écoles d'ingénieur comme les ENI.)

Pour les promotions à la hors-classe, le CNU examine l'ensemble d'une carrière de MCF. À côté du travail de recherche et de l'activité d'enseignant, un investissement particulier dans le domaine pédagogique ou au service de la communauté scientifique est apprécié. Un objectif de ces promotions étant d'offrir une fin de carrière valorisée à des collègues méritants, le CNU est vigilant à une juste répartition des âges des collègues promus.

L'âge moyen des promus est 51 ans. Les âges s'étendent de 42 à 59.

2.2 Promotions à la première classe des PR

Nombre de promotions offertes : 14
Nombre de collègues promouvables : 267
Nombre de candidats : 161
Liste des promus :

BRONIATOWSKI Michel (Paris 6), CHATEAUNEUF Alain (Paris 1),
DEBUSSCHE Arnaud (ENS Cachan), DINH The Luc (Avignon),
DORIER Jean-Luc (IUFM Lyon), GAMBOA Fabrice (Toulouse 3),
HECHT Frédéric (Paris 6), HERBIN Raphaëlle (Aix-Marseille 1),
HU Ying (Rennes 1), KICHENASSAMY Satyanad (Reims),
MAZURE (ép. BERNARD) Marie-Laurence (Grenoble 1),
PENEL Patrick (Toulon), PHAM Xuan Huyen (Paris 7),
PIAU Didier (Lyon 1).

(Il y a dans cette liste une promotion « en voie 2 ».)

Pour l'examen des promotions à la première classe des professeurs, le CNU dégage de chaque dossier de candidature les éléments suivants :
- domaine scientifique, âge et ancienneté comme professeur,
- faits marquants de la carrière, distinctions scientifiques,
- responsabilités diverses (direction d'équipe, de projet ou d'établissement, responsabilités pédagogiques, activités éditoriales, appartenance à différentes commissions,...),
- activité scientifique (nombre et qualité des publications, communications),
- valorisation de la recherche, collaborations extra-mathématiques,
- encadrement doctoral (thèses encadrées et devenir des docteurs).
Les candidats sont invités à mettre clairement ces éléments en avant dans leurs dossiers.
Le CNU veille à une répartition équilibrée des sous-disciplines (analyse des EDP et analyse numérique, calcul scientifique, didactique, optimisation, probabilités, statistiques) qui n'exclut pas les dossiers transversaux ou atypiques.
L'âge moyen des promus est 47 ans. Les âges s'étendent de 36 à 60.

2.3 Promotions au 1er échelon de la classe exceptionnelle des PR

Nombre de promotions offertes : 4
Nombre de collègues promouvables : 208
Nombre de candidats : 87
Liste des promus :

BETHUEL Fabrice (Paris 6), LE TALLEC Patrick (Paris 9, X),
ROBERT Christian (Paris 9), WERNER Wendelin (Paris 11).

Le CNU attend des candidats à une promotion au premier échelon de la classe exceptionnelle qu'ils aient fait preuve de compétences exceptionnelles dans les différentes missions d'un professeur des universités, que ce soit par l'excellence

de leurs travaux de recherche, ou en jouant un rôle majeur dans la communauté scientifique en termes d'encadrement, de diffusion et de structuration de la recherche.
Cette année des candidats relativement jeunes ont bénéficié de cette promotion. Une répartition équilibrée des âges des promus doit être recherchée sur un mandat du CNU (4 ans).
L'âge moyen des promus est 43 ans. Les âges s'étendent de 36 à 50.

2.4 Promotions au 2nd échelon de la classe exceptionnelle des PR

Nombre de promotions offertes : 3
Nombre de collègues promouvables : 27
Nombre de candidats : 17
Liste des promus :

CAZES Pierre (Paris 9), CROUZEIX Jean-Pierre (Clermont 2),
SCHVARTZ (ép. ELKAROUI) Nicole (Paris 6, X).

Parmi les candidats dont le dossier démontre une activité soutenue dans les différentes missions dévolues aux professeurs d'université, le critère essentiel pour le changement d'échelon est l'ancienneté dans la classe exceptionnelle, ainsi que l'âge.
L'âge moyen des promus est 62 ans. Les âges s'étendent de 61 à 64.

2.5 Promotions locales 2004

Les sections du CNU ne distribuent que la moitié (49,5%) des promotions ouvertes aux enseignants-chercheurs. (Ces promotions sont distribuées entre sections du CNU proportionnellement au nombre de promouvables.) Les autres promotions sont attribuées par les établissements d'enseignement supérieur.
On pourrait s'attendre à observer, discipline par discipline, un équilibre entre les nombres de promotions nationales et locales. Or en mathématiques, et particulièrement en $26^{\text{ème}}$ section, le nombre de promotions locales reste assez nettement inférieur au nombre de promotions nationales. Ce fait a été clairement décrit et dénoncé par le CNU précédent (cf. le bilan 2003). Il faudrait analyser en profondeur les raisons du manque de reconnaissance locale des mathématiciens dans l'Université Française. Il est difficile de croire que le manque de qualité scientifique en soit la cause principale.
Le bilan des promotions locales 2005 n'est pas encore disponible, mais voici le bilan des promotions locales en 2004 dans notre section.

Hors-Classe des Maîtres de Conférences
12 promotions avaient été attribuées par le CNU. 11 promotions ont été obtenues localement. Voici la liste des promus.

AIT HENNANI Larbi (Lille 2), AMAZIANE Brahim (Pau),
BEAU Daniel Julien (Dijon), DELYON (ép. BRANDIÈRE) Odile (Paris 11),
DEREMETZ Bernard (Valenciennes),
GIRAN (ép. PELLERIN) Nicole (Aix- Marseille 3),

LAVAINNE Francis (Paris 13),
LE FRIEC (ép. BARA) Marie-Françoise (Clermont 1),
PIQUET Claude (Paris 6), TROUCHE Luc (Montpellier 2),
VALLIN Philippe (Paris 9).

Première classe des professeurs
13 promotions avaient été attribuées par le CNU. 7 promotions ont été obtenues localement. Voici la liste des promus.

BOUSSOUIRA (ép. ALABAU) Fatiha (Metz), BROZE Laurence (Lille 3),
DUCHARME Gilles (Montpellier 2), GRÉGOIRE Gérard (Grenoble 2),
GUESSAB Allal (Pau), PANASENKO Grigori (St Étienne),
TRUONG VAN Benoît (INSA Toulouse).

Classe exceptionnelle des professeurs
Le CNU avait attribué 4 promotions au premier échelon de la classe exceptionnelle. Il n'y a eu aucune promotion locale.
Le CNU avait attribué 4 promotions au second échelon de la classe exceptionnelle. Il y a eu 4 promotions locales, dont voici la liste.

HAMMAD Pierre (Aix-Marseille 3),
HIRIART URRUTY Jean-Baptiste (Toulouse 3),
LE BRETON Alain (Grenoble 1), MOREL Jean-Michel (ENS Cachan).

3. Congés pour recherche ou conversion thématique, pour l'année 2005-2006

Le nombre de semestres de CRCT que le CNU pouvait attribuer cette année est 8. Ce nombre est ridiculement faible par rapport au nombre de semestres demandés (90 dans notre section cette année), et à la qualité des projets annoncés. Pour mémoire, nous avions pu attribuer 16 semestres de CRCT l'an dernier !

Le CNU a proposé d'accorder un semestre de CRCT à :

CHRUSCIEL Piotr (Tours), DE MEYER Bernard (Paris 1),
MÉLÉARD Sylvie (Paris 10),
MERLEVEDE (ép. CASTANO) Florence (Paris 6),
NKONGA Boniface (Bordeaux 1),
RENAULT Jérôme (Paris 9),
SOUPLET Philippe (St Quentin),
VIGNAL Marie-Hélène (Toulouse 3).

4. Intégration des assistants dans le corps des MCF

Cette procédure nationale est gérée par une commission regroupant l'ensemble des disciplines, après avis du CNU sur les dossiers. 250 emplois de MCF étaient ouverts cette année pour des assistants. Tous les assistants relevant de la section 26 qui avaient déposé un dossier ont été inscrits sur la liste d'aptitude pour l'accès au corps des MCF.

PRÉSENTATION DES NOUVEAUX MASTERS

UNIVERSITÉ DE LIMOGES

MASTER RECHERCHE « Mathématiques, Cryptographie, Codage, Calcul »

Responsable : BERGER Thierry
Tél. : 05 55 45 73 38
thierry.berger@unilim.fr

Les applications des mathématiques aux nouvelles technologies de l'information et de la communication sont en plein développement. Certaines méthodes et théories algébriques ont atteint ces dernières années une maturité suffisante pour donner lieu à des applications scientifiques et industrielles significatives. Le master STIC « **Mathématiques, Cryptographie, Codage, Calcul** » propose une formation fondamentale en mathématiques, complétée par un apprentissage de l'informatique devenu indispensable en mathématiques : algorithmique, programmation, utilisation des outils de calcul formel et calcul numérique. Par le choix d'un parcours personnel, l'étudiant est amené à se spécialiser dans certaines applications des mathématiques, en particulier celles concernant les moyens de communication, (cryptographie, codage, ...) ou bien les méthodes de calcul scientifique (formel ou numérique) appliquées à la physique, à l'informatique...

Débouchés de la formation :

- Poursuite d'études : doctorat en mathématiques fondamentales ou appliquées, en particulier à l'informatique, la cryptographie et les problèmes liés aux communications. La thèse pourra se dérouler dans un cadre académique ou en relation avec le monde industriel (secteur télécommunications, cartes à puces, etc.)
- Possibilité d'insertion professionnelle directe : Ingénieur développement informatique et mathématiques appliquées dans une entreprise privée ou publique. Sociétés de service en informatique, en particulier dans le cadre de la sécurité informatique.
- Possibilité de préparer les concours d'enseignants, en particulier l'agrégation de mathématiques.

Objectifs de la formation :

L'objectif principal du master est de former de futurs chercheurs ayant non seulement de solides connaissances en mathématiques, particulièrement en algèbre, mais aussi capables de mettre en œuvre ces connaissances de manière efficace dans les nouvelles applications émergentes : la cryptographie, les codes correcteurs d'erreurs, les communications, le calcul formel, numérique et scientifique, plus généralement toutes les disciplines à la frontière entre les mathématiques et l'informatique.
Plus qu'une acquisition de connaissances, au demeurant indispensable, il s'agit pour l'étudiant d'être capable de résoudre un problème dans sa globalité : analyse

du problème, formalisation, recherche des outils existants. Notre formation doit permettre aux étudiants une grande adaptabilité dans leur vie professionnelle, que ce soit en mathématiques ou dans un autre domaine.
Notre expérience de 15 ans d'un DEA de mathématiques, dont la plupart des anciens étudiants (plus de 60%) travaillent dans le secteur privé, nous a permis de dégager de grandes lignes dans les objectifs à atteindre :
– Une formation classique mathématique de haut niveau.
– Une formation théorique en pointe dans les secteurs plus appliqués (cryptographie, codes correcteurs d'erreurs, calcul formel et numérique, optimisation).
– Une mise en œuvre effective de ces connaissances dans des applications concrètes.

Les deux premiers points font partie des compétences reconnues du **LACO.**
Le troisième objectif nécessite une pratique importante de l'informatique et des liens privilégiés avec des laboratoires de recherche dans les domaines connexes (INRIA, France-Telecom R& D, IRCOM, pôle STIC du Limousin...). Ceci permet en particulier la mise en place de stages dans des laboratoires de recherche publics ou privés, complément indispensable à la formation théorique.

Volume horaire global étudiant pour chacune des 2 années :
1ère année : 570 heures d'enseignement
2ème année : 258 heures d'enseignement, stage d'au moins 4 mois
Délivrance d'une Maîtrise de Mathématiques en fin de 1ère année (60 points ECTS)
`http://www.unilim.fr/mathematiques`

MASTER PROFESSIONEL « Sécurité de l'Information, Cryptographie, Internet »

Le master professionnel « Sécurité de l'Information, Cryptographie, Internet » de Limoges est une formation destinée à former des cadres spécialisés dans le développement et la mise en oeuvre de solutions de sécurité pour les systèmes d'information et la protection des informations numériques. Le master comporte deux parcours, l'un à dominante mathématiques et l'autre à dominante informatique. Il s'adresse en priorité aux titulaires d'une licence de mathématiques ou d'une licence d'informatique.

UNIVERSITÉ DE ROUEN

Le Master recherche Mathématiques fondamentales et appliquées (MFA) propose aux étudiants une formation avancée en mathématiques fondamentales et appliquées. Son objectif principal est d'initier l'étudiant à la recherche en mathématiques. Il peut déboucher sur la préparation d'un doctorat.
Le Master recherche MFA permet également aux étudiants souhaitant préparer les concours de l'enseignement secondaire (CAPES, Agrégation) ou aux élèves ingénieurs de compléter leurs connaissances théoriques. Le Master recherche MFA s'effectue en collaboration avec l'INSA de Rouen.

Le Master professionnel Actuariat et ingénierie mathématique en assurance et finance (AIMAF) propose aux étudiants une formation théorique et pratique en mathématiques appliquées à l'économie, à l'assurance et à la finance.

ZOOM SUR LES LABOS

LACO - LIMOGES

Directeur : A. Chazad MOVAHHEDI
mova@unilim.fr
tel. 05 55 45 73 24, fax 05 55 45 73 22

Le LACO, Laboratoire d'Arithmétique, de Calcul Formel et d'Optimisation, est une unité de recherche de l'Université de Limoges associée au CNRS (UMR 6090). Seul laboratoire de recherches en mathématiques dans la région Limousin, l'originalité du LACO réside dans ses thèmes de recherche novateurs, leur valorisation et leur utilisation pour la formation, tout en gardant une activité soutenue dans des domaines fondamentaux.
Le LACO développe des thèmes classiques de recherche en Algèbre, Analyse et Arithmétique, ainsi que leurs applications au calcul formel, au codage, à la cryptographie et à l'optimisation numérique. Le LACO vise à maintenir cette synergie entre mathématiques fondamentales et applications.
Le laboratoire est composé de quatre équipes :

1. Analyse non linéaire et Optimisation
2. Arithmétique, Cryptographie, Codage
3. Calcul Formel
4. Théorie Algébrique des Nombres

Quatre séminaires spécialisés sont organisés dans le cadre du LACO, ainsi qu'un colloquium mensuel, dont l'objectif est de présenter des exposés mathématiques d'intérêt général visant à développer une activité scientifique transversale aux équipes.
Le LACO est le laboratoire d'accueil de la formation doctorale en mathématiques, au sein de l'école doctorale « Science, Technologie et Santé » de l'Université de Limoges. Chaque année des allocations ministérielles ainsi que des bourses régionales et industrielles permettent à des étudiants d'acquérir une formation par la recherche en préparant une thèse de mathématiques encadrée par des chercheurs du LACO.

INSTITUT CAMILLE JORDAN - LYON

Directeur : Thierry FACK
thierry.fack@univ-lyon1.fr
tel. 04 72 44 81 32, fax 04 72 43 16 87
Directeur adjoint : Vitaly VOLPERT
volpert@maply.univ-lyon1.fr
tel. 04 72 43 27 65, fax 04 72 44 80 53

L'institut « Camille JORDAN » est une UMR inter-établissement créée le 1er janvier 2005 dans le but de rassembler tous les mathématiciens purs et appliqués de l'Université Claude Bernard-Lyon 1, de l'Ecole Centrale de Lyon et de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. Il regroupe 121 chercheurs et enseignants-chercheurs, 11 membres associés et presqu'une quarantaine de doctorants. Une grande partie des domaines des Mathématiques y est représentée. Le laboratoire entend développer une politique d'ouverture vers les applications, qui se traduit déjà par de nombreuses collaborations avec des équipes d'autres champs disciplinaires, notamment dans les écoles d'ingénieurs. Il accueille plusieurs GDR (Groupement de recherches - CNRS).
L'activité scientifique y est organisée autour de onze groupes thématiques qui animent de nombreux séminaires et groupes de travail :

1. « Logique » :
   - Stabilité modèle théorique et ses variantes, Théorie géométrique des groupes (problème de Tarski), Théories o-minimales et Complexité algébrique.
2. « Algèbre et Géométrie » :
   - Algèbre : Représentations des groupes de Chevalley et algèbres de Hecke, Combinatoire des groupes de Coxeter et polynômes de Kazdhan-Lusztig, Calcul effectif en théorie des représentations, Dynamique des actions de groupes de Lie, Groupes de Kac-Moody et immeubles, Super algèbres de Lie et algèbres de Lie de dimension infinie, Carquois et algèbres cluster, Théorie des invariants et espaces de modules.
   - Géométrie : Théorie géométrique des groupes, Géométrie algébrique, Géométrie différentielle, Géométrie discrète et applications, Feuilletages.
3. « Combinatoire et théorie des nombres »
   - Combinatoire énumérative, Combinatoire algébrique, Fonctions spéciales, Théorie des graphes, Théorie algébrique des nombres, Théorie analytique des nombres, Problèmes diophantiens.
4. « Analyse et topologie »
   - Algèbres d'opérateurs et géométrie non commutative, Analyse fonctionnelle et théorie des opérateurs, Analyse convexe et optimisation.
5. « Physique mathématique »
   - Renormalisation (non perturbative) en théorie quantique des champs, Quantification par déformations, Groupes quantiques, Quantification par opérateurs différentiels, Systèmes intégrables.

6. « Probabilités, statistiques et structures discrètes »
   - Analyse stochastique : Calcul stochastique, Calcul de Malliavin, Matrices aléatoires, Processus de Loewner-Schramm, Probabilités libres, Mécanique Statistique.
   - Probabilités, combinatoire et statistique : Les processus de Markov et les graphes aléatoires ainsi que leurs applications à la modélisation des mécanismes du vivant, Les graphes, ordres et relations.
7. « Modélisation mathématique pour les sciences biomédicales »
   Le développement de cette thématique est soutenu par une forte demande de la recherche interdisciplinaire dans ce domaine, du fait de la bipolarité Sciences-Médecine de l'université Lyon1.
   - Morphogenèse, Métabolisme chez l'homme, Croissance des plantes, Maladies sanguines, Dynamique des populations, Réseaux biologiques, Neurobiologie, Segmentation d'images médicales, Greffage de sondes dans les bio puces.
8. « Equations aux dérivées partielles »
   - Analyse des EDP : Analyse mathématique de la mécanique des fluides, Géométrie des espaces de Sobolev et problèmes elliptiques critiques, Commande, Calcul des variations, Solutions de viscosité pour les problèmes non linéaires.
   - Analyse numérique pour les EDP et simulation : Modélisation Mathématique, Existence de solutions approchées, Estimations d'erreur a posteriori et a priori et adaptativité de maillages, Méthodes multi-niveaux, Méthodes pour les problèmes évolutifs raides, Mise en œuvre et informatique scientifique.
   - Ondes non linéaires : Ondes de réaction-diffusion, Ondes de choc, Transitions de phase.
   - Singularités des solutions de problèmes aux limites : Contrôle et stabilisation, Problèmes inverses, Construction de modèles numériques.
9. « Equations aux dérivées partielles et modélisation »
   Résolument tournée vers la modélisation de phénomènes de complexité croissante dans le contexte des Sciences pour l'Ingénieur, ce groupe thématique s'intéresse tant à l'analyse mathématique qu'à la simulation et à l'analyse numérique et se développe en relation étroite avec les applications.
   - Modélisation et calcul en tribologie, mécanique des films minces et frottements : Ecoulements de faible épaisseur, Couplages fluide/solide, Problèmes à frontières libres, équilibres et optimisation de systèmes dynamiques complexes, Problèmes de frottement.
   - Modélisation mathématique et Calcul scientifique hautes performances pour l'environnement : Modélisation multi-échelles et homogénéisation, EDP non linéaires appliquées à l'environnement, Plans d'expérience numérique, Analyse numérique pour le calcul scientifique hautes performances, Calcul scientifique de problème d'environnement, Calcul scientifique hautes performances.

10. « Frontières des mathématiques et applications »
    - Pour une vision théorique des grands problèmes du calcul scientifique sur lesquels on avance actuellement très lentement, en important des outils de mathématiques pures : topologie, algèbre, géométrie. Domaines d'application typiques : Maxwell harmonique en milieu hétérogène, mécanique non régulière, intégration en temps à haute précision..
11. « Histoire des mathématiques »
    - Edition critique et commentée des Oeuvres complètes de D'Alembert, Mathématiques au XVIIIe siècle, Interaction des mathématiques

LABORATOIRE MEPS EA 3680 - PERPIGNAN

Laboratoire Mathématiques Et Physique pour les Systèmes

Directeur : Olivier-Henri ROUSSEAU,
ohr@univ-perp.fr

Adresse : MEPS, Université de Perpignan Via Domitia,
52, Avenue Paul Alduy, 66860 PERPIGNAN cedex, France
Tél : 04 68 66 17 60, Fax : 04 68 66 17 60
http ://www.univ-perp.fr/see/rch/cef/

Effectif permanent : 11 Pr, 15 MdC, 3 administratifs.
Effectif temporaire : une vingtaine de doctorants, post-doc et ATER.
Equipes de recherche :

1) Equation aux Dérivées Partielles et leurs Applications (EDPA).
2) Automatique des Systèmes Distribués (ASD).
3) Mécanique des Fluides et Energétique (MFE).
4) Physique Statistique Appliquée (PSA).

Le MEPS est un laboratoire théorique pluridisciplinaire à la Faculté des Sciences de l'Université de Perpignan via Domitia. Il est structuré en quatre équipes dont les axes de recherche vont des Mathématiques Appliquéesà la Physique Théorique en passant par les Sciences de l'ingénieur. Les intéractions entre ces équipes sont liées aux outils mathématiques communs utilisés ainsi qu'à la modélisation et au traitement numérique des modèles. Au sein du MEPS, l'équipe Equations aux Dérivées Partielles et leurs Applications (EDPA) représente l'un des deux groupes de recherche en Mathématiques Appliquées de l'Université de Perpignan. Par ailleurs, les thèmes de recherche de l'équipe Automatique des Systèmes Distribués (ASD) visent les applications de la Théorie des Systèmes et, à ce titre, ils sont à la charnière des Mathématiques Appliquées et de la Physique Théorique.

Equipe Equations aux Dérivées Partielles et leurs Applications (EDPA) :

Responsable : Mircea Sofonea, sofonea@univ-perp.fr
Composition : 1 Pr, 4 MdC, 2 ATER, 4 doctorants et 2 post-doc.
Adresse web :`http://www.univ-perp.fr/see/rch/lts/edpa/`

La principale activité de l'équipe EDPA consisteà étudier des équations aux dérivées partielles issus de la mécanique des milieux continus (élasticité, viscoplasticité, mécanique des fluides), et notamment les équations d'évolution modélisant les problèmes de contact avec ou sans frottement. Les difficultés pour résoudre ces problèmes résident dans les non linéarités, dans la loi de comportement et dans les conditions aux limites. On propose des modèles variationnels dans l'étude de ces problèmes et on démontre des résultats allant de l'existence et l'unicité des solutions faibles à l'étude de l'erreur d'approximation pour des schémas discrétisés, en passant par des résultats de régularité et de comportement asymptotique. Par ailleurs, l'équipe EDPA s'intéresse égalementà la modélisation et aux simulations numériques de problèmes non linéaires (cités ci-dessus) et non symétriques de grandes tailles. Pour cela, on développe des méthodes de résolution adaptées à la modélisation mécanique considérée (dynamique, grandes déformations, contact frottant, viscoélasticité,...) mais également adaptées aux nouvelles générations d'ordinateurs à architecture parallèle. La diversité des thèmes et des équipes de recherche au sein du MEPS montre l'ouverture de l'équipe EDPA vers des domaines scientifiques autres que les Mathématiques et l'effort constant porté pour les recherches pluridisciplinaires.

Equipe Automatique des Systèmes Distribués (ASD) :

Responsable : Abdelhaq El Jai, aej@univ-perp.fr
Composition : 1 Pr, 3 MdC, 2 doctorants et 1 post-doc.
Adresse web : `http://www.univ-perp.fr/see/rch/lts/asd/`

L'activité de l'équipe ASD consiste à étudier de nouvelles méthodologies pour la modélisation, l'analyse et le contrôle des systèmes distribués. L'exploration de nouvelles approches spécifiques adaptée à la modélisation des systèmes issus de la physique ou des sciences de la vie (automates cellulaires, automates qualitatifs,...) est considérée. L'analyse régionale (via entrées-sorties, étalabilité,...) constitue un axe de recherche innovant, et ouvrant de larges perspectives, sur les systèmes distribuées. L'équipe développe aussi des logiciels spécifiques pour la simulation, l'analyse et le contrôle des systèmes complexes.

LABORATOIRE DE MATHÉMATIQUES RAPHAËL SALEM - ROUEN

Directeur : Dominique FOURDRINIER
Mathématiques, UFR des Sciences,
Université de Rouen,
F76801 Saint Etienne du Rouvray.
tel. 02 35 95 52 00, fax 02 32 95 52 86

Le Laboratoire de Mathématiques Raphaël Salem (UMR CNRS 6085) est un laboratoire de mathématiques pures et appliquées qui regroupe des chercheurs CNRS et des enseignants-chercheurs des deux universités de Haute-Normandie : l'Université de Rouen et l'Université du Havre .

L'UMR 6085 est structurée en quatre thématiques :

1. Equations aux dérivées partielles
2. Probabilités
3. Statistiques
4. Systèmes dynamiques et topologie

LMPT -TOURS

Directeur : Guy BARLES (responsable de la composante Mathématiques)
Co-Directeur : Claude BARRABÈS (responsable de la composante Physique Théorique)
Faculté des Sciences et Techniques
Université de Tours
Parc de Grandmont 37200 TOURS

LABORATOIRE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE THÉORIQUE (UMR 6083)

Le Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique (UMR 6083, CNRS-Université de Tours) comprend 39 enseignants-chercheurs, un directeur de recherche et deux chargés de recherche, épaulés par 6 personnels IATOS, et encadre une dizaine de doctorants. Elle est dirigée conjointement par un mathématicien, Guy Barles et par un physicien, Claude Barrabès.
L'originalité de ce laboratoire est sa structure pluridisciplinaire Mathématiques et Physique
Les recherches s'organisent autour de 5 thèmes et d'un pôle numérique CNRS « simulation numérique en relativité générale et théorie des champs », en collaboration avec le laboratoire de l'Univers et ses Théories (LUTH) de Meudon (UMR 8102 CNRS-Université de Paris VII). Ce pôle a pour responsables Peter Forgacs (Tours) et Eric Gourgoulhon (Meudon).

La Recherche au LMPT (UMR 6083)

- Analyse non linéaire et applications, systèmes dynamiques
- Probabilité et théorie ergodique
- Géométrie riemannienne
- Relativité générale et cosmologie
- Théorie des champs et systèmes intégrables

Présentation des axes de recherche

La Recherche en Mathématiques au laboratoire :

- Equations elliptiques, singularités, traces
- Solutions de viscosité
- Systèmes dynamiques
- Analyse sur les variétés, spectre du laplacien, surfaces minimales
- Systèmes dynamiques mesurés, théorémes ergodiques non-conventionnels, propriétés stochastiques des systémes dynamiques
- Marches aléatoires, mouvement brownien, processus de Markov

La Recherche en Physique Théorique au laboratoire :

- Relativité générale : trous noirs, ondes de choc, vortex
- Théories des champs : solutions solitoniques (trous noirs, monopôles magnétiques, etc) et méthodes numériques associées
- Gravitation quantique : théorie des cordes, théories type Kaluza-Klein, supergravité, approches canoniques, ensembles causaux
- Systèmes intégrables, théories conformes et applications
- Théories non-commutatives et effet Hall quantique
- Théorie quantique de champs sur réseau
- Renormalisation
- Chaos quantique

EDP SCIENCES

2005 EDP and SMAI Journals

2005

www.edpsciences.org

- **RAIRO - Operations Research (RO)**
- **ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis (M2AN)**
- **ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations (COCV)**
- **ESAIM: Probability and Statistics (P&S)**
- **ESAIM: Proceedings**

ORDER FORM

NAME | LIBRARY/INSTITUTION
STREET
ZIP CODE/CITY | COUNTRY
E-MAIL | CLIENT NUMBER

Payment:
❒ Send me a pro forma
❒ Check (to EDP Sciences)
❒ Credit card:
❒ Visa
❒ Eurocard/Mastercard
❒ American Express
Card No: ..... Valid until: .....

DATE/SIGNATURE

JOURNAL RECOMMENDATION

ATTN | DEP./LIBRARY
STREET
ZIP CODE/CITY | COUNTRY

Dear Librarian/Journal Acquisition Manager,
I would like to strongly recommend this revue for acquisition for the following reasons:

❒ This journal is a core journal in its field. It covers a wide range of topics within its discipline and is of interest to researchers and students from many specialities. It belongs to every comprehensive collection.
❒ This journal is an essential reference source in my special field of research which I - and several of my colleagues - need to consult regularly.
❒ I will continually be referring students to this journal. It publishes many articles that qualify as "essential reading" in my courses.
❒ I belong to the editorial board of this journal and strongly support its work. I will regularly recommend articles to my colleagues and students.
❒ I have submitted a paper to this journal. Naturally, I will recommend it to my colleagues and students.

Other good reasons for recommending this journal are as follows: .....
.....

Thank you for your assistance.
NAME/TITLE/POSITION
FACULTY/DEPARTMENT

DATE/SIGNATURE

Order directly to EDP Sciences
17 av. du Hoggar • B.P. 112 • 91944 Les Ulis Cedex A • France
Tel. 33 (0)1 69 18 75 75 • Fax 33 (0)1 69 86 06 78 • subscribers@edpsciences.org

Nouvelles du CNRS

par Didier BRESCH

Le 19 mai dernier, le conseil d'administration donnait mandat au directeur général du CNRS, Bernard Larrouturou, pour que la nouvelle organisation du CNRS soit pleinement opérationnelle au 1er Janvier 2006.
Plusieurs décisions majeures ont déjà été signées par le directeur général. Ainsi, la décision du 30 Juin 2005 porte création de la direction scientifique générale (DSG), suivie de la nomination le 1er juillet de Jean-Francois Minster comme directeur général, et de celle de Laurent Romary comme directeur de la direction de l'informatique scientifique créée au sein de la DSG. Au terme de dix mois d'expérimentation a été signée la décision fixant l'organisation et les missions des directions interrégionales. Les deux directions interrégionales Sud-Est et Sud-Ouest sont officiellement créées depuis le 15 Juillet. A cette date Jean-Marie Hombert a été nommé directeur interrégional pour le Sud-Est, et Antoine Petit directeur interrégional pour le Sud-Ouest. Les trois autres directions interrégionales (Île-de-France, Nord-Est et Nord-Ouest) seront créées de façon échelonnée d'ici au 1er Janvier. Le directeur interrégional est membre du comité de direction du CNRS. Avec les délégués régionaux de l'interrégion, qui sont des adjoints, il représente le CNRS en région. Sur d'autres plans, les travaux de mise en oeuvre de la réforme se poursuivent activement :

– Les expérimentations de « partenariat rénové » avec les Universités progressent avec notamment l'École des Hautes Études en Sciences Sociales, l'Université François Rabelais et l'université Louis Pasteur. Le texte du « contrat rénové » est pratiquement finalisé.
– La préparation de la création des six nouveaux départements scientifiques, prévue en octobre : Mathématiques, informatique, physique, planète et univers (MIPPU) ; Chimie ; Vivant ; Homme et société ; Environnement et développement durable ; Ingénierie. Les quatres premiers sont essentiellement« disciplinaires » et les deux derniers « transverses » correspondant à deux domaines dans lesquels le CNRS se donne l'objectif de mieux mobiliser et structurer ses compétences : l'environnement et le développement durable d'une part, l'ingénierie d'autre part.
  La liste des sections concernées par l'activité de chacun des nouveaux départements scientifiques a été soumise aux instances consultatives. Une enquête a été lancée auprès des directeurs d'unités, appelés à exprimer leurs propositions concernant le rattachement de leur unité aux nouveaux départements.
  Les deux instituts nationaux, IN2P3 et INSU sont reliés au département MIPPU. Elles sont confortées pour leur part dans leur rôle de pilotage de projets et programmes nationaux et internationaux.

– Tous les laboratoires sont invités en septembre à exprimer leurs demandes de moyens humains et financiers pour l'année 2006, en regard de leurs objectifs scientifiques. De plus, des entretiens annuels objectifs-moyens doivent avoir lieu de façon « exprérimentales » en septembre pour un échantillon réduit de quelques dizaines de laboratoires : menés systématiquement avec les établissements copilotes d'un laboratoire, ces entretiens permettront de faire ensemble le point avec le directeur de laboratoire sur les besoins et les objectifs de l'unité.

Remarque : La partie précédente est fortement inspirée des articles : de Bernard Larrouturou dans le Journal du CNRS, n°185, Juin 2005, page 33 et de F.H.-M. dans le Journal du CNRS, n°188, septembre 2005, page 33.

Quelques nouvelles succintes sur les recrutements en section 01.

En juin dernier, les résultats d'admission sont tombés. Par ordre alphabétique et par poste :

– Directeur de Recherche CNRS 1ère classe (poste 01/01) :
A. YALI.
– Directeur de Recherche CNRS 2ème classe (poste 01/02) :
S. BOUC, A. GUIONNET, F. NATAF, L. SCHNEPS, L. STOLOVITCH.
– Directeur de Recherche CNRS 2ème classe (Poste 01/03) :
Pas de Lauréat...
– Chargé de Recherche CNRS 1ère classe (01/04) :
V. LIMIC.
– Chargés de Recherche CNRS 2ème classe (01/05) :
C. BERNARDIN, B. COLLINS, B. DEROIN, S. GOUEZEL, O. GUICHARD, C. GUILLARMOU, D. HERNANDEZ, M. LEWIN, G. MASSUYEAU, C. MOUHOT, T. NGO DAC, J. NICAISE, L. PIRIO, G. STOLTZ.
– Chargés de Recherche CNRS 2ème classe (01/06) :
B. MAUROY.
– Chargé de Recherche CNRS 2ème classe (01/07) :
J. DELON.

Mathématiques & Applications
Collection de la SMAI éditée par Springer-Verlag
Directeurs de la collection : M. Benaïm et J.-M. Thomas

Vol. 12 P. Dehornoy, *Complexité et décidabilité*, 1993, 200 pp., 38,95 €
tarif SMAI : 31,16 €
Vol. 13 O. Kavian, *Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques*, 1993, 323 pp., 51,95 €- tarif SMAI : 41,56 €
Vol. 14 A. Bossavit, *Electromagnétisme en vue de la modélisation*, 1993, 174 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 28,76 €
Vol. 15 R. Zeytounian, *Modélisation asymptotique en mécanique des fluides newtoniens*, 1994, 225 pp., 43,95 €- tarif SMAI : 35,16 €
Vol. 16 D. Bouche, F. Molinet, *Méthodes asymptotiques en électromagnétisme*, 1994, 416 pp., 71,95 €- tarif SMAI : 57,56 €
Vol. 17 G. Barles, *Solutions de viscosité des équations de Hamilton-Jacobi*, 1994, 194 pp., 30,95 €- tarif SMAI : 24,76 €
Vol. 18 Q.S. Nguyen, *Stabilité des structures élastiques*, 1995, 148 pp., 29,95 €-
tarif SMAI : 23,96 €
Vol. 19 F. Robert, *Les systèmes dynamiques discrets*, 1995, 296 pp., 53,95 €-
tarif SMAI : 43,16 €
Vol. 21 D. Collombier, *Plans d'expérience factoriels*, 1995, 194 pp., 35,95 €-
tarif SMAI : 28,76 €
Vol. 22 G. Gagneux, M. Madaune-Tort, *Analyse math. de modèles non linéaires de l'ingénierie pétrolière*, 1995, 187 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 31,96 €
Vol. 23 M. Duflo, *Algorithmes stochastiques*, 1996, 319 pp., 59,95 €-
tarif SMAI : 47,96 €
Vol. 24 P. Destuynder et M. Salaun, *Mathematical analysis of thin plate models*, 236 pp., 42,15 €- tarif SMAI :33,72 €
Vol. 25 P. Rougée, *Mécanique des grandes transformations*, 1997, 412 pp., 74,95 €-
tarif SMAI : 59,96 €
Vol. 26 L. Hörmander, *Lectures on nonlinear hyperbolic differential equations*, 1997, 289 pp., 31,60 €- tarif SMAI : 25,28 €
Vol. 28 C. Cocozza-Thivent, *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*, 1997, 436 pp., 79,95 €- tarif SMAI : 63,96 €
Vol. 29 B. Lapeyre, E. Pardoux, R. Sentis, *Méthodes de Monte-Carlo pour les équations de transport et de diffusion*, 1997, 178 pp., 32,95 €- tarif SMAI : 26,36 €
Vol. 30 P. Sagaut, *Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements des fluides incompressibles*, 1998, 282 pp., 53,95 €- tarif SMAI : 43,16 €
Vol. 31 E. Rio, *Théorie asymptotique des processus aléatoires faiblement dépendants*, 2000, 170 pp., 34,95 €- tarif SMAI : 27,96 €
Vol. 32 P. Cazes, J. Moreau, P.A. Doudin, *L'analyse des correspondances et les techniques connexes*, 2000, 265 pp., 47,95 €- tarif SMAI : 38,36 €

Vol. 33 B. Chalmond, *Éléments de modélisation pour l'analyse d'images*, 2000, 331 pp., 63,95 €- tarif SMAI : 51,16 €

Vol. 34 J. Istas, *Introduction aux modélisations mathématiques pour les sciences du vivant*, 2000, 160 pp., 29,95 €- tarif SMAI : 23,96 €

Vol. 35 P. Robert, *Réseaux et files d'attente : méthodes probabilistes*, 2000, 386 pp., 63,95 €- tarif SMAI : 51,16 €

Vol. 36 A. Ern, J.- L. Guermond, *Éléments finis : théorie, applications, mise en œuvre*, 2002, 430 pp., 74,95 €- tarif SMAI : 59,96 €

Vol. 37 S. Sorin, *A first course on zero-sum repeated games*, 2002, 204 pp., 37,93 €- tarif SMAI : 30,34 €

Vol. 38 J.F. Maurras, *Programmation Linéaire, Complexité, Séparation et Optimisation*, 2002, 221 pp., 42,95 €- tarif Smai : 34,36 €

Vol. 39 B. Ycart, *Modèles et Algorithmes Markoviens*, 2002, 272 pp., 47,95 €- tarif SMAI : 38,36 €

Vol. 40 B. Bonnard, M. Chyba, *Singular Trajectories and their Role in Control Theory*, 2003, 357 pp., 68,52 €- tarif SMAI : 54,82 €

Vol. 41 A.B. Tsybakov, *Introduction à l'estimation non- paramétrique*, 203, 175 pp., 34,95 €- tarif SMAI : 27,95 €

Vol. 42 J. Abdeljaoued, H. Lombardi, *Méthodes matricielles - Introduction à la complexité algébrique*, 2004, 377 pp., 68,95 €- tarif SMAI : 55,16 €

Vol. 43 U. Boscain, B. Piccoli, *Optimal Syntheses for Control Systems on 2-D Manifolds*, 2004, 261 pp., 52,70 €- tarif SMAI : 42,16 €

Vol. 44 L. Younes, *Invariance, déformations et reconnaissance de formes*, 2004, 248 pp., 47,95 €- tarif SMAI : 38,36 €

Vol. 45 C. Bernardi, Y. Maday, F. Rapetti, *Discrétisations variationnelles de problèmes aux limites elliptiques*, 2004, 310 pp., 57,95 €- tarif SMAI : 46,36 €

Vol. 46 J.P. Françoise, *Oscillations en biologie. Analyse qualitative et modèles* , 2005, 179 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 28,76€, à paraître en mai 2005, prix de souscription : 25,17 € (pendant les deux mois après parution)

Vol. 47 C. Le Bris, *Systèmes multi-échelles. Modélisation et simulation*, 2005, 212 pp., 45,95 €- tarif SMAI : 36,76 €, à paraître en mai 2005, prix de souscription : 32,17 € (pendant les deux mois après parution).

Le tarif SMAI (20% de réduction) et la souscription (30% sur le prix public) sont réservés aux membres de la SMAI.

Pour obtenir l'un de ces volumes, adressez votre commande à Springer-Verlag, Customer Service Books -Haberstr. 7 - D 69126 Heidelberg/Allemagne
Tél. 0 800 777 46 437 (No vert) - Fax 00 49 6221 345 229 - e-mail : orders@springer.de
Paiement à la commande par chèque à l'ordre de Springer-Verlag ou par carte de crédit (préciser le type de carte, le numéro et la date d'expiration).
Prix TTC en France (5,5% TVA incl.). Au prix des livres doit être ajoutée une participation forfaitaire aux frais de port : 5 €(+ 1,50 €par ouvrage supplémentaire).

Les bonnes matrices sont rares

par Michelle SCHATZMAN

Institut Camille Jordan (CNRS, UCBL, ECL, INSA de Lyon)
Bâtiment Braconnier, Université Claude Bernard – Lyon 1
69622 Villeurbanne Cedex
schatz@math.univ-lyon1.fr

Résumé

Il y a proportionnellement très peu de matrices de taille $n \times n$ dont le nombre de conditionnement est petit devant n. Cette constatation, basée sur des résultats dûs à Alan Edelman, [8] implique qu'il vaut mieux ne pas chercher à résoudre de grands systèmes linéaires *en général* et *en utilisant des méthodes généralistes*. En effet, dès que le problème est vraiment grand, ne pas tenir compte de sa structure revient à ne pas s'équiper des outils les plus efficaces. Dans cet article, j'expliquerai la nature du résultat d'Edelman, le principe de sa démonstration, fortement influencée par des techniques issues de la statistique multivariée, et des conclusions pratiques qui conduisent à jeter un regard nettement plus algébrique que d'habitude sur les grandes matrices issues de l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles. En particulier, si l'on doit exploiter des propriétés particulières des matrices, il convient de donner une formulation précise et efficace de ces propriétés, et d'en tirer des conclusions algorithmiques. Je donne également quelques problèmes ouverts sérieux – c'est à dire des problèmes que je ne sais *vraiment* pas résoudre, au point de ne même pas savoir où commencer.

1. Introduction

En analyse numérique des équations aux dérivées partielles, il est d'usage de se poser les questions d'implémentation de manière totalement pragmatique : on réduit le problème à la résolution numérique d'un système linéaire, ou d'une suite de systèmes linéaires (ce qui est inévitable dans le cas non linéaire), et on cherche à résoudre ces systèmes.
On dispose maintenant de toute une palette de méthodes pour résoudre les systèmes trop grands pour passer en machine par un appel naïf aux bibliothèques de programme d'algèbre linéaire, avec ou sans parallélisation.
Voici quelques exemples de ces technologies :
– décomposition de domaines, avec toute la sophistication inhérente aux conditions de transmission et aux questions de recouvrement ;
– méthodes multiniveaux : multigrille géométrique, multigrille algébrique, $h-p$-méthode des éléments finis ;
– amélioration des techniques de conditions aux limites artificielles avec en particulier les couches parfaitement adaptées (*perfectly matched layers* ou PML), qui recèlent encore nombre de mystères mathématiques ;

– les différentes techniques de préconditionnement.
Mais il peut être parfois utile de se poser aussi des questions de théoricien ; ces questions ont été remarquablement défrichées par Demmel [4] et Edelman [8], [6] ; leurs conclusions n'ont pas encore atteint le monde de la résolution numérique des équations et systèmes aux dérivées partielles.
Il semble que nous rencontrions actuellement des problèmes tellement grands et tellement difficiles, en particulier quand nous résolvons de manière approchée des systèmes, par exemple le système harmonique de Maxwell en milieu hétérogène, qu'il est temps de chercher à élargir et enrichir la boîte à outils du calcul en y incluant des techniques et des méthodes nouvelles.
Commençons par quelques notations : le corps de base est $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$. L'espace des matrices à m lignes et n colonnes, à coefficients dans $\mathbb{K}$ sera noté $\mathbb{K}^{m\times n}$. Si $|\cdot|_N$ est une norme dans $\mathbb{K}^n$, la norme d'opérateur correspondante dans $\mathbb{K}^{n\times n}$ est

$$\|A\|_N = \sup_{x\in\mathbb{K}^n\setminus\{0\}} |Ax|_N/|x|_N. \tag{1}$$

2. Première incise : y a-t-il place pour les méthodes arithmétiques en calcul scientifique ?

Tout le monde sait qu'il y a d'autres corps commutatifs que $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.
La culture actuelle du calcul scientifique est une culture du nombre flottant avec son arithmétique erronée ; ce n'est pas une culture du nombre rationnel ou des corps finis, avecleur arithmétique exacte. Le calcul en rationnels a un redoutable inconvénient : au cours des calculs, la complexité des nombres croît très vite ; c'est pour cela que le calcul dans des corps finis peut être considéré comme une alternative intéressante : la complexité de chacun des nombres d'un corps fini est constante, comme celle des flottants. Il ne serait peut-être pas scandaleux de voir si on peut ramener la résolution de certains systèmes linéaires en flottants à une résolution de systèmes à coefficients entiers perturbés par un petit machin qu'on absorberait dans des itérations bien conduites. Or on peut résoudre efficacement des systèmes à coefficients entiers en les résolvant successivement dans des corps finis de plus en plus grands, de cardinal p^r, p étant premier. Si on veut faire chic, on dit que c'est de la remontée hensélienne, et on peut apprendre de quoi il s'agit en lisant les chapitres pertinents de *Modern Computer Algebra* de von zur Gathen et Gerhard [24] ; l'exploitation des résultats obtenus au niveau r pour la résolution au niveau $r+1$ rappelle furieusement, mais de loin, le principe du multigrille géométrique.

Problème ouvert 1 *Trouver une ou des personnes à l'esprit hardi qui expérimenteront la méthode suivante de résolution de systèmes linéaires : A étant une matrice en nombre flottant, poser*

$$nA = A_1 + A_2,$$

avec n un entier suffisamment grand, A_1 une matrice à coefficient entiers et A_2 une matrice de petite norme – notion à définir. Résoudre le système $Ax = b$ en se ramenant à

résoudre

$$A_1 x^{k+1} = nb - A_2 x^k,$$

et utiliser une méthode arithmétique pour la partie en nombres entiers.

Remarque 1 *Le problème ouvert 1 a été décrit à la hâche. Il mérite certainement d'être raffiné et précisé. Pour cela, il est nécessaire d'avoir de bons exemples en tête et une collaboration entre spécialistes du calcul scientifique en flottants et spécialistes du calcul symbolique.*

3. Le nombre de conditionnement

Revenons à nos brebis matricielles.

Le nombre de conditionnement pour la résolution des systèmes linéaires est $\kappa_N(A) = \|A\|_N \|A^{-1}\|_N$; il dépend bien évidemment du choix de la norme : à la place de la lettre muette N, on peut mettre 1, ∞, 2, ou A pour une norme définie à partir du produit scalaire $y^* Ax$, la matrice A étant autoadjointe, définie positive – et beaucoup d'autres choix sont possibles.

La propriété essentielle du nombre de conditionnement est qu'il gouverne à la fois la sensibilité aux erreurs de la résolution du système, et la vitesse de convergence des méthodes itératives.

Plus précisément, si δb et δA sont respectivement des perturbations du deuxième membre b et de la matrice A, on a l'estimation classique suivante de l'erreur relative sur la solution x :

$$\frac{|\delta x|_N}{|x|_N} \leq \kappa_N(A) \left(\frac{|\delta b|_N}{|b|_N} + \frac{\|\delta A\|_N}{\|A\|_N} \right) + \text{termes d'ordre supérieur.} \qquad (2)$$

La relation (2) est très facile à obtenir et se trouve dans tous les bons cours d'analyse numérique matricielle.

L'analyse de l'effet de l'erreur d'arrondi sur la décomposition de Gauss demande plus de détails, qu'on trouve par exemple dans le chapitre 4 du livre de Golub et Van Loan [10] ; citons en particulier un résultat très précis de la section 4.5 de ce livre : dans une arithmétique flottante de base β, avec une mantisse de t chiffres, la solution $\hat{x}$ calculée par élimination de Gauss avec pivotage partiel satisfait les conditions suivantes :

$$\begin{array}{l} (A+E)\hat{x} = b, \quad \|E\|_\infty / \|A\|_\infty \sim \beta^{-t} \\ |\hat{x} - x|_\infty / |x|_\infty \sim \beta^{-t} \kappa_\infty(A). \end{array}$$

Une des conséquences heuristiques de ce résultat est que la résolution par élimination de Gauss produit un résultat qui a environ $\log_\beta \kappa_\infty(A)$ chiffres significatifs corrects de moins que les données. L'analyse de l'effet du nombre de conditionnement sur les méthodes itératives est lui aussi bien connu : si on suppose A autoadjointe définie positive, une méthode de Richardson stationnaire optimale convergera à un taux de $\exp(-2/\kappa_2(A))$ et un gradient conjugué à un taux de

$\exp(-2/\sqrt{\kappa_2(A)})$. Si on préconditionne en résolvant suivant les cas et les possibilités un système de matrice MA, AM ou LAL^* avec $LL^* = M$, il suffit de remplacer le conditionnement de A par le conditionnement pour la norme appropriée de MA, AM ou LAL^*. Ces questions sont très bien exposées par exemple dans le chapitre 2 du livre de Quarteroni et Valli [22].
Ainsi le nombre de conditionnement joue un rôle central dans la qualité et l'effectivité des méthodes numériques de résolution des systèmes linéaires.
On peut se poser une question générale : quelle est le volume relatif de l'ensemble des matrices dont le nombre de conditionnement est au plus égal à x ? Pour donner un sens à cette question, on remarque que le nombre de conditionnement est une fonction positivement homogène de degré 0 ; par conséquent il suffit de se placer sur une sphère sympathique centrée en 0, de munir cette sphère de la mesure induite par le volume euclidien de $\mathbb{K}^{n\times n}$ et d'essayer de trouver le rapport entre le volume de l'ensemble des matrices sur la sphère, dont le nombre de conditionnement est au plus x, et le volume de ladite sphère.
Ce qui serait magnifique, ce serait de pouvoir se servir d'une des sphères naturelles en norme d'opérateur : $\{A : \|A\|_N = 1\}$, pour un choix convenable de la norme vectorielle indexée par N. Malheureusement, le résultat n'est pas connu dans ce cas. Il est par contre connu si au lieu de travailler sur une sphère unité en norme d'opérateur, on travaille sur la sphére unité en norme de Frobenius.
Rappelons que la norme de Frobenius est simplement la norme euclidienne dans $\mathbb{K}^{n^2}$, c'est à dire

$$\|A\|_F = \left(\sum_{i,j=1}^{n} |A_{ij}|^2 \right)^{1/2}.$$

Ce n'est pas une norme d'opérateur : pour toute norme d'opérateur, la définition 1 implique que la norme de la matrice identité vaut 1 ; la norme de Frobenius de cette matrice vaut $\sqrt{n}$.

4. Encore une incise : les sphères unités en norme d'opérateur dans $\mathbb{R}^{2\times 2}$ sont de vilains petits canards

Je ne sais pas comment Demmel puis Edelman en sont venus à conclure que la bonne sphère était celle de Frobenius. Par contre, on peut faire quelques petits calculs et se rendre compte que les sphères unité en norme 1, 2 ou ∞ sont fort vilaines — bon, allez, c'est pas gentil pour ces pauvres sphères ; peut-on dire d'elles qu'elles sont ridées comme des vieilles pommes et anguleuses cmme des grains de grenade ?
Il existe une expression analytique simple des normes d'opérateur indexées par 1 et ∞ :

$$\|A\|_1 = \max_{1\le j\le 2} \sum_{i=1}^{2} |A_{ij}|, \quad \|A\|_\infty = \max_{1\le i\le 2} \sum_{j=1}^{2} |A_{ij}|$$

Il n'est pas besoin de réfléchir longtemps pour comprendre que les sphères unités correspondantes sont des frontières de polytopes de $\mathbb{R}^4$.

La sphère unité en norme $\|\cdot\|_2$ paraît plus sympathique, et puis après tout, cette norme intervient de manière si naturelle qu'on aimerait bien qu'elle soit aussi belle qu'utile.
En dimension 2, on peut se faire une idée assez précise de ce à quoi elle ressemble. On peut en effet la partitionner en deux sous-ensembles : celui des matrices qui ont deux valeurs propres réelles, et celui des matrices qui ont deux valeurs propres complexes conjuguées distinctes.
Une matrice A correspondant au premier cas peut être triangulée dans une base orthonormale réelle ; on aura donc

$$A = QTQ^* = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda & \sigma \\ 0 & \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}.$$

La norme de A est égale à celle de T, et cette dernière, est la racine carrée de la norme de

$$T^*T = \begin{pmatrix} \lambda^2 & \sigma\lambda \\ \sigma\lambda & \sigma^2 + \mu^2. \end{pmatrix}$$

Le polynôme caractéristique de T^*T est

$$x^2 - (\lambda^2 + \mu^2 + \sigma^2)x + \lambda^2\mu^2.$$

Comme 1 doit être racine de ce polynôme, nous devons avoir

$$\sigma^2 = (1 - \lambda^2)(1 - \mu^2); \tag{3}$$

l'autre racine doit être au plus égale à 1, d'où :

$$\lambda^2\mu^2 \leq 1. \tag{4}$$

Les deux conditions (3) et (4) définissent un ensemble *semi-algébrique* réel. On peut s'initier à la géométrie semialgébrique en lisant par exemple le cours [3], disponible sur le ouaibe. Ce qu'il faut retenir, c'est que la surface dans $\mathbb{R}^3 \ni (\lambda, \mu, \sigma)$ définie par (3) et (4) est singulière aux points $(\pm 1, \pm 1, 0)$. La figure 1 donne la moitié du haut de cette surface ; il y a une moitié du bas, symétrique par rapport au plan des λ et μ, qu'on doit se représenter par les yeux de l'esprit. L'ensemble des matrices de norme unité et à valeurs propres réelles est homéomorphe au produit de la surface définie en (3) et (4) par le cercle S^1. Beurk !
Maintenant, les matrices qui ont deux valeurs propres conjuguées distinctes. Sans perte de généralité, on peut supposer qu'un vecteur propre relatif à la valeur propre λ est

$$u = \begin{pmatrix} \cos\theta \\ e^{\mathrm{i}\phi}\sin\theta \end{pmatrix}.$$

On peut alors prendre pour compléter la base orthonormale

$$v = \begin{pmatrix} -\sin\theta e^{-\mathrm{i}\phi} \\ \cos\theta \end{pmatrix},$$

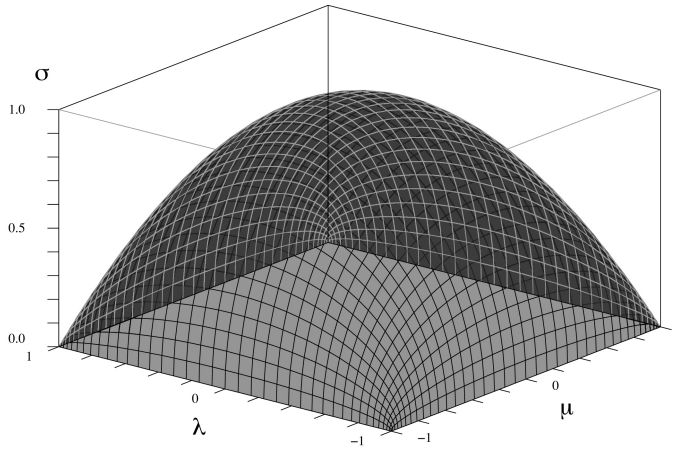


FIG. 1 – La moitié du haut de la surface (3) et (4).

et nous savons que $Au = \lambda u$, et $A\bar{u} = \bar{\lambda}\bar{u}$. Ces informations suffisent à trianguler la matrice A dans la base formée de u et v ; nous trouvons

$$\begin{pmatrix} \lambda & \omega\Im\lambda \\ 0 & \bar{\lambda} \end{pmatrix},$$

le nombre complexe ω étant donné par

$$\omega = \frac{\cos^2\theta + \cos\phi\sin^2\theta - \mathrm{i}\sin^2\theta\sin\phi}{\cos\theta\sin\theta\sin\phi}.$$

On calcule facilement la norme de T^*T, et elle vaut 1 si les conditions suivantes sont remplies :

$$|\lambda| \leq 1 \tag{5}$$
$$1 - 2|\lambda|^2 - |\omega|^2\Im\lambda^2 + |\lambda|^4 = 0. \tag{6}$$

L'ensemble des λ décrit donc un ensemble semi-algébrique de $\mathbb{R}^2$ identifié à $\mathbb{C}$. Je ne comprends pas vraiment comment cet ensemble est fait, et surtout comment l'ensemble des matrices de norme 1 avec deux valeurs propres complexes conjuguées distinctes est fait.
Mon deuxième commentaire onomatopéïque sera identique au premier : beurk. Mais peut-être mon dégoût ne manifeste-t-il que mon ignorance ; voir la fin de la remarque 2.

Problème ouvert 2 *Comment est faite géométriquement la sphère unité pour la norme d'opérateur basée sur la norme euclidienne en dimension 2 ? Et en dimension supérieure ? Quel genre de singularité a-t-elle ? Retrouve-t-on dans ses singularités les traces antipathiques de la difficulté numérique du calcul des éléments propres pour les matrices générales ?*

Remarque 2 *Le problème 2 est vraiment un problème de théoricien ; il se peut que sa solution n'aide jamais personne à faire de bons algorithmes, mais même cette proposition est sujette à caution. . .parce que de nos jours, on trouve des mathématiques très étranges dans des endroits très inattendus. En tous cas, un esprit curieux et géomètre pourrait sûrement nous en dire plus long sur cette bestiole.*
D'ailleurs je trouve particulièrement discriminatoire et politiquement incorrect que ces pauvres sphères compliquées, anormales et pleines de coins ou de singularités ne fassent pas l'objet de l'attention que réclame, qu'impose même leur laideur et leur complexité. M'enfin quoi, c'est pas parce qu'on est un vilain petit canard qu'on n'a pas droit à l'affection de sa maman et de son papa, zut alors !
J'en appelle donc à la constitution de la SEPHSUNO, ou Société pour l'Étude et la Promotion des Horribles Sphères Unité en Norme d'Opérateur. Il suffit de retourner la figure (1) pour les dons.

5. Jim Demmel et les problèmes mal posés

La lecture de l'article [4] est ardemment recommandée, bien que les détails y reposent sur de savants résultats de géométrie algébrique.
Le principe de ce travail, ainsi que l'explique Demmel dans son introduction, consiste à (1) quantifier la difficulté d'un problème au sein d'un ensemble approprié (2) choisir une mesure de probabilité sur cet ensemble de problèmes et (3) calculer la distribution (ou la densité) de la la difficulté des problèmes relativement à la mesure choisie.
En pratique, pour tous les problèmes considérés par Demmel, les problèmes mal posés forment une variété algébrique ; la difficulté des problèmes est quatifiée par leur conditionnement ; celui-ci est l'inverse d'une distance convenablement choisie à cette variété et le problème est ramené au calcul de volumes de tubes.
Il faut savoir qu'il y a un livre entier, dû à Gray [11], sur les tubes autour de variétés différentiables, Depuis des travaux de Weyl, on trouve dans le développement en série de Taylor du volume des tubes autour de sous-variétés plongées dans une variété riemanienne toutes sortes d'invariants classiques de la géométrie ; l'une des propriétés remarquables de ces développements est d'ailleurs qu'ils n'ont qu'un nombre fini de termes, si la sous-variété variété est suffisamment bonne, par exemple lisse et compacte.
Les tubes autour de variétés algébriques — ce ne sont pas nécessairement des variétés lisses ! — ont été largement étudiés par les géomètres, et Demmel a construit ses résultats sur cette base.
Voici ce qu'il obtient pour le nombre de conditionnement $\kappa_D(A) = \|A\|_F\|A^{-1}\|_2$; dans ce cas, la variété algébrique est l'ensemble des matrices A dont le déterminant est nul. C'est le prototype d'une variété déterminantale ; plus généralement, une variété déterminantale définie comme suit : soit M une matrice $p \times q$ à coefficients polynomiaux ; l'ensemble des points qui annulent tous les mineurs d'ordre n de la matrice M est une variété déterminantale. On va les retrouver un peu plus loin, les variétés déterminantales ! Elles ne vont pas nous échapper, et nous non plus, on risque de ne pas leur échapper.

Pour des matrices complexes, Demmel trouve :

$$\frac{(1-1/x)^{2n^2-2}}{2n^4x^2} \leq \text{Prob}(\kappa_D(A) \geq x) \leq \frac{\mathrm{e}^2 n^5 (1+n^2/x)^{2n^2-2}}{x^2} \tag{7}$$

et asymptotiquement

$$\text{Prob}(\kappa_D(A) \geq x) = \frac{n(n^2-1)}{x} + o(x^{-2}). \tag{8}$$

L'énoncé des résultats dans le cas des matrices réelles est nettement plus compliqué, et le lecteur est renvoyé à l'article original.
L'outil analytique essentiel à la démarche est le théorème d'Eckhart et Young [5] qui énonce que la distance en norme $\|\cdot\|_2$ d'une matrice à l'ensemble des matrices singulières est l'inverse de $\|A^{-1}\|_2$. Pour une référence plus facilement accessible que l'article original, consulter le livre de Golub et Van Loan, chapitre 2, section 3 [10]. Ces auteurs utilisent abondamment le théorème d'Eckhart et Young, qui fleure bon la décomposition en valeurs singulières.
Le problème évident des bornes (7) est que la borne supérieure croît très vite, et la borne inférieure décroît très vite aussi.
L'intérêt de la démarche de Demmel est son caractère général ; il obtient en effet des résultats pour le calcul des zéros d'un polynôme et pour le calcul des valeurs propres d'une matrice.

6. Alan Edelman : une stratégie encore plus géométrique

Jim Demmel avait obtenu des estimations ; Alan Edelman va faire encore mieux dans [8] : il obtient exactement la distribution du nombre de conditionnement κ_D sur la boule unité de Frobenius. Voici ses résultats : dans le cas complexe, la densité de probabilité du nombre de conditionnement κ_D est

$$2n(n^2-1)x^{1-2n^2}(x^2-n)^{n^2-2} \tag{9}$$

et il y a même une distribution donnée par l'expression simple

$$\text{Prob}(\kappa_D(A) \geq x) = 1-(1-n/x^2)^{n^2-1}, \quad x > \sqrt{n}. \tag{10}$$

Bien sûr, la relation (10) implique (7).
Dans le cas réel, la densité de probabilité admet une expression compliquée faisant intervenir la fonction hypergéométrique de Gauss, ${}_2F_1$ et le nombre μ donné par

$$\mu = \frac{2n\Gamma((n+1)/2)\Gamma(n^2/2)}{\sqrt{\pi}\Gamma(n(n+1)/2-1)}.$$

La densité est donnée par l'expression suivante, qui ne manquera pas d'impressionner même les gens compétents :

$$\mu x^{1-n^2}(x^2-n)^{n(n+1)/2-2}\,{}_2F_1\left(\frac{n-1}{2}, \frac{n+2}{2}; \frac{n^2+n-2}{2}; n-x^2\right). \tag{11}$$

Ouf ! Heureusement, pour x grand et $n > 20$, Edelman nous donne un équivalent de la fonction de distribution dans le cas réel :

$$\text{Prob}(\kappa_D(A) \geq x) \sim n^{3/2}/x, \quad x \gg \sqrt{n}, \quad n \gg 1. \tag{12}$$

L'article [8] ne donne pas la moindre idée du processus de démonstration de tous ces résultats ; il faut aller regarder la thèse, disponible sur la page personnelle d'Edelman [7], et entièrement passionnante.
L'approche d'Edelman n'a rien à voir avec celle de Demmel, et elle est fortement influencée par la littérature de la statistique multivariée, et tout particulièrement par le livre de Muirhead [16] et la littérature de physique statistique, et plus spécifiquement la théorie des ensembles gaussiens de Wigner ; voir par exemple [21].
Dans le cas des matrices complexes, la démarche d'Edelman est tellement simple et élégante qu'elle mérite une brève description.
La première étape consiste à étudier d'un point de vue géométrique les transformations matricielles classiques de l'analyse numérique : décomposition de Cholesky d'une matrice hermitienne, décomposition QR, ou plutôt son miroir, la décomposition LQ avec L triangulaire inférieure à diagonale positive et Q unitaire, et enfin la diagonalisation des matrices hermitiennes dans une base orthonormale. En restreignant convenablement le domaine de définition de ces transformations — tout particulièrement de la dernière — on constate qu'il s'agit de difféomorphismes, et Edelman en calcule les jacobiens, en se fondant sur des techniques exposées entre autres par Muirhead [16], et également dans le chapitre 5 de la troisième édition du livre de Mehta [15] ; cette référence peut paraître anachronique, mais il se trouve que Mehta y a repris des éléments de la première édition de 1967 [13], qui avaient disparu de la deuxième de 1991 [14]. Les résultats sont particulièrement simples :

$$\text{Cholesky : } H = LL^* \text{ et } \mathrm{dvol(H)} = 2^{\mathrm{n}} \prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{L}_{\mathrm{ii}}^{2\mathrm{n}-2\mathrm{i}+1} \mathrm{dvol(L)}; \tag{13}$$

$$\text{décomposition } LQ \text{ : A=LQ et } \mathrm{dvol(A)} = \prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{L}_{\mathrm{ii}}^{2\mathrm{n}-2\mathrm{i}+1} \mathrm{dvol(L)dvol(Q)}; \tag{14}$$

$$\begin{gathered}\text{diagonalisation des matrices hermitiennes : } H = Q\Lambda Q^* \text{ et} \\ \mathrm{dvol(H)} \prod_{\mathrm{i}<\mathrm{j}} (\lambda_{\mathrm{i}} - \lambda_{\mathrm{j}})^2 \mathrm{dvol}(\Lambda) \mathrm{dvol(Q)}.\end{gathered} \tag{15}$$

Ces trois résultats méritent quelques éclaircissements, en particulier, en ce qui concerne les conventions ; les volumes ne sont pas signés parce qu'on a une vision plutôt « mesure de probabilité » ; la notation dvol représente bien une mesure scalaire sur l'ensemble des variables caractérisant un objet ; par exemple pour une matrice hermitienne, il suffit des valeurs des coefficients (réels) sur la diagonale et des parties imaginaires et réelles des coefficients au dessus de la diagonale. Il faut également faire attention à ce que la mesure $\mathrm{dvol(Q)}$ est la mesure de Haar sur le groupe unitaire dans $\mathbb{C}^n$. Alors que la formule (13) est facile, les deux suivantes

demandent de l'attention, tout particulièrement la troisième : pour que la transformation $H \mapsto (\Lambda, Q)$ soit un difféomorphisme, il faut que les valeurs propres de H soient toutes distinctes et qu'il n'y ait aucun coefficient nul par exemple sur la première ligne de Q ; on peut normaliser tous ces coefficients pour qu'ils soient strictement positifs.
Soit alors A une matrice uniformément distribuée sur la sphère de Frobenius dans $\mathbb{C}^{n\times n} \sim \mathbb{R}^{2n^2}$. La matrice $\widetilde{W} = AA^*$ est une matrice dont on peut calculer la distribution en utilisant les relations (13) à (15) : la matrice A se décompose en LQ, et on déduit la distribution de LL^* à partir de celle de L ; mais c'est aussi celle de AA^*. Or AA^* est une matrice hermitienne qui se diagonalise dans une base orthonormale ; la somme des valeurs propres de AA^* est égale à sa trace, qui est le carré de la norme de Frobenius de A et qui vaut donc 1. Il ne reste plus qu'à appliquer des techniques classiques de statistique multivariée pour obtenir la proposition 7.1 de [7], qui énonce que la distribution jointe des n valeurs propres de $\widetilde{W}$, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_n$, de somme 1 est proportionnelle à $\prod_{i<j}(\lambda_i^2 - \lambda_j^2)$. La distribution de probabilité de la plus petite valeur propre de $\widetilde{W}$ est donnée par $f_{\lambda_{\min}}(\lambda) = (n^3 - n)(1 - nx)^{n^2-2}$, et avec encore un peu de travail, on obtient (10), ce qui représente une amélioration considérable par rapport aux résultats de Demmel.
Dans une autre partie de ce travail de thèse, Demmel démontre également le résultat suivant, qui concerne une classe de matrices aléatoires, les matrices $n \times n$ dont les éléments complexes ont leurs parties réelles et imaginaires indépendantes, identiquement distribuées et de loi gaussienne normale : l'espérance du nombre de conditionnement de telles matrices est $\log(n)+0.982+o(1)$, pour n tendant vers l'infini.
Ce résultat est publié dans [6], avec d'autres résultats sur les matrices aléatoi- res, en particulier les matrices de Wishart, ce qui nous éloignerait trop de la question initiale.
La morale du travail d'Edelman pour le calcul scientifique, c'est que quand on résout un système $n \times n$ dont la matrice est choisie « au hasard », on perd en moyenne $C \log n$ chiffres significatifs sur le résultat, par rapport au nombre de chiffres significatifs accessibles dans les données. Il faut cependant accueillir cette interprétation avec précaution : le nombre de conditionnement ne donne qu'une borne supérieure ; les choses peuvent se passer mieux que ne le laisse entendre le théorème. La morale de cette morale, c'est qu'il est heureux que les résultats d'Edelman n'aient été obtenus qu'à la fin des années mille neuf cent quatre-vingt : si onn avait su que la résolution des systèmes linéaires « pris au hasard » était si difficile, en aurait-on résolu autant ? La morale de la morale de la morale, c'est qu'on ne résout pas, heureusement, des systèmes linéaires pris au hasard, mais des systèmes qui ont des tas de particularités, qu'on n'a peut-être pas suffisamment exploitées.

7. Mais ça sert à quoi tout ça ?

Le malheureux lecteur ou la malheureuse lectrice doit être en train de se de-

mander ce que viennent faire mes excursions dans les matrices aléatoires et les densités de probabilité de choses ésotériques. Mais il suffit de regarder la formule 10 de l'œil de l'analyste numéricien habitué à travailler par exemple sur des problèmes elliptiques, dont le conditionnement est facile à estimer.
Il est vivement recommandé de lire le paragraphe suivant assis – d'ordinaire les accidents du travail en mathématiques se limitent au danger de chute de livres et de bibliothèques et je m'en voudrais d'avoir contribué à la chute de mathématiciens ou mathématiciennes. Certes, la législation sur les accidents du travail permettrait de prendre en charge les soins médicaux si l'évènement avait lieu dans des locaux universitaires, mais je ne souhaite pas causer la moindre peine ou douleur à mes lecteurs.
Supposons que nous travaillions en dimension 3, que nous ayons un problème gentil avec un maillage raisonnablement uniforme sur un cube de côté 1 ; si $h = 1/m$ est la taille des mailles, nous aurons $n = m^3$ inconnues dans notre problème avec un conditionnement de $C/h^2 = Cm^2$. Si nous pensons différences finies uniformes pour le laplacien, problème académique s'il en est, C est simplement $\pi^2 \sim 10$ pour un problème de Dirichlet. Pour évaluer le conditionnement habituel κ_2 au lieu de κ_D, nous avons besoin d'un autre résultat d'Edelman, qui énonce que $\kappa_D/\kappa_2\sqrt{n}$ tend vers $1/2$ quand n tend vers l'infini. Un petit calcul donne alors

$$\mathrm{Prob}(\kappa_2(\mathrm{A}) \leq \mathrm{Cm}^2) \sim \mathrm{Prob}(\kappa_\mathrm{D}(\mathrm{A}) \leq \mathrm{Cm}^{7/2}/2) \sim \exp(-4\mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2). \qquad (16)$$

Pour les valeurs raisonnables de $m = 100$ et $C = 10$, nous voyons que la proportion des matrices dans $\mathbb{C}^{10^6 \times 10^6}$ dont le nombre de conditionnement est au plus 10^5 est environ $\exp(-400) \sim 1.9 \times 10^{-174}$. La formule (16) nous convainc également que plus le maillage est fin, plus nos *bonnes matrices* sont rares !

8. Et alors, elles sont rares, mais en quoi cela peut-il bien nous déranger ou, à la rigueur, nous arranger ?

Comment interpréter théoriquement et algorithmiquement ce résultat tout à fait frappant ?
Le calcul de la fin de la section précédente suggère – toujours l'influence de la géométrie – que les matrices obtenues en discrétisant des équations aux dérivées partielles ne peuvent pas être n'importe où dans l'espace des matrices.
Commençons par un exemple un peu trop régulier pour répondre aux exigences des *vrais* problèmes d'équations aux dérivées partielles. Cet exemple est celui des matrices de Toeplitz, et plus généralement de ce qu'on appelle les matrices structurées ; on se reportera par exemple aux récents colloques publiés [20], [18], [18], [1], [2] pour se faire une idée de l'intense activité qui règne dans ce domaine, et qui s'applique à bien d'autres objets que les matrices de Toeplitz.
Visons la simplicité : une matrice de Toeplitz est une matrice dont les coefficients sont constants le long des diagonales descendantes. Les matrices de Toeplitz de dimension donnée forment un espace vectoriel - jusqu'ici, rien de surprenant. On peut caractériser une matrice de Toeplitz au moyen d'une opération matricielle simple ; notons en effet $Z \in \mathbb{K}^{n\times n}$ l'adjointe de la matrice de Jordan à diagonale

nulle ; c'est une matrice de shift, dont l'action à gauche revient à remplacer la première ligne par une ligne de 0 et la décaler d'un rang vers le bas toutes les autres lignes, en laissant tomber la dernière ligne. Son action à droite consiste à remplir la dernière colonne de zéros, et à décaler toutes les autres colonnes d'un rang vers la gauche, en laissant tomber aussi la première colonne. On peut aussi dire les choses autrement : bordons la matrice $A \in \mathbb{K}^{n\times n}$ d'une ligne de zéros en haut et d'une colonne de séros à droite et notons $\widetilde{A}$ le résultat ; alors $(\nabla_{Z,Z}A)_{ij} = \widetilde{A}_{i,j} - \widetilde{A}_{i+1,j+1}$ pour $1 \leq i,j \leq n$; en d'autres termes, on a fait des différences finies le long des diagonales en choisissant des conventions appropriées pour les termes de bord.
Cette description justifie l'utilisation du nabla ∇ traditionnellement associé à des opérations de type différentiation.
Si $T \in \mathbb{K}^{n\times n}$ est une matrice de Toeplitz, alors $\nabla_{Z,Z}T = ZT - TZ$ est de rang 2. Bon, c'est un petit calcul qui ne casse pas trois pattes à un canard, même à un très vilain petit canard.
Mais, si la matrice T a le bon goût d'être inversible, T n'est pas de Toeplitz (sauf si elle était aussi triangulaire) ; par contre, $ZT^{-1} - T^{-1}Z$ est aussi de rang 2, et il existe une formule fort élégante, qui donne à la fois l'inverse de T en fonction de solutions particulières d'un système dont la matrice est associée simplement à T, ainsi que le rang de $\nabla_{Z,Z}T^{-1}$. C'est la fameuse formule de Gohberg-Semencul [9] ; une source accessible de cette démonstration se trouve dans [12].
Mais, mais, mais ...l'ensemble des matrices de Toeplitz est un espace vectoriel ; par contre l'ensemble des inverses des matrices de Toeplitz n'est sûrement pas un espace vectoriel ! On doit donc introduire un autre objet : l'ensemble des matrices A de type Toeplitz, qui sont telles que leur déplacement $\nabla_{Z,Z}A$ soit de rang petit devant la taille de la matrice ; on dira que le rang de $\nabla_{Z,Z}A$ est le rang de déplacement de la matrice A.
L'ensemble des matrices A dont le rang de déplacement est au plus k est l'image réciproque par $\nabla_{Z,Z}$ de l'ensemble des matrices de rang au plus k ; or ce machin est bien connu en géométrie algébrique : c'est une variété déterminantale, donc une variété algébrique – je vous avais bien dit que les variétés déterminantal- es allaient revenir dans cet exposé. Et l'image réciproque d'une variété algébrique par une application linéaire est encore une variété algébrique (attention : ce n'est pas forcément vrai pour l'image directe).
Algorithmiquement, on peut alors concevoir des algorithmes de résolution qui ne travaillent que sur des matrices de petit rang, et donc faire un nombre d'opérations tenant compte de cette réduction. Il y a donc des algorithmes rapides pour résoudre les systèmes à matrice de Toeplitz, ils sont de complexité $O(n^2)$, et des algorithmes ultra-rapides, utilisant en plus des principes de récursivité à la mode de Fourier rapide, et ils sont de complexité $O(n(\log n)^2)$, avec quelques subtilités sur la stabilité ; voir par exemple [23].
Du point de vue géométrique, cela veut dire qu'on code *toujours* les opérations intervenant dans l'algorithme par les paramètres, peu nombreux, qui décrivent la variété algébrique où tout se passe. Je devrais plutôt dire les variétés algébriques,

car au cours du processus d'élimination, on travaille sur des objets de dimension décroissante.
Très bien tout ça, mais où rencontre-t-on des matrices de Toeplitz en discrétisation des équations aux dérivées partielles, à part la discrétisation du laplacien en dimension 1 ?
Touchée !
Dès qu'on a un problème non trivial, nous trouverons des matrices de Toeplitz par blocs, dont les blocs sont de Toeplitz, en dimension 2, pour un maillage uniforme et des coefficients constants ; en dimension 3, ce sera la généralisation évidente : Toeplitz par blocs qui sont eux mêmes Toeplitz par blocs Toeplitz. Et si on tient compte proprement des problèmes de conditions aux limites dans des cas suffisamment généraux, on va passer de Toeplitz à « type Toeplitz », ce qui est beaucoup plus compliqué. En plus, il n'y a pas encore d'algorithme rapide pour résoudre un système dont la matrice est Toeplitz par blocs Toeplitz. Mais ça avance, parce qu'une thèse est en cours sur le sujet à l'Institut Camille Jordan. Cette thèse utilise de façon substantielle les méthodes de l'algèbre commutative. En effet, avec l'aide de Laurent Busé. Houssam Khalil qui fait sa thèse sous ma direction et celle de Bernard Mourrain est revenu de Sophia en Juillet avec une déclaration assez suprenante : on peut expliquer certains phénomènes observés lors de la conception d'algorithmes pour les matrices de Toeplitz au moyen du théorème de Hilbert-Burch. Bon, j'ai commencé par apprendre de quoi il s'agissait parce que le théorème en question était tout à fait étranger à ma culture ; même si j'ai compris maintenant, je laisse les explications pour un autre article dans MATAPLI, et peut-être pour un auteur, plus compétent que moi pour exposer les relations entre algèbre commutative et calcul.
Mais est-ce bien grave de ne pas avoir naturellement de matrices de Toeplitz dans les vrais problèmes d'équations aux dérivées partielles ? Nous n'avons pas besoin que nos problèmes jouissent d'une structure parfaitement régulière : il suffira que les problèmes à traiter soient suffisamment proche de problèmes géométriquement réguliers pour se servir de préconditionnement structurés pour lesquels on va rapidement disposer d'algorithmes ultra-rapides (un peu de pensée souhaiteuse, si, si, j'y crois ...)
Mais comment fabriquer des structures régulières à partir de maillages qui sont ce qu'ils sont, de coefficients qui sont ce qu'ils sont, et de la complexité bien connue de tout le dispositif d'implémentation des méthodes d'élements finis ? En fait la solution existe déjà dans son principe : c'est le multigrille algébrique. Quand on fait des paquets pour fabriquer des éléments grossiers, on peut choisir le graphe de la matrice de rigidité des éléments grossiers, en imposant des contraintes géométriques sur le support des éléments grossiers, et optimiser ensuite la construction de ces éléments grossiers. Cette technologie est bien connue pour les éléments nodaux ; elle a été étendue au cas des éléments d'arêtes par Reitzinger et Schöberl, et elle vient d'être optimisée dans le cadre de la thèse de Ronan Perrussel, soutenue en Octobre 2005.
Et, surprise, surprise : on sait bien que le cadre des éléments d'arête appelle la topologie (algébrique) comme le paratonnerre appelle la foudre. On ne sera pas

surpris que la foudre topologique tombe aussi sur la construction optimale des éléments d'arête grossiers [17].
Mais que faire plus généralement, dans des cadres qui ne se prêtent pas aux matrices structurées : imaginer que les matrices de l'analyse numérique des EDP se situent dans des tubes au voisinage de variétés algébriques de petite dimension, trouver ces variétés algébriques et coder des algorithmes qui n'utiliseront que le nombre de paramètres strictement nécessaires pour travailler efficacement.
Outre la piste des matrices structurées, je pense également à celle des matrices hiérarchiques de Hackbusch et son école - voir la page web `http://www.hlib.org/`.
La topologie, l'algèbre et la géométrie algébrique sont en train d'entrer dans ce bon vieux calcul scientifique, et elles y resteront. Je pense que cette cure de jouvence donnera lieu à quelques douleurs de croissance, mais qu'une fois la greffe prise, nos idées sur ce qu'est un algorithme du calcul scientifique auront beaucoup changé et nous permettront de résoudre des problèmes beaucoup plus gros. On peut toujours rêver, pas vrai ?

9. Pour ne pas se réveiller tout de suite

Je conclurai par quelques problèmes ouverts supplémentaires, comme promis dans l'introduction. Ils peuvent relever de la mathématique fiction, ne pas encore être bien énoncés, mais je crois qu'il faut aussi rêver aux mathématiques de demain, même si nous sommes sûrs qu'elles ne ressembleront pas à nos rêves.

Problème ouvert 3 *Peut-on trouver la distribution du nombre de conditionnement des matrices bandes sur la sphère de Frobenius ? Plus généralement, faire des résultats à la Edelman, mais en imposant des contraintes diverses et variées ?*

Problème ouvert 4 *Une matrice hiérarchique est fondamentalement une matrice qu'on découpe récursivement par blocs, en s'arrêtant quand les blocs sont petits, ou de rang petit. Il est facile de mettre des matrices creuses sous forme hiérarchique, et il se trouve que beaucoup d'opérateurs intégraux sont assez réguliers pour admettre une représentation hiérarchique, à condition d'accepter une erreur faible en prenant seulement des développements de Taylor du noyau au lieu du noyau exact. La multiplication matrice-vecteur avec des matrices hiérarchiques est une opération très rapide.*
La base de l'addition des matrices hiérarchiques de même structure par blocs est la curieuse opération suivante : on prend deux matrices de rang k et de même taille, on les additionne, et on projette le résultat sur les matrices de rang k. Pour ce faire, il convient de disposer de la décomposition en valeurs singulières de la somme, et de garder seulement les k plus grandes. Peut-on donner des résultats statistiques sur l'erreur commise par cette addition approchée par rapport à l'addition exacte ? Comment fabriquer une mesure décente sur les paires de matrices de rang k ? Et avant même cela, comment développer un programme significatif d'expériences numériques sur ce problème ?

Problème ouvert 5 *Y a-t-il des résultats à la Edelman sur le nombre de conditionnement des matrices hiérarchiques, en faisant des hypothèses appropriées sur les paramètres de la matrice hiérarchique ?*

Problème ouvert 6 *Dans la culture des matrices hiérarchiques, les spécialistes expliquent qu'on aurait pu penser à remplacer les blocs de petit rang par des blocs structurés - par exemple de type Toeplitz ; et ils exliquent immédiatement que cette voie est sans issue, parce que l'arithmétique des matrices hiérarchiques ne va pas bien fonctionner sur ce genre d'objet. Mais est-ce bien sûr ?*

Problème ouvert 7 *Aurait-on intérêt à mailler les domaines en éléments finis en tâchant d'avoir de gros morceaux géométriquement réguliers, les morceaux le long des bords complexes restant ce qu'ils sont, c'est à dire assez irréguliers. Pourrait-on alors envisager de la décomposition de domaine qui aille très vite dans les parties régulières, parce qu'on pourrait y disposer dans un avenir proche de préconditionneurs ultrarapides basés sur des méthodes de matrices structurées ?*

Références

[1] *Sparse and structured matrices and their applications*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 1999. Papers from the 2nd SIAM Conference on Sparse Matrices held in Coeur d'Alene, ID, October 9–11, 1996, SIAM J. Matrix Anal. Appl. **20** (1999), no. 4.

[2] Dario A. Bini, Georg Heinig, and Eugene Tyrtyshnikov, editors. *Special issue on structured matrices : analysis, algorithms and applications*. Elsevier Science B.V., Amsterdam, 2003. Papers from the workshop held in Cortona, September 21–28, 2000, Linear Algebra Appl. **366** (2003).

[3] Michel Coste. An introduction to semialgebraic geometry. Technical report, IRMAR, Institut de recherche mathématique avancée, Université de Rennes 1, Octobre 2002. `http://name.math.univ-rennes1.fr/michel.coste/polyens/SAG.pdf`.

[4] James W. Demmel. The probability that a numerical analysis problem is difficult. *Math. Comp.*, 50(182) :449–480, 1988.

[5] C. Eckart and G. Young. The approximation of one matrix by another of lower rank. *Psychometrika*, 1 :211–218, 1936.

[6] Alan Edelman. Eigenvalues and condition numbers of random matrices. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 9(4) :543–560, 1988.

[7] Alan Edelman. *Eigenvalues and condition numbers of random matrices*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, May 1989.

[8] Alan Edelman. On the distribution of a scaled condition number. *Math. Comp.*, 58(197) :185–190, 1992.

[9] I. C. Gohberg and A. A. Semencul. The inversion of finite Toeplitz matrices and their continual analogues. *Mat. Issled.*, 7(2(24)) :201–223, 290, 1972.

[10] Gene H. Golub and Charles F. Van Loan. *Matrix computations*. Johns Hopkins Studies in the Mathematical Sciences. Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, third edition, 1996.

[11] Alfred Gray. *Tubes*, volume 221 of *Progress in Mathematics*. Birkhäuser Verlag, Basel, second edition, 2004. With a preface by Vicente Miquel.

[12] Georg Heinig and karla Rost. *Algebraic methods for Toeplitz-like matrices and operators*, volume 13 of *Operator Theory : Advances and Applications*. Birkhäuser Verlag, Basel, 1984.

[13] M. L. Mehta. *Random matrices and the statistical theory of energy levels*. Academic Press, New York, 1967.

[14] Madan Lal Mehta. *Random matrices*. Academic Press Inc., Boston, MA, second edition, 1991.

[15] Madan Lal Mehta. *Random matrices*, volume 142 of *Pure and Applied Mathematics (Amsterdam)*. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, third edition, 2004.

[16] Robb J. Muirhead. *Aspects of multivariate statistical theory*. John Wiley & Sons Inc., New York, 1982. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics.

[17] Fran¸cois Musy, Laurent Nicolas, and Ronan Perrussel. Gradient prolongation compatibility and graph theory. *Comptes-rendus Mathématique*, 2005. à paraître.

[18] Vadim Olshevsky, editor. *Structured matrices in mathematics, computer science, and engineering. I*, volume 281 of *Contemporary Mathematics*, Providence, RI, 2001. American Mathematical Society.

[19] Vadim Olshevsky, editor. *Structured matrices in mathematics, computer science, and engineering. II*, volume 280 of *Contemporary Mathematics*, Providence, RI, 2001. American Mathematical Society.

[20] Vadim Olshevsky, editor. *Fast algorithms for structured matrices : theory and applications*, volume 323 of *Contemporary Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2003. Papers from the AMS-IMS-SIAM Joint Summer Research Conference on Fast Algorithms in Mathematics, Computer Science and Engineering held at Mount Holyoke College, South Hadley, MA, August 5–9, 2001.

[21] Charles E. Porter. *Statistical theories of spectra : fluctuations*, chapter Distribution laws for the roots of a random Hermitean matrix, page 446. Academic Press, 1965.

[22] Alfio Quarteroni and Alberto Valli. *Numerical approximation of partial differential equations*, volume 23 of *Springer Series in Computational Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 1994.

[23] Marc Van Barel, Georg Heinig, and Peter Kravanja. A stabilized superfast solver for nonsymmetric Toeplitz systems. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 23(2) :494–510 (electronic), 2001.

[24] Joachim von zur Gathen and Jürgen Gerhard. *Modern computer algebra*. Cambridge University Press, Cambridge, second edition, 2003.

Regards croisés sur Camille Jordan (1838-1922)

par Frédéric BRECHENMACHER

Centre Koyré,
École des Hautes Études en Sciences Sociales (E.H.E.S.S.) - Paris
e-mail : flaibbrec1@noos.fr

Des regards portés sur Camille Jordan par ses contemporains et ses successeurs permettent d'esquisser un portrait du mathématicien originaire de Lyon. Afin d'accompagner, par cette perspective historique, la création d'un institut regroupant des recherches mathématiques pures et appliquées, un éclairage particulier est porté sur le rôle des applications dans les travaux d'un mathématicien souvent qualifié de « grand algébriste » [Picard 1922,VIII] à la charnière des XIX^{e}et XX^{e}siècles.

Leopold Kronecker [1874b, 19] :

> [...] dans le Mémoire de *M. Jordan « Sur les formes bilinéaires » (Journal de M. Liouville, 2e série t. XIX, pp. 35-54)*, la solution du premier problème n'est pas véritablement nouvelle ; la solution du deuxième est manquée, et celle du troisième n'est pas suffisamment établie. Ajoutons qu'en réalité ce troisième problème embrasse les deux autres comme cas particuliers, et que sa solution complète résulte du travail de*M. Weierstrass* de 1868 et se déduit aussi de mes additions à ce travail. Il y a donc, si je ne me trompe, de sérieux motifs pour contester à *M. Jordan* l'invention première de ses résultats, en tant qu'ils sont corrects ; [...].

Une vive controverse oppose, en 1874, Camille Jordan à Leopold Kronecker. Une série de notes et de mémoires, publiés aux académies des sciences de Paris et Berlin, sont autant d'attaques et contre attaques des deux protagonistes. La querelle, qui oppose deux mathématiciens qui furent parmi les premiers à faire fructifier l'héritage de Galois, est l'occasion d'aborder tout à la fois la vie et l'œuvre du mathématicien originaire de Lyon [2] ; elle intervient à une charnière de la carrière de Jordan qui, dans les années 1870 se détache progressivement de sa profession d'ingénieur des mines pour venir occuper des positions institutionnelles clés des mathématiques parisiennes [3]. Cette évolution de carrière est indissociable d'une évolution profonde des travaux mathématiques de Jordan. Après

[2] Ce court article n'a pas prétention à traiter toute la richesse historique de la controverse Jordan-Kronecker. Une publication ultérieure sera consacrée à la querelle. Plus globalement, ce travail est issu de recherches menées dans le cadre d'une thèse de doctorat laquelle je renvoie pour tout approfondissement : [Brechenmacher, 2005].

[3] Nommé examinateur à l'école polytechnique en 1873, Jordan succède à Hermite dans sa charge de professeur d'analyse en 1876 ; il postule à l'académie des sciences dès 1872 et est élu à la suite du décès de Chasles en 1881 ; en 1883 il remplace Liouville au Collège de France et à la direction du *Journal de mathématiques pures et appliquées* en 1885

une première période consacrée presque exclusivement à la théorie des substitutions, les années 1870 voient les recherches de Jordan prendre une nouvelle envergure par une diversification qui se nourrit de la capacité du mathématicien à appliquer les notions et méthodes développées pour la théorie des groupes à des domaines variés comme les systèmes d'équations différentielles linéaires [1871], la théorie des formes bilinéaires et quadratiques [1874] et l'intégration algébrique des équations différentielles [1878]. Les notions et méthodes de la théorie des groupes ne viennent pas seules dans les applications, le regard critique de Kronecker révèle les idéaux disciplinaires qui les accompagnent sur le rôle de l'algèbre dans les *applications*, rôle justifié par une capacité à atteindre une *pure* généralité.

I. La controverse Jordan-Kronecker de 1874.

La querelle a pour origine l'ambition formulée par Jordan, dans une note aux Comptes Rendus de 1873, de réorganiser la théorie des formes quadratiques et bilinéaires autour d'une unique notion qu'il qualifie de « simple », la notion de forme canonique. [Jordan, 1873, 1487] :

> On sait qu'il existe une infinité de manières de ramener un polynôme bilinéaire
>
> $$P = \sum A_{\alpha\beta} x_{\alpha\beta} y_{\alpha\beta} \quad (\alpha = 1, 2, \cdots, n,\ \beta = 1, 2, \cdots, n)$$
>
> à la forme canonique $x_1 y_1 + \cdots + x_m y_m$ [...] par des transformations linéaires opérées sur les deux systèmes de variables $x_1, \cdots x_n, y_1, \cdots, y_n$. Parmi les diverses questions de ce genre que l'on peut se proposer, nous considérons les suivantes :
> 1. Ramener un polynôme bilinéaire P à une forme canonique simple par des substitutions orthogonales opérées les unes sur $x_1, ..., x_n$, les autres sur $y_1, ..., y_n$.
> 2. Ramener P à une forme canonique simple par des substitutions linéaires quelconques opérées simultanément sur les x et les y.
> 3. Ramener simultanément à une forme canonique deux polynômes P et Q par des substitutions linéaires quelconques, opérées isolement sur chacune des deux séries de variables.

Qu'est ce qu'une forme bilinéaire en 1874 ? La controverse révèle la dynamique historique d'une notion en pleine évolution. La note de Jordan est la première publication parisienne consacrée aux « polynômes bilinéaires »et la querelle qui en résulte se présente d'abord comme un fort moment de communication entre Paris et Berlin[4]. La controverse signale les enjeux nouveaux portés par une notion encore jeune puisque développée dans les années 1860 par un petit groupe de mathématicien berlinois dans le contexte de l'un des grands domaines de recherches de l'époque, la théorie des fonctions elliptiques et abéliennes[5]. Dans les

[4]Le terme « polynôme bilinéaire » utilisé en 1873 illustre la communication portée par la controverse : dès 1874, Jordan le remplace par l'expression « forme bilinéaire » utilisée par Kronecker et qui renvoie à l'arithmétique des formes de Gauss.

[5]Des recherches sur la transformation des fonction thêta de plusieurs variables sont à l'origine de

années 1874-1880, la notion de forme bilinéaire passe d'un sujet de recherche local à une théorie d'envergure internationale. Ce passage procède d'un double mouvement : d'une part la notion de forme bilinéaire s'affirme comme participant d'une théorie autonome qui, se détachant du contexte local de sa création, tient d'une mathématique *pure* ; dans le même temps, c'est sa capacité à *s'appliquer* dans divers domaines des mathématiques qui permet à cette mathématique des formes de revêtir une épaisseur théorique. La classification proposée par Jordan pour ordonner la théorie met en évidence une diversité de domaines d'interventions en théorie des nombres, géométrie, intégration des équations différentielles : c'est par sa grande étendue d'applications que la notion de forme bilinéaire accède, dans les années 1870 au statut de théorie autonome [6].

L'enjeu de la controverse en résulte : il s'agit d'organiser l'objet et les méthodes d'une théorie destinée à jouer un rôle essentiel dans les mathématiques de la fin du XIX[e]siècle[7]. Lorsque Jordan propose d'articuler la théorie par la notion de forme canonique, la réplique de Kronecker ne se fait pas attendre et une querelle de priorité se développe sur l'opposition de deux théorèmes, découverts indépendamment et dans des théories différentes : l'un, du à Weierstrass [1868] définit des invariants, les diviseurs élémentaires, pour caractériser l'équivalence des couples de formes bilinéaires ; l'autre, énoncé par Jordan en 1870, définit une forme canonique des substitutions linéaires dans un contexte de recherches sur la résolubilité des équations algébriques[8]. Forme canonique ou invariants ? La question de méthode dépasse la simple querelle de priorité tant elle est perçue comme exemplaire de la capacité de l'algèbre à atteindre la *généralité* : si la réduction d'un couple (A, B) à une forme canonique simple $(x_1y_1 + \cdots + x_ny_n, , s_1x_1y_1 + \cdots + s_nx_my_m,)$ est toujours possible dans le cas particulier où les racines $s_1, s_2, \cdots, s_n$ de l'équation caractéristique $|A + sB| = 0$ sont toutes distinctes, le théorème de Weierstrass permet, pour Kronecker, de dépasser ce cas particulier, seul traité

la publication, en 1866, de deux mémoires de Christoffel et Kronecker qui revendiquent la création d'une véritable théorie générale des formes bilinéaires.

[6]La « forme canonique » $x_1y_1 + \cdots + x_my_m$ généralise la loi d'inertie de la théorie des formes quadratiques. En termes contemporains, il s'agit de déterminer les classes d'équivalence des matrices carrées pour la relation d'équivalence $(ARB\,\widetilde{n}\,\llcorner P, Q \bullet GL_n(), PAQ = B.)$ Le problème 1 fait référence à la classification des fonctions homogènes du second degré réalisée par Cauchy en 1829 dans un cadre géométrique (coniques et quadriques). Le problème 2 renvoie à la question arithmétique de l'équivalence des formes quadratiques dans la tradition de Gauss (relation de congruence $B = {}^tPAP$). Le problème 3 provient de la théorie des systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants $AY' + BY = 0$(équivalence des couples de matrices (A, B) ou des faisceaux $\lambda A + \mu B$; si le couple considéré est (A, I) où I est la forme identité, alors $B = P^{-1}AP$, il s'agit de la similitude des matrices). Comme le fait remarquer Kronecker, le 3[e]problème suffit à déduire les deux autres : le problème 1. revenant à l'étude de la congruence du couple (A, I) et le 2. du couple (A, tA).

[7]Les nouveaux enjeux de la théorie des formes bilinéaires sont illustrés la publication d'un très influent mémoire de Frobenius en [1878]. En termes contemporains, la notion de forme bilinéaire joue pendant longtemps un rôle analogue à celui que jouera la notion de matrice dans l'algèbre linéaire du XX [e]siècle.

[8]Le théorème de Weierstrass ne s'applique qu'au cas où le déterminant du faisceau $\lambda A + \mu B$ n'est pas nul, un mémoire de Kronecker lui succède en 1868 pour traiter le cas singulier. Pour une histoire des diviseurs élémentaires voir [Hawkins, 1977]. D'un point de vue contemporain, la donnée de la forme canonique de Jordan est équivalente à celle des diviseurs élémentaires d'une matrice.

« pendant si longtemps », et d'atteindre la « vraie généralité » ; il pose la théorie des formes bilinéaires comme une des rares théories algébriques développée « dans toutes ses particularités », un modèle de généralité face aux anciennes méthodes négligeant l'occurrence de racines multiples et critiquées comme « formelles » car génériques. Lorsque, en 1873, Jordan se propose de traiter le problème 3. par une méthode qu'il juge non seulement plus « simple » mais aussi plus « générale »[9], la controverse qui s'en suit voit s'opposer des idéaux disciplinaires forts sur ce que doit être le rôle de l'algèbre et sa capacité à la généralité.
Kronecker accuse Jordan de commettre une confusion entre ce qui tient de la méthode et ce qui doit être le seul objet de la nouvelle théorie : déterminer à quelles conditions une forme peut être transformée en une autre ; pour cet objet, si la recherche d'une forme canonique peut tenir lieu de méthode, elle ne saurait dicter l'organisation de la théorie. Plus profondément, pour Kronecker, c'est toute l'algèbre qui est du côté des méthodes, ne tirant sa justification que de son « service aux autres disciplines » comme l'« arithmétique des formes » dans laquelle s'inscrit la théorie des formes bilinéaires dans la tradition de Gauss. Cette critique manifeste l'idéal arithmétique de Kronecker pour lequel une question mathématique doit recevoir une résolution effective : la forme canonique ne peut atteindre un statut de méthode générale car elle nécessite la résolution d'une équation algébrique générale, dont on sait l'impossible résolution effective, au contraire des diviseurs élémentaires redéfinis par Kronecker comme des invariants arithmétiques [10]. Face aux idéaux arithmétiques avancés par Kronecker, les arguments utilisés par Jordan pour sa défense sont d'un premier abord moins explicites. Pour Jordan, « généralité » rime avec « simplicité ». Que signifie cet idéal de simplicité ? Faut il n'y voir qu'un simplisme ingénu comme le caricature Kronecker ? Expliciter la revendication de simplicité de Jordan nécessite un regard rétrospectif sur les recherches qui vont permettre à Jordan d'accéder, en 1870, au statut de « grand algébriste ».

II. Un grand algébriste.

A la mort de Jordan, en 1922, les regards portés par ses successeurs voient dans la publication du *Traité des substitutions* de 1870 la consécration d'un « grand algébriste » [Picard 1922, VIII] :

> « Mais c'est surtout dans la théorie des substitutions et des équations algébriques que Jordan laisse une trace profonde. Dans un ouvrage considérable sur les Substitutions, il a fait une étude approfondie des idées de Galois, en y ajoutant des résultats fondamentaux [...] dont un des plus importants est re-

[9] En termes contemporains, le cas « générique » négligeant l'occurrence de racines multiples se limite aux matrices diagonalisables. Les diviseurs élémentaires et la forme de Jordan permettent de traiter le cas général de la similitude des matrices. Un faisceau non singulier $sA + B, |A| \neq 0$, est équivalent à $sI - J$ où J est sous forme de Jordan.

[10] La forme de Jordan et les diviseurs élémentaires de Weierstrass nécessitent un corps algébriquement clôt. La notion de facteur invariant développée par Kronecker et Frobenius (p.g.c.d. successifs des mineurs d'une matrice) est valable dans un anneau principal.

> latif aux facteurs de composition d'un groupe. Ces études ont permis à Jordan de résoudre un problème posé par Abel, celui de rechercher les équations de degré donné résolubles par radicaux et de reconnaître si une équation rentre ou non dans cette classe. [...] Tous les travaux de Jordan dénotent une rare profondeur d'esprit et une extraordinaire puissance d'abstraction. Il se jouait au milieu des discussions les plus subtiles sur des concepts comme ceux de groupes ou de substitutions, se plaisant à aborder les questions dans toute leur généralité, comme s'il craignait que quelque particularité l'empêchât de voir les vraies raisons des choses. Jordan a été vraiment un grand algébriste ; [...].

Mais qu'est ce qu'un « grand algébriste » en 1870 ? Le discours de Picard donne quelques mots clés : « Galois », « Abel », « groupes », « équations », « abstraction », « généralité ». On pourrait ajouter le terme « méthode géniale de Galois » utilisé par Henri Lebesgue pour caractériser la charnière dans l'histoire de l'algèbre que représente le passage d'une science des équations à une étude « abstraite » des « groupes » [Lebesgue, 1923, XX-XXI] :

> Dans ses recherches, Jordan utilise la géniale méthode de Galois, dont le point essentiel est l'introduction d'un certain nombre de substitutions, déjà aperçu par Lagrange, que l'on peut attacher à chaque équation algébrique et dans lequel les propriétés des équations se reflètent fidèlement. Mais pour savoir observer dans ce miroir, il faut avoir appris à distinguer les diverses qualités des groupes de substitutions et à raisonner sur elles. C'est ce qu'à fait Jordan avec une habile ténacité et un rare bonheur ; dans son *Traité des Substitutions* et des Equations algébriques, où il a réuni et coordonné ses recherches, les propriétés des équations dérivent tout de suite de celles des groupes de substitutions. Les principales qualités des groupes qui servent à Jordan sont caractérisées par les qualités transitif ou intransitif, primitif ou imprimitif, simple ou composé. Le théorème de Jordan sur la composition des groupes est le plus connu de tous ses résultats, il entraîne cette conséquence fondamentale : il n'y a pas lieu de choisir entre les différents procédés de résolution algébrique d'une équation ; ils sont tous équivalents et conduisent aux mêmes calculs, à l'ordre près.

Ce qui permet de voir les « vraies raisons des choses », c'est un « miroir » qui « reflète » l'étude quantitative des équations en une algèbre des « qualités », comparée à une science de la nature [Lebesgue, 1923, XXIII]. Or c'est le *Traité* de Jordan qui, dans l'histoire écrite par ses successeurs, est perçu comme matérialisant ce « miroir » métaphorique dont le reflet symbolise la mutation de l'algèbre. La métaphore du « miroir » prend son sens mathématique par le reflet de deux théorèmes [Jordan, 1870, 385] :

> Galois a démontré dans un mémoire célèbre [...], que chaque équation algébrique est caractérisée par un certain groupe de substitutions dans lequel se reflètent ses principales propriétés : proposition capitale qui fait dépendre la théorie toute entière des équations de celle des substitutions.
> [...]

> THEOREME II. – Pour qu'une équation soit résoluble par radicaux, il faut et il suffit que sa résolution se ramène à celle d'une suite d'équations abéliennes de degré premier. [...] Autre énoncé du même théorème :
> THEOREME III. – Pour qu'une équation soit résoluble par radicaux il faut et il suffit que ses facteurs de composition soient tous premiers.

Mais au-delà de ce miroir, qui est l'homme Jordan ? Comment en vient-il à personnifier, à l'age de 32 ans, la nouvelle algèbre ? Né le 5 janvier 1838 à la Croix Rousse, Jordan est issu d'une famille de notables lyonnais. Son père, Esprit Alexandre, est polytechnicien et ingénieur des ponts et chaussées. Sa mère, Joséphine, est la fille d'un ingénieur en chef des mines et la sœur du peintre symboliste Pierre Puvis de Chavannes (1824-98). Lebesgue, [1922, XV-XVI] :

> Camille entra au lycée de Lyon dans la classe de mathématiques spéciales ; en 1855, à 17 ans et demi, il fut reçu premier à l'Ecole Polytechnique. Le jury était composé de Didion, Hermite, Lefébure de Fourcy, Serret et Wertheim ; Serret en particulier, avait la réputation d'être fort difficile ; il donna cependant la note de 19,8 sur 20 au jeune Camille. Ceci nous montre la valeur exceptionnelle du candidat Jordan, et aussi les illusions que se faisaient Serret sur la précision de ses examens.

A sa sortie de l'école des mines et après la soutenance de sa thèse de doctorat en 1861, Jordan débute une carrière d'ingénieur et des recherches sur les substitutions. Les biographies mettent en avant la tradition catholique familiale, représentée par la figure du grand oncle, également nommé Camille Jordan (1771-1821), politicien de la restauration et champion des libertés religieuses [11]. Le foyer fondé par Camille Jordan et Isabelle Munet, qui donnera naissance à huit enfants, conserve cette tradition catholique [12]. L'insistance des biographes sur le contexte

[11] Dès son élection au conseil des cinq-cent, assemblée législative de la convention de l'an III, le grand oncle se fait l'ennemi de la constitution civile du clergé. Dans le portrait qu'il dresse de Jordan au travers de sa correspondance avec Mme de Staël, Sainte Beuve illustre le catholicisme du grand oncle par son action en faveur du rétablissement des sonneries des églises [1884, 256] :

> Il eut beau dire, le lendemain de son Rapport l'incrédulité philosophique prit sa revanche : on le chansonna, on attacha à son nom des sobriquets burlesques, des refrains et des carillons en manière de charivaris. Par exemple, il y eut le *Din, din, dindon, vaudeville,* dédié à Camille Jordan. En voici le dernier couplet : Tu vas donc pour ta récompense,/ Jordan-bourdon,/ Te dire : Il n'est clocher en France, /Ni clocheton/ D'où ne retentisse mon nom.../ Din din, din din / dindon dindon. Il courut contre lui nombre de chansons pareilles, également plates, et qui n'avaient que le refrain. J'en fais grâce.

[12] Extrait de l'éloge prononcé par Bertin, président de l'académie à la mort de Jordan. [Bertin, 1922] :

> Jordan a été un honnête homme, un grand honnête homme dans toutes les acceptions du mot. Il a continué à Paris, dans le même quartier de Paris, la tradition des philosophes chrétiens et des penseurs, auxquels est due la renaissance du catholicisme parisien au commencement du siècle dernier.

Pour d'autres portraits biographiques, voir le texte déjà cité de Lebesgue et l'hommage de Henri Villat qui prend la succession de Jordan à la direction du *Journal de Mathématiques* [Villat, 1922, 1]. L'attachement de Jordan à sa famille s'illustre aussi par la manière dont il use de sa position d'académicien pour publier les *Icones,* œuvres de son oncle botaniste, Alexis Jordan [Comptes Rendus, 1902, 94].

familial n'est pas étrangère à une description des recherches de Jordan, [Dieudonné 1961, XVII] [13] :

> La théorie des groupes finis a été le sujet de prédilection de Jordan [...]. Son œuvre dans ce domaine est immense par le volume comme par l'importance, et son influence sur les développements ultérieurs de la théorie ne peut guère se comparer qu'à celle des travaux de Galois lui-même. [...] Au moment où Jordan commence à écrire, la théorie des groupes est encore dans l'enfance, et en fait ce n'est guère qu'avec la publication des son *traité* qu'elle accèdera au rang de discipline autonome.

Jordan fait sortir la théorie des groupes de l'enfance, et, si l'on file la métaphore familiale de Dieudonné, il est perçu comme second père de la théorie des groupes : après Galois, le géniteur, Jordan serait le guide qui fait gagner l'age adulte. Mais au-delà de l'effet de style, que signifie que, avant Jordan, la théorie des groupes « est encore dans l'enfance » ? Il s'agit de célébrer la théorie présentée par le *Traité des substitutions* qui fait émerger des recherches inspirées par Galois des notions et méthodes essentielles [14]. Par exemple, le chapitre II du *Traité* est consacré au groupe linéaire, dont la structure abstraite bénéficie d'une étude systématique (ordre, éléments générateurs, facteurs de composition etc.). Cette importance accordée au groupe linéaire ne surprendra pas le mathématicien contemporain tant elle paraît naturelle et, précisément, faire accéder la théorie des groupes « au rang de discipline autonome », c'est construire ce naturel qui fera tradition dans les manuels du XX^{e}siècle. Avant la synthèse de Jordan, les propriétés du groupe linéaire ne sont que des méthodes particulières de la recherche des équations résolubles par radicaux : les substitutions linéaires interviennent dans un résultat essentiel, énoncé par Galois sans démonstration [Jordan, 1867] :

> Il [Galois] a partagé les équations irréductibles en deux grandes classes : équations primitives et non primitives. Puis il a énoncé à l'égard des premières : Le degré de toute équation primitive et soluble par radicaux est une puissance d'un nombre premier. Les substitutions de son groupe sont toutes linéaires.

Si l'on sait depuis Galois et Abel à quelles conditions l'équation générale du n^{e}degré est résoluble par radicaux, la caractérisation des équations résolubles particulières est au cœur des premières recherches de Jordan qui développe une méthode théorique de construction des groupes résolubles maximaux du groupe des substitutions. Cette méthode, une « machinerie », une « gigantesque récurrence sur le degré N de l'équation » [Dieudonné, 1970, 168] procède d'une réduction du « genre » du groupe du général au particulier : la recherche des groupes résolubles généraux est réduite à celle de groupes particuliers définis par des

[13] Jean Dieudonné donne un résumé en termes contemporains des travaux algébriques de Jordan à l'occasion de la publication des œuvres de Jordan en 1961.Voir aussi [Julia, 1961, I-IV].

[14] La capacité de Jordan à synthétiser des recherches éparses en un traité synthétique se manifeste également dans ses *Cours d'analyse*de 1893 dont Hélène Gispert a analysé le rôle dans le développement des fondements de l'analyse en France. Voir [Gispert,1982] . C'est dans ce contexte qu'est énoncé, dans le supplément au dernier tome de la première édition de 1887, le *théorème de Jordan*, voir [Guggenheimer, 1977]. qui assure à Jordan une postérité d'analyste mise en valeur par la biographie de Hardy [1922, XLV].

« qualités », ce sont successivement les groupes « transitifs », « primitifs » puis « linéaires ». Le groupe linéaire doit son « origine » à son rôle dans la suite de réductions du problème général et le traité de 1870 organise les propriétés des substitutions linéaires dégagées par Jordan en un tout théorique et « autonome ». Parmi ces propriétés, l'exposé de la forme canonique des substitutions illustre le nouveau caractère théorique de la notion de groupe : d'une méthode particulière des recherches sur la résolubilité des équations, la forme canonique est présentée par le *Traité* comme une réponse à une question naturelle de la théorie du groupe linéaire : « simplifier autant que possible l'expression d'une substitution » [Jordan, 1870, 97]

III. La méthode de réduction et la simplicité : des groupes aux applications.

En 1870, l'astronome Yvon-Villarceau signale à l'Académie parisienne une « incorrection » dans la méthode classique « d'intégration des équations différentielles du mouvement de rotation d'un corps solide, soumis à l'action de la pesanteur ». La méthode a été établie en 1766 par Lagrange pour un problème remontant à d'Alembert : étant donnée une corde fixée en un point,lestée d'un nombre quelconque de masses, et écartée de sa position d'équilibre, décrire ses « petites oscillations ». L'application de la méthode de Lagrange aux mouvements séculaires des planètes porte des enjeux importants pour les mathématiques appliquées. Le principe de conservation des forces vives permet de mathématiser le problème par un système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants dont l'intégration nécessite la détermination d'une équation algébrique, nommée équation caractéristique depuis Cauchy. Les oscillations d'une corde chargée de n masses peuvent s'interpréter comme celles de n cordes chargées d'une seule masse : la traduction mathématique de cette représentation mécanique sous-tend la méthode de Lagrange qui ramène l'intégration du système à celle de n équations indépendantes, $\frac{d^2\xi}{dt^2} + K\xi = 0,\ K$ racine de l'équation caractéristique. La méthode nécessite de supposer les racines K de l'équation caractéristique toutes distinctes[15]. Ces racines représentant les périodes des petites oscillations, Lagrange interprète l'occurrence de racines multiples comme synonyme d'instabilité du système : les oscillations ne restent pas bornées. Yvon Villarceau critique cette interprétation et soumet à l'académie la question de l'intégration du système en cas de racines multiples. La réponse est apportée par Camille Jordan [1871, 787] :

[15] En termes contemporains, la matrice du système d'équations est diagonalisable car symétrique.

$$(1)\quad \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_1\,x_1 + \cdots + \ell_1\,x_n, \cdots, \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_2\,x_1 + \cdots + \ell_2\,x_n, \cdots, \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= a_n\,x_1 + \cdots + \ell_n\,x_n, \cdots \end{aligned}$$

Ce problème peut cependant se résoudre très simplement par un procédé identique à celui dont nous nous sommes servi, dans notre Traité des substitutions, pour ramener une substitution linéaire quelconque à sa forme canonique. Nous allons ramener de même le système (I) à une forme canonique qui puisse s'intégrer immédiatement. [...] on voit que les variables indépendantes peuvent être choisies de telles sorte qu'aux μ racines égales à σ que possède l'équation $\Delta = 0$ correspondent μ variables nouvelles formant un certain nombre de séries contenant respectivement $r,\ r', \cdots$ variables, $r + r' + \cdots$ étant égal à μ, et les variables d'une même série étant liées par une suite de relations de la forme

$$(6)\quad \frac{dy_1}{dt} = \sigma\,y_1,\ \frac{dz_1}{dt} = \sigma\,z_1 + y_1,\ \frac{du_1}{dt} = \sigma\,u_1 + z_1, \cdots, \frac{dw_1}{dt} = \sigma\,w_1 + v_1$$

[...] le système des équations (6) aura évidemment pour intégrales le système suivant : $w_1 = e^{\sigma t}\psi(t), ?1 = e^{\sigma t}\psi'(t), \cdots, y1 = e^{\sigma t}\psi^{r-1}(t), \psi(t)$ étant une fonction entière arbitraire du degré $r - 1$.

Le problème général de l'intégration des systèmes d'équations linéaires à coefficients cons- tants est résolu par application de la forme canonique des substitutions. L'interprétation mécanique sous-jacente à la méthode de Lagrange est remplacée par des notions de la théorie des groupes. Si, pour Jordan, le problème peut se résoudre « très simplement », la simplicité renvoie à la méthode de « réduction » mise en œuvre pour la théorie des groupes : l'algèbre donne une solution générale au problème de mécanique par sa capacité à « réduire » le problème en une « suite » de problèmes « simples ». Les variables du système d'équations sont interprétées comme sujettes à l'action d'une substitution du groupe linéaire qu'une caractéristique (la décomposition en facteurs irréductibles du polynôme caractéristique) permet de regrouper en « un certain nombre de séries », de « ramener » à une « suite » de « formes simples » dont l'intégration est connue. On comprend alors que la méthode de réduction de Jordan supporte une perception de la « généralité » indissociable d'un idéal de simplicité. Cette simplicité s'incarne dans la notion de forme canonique dont Jordan fait une application systématique dans les années 1870[16], le problème mécanique de Lagrange amène en particulier Jordan à étudier la résolution indépendante de Weierstrass [1868] et ouvre à ses recherches un nouvel univers, la théorie des formes quadratiques et bilinéaires à laquelle il contribuera pendant toute sa carrière[17].

[16] La méthode de réduction qui s'incarne dans la forme canonique doit être rapprochée du résultat fondamental qu'est le théorème de Jordan-Hölder énoncé par Jordan dans le même contexte de recherches sur les groupes résolubles.

[17] Dès 1872, Jordan publie une note dans laquelle le problème symétrique de Lagrange est formulé

La querelle de 1874 entre Jordan et Kronecker oppose deux perceptions du rôle de l'algèbre et de sa capacité à la généralité. A l'idéal arithmétique de Kronecker répond le point de vue de Jordan selon lequel une résolution « générale » n'a de sens qu'en tant qu'elle procède de la « réduction » d'un problème jusqu'à son expression ultime qualifiée de « simple ». A l'opposée de l'effectivité revendiquée par Kronecker, le critère de réduction de Jordan présente en caractère abstrait, il demande que soient extraites toutes les racines d'une équation algébrique pour l'obtention d'une « réduite », définie par une « qualité », sa simplicité. « Généralité », « abstraction », « qualité », les idéaux de la théorie des groupes relevés par Picard entrent avec Jordan dans des mathématiques appliquées. La querelle de 1874 s'achève par la victoire de Kronecker, dont Jordan reconnaît finalement la priorité en 1881, la méthode de Weierstrass s'impose avec l'influent mémoire de Frobenius [1878] qui fixe la théorie des formes bilinéaires pour plusieurs décennies. La postérité de la forme canonique est cependant assurée par les multiples applications qu'en proposera Jordan tout au long de sa carrière. Les travaux sur l'intégration algébrique des équations différentielles, pour lesquelles Jordan recherche l'énumération des sous groupes finis des groupes linéaires en parallèle aux travaux de Klein, assurent à la forme de Jordan un impact immédiat, notamment sur les premières recherches de Poincaré Au début du XXe siècle, alors que la notion de matrice gagne en importance dans l'algèbre linéaire naissante, la représentation par tableaux donne une forme à la méthode de réduction de Jordan : la réduction par blocs de la décomposition matricielle [De Seguier, 1907].

BERTIN, E.	1922	« DÉCÈS DE MEMBRES ET DE CORRESPONDANTS.- De M. *Camille Jordan,* membre de la section de géométrie », *Comptes Rendus Ac. Sci. Paris* t. **174**, 209.
BRECHENMACHER, F.	2005	*Une histoire de formes en mathématiques : la forme canonique de Jordan (1870-1930).* Thèse de doctorat de l'E.H.E.S.S. Paris.
DE SEGUIER	1907	« Sur la théorie des matrices, » *Comptes Rendus Ac. Sci. Paris* t. **145**, 1259.
DIEUDONNE, J.	1961	« Notes sur les travaux de C. Jordan relatifs à l'algèbre linéaire et multilinéaire et à la théorie des nombres, » *Œuvres de C. Jordan*, t. **III**, V-XX,
	1970	« Camille Jordan », *in* Gillispie, C. C., ed. *Dictionary of Scientific Biography* . 18 vols. New York : Scribner
GISPERT-CHAMBAZ, H	1982	*Camille Jordan et les fondements de l'analyse : Comparaison de la 1ère édition (1882- 1887) et de la 2ème (1893) de son cours d'analyse de l'école Polytechnique,* Orsay.
GUGGENHEIMER, H	1977	« The Jordan curve Theorem and an Unpublished Manuscript by Max Dehn, » *Archive for History of Exact Sciences,* **17**, 193-200.**21**, 43-45.

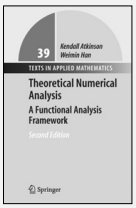
dans le cadre de la théorie des formes quadratiques. Jordan démontre que dans ce cas la forme canonique obtenue est, en termes contemporains, une forme diagonale.

HARDY, H.	1923	« Camille Jordan, » *Proc. London Math, Soc.*
HAWKINS, T.	1977	« Weierstrass and the Theory of Matrices. » *Arch. Hist. Exact Sci.* **17** (2) ,119-161
JORDAN, C.	1867	« Lettre à M. Liouville sur la résolution algébrique des équations » *J. de Math,* **(2), 12**, 105-108.
	1870	*Traité des substitutions et des équations algébriques*. Paris.
	1871	« Sur la résolution des équations différentielles linéaires », *Comptes rendus Acad, Sci, Paris,* **73**, 787-791.Oeuvres **IV** 313-318
	1872	« Sur les oscillations infiniment petites des systèmes matériels », *Comptes rendus Acad, Sci, Paris,* **74**, 1395-1399. Oeuvres **IV** 318-323.
	1874a	« Mémoire sur les formes bilinéaires, » *l. de math.*. **(2) 19**, 35-54.
	1874b	« Sur la réduction des formes bilinéaires, » *Comptes rendus Acad, Sci, Paris*, **78**,614-617.
KRONECKER, L.	1874a	« Ueber Schaaren von quadratischen und bilinearen Formen, » *M'ber. Akad. Wiss. Berlin = Werke* 1 (Leipzig & Berlin, 1895), 349-413.
	1874b	« Sur les faisceaux de formes quadratiques et bilinéaires, » *Comptes rendus Acad. Sci. Paris. 78 = Werke* 1 (Leipzig 1895), 415-419
	1874c.	« Ueber die congruenten Transformationen des bilinearen Formen, » *M'ber. Akad. Wiss. Berlin = Werke* 1 (Leipzig& Berlin, 1929), 421-483.
LEBESGUE, H.	1923	« Notice sur la vie et les travaux de Camille Jordan, » *Mémoires de l'Acad. Sci. Paris*, 2^{e}série, 58, 29-66.
SAINTE BEUVE, C.A.	1884	*Nouveaux Lundis*, t. **12**, Paris.
VILLAT, H.	1922	« Camille Jordan, » *Journal de mathématiques,* **(9), 1**, 1-5.
WEIERSTRASS, K.	1868	« Zur Theorie der quadratischen und bilinearen Formen, » *M'ber. Akad. der Wiss. Berlin, =Werke* 1 (Berlin 1894) 233-246
YVON-VILLARCEAU, A.	1870	« Note sur les conditions des petites oscillations d'un corps solide de figure quelconque et la théorie des équations différentielles linéaires. » *Comptes rendus Acad. Sci. Paris* **71**. 762-766.

Springer
the language of science

springeronline.com

The Variety of Applied Mathematics



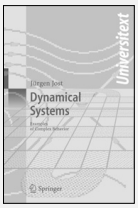
Theoretical Numerical Analysis

A Functional Analysis Framework

K. E. Atkinson, **W. Han**, University of Iowa, Iowa City, IA, USA

Review of earlier edition ► *...the book is clearly written, quite pleasant to read, and contains a lot of important material ...* ► R. Glowinski, SIAM Review, 2003

2nd ed. 2005. Approx. 575 p. 33 illus. (Texts in Applied Mathematics, Vol. 39) Hardcover
ISBN 0-387-25887-6 ► **€ 54,95 | £ 42.50**



Dynamical Systems

Examples of Complex Behaviour

J. Jost, Max-Planck-Institute for Mathematics in the Sciences, Leipzig, Germany

This book presents a survey of the field of dynamical systems and its significance for research in complex systems and other fields, based on a careful analysis of specific important examples.

2005. 200 p. (Universitext) Softcover
ISBN 3-540-22908-6 ► **€ 39,95 | £ 29.50**

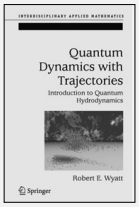
Combinatorial Optimization

Theory and Algorithms

B. Korte, **J. Vygen**, University of Bonn, Germany

From the reviews of the 2nd edition ► *This book on combinatorial optimization is a beautiful example of the ideal textbook. [....] The second edition of this very recommendable book documents the relevant knowledge on combinatorial optimization ...* ► J. Köhler, Halle an der Saale
ELSEVIER Operations Rearch Letters, 2005, Issue 33

3rd completely revised and extended ed. 2006. Approx. 550 p. (Algorithms and Combinatorics, Vol. 21) Hardcover
ISBN 3-540-25684-9 ► **€ 49,95 | £ 38.50**



Quantum Dynamics with Trajectories

Introduction to Quantum Hydrodynamics

R. E. Wyatt, University of Texas at Austin, TX, USA

► *This excellent book covers a wide range of topics associated with Quantum Hydrodynamics. It's an excellent survey of the history, current state-of-the-field, and future research directions.* ► B. Kendrick, Los Alamos National Laboratory, NM, USA

2005. XXII, 410 p. 139 illus. (Interdisciplinary Applied Mathematics, Vol. 28) Hardcover
ISBN 0-387-22964-7 ► **€ 59,95 | £ 46.00**

Methods and Applications of Singular Perturbations

Boundary Layers and Multiple Timescale Dynamics

F. Verhulst, University of Utrecht, The Netherlands

Perturbation theory, one of the most intriguing and essential topics in mathematics, and its applications to the natural and engineering science is the main focus of this workbook.

2005. XVI, 328 p. (Texts in Applied Mathematics, Vol. 50) Hardcover
ISBN 0-387-22966-3 ► **€ 49,95 | £ 38.50**

Analysis and Numerics for Conservation Laws

G. Warnecke, University of Magdeburg, Germany (Ed.)

The priority research program *Analysis and Numerics for Conservation Laws* was funded by the German research foundation *Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG)* for a period of six years starting in 1997. The diversity of topics, represented in the present book, was one of the strengths of the research program.

2005. X, 542 p. 236 illus. Hardcover
ISBN 3-540-24834-X ► **€ 74,95 | £ 57.50**

Easy Ways to Order for the Americas ► Write: Springer Order Department, PO Box 2485, Secaucus, NJ 07096-2485, USA ► **Call: (toll free)** 1-800-SPRINGER ► **Fax:** (201)348-4505 ► **Email:** orders-ny@springer-sbm.com or **for outside the Americas ► Write:** Springer Distribution Center GmbH, Haberstrasse 7, 69126 Heidelberg, Germany ► **Call:** +49 (0) 6221-345-4301 ► **Fax :** +49 (0) 6221-345-4229 ► **Email:** SDC-bookorder@springer-sbm.com ► Prices are subject to change without notice. All prices are net prices.

011915x

Mathématiques et Réalité : quelques repères

par François ROBERT

Retraité
IMAG Grenoble,

Avertissement : Je suis toujours un fidèle lecteur de Matapli, et je constate avec plaisir que les Mathématiques Appliquées font de vrais efforts pour être mieux perçues dans notre société. Il se trouve que j'ai rédigé, il y a quelques mois, pour un public cultivé mais allergique aux maths, le texte que je vous soumets ci-dessous. Il a pour but d'essayer d'introduire, autant que possible, dans l'univers des mathématiques et de leurs applications (au moins tel que je le perçois).
Ce document n'est pas un texte pointu pour spécialistes performants, mais un essai de synthèse (avec un peu d'humour) de la part d'un retraité qui a d'autant plus de recul qu'il est maintenant un peu amorti... Un collègue prof de théâtre à l'Université du Québec m'a fait plaisir en me disant que la lecture de ce papier lui avait pour la première fois permis de situer un peu les maths, un monde jusque là incompréhensible et très rebutant pour lui.
Personnellement, je pense que ce n'est pas en faisant preuve de triomphalisme qu'on pourra intéresser aux mathématiques. Il vaut mieux dire qu'elles sont réellement consistantes et intéressantes ! Et que les mathématiciens sont aussi des hommes (et des femmes) ayant parfois leurs difficultés, comme tout le monde !...
P.S. Vos réactions, positives ou critiques, vos remarques ou suggestions m'intéressent et seront les bienvenues à `robertfranc@tele2.fr` : j'essaierai de vous répondre !

1. Citations incontournables
« Tout est nombre »
(Pythagore, vers -500)

« Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre »
(Platon, fronton de l'Académie, Athènes, vers -400)

« Dieu a créé le monde avec mesure, nombre et poids »
(Jean Scot Erigène, Cour de Charles le Chauve, 9^{e}siècle)

« Toute science requiert la mathématique »
(Robert Grossetête, Oxford,13^{e}siècle)

(à compléter par vous-mêmes : Pascal, Descartes, Lagrange, Poincaré, Connes

etc. . .)

2. Mathématiques et Réalité

Il conviendrait, bien sûr, selon la bonne démarche classique, de préciser ces termes :

Pour « Mathématiques » nous considérons sans faiblir l'ensemble du *spectre mathématique :*
- depuis les premières opérations de *comptage*, et de *géométrie :*
  Comptage, avec applications dans la vie courante ; dénombrements, comptabilité. . .
  Géométrie, peut-être fondée dans l'Antiquité par la nécessité de mesurer des terrains, calculer des aires, des volumes. . .
- jusqu'aux modèles contemporains sophistiqués de la Physique et de la Mécanique (évoqués plus loin)

Quant à la **Réalité,** nous ne la définirons pas ! C'est une donnée de l'être, elle est constitutive de tout ce qui est, incluant nous-mêmes (ce qui pose déjà la question de fond : Qui suis-je ? ! ! ! !) Il semble bien que la réalité empirique du quotidien, pour autant qu'on puisse se mettre d'accord sur elle (il faut bien vivre !) ne soit qu'une infime partie de la Réalité, que personne ne peut vraiment embrasser.

3. Activité de base de l'homme : modéliser le réel

En effet, avant même de parler science mathématique et réalité, il est nécessaire d'être conscient du fait suivant : l'homme est jeté dans le réel qu'il découvre, et il passe son temps à s'en faire des représentations, à partir desquelles il cherche à agir sur le monde. Pensons à toutes les civilisations qui se sont succédé et qui ont eu des représentations si diverses de la réalité : Les Aztèques, les Eskimos, les civilisations antiques du Moyen-Orient, l'Inde, la Chine. . . L'art, l'esthétique, la philosophie, les religions, la politique, la société. . . et la vie quotidienne des gens reposent sur d'innombrables *représentations internes du monde observé ou vécu.* Et les conflits naissent toujours de représentations incompatibles entre elles. . .
C'est à partir d'une représentation qu'il se fait du réel que l'homme peut (essayer de) le dominer et d'agir sur lui, par exemple en inventant l'outil. Un embryon de cette démarche existe déjà chez différentes espèces animales, particulièrement chez les grands singes, capables d'un début de « réflexion » : le mot est bien choisi, puisqu'il signifie retour sur soi ; *on s'isole du monde pour pouvoir le penser.*
Dans cette démarche, l'homme atteint-il le réel ? Grande question ! Il ne peut pas ne pas chercher à comprendre le réel, il essaie de le faire selon des voies extrêmement diverses (contemplation, intuition, esthétisme, pensée objective, religion, dogmatisme...) et il propose aussi diverses possibilités pour y parvenir (pragmatisme, stratégie, organisation, domination, efficacité, réussite, don de soi, illumination, sérénité, . . .)
Mais il semble bien qu'il y ait toujours un « creux », un « manque » dans le succès réel de ces démarches, et que le but poursuivi ne soit jamais vraiment atteint. De cela, on n'aime pas trop parler. Pourtant, c'est souvent ce creux qui, continuant à

poser question, incite à encore avancer...

4. Émergence de la pensée conceptuelle : Les Grecs, les nombres, les Maths

L'approche *conceptuelle* de la réalité nous vient du monde grec : Platon et le monde des Idées (dont la réalité matérielle n'est pour lui qu'une image affaiblie) ; Aristote, sa philosophie naturaliste, et sa Logique... Un *concept* est un ***modèle abstrait*** de tel ou tel morceau de la réalité qu'on essaie de cerner. Exemples : en météo, le concept de *climat*, celui d'*anticyclone*, celui de *dépression*... en médecine, celui de *grippe*, celui d'*allergie*, celui de *dépression*...
Exercice : expliciter ce que représente le concept de *concept*, et se demander ensuite s'il peut y avoir pensée sans concept (n'en faites pas une dépression...)
Tout ça pour amener doucement à la notion de *grandeur physique* : c'est indéniablement un concept, et même un concept *quantifiable*, c'est à dire auquel on peut attacher un *nombre.* Par exemple, *une longueur* est une grandeur, *une masse* est une grandeur, *une température* est éventuellement une grandeur, mais le climat, ou l'allergie, ou la dépression ne sont pas réductibles à une grandeur : ce sont des *phénomènes.*
Il est plus simple de considérer que les mathématiques commencent avec la manipulation des grandeurs, c'est à dire au départ les nombres, pour les comparer, éventuellement les additionner, les soustraire etc. Faire des mathématiques, c'est donc au début réfléchir en se spécialisant sur la manipulation de concepts quantifiables : arithmétique de l'Antiquité.
Très rapidement on se rend compte qu'on ne peut s'en tenir à de simples nombres, car on constate qu'on doit pouvoir *multiplier* deux longueurs pour obtenir une *surface*, trois pour obtenir un *volume* (ce sont de nouvelles grandeurs) puis introduire par exemple les notions de *frontière, d'intérieur, d'extérieur* : la géométrie de l'Antiquité amène rapidement à des concepts beaucoup plus abstraits, car non numériques, à savoir ici des *concepts topologiques.*
Il est donc impossible de refuser la *montée progressive vers l'abstraction*, espaces topologiques, suites infinies, limites diverses, mesure, intégration... pour ne parler que de quel- ques concepts des mathématiques universitaires de base. Il aura néanmoins fallu 25 siècles à l'humanité pour les expliciter, les structurer, les étudier en mettant à jour des théorèmes fondamentaux les concernant.
Question classique : tous ces résultats existaient-ils comme réalité avant qu'on les ait découverts ?
Question subsidiaire : Y a-t il des résultats vrais qu'on ne démontrera jamais ?
Si vous avez envie de dire « à quoi ça sert tout ça ? » avec le commentaire subliminal éventuel « Moi, les maths je n'y ai jamais rien compris », deux types de réponse sont possibles :
1. Aller directement au paragraphe suivant : *Des modèles mathématiques efficaces*
2. Reconsidérer la réponse suivante : Si vous acceptez les entiers, vous êtes effectivement *obligés* d'accepter la montée indéfinie dans l'abstraction esquissée ci-dessus. Examinez par exemple, le *Théorème de Fermat-Wiles*, qui s'énonce très simplement sur des nombres entiers :

n est un entier quelconque plus grand que 2. Et bien il n'existe pas d'entiers positifs a, b, c, tels que $a^n + b^n = c^n$ (par exemple $2^5 + 3^5 = c^5$, où c ne peut avoir que la valeur $c = 3.075151657\ldots$ on vérifie donc que c ne peut pas être entier)
Nota : si ces énoncés vous sont incompréhensibles ou vous indisposent, retournez en 1. ou alors posez-vous la question : *pourquoi donc s'acharner ?*
Ce théorème, énoncé par Fermat au 17^{e}siècle (il annonce l'avoir établi, sans indiquer comment, et l'on est maintenant quasi-certain que sa prétendue preuve était fausse, car son époque ne disposait pas des concepts nécessaires) n'a pu être démontré *qu'en 1994* par le britannique Andrew Wiles. Sa démonstration (plusieurs dizaines de pages très denses, d'une lecture réservée à quelques spécialistes) fit du bruit jusque dans la presse grand public. Elle fait appel à des concepts abstraits élaborés depuis Fermat pendant trois siècles, puis à un empilement de notions nouvelles et d'arguments très originaux, qui alimentent maintenant des mathématiciens contemporains pour des décennies.
En effet, le quotidien de milliers de mathématiciens dans pratiquement tous les pays de la planète (il existe *plus* de mathématiciens contemporains actuellement vivants que tous ceux qui se sont succédé depuis 25 ou 30 siècles !) consiste en une grande familiarité avec des notions parfaitement ésotériques et évanescentes pour tout un chacun, mais qui pour eux forment le concret de leur existence. Ils les manipulent dans leur tête et sur le papier, les tortillent, les font agir les unes sur les autres, pour voir ce que ça donne, parce qu'ils se posent des questions à leur propos, dont ils aimeraient bien avoir la réponse. De plus, il faut savoir que ces mathématiciens sont (en général) payés pour faire ça, parfois assez peu, mais éventuellement beaucoup pour quelques uns (les meilleurs, pensera-t-on !) Ça les accapare tellement qu'ils passent souvent pour des gens bizarres, en général un peu perdus, « ils sont ailleurs » et en oublient même parfois de vivre. Certains sont morts fous, en général les plus doués. Tous sont relativement inoffensifs. Mais la plupart sont en fait assez astucieux pour exploiter leur petit talent en maths et gagner ainsi assez aisément leur vie en élevant honorablement leur famille.
Si vous avez encore envie de dire « à quoi ça sert tout ça… »…

5. Des modèles mathématiques efficaces

$E = m.c^2$, l'équation d'Einstein (formule maintenant universellement connue, qui date du début du 20^{e}siècle) a révolutionné notre conception de l'univers avec les débuts de la théorie de la relativité.
Ce qu'il y a de plus surprenant dans les mathématiques, c'est bien qu'elles permettent d'élaborer des *modèles* : disons des équations, ou systèmes d'équations (linéaires, algébri- ques, différentielles, aux dérivées partielles…) capables de *représenter la réalité matérielle* au point de la quantifier, de la prévoir, de permettre de la modifier pour l'améliorer etc.
Autrement dit, le scientifique, en tant qu'intellectuel (ou artiste, ou spirituel…) *se met lui aussi en retrait du monde pour pouvoir le penser,* et ce retrait aboutit (éventuellement) à l'élaboration de *modèles abstraits* capables de *mimer* certaines parts de la

réalité matérielle. Ces modèles conceptuels représentent donc une *domestication de la réalité* par le cerveau humain. L'homme primitif était très faible devant les forces de la nature ; au fil des siècles son cerveau lui a permis néanmoins d'en maîtriser d'innombrables aspects : c'est grisant, car dans cette démarche on a le sentiment puissant que « l'esprit domine la matière », même si cela pose sans cesse de nouveaux problèmes (scientifiques, techniques, philosophiques, écologiques, éthiques…)
Depuis les premiers modèles de la science grecque ($a^2 = b^2 + c^2$, théorème de Pythagore ; théorème de Thalès ; poussée d'Archimède…) les modèles mathématiques se sont constamment sophistiqués. Reprenons donc la description de l'ensemble de notre *spectre mathématique* :

- *Depuis les premières opérations de comptage, et de géométrie, dont nous avons parlé plus haut.*
- *en passant par les équations classiques de la mécanique céleste du 17^{e}siècle (Newton, Képler…)*
- *puis la Relativité, la Mécanique quantique (20^{e}siècle),*
- *jusqu'aux modèles sophistiqués contemporains sous forme de systèmes d'équations aux dérivées partielles, linéaires ou non linéaires, en mécanique des solides (calculs de structures, élasticité…) mécanique des fluides (Navier-Stokes) etc.*
- *en ne faisant que citer ici les Maths pures (tout un univers, cf. ce qui a été dit plus haut sur Andrew Wiles et le dernier théorème de Fermat par exemple) les Probabilités et Statistiques, les Maths discrètes, graphes, combinatoire, informatique théorique, algorithmes, processus, systèmes, langages…*

6. Simulation numérique et visualisation

Ces modèles de la Physique et de la Mécanique (calculer un pont, une tour, une turbine, un moteur, un écoulement de fluides, un composant électronique, une prévision météo fiable…) constituent le début d'une chaîne de traitement maintenant familière au grand public : A partir du modèle utilisé et des données numériques du problème à résoudre, les *méthodes numériques de calcul* ont pour but de produire la solution attendue (qui n'apparaît jamais explicitement dans le modèle, et qu'il faut en quelque sorte lui extirper !)
Cette *simulation numérique* sur ordinateur met en œuvre des méthodes de calcul dont on passe généralement sous silence la technicité et la complexité impressionnantes : elles impliquent couramment des milliards d'opérations numériques élémentaires sur des centaines, des milliers, voire des millions de variables.
La solution obtenue apparaît d'abord sous forme de valeurs numériques en grand nombre (pour un champ de température, de pression, pour le profil d'une aile, la forme d'une turbine…) *L'outil infographique* permet depuis quelques années de remplacer ces interminables listes de nombres par des images 2D ou 3D couleur, immédiatement parlantes : c'est la *visualisation*, éventuellement l'*animation*, devenues si familières.
Pas plus que pour les méthodes de calcul, le grand public ne se doute de la complexité des méthodes numériques de visualisation et des techniques de l'infogra-

phie, ni de la puissance des processeurs nécessaire pour une réalisation efficace et rapide de toute la chaîne de traitement.

7. Encore une objection ?

Parvenus ce point là de notre topo, il y a encore des gens qui disent : « Non, non, non, les Maths n'ont rien à voir avec le réel, la preuve c'est que je n'y comprends rien ; et puis d'ailleurs, en Biologie :
un plus un ne font pas deux, mais beaucoup plus (surtout chez les lapins) »
Eh bien en fait, il faudrait tout simplement qu'ils comprennent, ces rétifs, qu'en affirmant cela, ils en font, justement, des maths ! Droit dans la ligne de Fibonnacci (1170-1250) le premier vrai mathématicien du Moyen-âge européen, avec sa fameuse suite :

$$u_o = u_1 = 1 \ ,$$

$$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n \ ,$$

(pour laquelle le rapport u_{n+1}/u_n tend vers le *nombre d'or*$(1 + \sqrt{5})/2$).
Aux derniers pragmatiques qui continueraient d'affirmer que « les maths n'ont rien à voir avec la réalité concrète », il conviendra alors en dernier recours d'opposer la conviction profonde des mathématiciens, imprégnés du fait que la réalité mathématique est beaucoup plus consistante, claire et cohérente que la réalité empirique du quotidien, qui leur paraît très floue, changeante, indéfinie, sujette à caution, mal foutue, compliquée, incohérente, difficile à cerner, variable selon les personnes, manquant souvent de perspective, et j'en passe !
Et puis d'ailleurs, cette fameuse réalité concrète, où les objets matériels sont bien là, pesants et consistants, avec leurs formes, leurs textures, leurs goûts, leur saveurs et leurs couleurs, eh bien chacun sait maintenant que la physique atomique et quantique les a réduits à énormément de vide, voire à un simple jeu de probabilités évanescentes… (ce qui n'est pas très rassurant, j'en conviens, car de plus *nous-mêmes* sommes faits du même vide !)

8. Le réel mathématique et le réel empirique du quotidien

À vrai dire, ces deux réalités : réel mathématique et réel empirique du quotidien *ne sont pas du même ordre*, même si elles ont les rapports mystérieux évoqués plus haut (les mathémati- ques sont capables de capturer quelque chose de la réalité physique) A l'opposé des pragmatiques évoqués ci-dessus, qui refusent, par peur peut-être, de décrocher de la réalité empirique (un saut mental dans l'inconnu est nécessaire pour aborder les Maths), il y a eu aussi, il y a encore des mathématiciens (évidemment parmi les plus forts) tellement investis dans leur démarche conceptuelle qu'ils finissent par décrocher vraiment, eux, du réel quotidien. En général ça finit mal, parce qu'ils entrent (au minimum) en maladie de la persécution lorsqu'ils constatent que personne, même parmi leurs collègues, ne les comprend, et qu'ils sont, souvent, rejetés ; mais de plus certains, qui vont aux extrémités de leur attitude, meurent fous, comme Cantor (1845-1918), le père vraiment génial de ce qui est devenu la théorie des ensembles. Il y en eut d'autres…

Récapitulons donc nos conclusions provisoires : Le réel immédiat, nous sommes tellement « dedans » qu'il est illusoire, et de plus totalement inefficace, de croire le maîtriser intellectuellement : il est à vivre ; le réel mathématique, lui, a le grand avantage d'être uniquement conceptuel (ce qui est si bien ! car on y est débarrassé des contingences) Et pourtant, étrangement, les maths sont à l'origine d'une action efficace sur la réalité matérielle, dans l'ordre de la physique et de la technique.
Ces deux univers se situent donc *à des niveaux différents de réalité*, et le mathématicien moyen, qui ne veut pas mourir fou, se garde bien de les mélanger en dehors de son domaine scientifique. Il se garde surtout de vouloir faire, avec ses maths, une théorie englobante de la Réalité. Il préfère vivre la schizophrénie « réel quotidien *versus* contexte mathématique » Il a appris à passer de l'un à l'autre, comme quelqu'un capable de parler deux langues qui ne recouvrent pas exactement les mêmes aspects de la réalité. Et même il en joue : c'est bien agréable de disparaître derrière les décors d'une pièce de théâtre lorsqu'on a envie de quitter (provisoirement) la scène ! Ceci nous amène aux :

9. Limites de la pensée mathématique

S'il est vrai qu'on ne peut refuser la réalité des mathématiques, il convient aussi d'en reconnaître les limites :

1. L'édifice mathématique s'est considérablement développé depuis, disons, les 17ème et 18ème siècles, en considérant comme élémentaires (mais basiques) les mathémati- ques de l'Antiquité, du Moyen-âge et de la Renaissance. Il se publie chaque mois *plusieurs milliers* de nouveaux articles ! Aux limites de l'univers mathématique connu, le « front de taille » est très actif, dans des domaines très variés, car les questions résolues (entièrement ou partiellement) amènent sans cesse de nouvelles questions, ou nécessitent de nouveaux approfondissements : sur ce chantier, plusieurs milliers d'ouvriers sont à l'ouvrage, *et chacun n'est compris que par un petit groupe de ses collègues (et encore !)* Les mathématiciens les plus puissants sont capables de créer des liens et de faire des synthèses entre des sujets a priori très éloignés les uns des autres, ce qui est toujours éclairant pour la communauté mathématique. Mais où va ce bel édifice ? Personne ne le sait. *Il n'y a pas de superviseur,* même si les instances dirigeantes (Ministère, C.N.R.S…) essaient tant bien que mal, en attribuant les subventions, de piloter un peu ces efforts de recherche. Les mathématiciens sont toujours rétifs à ce genre de programmation, car très individualistes. C'est normal, les véritables avancées dans la connaissance ne sont pas, par définition, programmables. Le chantier mathématique se développe quotidiennement un peu comme Internet (qu'il utilise d'ailleurs à outrance pour communiquer d'un chercheur, ou d'une institution, à l'autre, c'est tellement pratique, surtout en maths !) Et comme sur Internet, on y trouve du meilleur mais parfois du moins bon…
2. Au 20^{e}siècle, les mathématiques ont connu leur *crise des fondements,* qui fut importante car il fallait absolument rendre les bases plus rigoureuses

pour pouvoir liquider un certain nombre de paradoxes qui s'étaient fait jour (le plus célèbre étant que « l'ensemble de tous les ensembles » est une définition qui n'a pas de sens) Plein de chercheurs, en commençant par Cantor (et aussi Fregge, Péano, Russel, Cohen. . .) ont réussi cette remise en bon état des bases. Mais cela a aussi abouti au résultat fondamental de Gödel (1930) , complété depuis par Chaitin et d'autres, dont une version grand public est la suivante *(théorème d'incomplétude) :*
Quel que soit le système (cohérent) d'axiomes dont on parte en mathématiques, il existe toujours des énoncés dont on sait à l'avance qu'on ne pourra ni les démontrer, ni les infirmer (c'est à dire démontrer qu'ils sont faux)
Voilà bien une *limite interne* des mathématiques, c'est à dire établie par elles-mêmes : C'est remarquable, car ici la pensée logique est capable d'établir ses propres limites. Cela ne veut absolument pas dire qu'il ne faille plus faire des maths, car sur les bases assainies qui sont maintenant acquises, tout ce qui a été établi pendant des siècles reste vrai, et il reste toujours un champ apparemment illimité de questions fondamentales encore posées. Par exemple on peut citer ici, parce qu'elle est toute simple à énoncer, la fameuse *Conjecture de Goldbach (18^e siècle)* toujours indémontrée :
Tout nombre pair est la somme de deux nombres premiers (par exemple 10 = 7 + 3 ; 18 = 13 + 5, mais aussi 11 + 7, 12 + 6. . .)
Ceci dit, les vrais problèmes mathématiques actuellement à l'étude sont infiniment plus complexes et techniques que la conjecture de Goldbach dans leurs énoncés, dans leurs approches et dans leurs conséquences (théoriques et pratiques)

3. Les mathématiques permettent aux ordinateurs d'effectuer à très grande vitesse les calculs numériques gigantesques de l'ingénierie technique, mais elle ne permettent pas (encore ?) de leur faire effectuer des tâches, élémentaires même pour un enfant, comme structurer et interpréter finement une scène, y ressentir une ambiance, une lumière. . . ou encore comprendre le langage parlé et y reconnaître plusieurs niveaux simultanés de contexte ; d'où, par exemple chez l'enfant, le jeu (« tu serais mon enfant et moi je serais ta maman » . . .) et surtout l'humour !
4. L'investissement intellectuel et personnel d'un mathématicien dans sa recherche est nécessairement considérable : en fait, pour faire vraiment de la recherche en maths, il faut quasiment « y penser tout le temps » Ce n'est pas étonnant et c'est vrai dans bien d'autres domaines, comme en art, en sport, en musique, dans des recherches de type spirituel. . . On ne peut s'investir dans ces divers domaines sans un engagement réel, profond et durable, de sa *personne*. Ceci peut expliquer qu'un matheux puisse paraître étrangement « absent » (à longueur de journées. . .) pour ses proches qui en souffrent : « il est ailleurs » C'est inévitable, et l'on sait bien qu'une des caractéristiques humaines, c'est la passion d'explorer de nouveaux univers. Le « passage » vers l'univers mathématique a indéniablement quelques analogies avec celui d'un chamane vers le monde des esprits : l'aller et le retour

ne vont pas de soi !

5. Mais alors on dit des mathématiques qu'elles « dessèchent le cœur ». C'est un peu vrai. Parce qu'elles sont uniquement conceptuelles, les maths ont une puissance d'attraction très forte pour qui les fréquente. C'est un peu une drogue : cette attraction est due à leur cohérence et à leur très grande beauté architecturale. D'où vient-elle ?

   De plus, les mathématiques échappent à toute l'ambiguïté du *vécu*. C'est bien pratique pour le mathématicien, qui peut ainsi faire jouer librement ses aptitudes conceptuelles, et à ce plan-là fuir les pesanteurs humaines. Les relations entre humains sont porteuses de niveaux divers de significations mêlées (admiration, envie, rejet, timidité, entente, amour, domination, secret, égocentrisme...) Et il faut bien reconnaître que les matheux sont en général (mais il y a des exceptions !) assez peu doués pour jouer sur le registre de ces ambiguïtés, eux pour qui la vérité est toujours entière, sans nuances, absolue et impersonnelle ! Alors ils ont un peu tendance, comme la plupart des scientifiques, à réagir dans l'existence comme lorsqu'ils font des maths...

10. Conclusions

« L'avènement de la raison cartésienne et des Lumières occidentales ont permis à nos sociétés de faire un bond en avant : progrès scientifique et technique, démocratie et droits de l'homme... mais cela s'est fait aussi au détriment de l'imaginaire, de la symbolique, du besoin de sens et de sacré... Car l'homme a besoin de rêve autant que de raison, de poésie autant que de calculs, de faire vivre son imaginaire autant que la part logique de son cerveau... »
(Frédéric Lenoir, Violette Cabesos, *L'enquête sur Da Vinci Code*, Laffont, 2004)
Les nouvelles générations (celles des matheux incluses ?) semblent maintenant convaincues de ce nouveau point de vue... et c'est un grand progrès ! Mais, pour faire encore avancer les maths, il faudra toujours s'investir...

Bibliographie : Quelques Histoires des Mathématiques

Jean Baudet, *Nouvel abrégé d'Histoire des Mathématiques*, Vuibert (2002)
Amy Dahan-Dalmedico, Jeanne Pfeiffer, *Une histoire des Mathématiques*, Seuil (1986)
Ahmed Djebbar, *Une histoire de la science arabe*, Seuil (2001)
Bertrand Hauchecorne, Daniel Suratteau, *Des Mathématiciens de A à Z*, Ellipses (1996)
Georges Ifrah, *Histoire universelle des chiffres*, Bouquins, Robert Laffont (1994)
Richard Mankiewicz, *L'Histoire des Mathématiques*, Seuil (2001)
Jean de Siebenthal, *Les Mathématiques de l'Occident médiéval*, Éditions Terre haute (1993)

La revue RAIRO - RO est publiée sous la responsabilité scientifique de la SMAI et de la ROADEF avec le support du CNRS.
Rédacteurs en chef : A. Billionnet, P. Chrétienne and P. Mahey
En s’abonnant à l’e-mail alert, chaque abonné reçoit un mail à chaque fois qu’un nouvel article de la revue RAIRO – Recherches Opérationnelles est publié en ligne. Ce message contient la version texte de la table des matières avec les liens directs vers les articles. Ce service est totalement gratuit.

`http://www.edpsciences.org/ro`

Comptes Rendus de Manifestations

Premières Rencontres des Jeunes Statisticiens
Aussois 28 août – 2 septembre 2005

par *Bernard Garel, Toulouse*

Les premières rencontres des jeunes statisticiens, organisées au sein de la Société française de Statistique (SFdS) et parrainées par la Société de mathématiques appliquées et industrielles (SMAI) se sont déroulées à Aussois du lundi 28 août au vendredi 2 septembre 2005. Elles ont réuni une quarantaine de doctorants ou jeunes docteurs de provenances géographiques très diverses et six membres du comité scientifique.
Un bus attendait la majorité des participants à Modane le lundi 28 à 18h30 pour les emmener à Aussois. Un buffet froid a permis de réunir tous les arrivants, et le soir-même Catherine Huber ouvrait ces rencontres par son exposé sur l'analyse des durées de vie censurées et tronquées. Ensuite tous les doctorants et jeunes docteurs se sont succédés au fil des jours, disposant à chaque fois de trente minutes pour exposer leur travail et répondre aux questions. Un second exposé « senior » a été donné le mardi-soir par Christian Robert sur les méthodes MC MC en statistique.
On a pu entendre des exposés sur de multiples et intéressants sujets comme les événements rares, les grandes déviations, les processus et champs aléatoires, les sondages, les méthodes MCMC, les modèles de mélange et à données manquantes, le non-paramétrique, splines, ondelettes, la classification (supervisée, en grande dimension, par ondelettes), le modèle linéaire (mixte ou généralisé), la fonction de répartition empirique multivariée, etc. De nombreux domaines d'application ont été envisagés, comme la fiabilité, la chimie, la biologie et la médecine, le traitement d'images, l'agronomie, la finance, les transports, l'industrie automobile, l'industrie agro- alimentaire, l'écologie, etc.
Les exposés ont été suivis par tous les participants et ont donné lieu à questions ou débat. Les membres du comité scientifique ont apprécié le professionnalisme des divers intervenants.
Deux distractions ont été offertes aux participants. La première a permis la découverte de la région soit en randonnée : le refuge de la Dent Parrachée ou le monolithe de Sardières, soit en via ferrata. Il faut dire que le soleil a brillé largement durant toute la semaine illuminant ainsi les superbes sommets qui encerclent Aussois. La seconde : une soirée dansante, nous a rapprochés du second groupe (constitué de biomiméticiens) qui travaillait en même temps que nous sur le site.
Tous les participants ont pu apprécier les qualités de l'hébergement offert par le centre Paul Langevin, que ce soit au niveau du logement ou des repas, ainsi que ses équipements pour les colloques ou congrès.

L'excellente atmosphère qui a régné durant toutes les rencontres et la satisfaction exprimée par les uns et les autres nous encouragent à organiser les 2èmes rencontres très prochainement.

Annonces de Colloques

par Boniface NGONKA

Novembre 2005

JOURNÉE « APPROXIMATION ET MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE »
18 novembre 2005 à Paris
`http ://www.enst.fr/ potier/afa/`

Décembre 2005

44TH IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL AND EUROPEAN CONTROL CONFERENCE ECC 2005 (CDC-ECC'05)
du 12 au 15 décembre 2005 à Seville (Espagne)
`http ://www.esi.us.es/cdcecc05`

Février 2006

PLANIFICATION D'EXPÉRIENCES ET ANALYSE D'INCERTITUDES POUR LES GROS CODES NUMÉRIQUES : APPROCHES STOCHASTIQUES
2 et 3 février 2006, à Toulouse
`http://www.lsp.ups-tlse.fr/Fp/Dupuy/jourfev06/index.htm`

Mars 2006

3RD INTERNATIONAL CONFERENCE ON HIGH PERFORMANCE SCIENTIFIC COMPUTING - MODELING, SIMULATION AND OPTIMIZATION OF COMPLEX PROCESSES

du 6 au 10 mars 2006, à Hanoi, Vietnam
`http://www.iwr.uni-heidelberg.de/HPSCHanoi2006`

Avril 2006

MATHEMATICS OF OPTIMIZATION AND DECISION
du 18 au 21 avril 2006, en Guadeloupe
`http://gala.univ-perp.fr/~aussel/CIMODE06/`

Mai 2006

NONSMOOTH DYNAMICAL SYSTEMS ANALYSIS, CONTROL, SIMULATION AND APPLICATIONS
du 29 mai au 2 juin 2006, INRIA Rocquencourt
`http://www.inrialpes.fr/bipop/schoolnonsmooth`

Juin 2006

SIXIÈME CONGRÈS INTERNATIONAL CURVES AND SURFACES
du 29 juin au 5 juillet 2006, Avignon
`http://www.lille.ensam.fr/avignon/main.htm`

Septembre 2006

CIMPA SCHOOL ON OPTIMIZATION AND CONTROL
du 28 août au 8 Septembre 2006 à Castro Urdiales (Cantabria, Espagne)

Résumés de thèses

par Adel BLOUZA

Il est rappelé aux personnes qui souhaitent faire apparaître un résumé de leur thèse ou de leur HDR que celui-ci ne doit pas dépasser une trentaine de lignes. Le non-respect de cette contrainte conduira à une réduction du résumé (pas forcément pertinente) par la rédactrice en chef, voire à un refus de publication.

HABILITATIONS À DIRIGER DES RECHERCHES

Slim Chhabane

Etude de quelques problèmes inverses d'identification de paramètres et de frontières régulières

Soutenue le 29 avril 2005
FSSfax & ENIT-LAMSIN, Tunisie

On s'intéresse dans ce travail à l'étude de deux types de problèmes inverses :
- **Problèmes inverses d'identification de paramètres :** Il s'agit de déterminer un coefficient de Robin φ modélisant le phénomène de corrosion par la mesure du potentiel électrique f sur une surface de mesure M du bord accessible.
- **Problèmes inverses géométriques :** On s'intéresse à la détermination d'une frontière inconnue γ d'un domaine Ω par des mesures pouvant être thermiques ou électrique que l'on effectue sur une partie M du bord accessible.

Cette étude concerne trois types de questions :
- **Identifiabilité :** Elle consiste à étudier si la mesure f effectuée sur M est suffisante ou pas pour déterminer les inconnues du problème inverse.
- **Stabilité :** Nous étudions dans cette partie la continuité des paramètres φ et des géométries γ par rapport aux mesures f.
- **Identification :** Elle consiste à donner des méthodes permettant de résoudre ces différents problèmes inverses. Nous étudions aussi la stabilité et la robustesse de ces méthodes et nous présentons quelques résultats numériques.

Maher Moakher

Sur quelques problèmes mathématiques issus de modèles continus et systèmes discrets

Soutenue le 10 juin 2005
ENIT-LAMSIN, Tunisie

Les travaux de recherche décrits portent sur les quatres thèmes suivants : la diffusion sur la surface des corps solides, l'écoulement et mélange des matériaux granulaires, les notions de moyenne sur quelques variétés Riemanniennes et la théorie de tiges élastiques. La première partie donne un sommaire et met en perspective les publications scientifiques par l'auteur. Elle est organisée en trois chapitres. Le chapitre 1 est devoué à l'introduction et l'analyse de diverses notions de moyenne dans quelques espaces symétriques de Riemann. Ces notions de moyenne sont basées sur différentes fonctions métriques sur les espaces de Riemann étudiés, et vérifient certaines propriétés d'invariance. Elles ont été appliquées pour lisser, interpoler et moyenner des données contraintes provenant de certains problèmes de l'ingénieur et de la biologie. Le chapitre 2 est consacré à la description d'une théorie de tiges élastiques à double brains dont la motivation était principalement la modélisation des molécules d'ADN par la mécanique des milieux continus. Dans le chapitre 3 on décrit une méthode des éléments discrets et ses applications à la simulation numérique de l'écoulement, du mélange et de la ségrégation des matériaux granulaires dans des mélangeurs tournants. La deuxième partie du mémoire est une collection des publications.

Brahim Amaziane

Homogénéisation et Modélisation Numérique d'Ecoulements en Milieux Poreux Hétérogènes. Applications à des Problématiques Energétiques et Environnementales

Soutenue le 6 juillet 2005
à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire portent sur des méthodes d'homogénéisation et d'approximation numérique pour des écoulements mono ou multiphasiques en milieux poreux hétérogènes. Les applications visées proviennent des problèmes de l'ingénierie pétrolière, la gestion des déchets radioactifs et la gestion des ressources en eau souterraines. On s'intéresse à des méthodes numériques pour le calcul des coefficients effectifs obtenus par des méthodes asymptotiques de mise à l'échelle, à des méthodes d'éléments finis mixtes (EFM), à des méthodes de volumes finis (VF) et à leur implémentation. Des méthodes numériques ont été développées pour la simulation des écoulements miscibles ou immiscibles en milieux poreux hétérogènes. Trois thèmes sont abordés.
Le premier traite de l'homogénéisation pour des écoulements multiphasiques en milieux poreux. Les résultats de convergence obtenus sont établis à l'aide de la

convergence à deux échelles et/ou la L-convergence. Le calcul des paramètres effectifs nécessite la résolution de problèmes locaux sur une cellule de base. Les méthodes numériques utilisées sont de type éléments finis conformes, EFM et VF. Nous avons développé une plate-forme (Homogenizer++), en Java, de calcul de paramètres effectifs.
Le deuxième thème porte sur l'approximation numérique de systèmes d'écoulements diphasiques miscibles ou immiscibles en milieux poreux. Le modèle miscible fait intervenir une équation elliptique couplée à une équation de diffusion-convection-réaction linéaire. Tandis que le modèle immiscible fait intervenir une équation elliptique couplée à une équation de diffusion-convection nonlinéaire et dégénérée. On utilise une méthode d'EFM pour l'approximation de l'équation elliptique combinée à un schéma VF pour l'équation de diffusion-convection. Pour chaque système, on montre que le schéma est L^∞ et BV stables, sous une condition CFL, et satisfait le principe du maximum discret. Ensuite, on établit des résultats de convergence vers la solution faible du problème. Les simulations numériques réalisées confirment l'efficacité des schémas numériques proposés.
Enfin le dernier thème concerne des méthodes d'approximation numérique pour des problèmes de ressources en eau souterraines. Une méthode sans maillage couplée à un algorithme génétique a été développée et implémentée pour un écoulement monophasique en milieux poreux. Puis on montre numériquement l'efficacité d'une méthode combinant les éléments frontières et un algorithme génétique pour un problème d'intrusion d'eau marine dans les nappes aquifères.

Komla Domelevo

Quelques aspects d'écoulements complexes

Soutenue le 12 juillet 2005
à l'Université Paul Sabatier de Toulouse

Les travaux présentés dans ce mémoire s'intéressent à quelques aspects de ce que l'on appelle traditionnellement écoulements de fluides complexes. Par opposition aux équations d'Euler ou ne Navier-Stokes laminaires, on regroupe sous cette dénomination les écoule- ments présentant un caractère turbulent, multiphasique, multi-espèces, à géométrie complexe, etc ... ou toute combinaison de ces difficultés. D'une certaine manière, ces écoule- ments complexes sont synonymes d'écoulements réels !
Les premiers travaux de l'auteur ont porté sur la modélisation cinétique des écoulements diphasiques dispersés. Différents points de vue en terme de l'analyse mathématique de tels modèles sont considérés dans la **première partie** du mémoire, où l'on s'intéresse à des modèles **couplés** particules–fluide, et où l'on cherche à savoir si la présence de la phase dispersée dégrade ou non les propriétés qualitatives connues pour le gaz seul liées au transport.
Dans le cas d'écoulements **turbulents**, ou lorsque la phase dispersée est constituée d'un nuage de gouttelettes (ou spray) pouvant s'**évaporer** ou **coalescer**, des modèles et méthodes numériques spécifiques sont alors nécessaires pour représenter

ou simuler ces phénomènes. Dans la **seconde partie**, nous présentons successivement une hiérarchie de modèles de sprays turbulents, une méthode numérique déterministe pour le traitement de l'évaporation et enfin l'analyse de la convergence d'algorithmes stochastiques pour les phénomènes de coalescence.
La **troisième partie** s'intéresse plus spécifiquement à des modèles de combustion. Nous y étudions un modèle **thermo-diffusif** de flamme diphasique. Des résultats d'existence d'ondes planes et les limites aux **hautes énergies d'activation** correspondantes sont d'abord présentées. Nous nous penchons ensuite sur la question de la **stabilité** de ces flammes diphasiques thermo-diffusives. Enfin, nous étudions l'existence d'**ondes pulsatoires**, obtenues dans les modèles précédents lorsque la distribution des gouttes introduites dans les gaz frais présente un caractère périodique.
La **dernière partie** du mémoire est consacrée d'une part à la méthode de **dualité discrète**, qui est une démarche générale d'écriture de schémas de type volumes finis pour les problè- mes elliptiques, et d'autre part à l'analyse et au préconditionnement de méthodes numéri- ques pour la simulation de l'**ultracentrifugation**

THÈSES DE DOCTORAT D'UNIVERSITÉ

Mehdi Lachhab
Directeur de thèse : Hicham Smaoui (ENIT, Tunisie)

Caractérisation de la base optimale de points extrêmes pour la décompositions simple en programmation quadratique séquentielle.

Soutenue le 29 novembre 2004
ENIT-LAMSIN, Tunisie

Cette thèse porte sur une méthode proposée antérieurement par l'auteur pour résoudre des problèmes de programmation non linéaire généralisée de grande dimension. La méthode utilise la décomposition Simple de Sacher, développée pour la résolution de problèmes quadratiques, en l'intégrant dans un algorithme de programmation quadratique séquentielle. Afin de réduire le nombre des points extrêmes utilisés, une procédure est proposée permettant de générer un groupe initial de points extrêmes pour chaque nouvelle itération à partir des points extrêmes de l'itération précédente sans passer par le programme maître. En outre, un développement théorique est établi qui permet de déterminer un groupe de points extrêmes pour un problème quadratique général dépendant d'un paramètre, et qui fournit, en particulier, un support théorique à la procédure d'initialisation du groupe de points extrêmes. Par ailleurs, le calcul des multiplicateurs de Lagrange d'un problème quadratique de la séquence est rendu immédiat grâce à la connaissance de la matrice de base d'un élément du groupe de points extrêmes. De même, une stratégie qui réduit le stockage de l'approximation de la matrice hessienne est proposée. La méthode de pénalité servant à la résolution du problème maître est également perfectionnée pour donner des solutions plus précises

avec moins d'itérations. En vue de valider la méthode développée on a choisi de le tester sur des problèmes relatifs à différents domaines d'applications, en plus des exemples construits pour créer des structures algébriques variées avec des dimensions de l'ordre du millier de variables et de contraintes afin d'apprécier les limites de robustesse de l'algorithme. Les résultats issus des exemples traités montrent une convergence satisfaisante et une excellente précision et illustrent l'avantage de la procédure d'approximation du groupe de points extrêmes.

Ahmed Bchatnia
Directeur de thèse : Belhassen Dehman

Scattering et décroissance exponentielle de l'énergie locale pour les ondes semi linéaires sur un domaine extérieur

Soutenue le 2 décembre 2004
Faculté des Sciences de Tunis & ENIT-LAMSIN, Tunisie

Dans cette thèse nous démontrons un théorème de scattering aussi bien pour les ondes sous critiques que pour les ondes critiques et nous l'appliquons pour obtenir la décroissance exponentielle de l'énergie locale. Dans le premier chapitre, nous donnons tout d'abord et pour la commodité du lecteur, un bref rappel de la théorie de Lax et Phillips, puis nous l'adaptons au cadre des équations semi linéaires. Nous construisons ainsi le semi-groupe $Z(t) = P^+U(t)P^-$ où $U(t)$ est le groupe des ondes semi linéaires et P^+(resp.P^-) le projecteur sur le supplémentaire orthogonal du sous espace des données rentrantes D^+ (resp.sortantes D^-). Nous établissons les propriétés essentielles utiles pour la suite du travail. Dans le deuxième chapitre on commence par démontrer que la semi linéarité ${}_(x)g(u)$ appartient à $L(\mathbb{R}, L)$. Cela permet d'établir un théorème de scattering, c'est à dire le groupe des ondes non linéaires à l'extérieur d'un obstacle convexe est asymptotiquement complet par rapport au groupe des ondes linéaires dans le même domaine. Dans le troisième chapitre on s'intéresse à une semi-linéarité sous critique vérifiant certaines conditions de croissance et de structure. On montre alors à l'aide des propriétés des mesures de défaut microlocales que $Z(T)$ est compact pour Tassez grand. La décroissance vers 0 de $Z(T)$ quand T tend vers l'infini, déduite du théorème de scattering, permet alors de conclure que ce semi groupe $Z(T)$ est contractant. On obtient ainsi la décroissance exponentielle de l'énergie locale. Dans le quatrième chapitre, on s'intéresse aux solutions de l'équa- tion des ondes critiques. Les propriétés classiques de mesures de défaut microlocales notamment la propagation de leurs supports ne sont plus vraies dans ce cadre. Nous contournons cette difficulté à l'aide d'un théorème de « bilan d'énergie » dû à B. Dehman et P. Gérard et nous montrons dans ce cas que pour certaines suites le semi-groupe $Z(T)$ est compact à « l'infini ». Ce qui nous permet d'établir le théorème dans le cas critique.

Mohamed Fehmi Ben Hassen
Directeurs de thèse : Amel Ben Abda (ENIT-LAMSIN, Tunisie), Eric Bonnetier (Univ. de Grenoble)

Recovery and identification of pointwise sources and small size inclusions

Soutenue le 11 décembre 2004
ENIT-LAMSIN, Tunisie

L'objet de cette thèse est la détection et l'identification de sources ponctuelles et de défauts de conductivités de petite taille. Nous nous sommes intéressés aux milieux composites formés de plusieurs phases homogènes dans le cas particulier où certaines des inclusions interagissent fortement, i.e., dans le cas où elles sont très proches ou lorsqu'elles se touchent. Notre objectif est de développer des algorithmes de détection de clusters d'inclusions à partir de mesures frontières qui pourront être utilisés pour le contrôle de la fabrication de certains matériaux composites. Pour des situations modèles (inclusions circulaires en 2D), nous avons déterminé rigoureusement un développement asymptotique du potentiel électrostatique dans le domaine. Le terme dominant du développement dépend de la position des inclusions et du contraste des conductivités par l'intermédiaire d'un tenseur de polarisation. Les géométries que nous considérons nous permettent d'expliciter ce tenseur et la dépendance entre les différents paramètres. Nous avons aussi étudié les problèmes de détection de défauts de périodicité dans un composite périodique (un cristal photonique), lorsque la période est du même ordre que la taille du défaut. Dans le même esprit que ci-dessus, nous avons écrit un développement asymptotique du potentiel dans le domaine et exhibé le tenseur de polarisation associé. D'autre part, nous avons considéré une autre classe de problèmes inverses, qui consiste à identifier des sources mono- et di-polaires à partir de mesures sur le bord. Ce travail est motivé par la technique de l'ElectroEncéphaloGraphie pour la détection des sources d'épilepsie dans le cerveau humain. Nous avons transformé ce problème en un problème de localisation des singularitées d'une fonction à valeurs complexes à partir de ses valeurs sur le bord. Nous avons présenté la relation entre le meilleur approximant rationel de cette fonction et les paramètres des sources. Des tests numériques démontrent l'efficacité de cette approche.

Dorin Preda
Directeur de thèse : J. Noailles (Toulouse)

Intégration d'unbe contrainte logique dans les problèmes de contrôle optimal et résolution par la programmation mixte

Soutenue le 14 décembre 2004
à l'Université Paul Sabatier de Toulouse

On se propose d'intégrer un type particulier de con– trainte logique dans les problèmes de contrôle optimal à coût quadratique. Une approche numérique directe par collocation con– duit à des problèmes de programmation mathématique en variables mixtes. S'intéressant d'abord au cas des systèmes à dynamique linéaire, on propose une variante de la Décomposition de Benders qui nous permet de résoudre des problèmes mixtes de taille impor– tante (au delà de mille variables binaires). Ces résultats sont obtenus grâce aux propriétés induites par la contrainte logique. Dans le cas des problèmes mixtes issus d'une dynamique nonlinéaire, la démarche proposée (Branch and Reduce) traite de façon analogue les problèmes d'optimisation globale et ceux en variables mixtes. On s'est limité à l'optimisation globale sur le problème de transfert orbital, étudiant notamment les questions de la convexification et de la réduction du domaine. Les résul– tats obtenus sont partiels, seuls des problèmes de petite taille ayant été traités.
Mots-clés. contrôle optimal, contrainte logique, programmation mathématique en variables mixtes, Décomposition de Benders, Branch and Reduce

Mustapha El Ossmani
Directeurs de thèse : B. Amaziane et H. El Amri

Méthodes Numériques pour la Simulation des Écoulements Miscibles en Milieux Poreux Hétérogènes

Soutenue le 12 mai 2005
à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour

Dans cette thèse, nous nous intéressons à des méthodes numériques pour un modèle d'écoulements incompressibles et miscibles ayant des application dans l'hydrogéologie et l'ingénierie pétrolière. Nous étudions et analysons un schéma numérique combinant une méthode d'éléments finis mixtes (EFM) et une méthode des volumes finis (VF) pour approcher le système couplé entre une équation elliptique (pression-vitesse) et une équation de convection-diffusion-réaction (concentration). Le schéma VF considérée est de type « vertex centred » semi-implicite en temps : explicite pour la convection et implicite pour la diffusion. On utilise un schéma de Godunov pour approcher le terme convectif et une approximation élément fini P1 pour le terme de diffusion. Nous montrons des résultats de stabilité estimations BV et le principe du maximum discret sous une condition CFL appropriée. Ensuite, nous montrons la convergence de la solution approchée obtenue par le schéma combiné EFM-VF vers la solution du problème couplé. Des simulations numériques académiques et réalistes pour des problèmes bidimensionnels confirment la stabilité et l'efficacité du schéma combiné. Enfin, nous étudions des estimateurs d'erreur a posteriori de type résiduel pour une équation de convection-diffusion-réaction discrétisée par un schéma VF "vertex centred" semi-implicite en temps. Nous montrons que l'estimateur est une borne supérieure de l'erreur. Des résultats numériques d'adaptations de maillage sont présentés et montrent l'efficacité de la méthode. La partie logiciels de ce

travail porte sur deux volets. Le premier a permis de réaliser un code de calcul 2D, MFlow, écrit en C++, pour la résolution du système des écoulements miscibles considérés dans cette thèse. Le second volet concerne la collaboration avec un groupe de chercheurs pour l'élaboration de la plate-forme Homogenizer++ réalisée dans le cadre du GdR MoMaS (http ://momas.univ-lyon1.fr/).

Yannick Sire
Directeur de thèse : J.M. Roquejoffre (MIP - Toulouse)

Solutions propagatives dans les réseaux hamiltoniens discrets et les systèmes de réaction-diffusion

Soutenue le 13 juin 2005
à l'Université Paul Sabatier de Toulouse

Dans cette thèse, on étudie différents types de solutions mobiles dans les réseaux hamiltoniens discrets et les systèmes de réaction-diffusion. Dans une première partie, on montre l'existence de solutions travelling breathers, qui apparaissent comme des ondes solitaires pulsatoires, pour des chaînes de Klein-Gordon. On prouve que les solutions de petite amplitude sont sur une variété centrale de dimension finie. L'étude de l'équation réduite sur cette variété permet de dégager un type générique de solutions travelling breather avec une queue oscillante, quasi-périodique superposée à une partie centrale localisée. Une étude numérique vient corroborer ces résultats et les étend aux travelling breathers de grande amplitude pour des régimes de paramètres qui ne sont pas atteints par les méthodes de variété centrale. Dans une deuxième partie, on étudie les propriétés de modèles thermo-diffusifs posés dans des demi-cylindres. En utilisant un degré de Leray-Schauder, on montre que les modèles thermo-diffusifs considérés admettent des fronts non triviaux. Ces modèles font intervenir des pertes de chaleur qui interdisent une valeur de température égale à un pour les gaz brûlés. L'étude est donc complétée par une asymptotique lorsque la température des gaz brûlés tend vers cette valeur critique.

Fabien Crauste
Directeur de thèse : M. Adimy

Etude mathématique d'équations aux dérivées partielles hyperboliques modélisant les processus de régulation des cellules sanguines – Applications aux maladies hématologiques cycliques

Soutenue le 21 juin 2005
à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour

L'ensemble des événements permettant la fabrication et le renouvellement continu des cellules du sang représente une série de processus complexes, appelée hématopoïèse, ayant lieu dans la moelle osseuse. L'hématopoïèse repose sur une réserve de cellules souches, dites hématopoïétiques, possédant des capacités uniques de

différenciation (capacité à générer l'ensemble des cellules du sang) et d'auto-renouvellement (capacité à générer une cellule fille identique à la cellule mère). Nous avons réalisé une étude mathématique de l'hématopoïèse à l'aide de modèles non-linéaires structurés en âge et maturité. Elle a permis de mettre en évidence l'influence des cellules souches hématopoïétiques sur la population totale de cellules du sang, ces cellules agissant activement sur la stabilité de la population.
Par l'étude de modèles non structurés en maturité, réduits par intégration à un système d'équations différentielles avec retard distribué, nous avons mis en évidence l'existence de solutions oscillantes et, à travers l'étude d'une bifurcation de Hopf, de solutions périodiques, avec de très longues périodes en comparaison de la durée du cycle cellulaire. Ces oscillations sont caractéristiques de maladies du sang dites cycliques, dont la leucémie myéloïde chronique, une forme très répandue de leucémie. Notre travail représente une contribution à l'étude de cette maladie.
Enfin, nous nous sommes intéressés à un modèle d'hématopoïèse prenant en compte l'action de facteurs extérieurs à la moelle osseuse qui agissent sur la différenciation des cellules souches. Nous avons établi l'existence de solutions oscillantes pouvant décrire certaines maladies hématologiques cycliques.

Hermine Biermé
Directrices de thèse : Aline Bonami et Anne Estrade

Champs aléatoires : autosimilarité, anisotropie et étude directionnelle

Soutenue le 1er juillet 2005
à l'Université d'Orléans

Nous étudions des champs aléatoires pouvant modéliser certains milieux poreux. Nous nous intéressons à leurs statistiques au second ordre et en particulier à leur autosimilarité.
Sous des hypothèses de stationnarité, une mesure spectrale caractérise le champ. L'homogénéité asymptotique directionnelle de la mesure détermine l'autosimilarité asymptotique du champ ; le plus petit coefficient d'homogénéité dans une échelle logarithmique en donne l'ordre. Pour déterminer l'anisotropie on peut considérer une transformée de Radon du champ dont l'ordre d'autosimilarité dépend de la direction.
Ces résultats au second ordre sont adaptés à des modèles gaussiens, l'ordre d'autosimilarité s'estimant par les variations quadratiques. Nous considérons le problème de l'injectivité des transformées de Radon.
Enfin, nous étudions un modèle poissonien obtenu par agrégation de petites boules. Les propriétés d'autosimilarité sont analogues au second ordre mais atypiques pour la convergence en loi.
MOTS CLÉS : Champs gaussiens, mesure aléatoire de Poisson, chevauchement de boules, autosimilarité, anisotropie, fractal, fractionnaire, stationnarité, mesure spectrale, transformée de Radon

Olivier Prot
Directeurs de thèse : Maïtine Bergounioux et Jean-Gabriel Trotignon

Méthode de régularisation entropique et application au calcul de la fonction de distribution des ondes

Soutenue le 1er juillet 2005
à l'Université d'Orléans

La détermination des directions de propagation d'une onde électromagnétique, à partir des mesures du champ, est un problème « mal-posé ». En utilisant le concept de fonction de distribution des ondes (FDO), cela revient à « inverser » un opérateur linéaire non-bijectif. Nous avons développé une méthode de régularisation entropique pour résoudre ce problème. L'utilisation de l'entropie est numériquement avantageuse et permet de déterminer une solution contenant l'information minimale requise par la donnée. Une généralisation de la méthode a ensuite été étudiée. Le calcul effectif de la FDO a été effectué d'abord dans le cas du vide sur des données synthétiques, puis sur des données provenant du satellite FREJA. La méthode est automatique, robuste et permet de déterminer des solutions stables. Les résultats obtenus sont en accord avec ceux obtenus par d'autres méthodes. Ils sont toutefois plus diffus, ce qui est préférable dans la situation considérée.
MOTS CLÉS : Problème inverse, Régularisation, Traitement du signal, Simulation numérique, Propagation d'ondes.

Juan Carlos Zuniga
Directeur de thèse : Didier Henrion (LAAS-Toulouse)

Algorithmes numériques pour les matrices polynômiales avec applications en commande.

Soutenue le 14 septembre 2005
à l'Université Paul Sabatier de Toulouse

Dans cette thèse nous développons de nouveaux algorithmes de calcul numérique pour les matrices polynômiales. Nous abordons le problème du calcul de la structure propre (rang, espace nul, structures finie et infinie) d'une matrice polynômiale et nous appliquons les résultats obtenus au calcul de la factorisation J-spectrale des matrices polynômiales. Nous présentons également quelques applications de ces algorithmes en théorie de la commande. Tous les nouveaux algorithmes décrits ici sont basés sur le calcul d'espaces nuls constants de matrices bloc Toeplitz associées à la matrice polynômiale analysée. Pour calculer ces espaces nuls nous utilisons des méthodes standard de l'algèbre linéaire numérique comme la décomposition en valeurs singulières ou la factorisation QR. Nous étudions aussi l'application de méthodes rapides comme la méthode généralisée de Schur

pour les matrices structurées. Nous analysons les algorithmes présentés au niveau complexité algorithmique et stabilité numérique, et effectuons des comparaisons avec d'autres algorithmes existants dans la littérature.
MOTS CLÉS : Matrices polynomiales, Analyse numérique, Algèbre linéaire numérique, Théorie de la commande, Structure propre, Factorisation spectrale, Logiciels de CACSD.

Carmen Draghici
Directeur de thèse : J.-C. Hennet (LAAS)

Modélisation et conception d'algorithmes pour la planification automatique du personnel de compagnies aériennes

Soutenue le 29 septembre 2005
à l'Université Paul Sabatier de Toulouse

La planification et la gestion optimale des ressources humaines jouent un rôle important dans la productivité et la compétitivité des entreprises. Dans cette thèse nous nous intéressons à la modélisation et à la résolution de différents problèmes d'optimisation soulevés par la construction de plannings pour les agents qui travaillent dans un contexte aéronautique : la création de vacations, la création de rotation, l'affectation de vacations et de rotations. Pour le problème de construction de vacations, nous proposons une approche de modélisation basée sur le concept de plage horaire et ensuite une méthode heuristique de résolution basée sur l'algorithme FFD (First Fit Decreasing) et sur la génération de colonnes. Le problème de création de rotations est résolu par une méthode de programmation linéaire en variables mixtes. Les problèmes d'affectation de vacations et de rotations sont modélisés comme des problèmes de multi-affectation généralisés. Nous proposons une décomposition temporelle et par qualification et ensuite une transformation du problème d'affectation généralisé en un problème d'affectation simple par relaxation Lagrangienne. Un algorithme ad-hoc est utilisé pour la résolution de chaque problème de base. La plupart des algorithmes élaborés ont été couplés à des bases de données réelles et commercialisés par la Société IFR-France.
MOTS CLES : optimisation de plannings, First Fit Decreasing, génération de colonnes, programmation linéaire en variables mixtes, problème de multi-affectation généralisé, relaxation Lagrangienne.

Luc Reberga
Directeurs de thèse : Jacques Bernussou et Didier Henrion (LAAS)

Commande Robuste Multivariable de Turboréacteurs

Soutenue le 30 septembre 2005
à l'Université Paul Sabatier de Toulouse

Ce travail concerne l'élaboration d'une méthode de synthèse de contrôleurs pour les turboréacteurs d'avions, en utilisant les techniques récentes de la commande robuste. Il prend place dans le cadre d'un partenariat entre le LAAS-CNRS et la société SNECMA, dont le but est l'implémentation de lois de commande avancées sur le simulateur d'un moteur militaire SNECMA. Ce mémoire de thèse commence par une présentation de la problématique de la commande des turboréacteurs mettant l'accent sur les limitations du système et l'architecture de la commande. L'abscence de modèle analytique pour le simulateur numérique de turboréacteur contraint à voir le système comme une boîte noire : on commence par identifier le système localement puis on construit un modèle Linéaire à Paramètres Variants (LPV) en interpolant les systèmes locaux obtenus. La linéarisation Jacobienne et la linéarisation basée vitesse sont ensuite décrites et cette dernière est utilisée pour créer le modèle de synthèse.
Une méthode de synthèse de correcteurs LPV d'ordre fixé avec critère de performance H infini est ensuite présentée. Cette méthode utilise le formalisme fonction de transfert multi-entrées multi-sorties (MIMO). Elle se base sur les concepts de stabilité au sens de Lyapunov et fait appel aux résultats récents sur les polynômes représentables en sommes de carrés et l'optimisation sur les inégalités matricielles linéaires (LMI). Les résultats ainsi obtenus sont alors comparés avec ceux donnés par des méthodes classiques basées sur des modèles LPV espace d'état. Ce mémoire se finit par la description de l'implémentation des lois de commande sur simulateur et une critique de la viabilité de la méthode.

La Smai offre une unique adhésion gratuite à la Smai pour un an aux jeunes chercheurs en mathématiques qui ont soutenu récemment leur thèse et l'ont enregistrée MathDoc :
`http://math-doc.ujf-grenoble.fr/Theses/`
Afin que cette offre prenne effet, le jeune docteur doit remplir le formulaire d'adhésion :
`http://smai.emath.fr/article.php3?id_article=71` en :
1. cochant la case « Opération Thèse-Math 2005 »,
2. remplissant les lignes « Date de la thèse » et « URL complet du résumé de votre thèse ».

Notes de lecture

CLAUDE LE BRIS : *Systèmes multi-échelles : modélisation et simulation*
2004

Ce livre de Claude Le Bris est issu d'un cours enseigné au niveau Master à l'Ecole Polytechnique. Il s'agit d'un cours de niveau introductif où l'accent est plus mis sur les idées mathématiques et les applications physiques que sur la description fine et complète des outils mathématiques. Cependant, et c'est un tour de force remarquable, Claude Le Bris ne cède en rien à la facilité et réussit à introduire les notions mathématiques nécessaires les plus pointues en restant toujours simple et accessible. De ce point de vue ce projet est extrèmement original, très intéressant, et particulièrement adapté à un public d'étudiants (ou jeunes chercheurs et même moins jeunes...) qui voudrait découvrir un domaine scientifique en plein développement sans avoir à maitriser au préalable tous les aspects techniques des théories mathématiques utilisées.
Le sujet de ce livre est la modélisation mathématique et la simulation numérique des systèmes multi-échelles. On ne peut être exhaustif sur un tel sujet et Claude Le Bris a judicieusement choisi un certain nombre de problèmes modèles d'actualité pour exposer quelques idées mathématiques : élasticité non-linéaire (et lien avec les propriétés cristallines du matériau ou avec la croissance de fissures), chimie quantique, fluides polymériques, cinétique chimique. On remarquera qu'il ne s'agit pas de problèmes académiques mais bien de vraies applications physiques ! A côté de notions comme la convergence faible, l'homogénéisation, ou les mesures de Young, Claude Le Bris introduit de nombreuses idées plus générales de modélisation mathématique : séparation des échelles, réduction de modèles, couplage micro-macro, etc. Il fait aussi une large place aux méthodes numériques : méthode quasi-continue de Ortiz et Tadmor, éléments finis multi-échelles, dynamique moléculaire, calcul ab initio, équations différentielles stochastiques. Ce livre permet ainsi de faire un panorama très large et très ouvert des systèmes multi-échelles, ce qui correspond bien à la réalité du domaine. Je ne connais aucun équivalent publié de cet ouvrage, que je recommande donc tout particulièrement et qui rendra un grand service à la communauté des mathématiciens appliqués pour les introduire au monde des systèmes multi-échelles.

Par G. ALLAIRE

MICHEL BENAIM ET NICOLE EL KAROUI : *PROMENADE ALÉATOIRE* - Editions de l'école polytechnique, Ellipses, Décembre 2004.

Derrière ce titre romantique se cache le sous titre explicite : Chaînes de Markov et simulations ; martingales et stratégies. Il s'agit (sous une forme enrichie) du cours dispensé, sous le même intitulé, aux élèves de deuxième année de l'Ecole Polytechnique. Le lecteur ne trouvera donc pas là un ouvrage encyclopédique : il faut aller à l'essentiel de la théorie et l'illustrer au maximum par des exemples attrayants. La rédaction même permet au moins deux niveaux de lecture, certains compléments théoriques ou bibliographiques étant imprimés en petits caractères dans la rubrique « pour en savoir plus ». Le tout étant illustré par de nombreux exercices et dans une typographie aérée et agréable.

Le livre est divisé en sept chapitres, auxquels s'ajoute un appendice conséquent (environ 40 pages) consacré à la théorie de l'intégration qui sera utile pour un second niveau de lecture.
Les trois premiers chapitres sont consacrés aux chaînes de Markov sur un espace fini ou dénombrable. La présentation choisie privilégie l'aspect trajectoriel (suites récurrentes aléatoires) plus explicite, à l'aspect « en loi » notamment dans le premier chapitre introductif qui donne le ton : il s'agit pour l'essentiel d'un chapitre d'exemples amusants, instructifs et non triviaux (mélange de cartes, marche aléatoire sur $\mathbb{Z}^d$, convolutions de Bernoulli, simulations de fractales) où les résultats théoriques du chapitre suivant sont illustrés et visualisés à travers des simulations. Le chapitre deux présente l'essentiel des définitions (irréductibilité, récurrence, transience ...) illustrées par les exemples classiques (files d'attente, naissance et mort, urne d'Ehrenfest ...) pour aboutir au théorème ergodique. La preuve donnée de ce dernier est issue de la méthode de simulation exacte de Propp et Wilson, ce qui change des ouvrages classiques. Le chapitre trois est consacré aux méthodes de Monte Carlo (algorithme de Metropolis) illustrées par les problèmes d'optimisation (problème du voyageur de commerce par exemple). Il contient en outre une discussion détaillée et originale (digest d'articles de recherche) sur les vitesses de convergence (notamment dans le cas réversible), ainsi que la preuve de l'algorithme de recuit simulé par paliers.
La notion d'espérance conditionnelle, si difficile pour les étudiants, apparaît à l'occasion du chapitre quatre (elle n'était pas nécessaire avant) qui introduit les martingales à temps discret et leurs propriétés de base (inégalités et théorèmes de convergence). Là encore les preuves sont, si ce n'est originales, peu classiques et subtiles. Les preuves classiques sont données dans « pour en savoir plus » . Les exemples (urne de Polya, branchement, algorithmes stochastiques) sont détaillés au chapitre suivant. Le chapitre six introduit à partir de la notion de stratégie, celle de temps d'arrêt puis les théorèmes d'arrêt. Les liens avec les chaînes de Markov et la propriété de Markov forte y sont abordés. Ces notions sont illustrées là encore de manière très compréhensible par le problème de l'arrêt optimal (comment choisir son conjoint). Enfin le dernier chapitre est une introduction à la fi-

nance (pour des modèles discrets, arbres binomiaux par exemple) allant jusqu' à la formule de Black et Scholes discrète, l'arrêt optimal et les problèmes de couverture pour les options américaines. Le passage au temps continu (mouvement brownien) est effleuré à la toute fin.

Les auteurs se sont livrés dans cet ouvrage à une opération de séduction parfaitement réussie : quiconque désire connaître les applications les plus modernes des dynamiques aléatoires à temps discret, peut sans payer un coût d'entrée lourd (un bagage mathématique n'excédant pas le niveau DEUG-Licence) les découvrir sous une forme des plus attractives. Les enseignants de probabilités et les étudiants des Mastères y trouveront un ouvrage de référence contenant en outre nombre d'aspects traités de manière originale et abordable. Cette promenade donnera certainement à beaucoup de ceux qui la feront l'envie de la poursuivre.

Par P. CATTIAUX (Université de Paris X)

EMMANUEL TRÉLAT : *Contrôle optimal-Théorie et applications*
Editions Vuibert, 2005, 245 pages. ISBN : 2-7117-7175-X.

L'objectif de ce livre est de présenter les bases théoriques du contrôle optimal non linéaire, avec des applications notamment au problème de transfert orbital en temps minimal et au problème de la rentrée atmosphérique d'une navette spatiale, en minimisant le facteur d'usure.
Il est fondé sur une série de cours enseignés par E. Trélat à l'Université d'Orsay dans le cadre d'un Master2 professionnel, option automatique et le contrôle optimal est aussi une des activités de recherche de l'auteur, ce qui est un critère de qualité pour l'ouvrage. Il s'adresse à des étudiants de niveau Master ou école d'ingénieurs, mais aussi aux chercheurs, notamment en automatique non linéaire. Il contient par ailleurs de nombreux exercices et aussi des applications numériques pouvant être reproduites dans le cadre de projets d'étude.
Le première partie de l'ouvrage est une présentation des résultats classiques sur le contrôle optimal des systèmes linéaires : temps minimal et théorie linéaire-quadratique.
La seconde partie sur la théorie du contrôle optimal non linéaire, est le cœur du livre. Le chapitre 5 contient les définitions et préliminaires. En particulier l'auteur introduit l'application entrée-sortie et la notion de contrôle singulier, qui correspond à des singularités de cette application et génère des trajectoires le long desquelles le linéarisé n'est pas contrôlable. Ce type de trajectoires étant associé à des problèmes de contrôle optimal sans contrainte sur le contrôle. Le chapitre 6 présente alors la notion de problème de contrôle optimal et rappelle le théorème classique d'existence de solutions optimales, dû à Filippov. Le chapitre 7 formule le principe du maximum dans un cadre très général. La preuve est faite dans le

cas dit faible correspondant à la situation où les contrôle optimaux sont singuliers et permet de comprendre heuristiquement le résultat et de l'utiliser correctement. On notera que l'auteur donne aussi une formulation du principe dans le cas où il y a des contraintes sur l'état, ce principe étant par exemple nécessaire dans le problème de rentrée atmosphérique où il a des contraintes sur le flux thermique. Ce problème qui a fait l'objet de recherches de l'auteur étant par la suite analysé en détails avec des simulations numériques. L'emploi du principe du maximum, qui est un résultat très profond, est difficile et E. Trélat présente aussi dans ce chapitre soit sous forme d'exemples soit sous forme d'exercices, son application à des problèmes pratiques. Le chapitre 8 est une introduction à la théorie de Hamilton-Jacobi en contrôle optimal. La fonction valeur étant solution de cette EDP du premier ordre et les caractéristiques sont les solutions du principe du maximum. À noter la définition de la notion de solution de viscosité qui est nécessaire en contrôle optimal. Enfin le chapitre 9 est une présentation des méthodes numériques en contrôle optimal qui sont : les méthodes indirectes (tir simple et multiple) fondées sur l'intégration numérique des équations données par le principe du maximum et les méthodes directes où le problème est discrétisé et résolu, par un méthode d'optimisation en dimension finie. L'auteur discute aussi des méthodes numériques pour résoudre l'équation de Hamilton-Jacobi. Tous ces algorithmes ont été utilisés et développés par l'auteur dans son activité de recherche.
En conclusion un excellent ouvrage dont la lecture est recommandée à toute personne concernée par le contrôle optimal. Il se révèlera très utile pour l'enseignement de l'utilisation des techniques de contrôle optimal, notamment grâce aux nombreux exercices fondés sur des exemples concrets et les algorithmes d'implémentation numérique, l'auteur allant à l'essentiel.

Par B. BONNARD (Université de Bourgogne)

Disons-le d'emblée : c'est un livre que j'aurais aimé écrire...Il concerne un domaine des Mathématiques appliquées (et d'Automatique) peu couvert en France, aussi bien en formation qu'en recherche, celui du Contrôle optimal (que nous préférons appeler ici du nom plus français de *Commande optimale*) des systèmes gouvernés par des équations différentielles. S'il fut un sujet plus « chaud » en mathématiques appliquées dans les années (19-) soixante et soixante-dix, et s'il reste un domaine de recherche actif dans certains pays comme la Russie, les Etat-Unis et l'Angleterre, en France il a été laissé essentiellement aux automaticiens. On trouve néanmoins des groupes très actifs en recherche dans ce domaine dans des centres comme Toulouse (ENSEEIHT), Université de Dijon, Ecole des Mines de Paris, INRIA-Rocquencourt, Université de Paris I (en économie mathématique),...Pour ce qui est de la formation, on en trouve trace dans des options de deuxième année d'écoles d'ingénieurs (ENSEEIHT-Toulouse, Ecole Centrale de Paris, Ecole des Mines de Paris, Supaéro de Toulouse,...), un peu dans des Masters1 de mathématiques (comme à l'Université Paul Sabatier de Toulouse),

dans des Masters professionnels comme celui d'ingénierie mathématique et automatique de l'université de Paris-Sud à Orsay (où enseigne l'auteur du livre).
L'ouvrage proposé est dû à un jeune spécialiste du sujet, E. Trélat (maître de conférences à l'Université de Paris-Sud à Orsay) ; pour les moins jeunes, il fait écho d'une certaine manière au « Cours d'automatique théorique » de R. Pallu de la Barrière (Editions Dunod, 1966), il se situe dans le même esprit et objectif que l'ouvrage de M. Bergounioux (« Optimisation et contrôle des systèmes linéaires », Dunod 2001, analysé en son temps dans Matapli) ; les deux ouvrages (récents) en anglais qui s'en rapprochent le plus sont ceux de L. M. Hocking (« Optimal control, an introduction to the theory with applications », Oxford Series, 1991) et A. Locatelli (« An introduction to optimal control », McGraw-Hill, 2001).
Le livre de E. Trélat débute avec un chapitre 1 d'introduction sur la commande optimale d'un ressort, exemple-modèle qui servira de fil rouge dans toute la suite. Cet exemple détaillé était déjà disponible sur le site web de la SMAI en 2002-2003 puisque « Optimisation et Commande optimale » figuraient cette année-là comme thèmes des projets TIPE en classes préparatoires aux écoles scientifiques.
La première partie du livre, composée de 3 chapitres traite de la commande optimale de systèmes *linéaires :* Contrôlabilité (13 pages) ; Temps-optimalité (6 p.) ; Problèmes linéaires-quadratiques (15 p.). Disons que cette partie est plutôt classique ; elle utilise les outils et résultats d'algèbre linéaire et d'équations diférentielles linéaires qui sont rappelés en annexes du livre ; elle pourrait servir aussi bien dans un cours de Mathématiques que d'Automatique. Commencer par le monde linéaire est intéressant du point de vue pédagogique, et aussi parce que la linéarisation de modèles non-linéaires est utile par exemple dans les questions dits de stabilisation. Mais le monde est non-linéaire...too bad. L'auteur s'attaque donc en deuxième partie d'ouvrage à la commande optimale de systèmes *non-linéaires :* 5 chapitres y sont consacrés. Le chap. 5 (11 p.) est dédié aux définitions et préliminaires : application entrée-sortie, notions de contrôlabilité, contrôles singuliers. Le chap. 6 (3 p.) donne l'occasion de présenter succinctement un théorème général d'existence de trajectoires optimales. Avec le chap. 7 (31 p.) on arrive à un point culminant : le principe du minimum (ou du maximum, ça dépend des formulations) de L. Pontryagin (PMP en abrégé). Le PMP (un énoncé général figure en p. 103-104) est une condition nécessaire satisfaite par les solutions d'un problème de commande optimale ; elle est importante aussi bien pour des considérations théoriques qu'algorithmiques (les méthodes dites indirectes du chap.9 par exemple). Avoir démontré le PMP (par les russes à la fin des années 1950, motivés par des problèmes militaires ou du spatial) est, de mon point de vue, une des plus brillantes réalisations mathématiques de la deuxième moitié du 20ème siècle. L'histoire du processus de sa découverte est racontée dans deux articles, celui de R. Gamkrelidze (publié en 1999) que cite l'auteur, mais aussi celui plus polémique et non publié de V. Boltyanski (rapport de l'université technique de Munich, 1994) ; ce dernier montre les difficultés dans la démarche de création mathématique et aussi dans les relations entre collègues mathématiciens (quand il s'agit d'attribuer le crédit d'une idée ou d'une démonstration). Des exercices et problèmes d'illustration sont proposés, parfois avec des indications

de solutions. Le chapitre se termine par la problème de la commande optimale et stabilisation d'une navette spatiale, projet du CNES-Toulouse sur lequel a eu à travailler l'auteur du livre. Le chap. 8 (9 p.) traite de la théorie de Hamilton-Jacobi dans le contexte de la commande optimale : cette matière est plus classique et peut être trouvée dans d'autres ouvrages, y compris en français (celui de G.Barles en 1994 par exemple). Le chap. 9 (8 p.) est entièrement consacré aux méthodes numériques de résolution d'un problème de commande optimale : méthodes dites indirectes (méthodes de tir appliquées aux systèmes différentiels isus du PMP), méthodes directes (discrétisation directe du problème originel) ; on appréciera le tableau comparatif synthétique et les commentaires (p. 178-180) sur « Quelle méthode choisir ? ». L'ouvrage se termine avec une Annexe de 5 courts chapitres (45 p. au total) où sont rappelés les définitions et résultats essentiels d'algèbre linéaire, sur les équations différentiels linéaires, en Commande-Automatique linéaire.
L'ouvrage rendra service à ceux qui s'intéressent aux applications de la Commande optimale dans les systèmes gouvernés par des équations différentielles (elles sont nombreuses, à commencer par le domaine spatial et la Robotique). Pour l'avoir expérimenté dans un petit bout de Master 1 de mathématiques, je sais aussi que le domaine est utile en formation : pour donner le goût du calcul variationnel moderne, pour l'apprentissage mathématique (analyse et synthèse d'un problème, déductions, tri parmi les solutions préconisées) etc.
On peut regretter quelques anglicismes (« temps-optimalité » pour *time optimality*, « preuve » systématiquement utilisé à la place de « démonstration » comme souvent en mathématiques d'ailleurs,...) ou fautes de français (« prémisses » au lieu de « prémices » en p. 93 (peut-être est-ce voulu ?), « paramétriser » au lieu de « paramétrer » en p. 131,...) ; mais ce ne sont que des broutilles dans un ensemble de très bonne facture que je recommande aux lecteurs de Matapli.
Le livre de Trélat coûte 28,50 euros, c'est le premier d'une nouvelle collection chez Vuibert intitulée « Mathématiques concrètes ».

Par J.-B. HIRIART-URRUTY (Université de Paul Sabatier de Toulouse.)

PHILIPPE GUILLAUME : *Musique et acoustique : de l'instrument à l'ordinateur*
Editions Lavoisier 2005 ; 190 pages, ISBN : 2-7462-0999-3.

L'objet de cet ouvrage est quelque peu atypique, comme l'est d'ailleurs le parcours de son auteur Philippe Guillaume. En effet, après avoir été accordeur de piano pendant les premières années de sa vie professionnelle, Ph. Guillaume a entamé des études de mathématiques à l'université Paul Sabatier de Toulouse, études qu'il a menées jusqu'au bout en passant tous les diplômes universitaires (y compris agrégation et doctorats) ; il est actuellement professeur des universités à l'INSA de Toulouse. Son domaine d'activité de recherche en mathématiques appliquées est l'optimisation de formes ; parmi les enseignements qu'il dispense

à l'INSA figure un cours dit d'ouverture sur l'acoustique musicale. Ceci nous amène à la matière traitée dans le livre en question. Comme cela est indiqué dans l'avant-propos, *« l'objectif du livre est de donner au lecteur un aperçu général sur la nature du son musical, depuis sa production par les instruments de mesure traditionnels jusqu'aux sons obtenus par synthèse numérique »*, bref *« le son y est abordé d'un point de vue scientifique »*. Les six chapitres le composant sont : 1. Les sons (45 pages) ; 2. Les instruments de musique (47 p) ; 3. Les gammes et tempéraments (11 p) ; 4. Psychoacoustique (12 p) ; 5. Le son numérique (27 p) ; 5. Synthèse et effets sonores (20 p) ; l'ouvrage se termine par un bibliographie comportant 29 références. La nature du sujet d'étude fait qu'on aborde tout naturellement des notions d'acoustique comme la génération et la propagation des sons, de mathématiques comme l'analyse de Fourier, de psychoacoustique, de théorie du signal analogique et numérique, d'algorithmique et d'informatique comme le format MP3 de compression des sons, et bien entendu de musique.
Les connaissances scientifiques requises pour lire ce livre sont contenues dans celles qu'on aborde dans le segment L des formations mathématiques (sauf peut-être pour la Physique et l'Acoustique qui vont au-delà) ; quant aux connaissances musicales, reconnaissons qu'elles dépassent largement celles de l'amateur lambda (comme moi).
Cet ouvrage, original sous la plume d'un mathématicien, plaira à celles et ceux qui s'intéressent au son et à la musique et qui ont une culture scientifique de base : étudiants, enseignants-chercheurs, professionnels de tout genre dans les domaines scientifiques et techniques. On peut simplement regretter que le prix de vente soit exagéré (47,50 euros) ; un livre de 190 pages à couverture souple, pas trop spécialisé, doit pouvoir être disponible en France à moins de 25 euros.

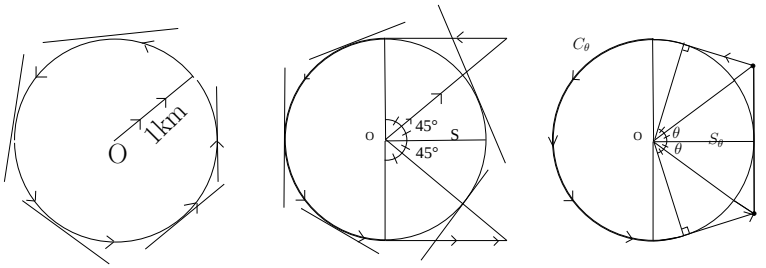
Par J.-B. HIRIART-URRUTY (Université de Paul Sabatier de Toulouse.)

PAUL J. NAHIN : *When least is best*
Princeton University Press, 2004, 370 pages. ISBN : 0-691-07078-4.

Le sous-titre de ce livre donne le ton :« how mathematicians discovered many clever ways to make things as small (or as large) as possible... » Peu de livres popularisent le calcul différentiel de base, les raisons pour lesquelles son étude commença au 17ème siècle, c'est-à-dire essentiellement la nécessité de résoudre des problèmes d'extremum, d'optimisation dirions-nous aujourd'hui. L'ouvrage de Paul Nahin est une solide contribution nous montrant comment les concepts de dérivation, maximisation ou minimisation ont évolué avec le temps. Dès les Grecs, des problèmes d'optimisation géométrique étaient posés (et résolus, notamment dans le plan) ; des problèmes de nature géométrique, parfois fort compliqués, continuent d'ailleurs à être formulées de nos jours ; comme l'écrivait C. MacLaurin (celui des développements, en 1742) : *« There are hardly any speculations in geometry more useful or more entertaining than those which relate to maxima*

and minima ». Le 17ème siècle est celui de la mathématisation du mouvement, il verra la naissance et les premiers balbutiements de ce qui s'appellera le calcul différentiel, avec Fermat dans le rôle de pionnier. A vrai dire, l'évolution du concept de « changement » (qui donnera *in fine* la dérivée) ne s'est pas faite de manière linéaire ; comme l'a excellemment analysé J. V. Grabiner en 1983 : *« First the derivative was used, then discovered, explored and developed, and only then, defined »* ; soulignons que c'est exactement dans l'ordre inverse que nous l'enseignons aujourd'hui, mais ça c'est une autre histoire... L'ouvrage de P. Nahin est très bien documenté sur cette évolution, aucune des références (mathématiques ou historiques) importantes n'est occultée. Voici son déroulement en chapitres : 1. Minimums, maximums, derivatives and computers ; 2. The first extemal problems ; 3. Medieval maximization and some modern twists ; 4. The forgotten war of Descartes and Fermat ; 5. Calculus steps forward, center stage ; 6. Beyond calculus ; 7. The modern age begins ; huit annexes complètent le tout ; pas de bibliographie finale (ce qui est dommage), ell est intégrée au fur et à mesure dans le texte.
L'ouvrage intéressera les étudiants, enseignants, enseignants-chercheurs, qui ont du goût pour l'évolution historique des concepts mathématiques, plus précisément ici ceux relatifs au calcul différentiel et à l'optimisation élémentaires.
Pour terminer je voudrais indiquer que j'ai retrouvé dans le livre de P. Nahin un exemple de problème variationnel qui m'a servi de fil rouge dans certains de mes enseignements en deuxième cycle universitaire ; il illustre assez bien le Calcul variationnel et les questions qui s'y posent. Je ne résiste pas au plaisir de le soumettre à la sagacité des lecteurs de Matapli.
Un bateau, perdu en mer, sait qu'il est à une distance de 1 km d'un long rivage rectiligne (ce que lui indiquent ses instruments de mesure), mais le brouillard est si épais qu'il ignore la direction du rivage. Le bateau, avançant à vitesse constante, voudrait toucher le rivage le plus vite possible. La question est donc : quelle est le chemin de longueur minimale que le bateau doit suivre afin d'être sûr de toucher terre ?
Toutes les questions du Calcul variationnel peuvent être posées à propos de cet exemple : l'objet optimal recherché n'est pas un objet simple, c'est une trajectoire (= une courbe du plan)....Y a-t-il des solutions (une trajectoire vraiment plus courte que toutes les autres) ? Y en a-t-il plusieurs ? Comment caractériser (mathématiquement) les trajectoires optimales ? Comment en approcher une par un procédé numérique ?
En termes mathématiques : soit le plan avec une origine 0 (la position de départ du bâteau) ; il s'agit de trouver *une courbe du plan démarrant en* 0*, de longueur minimale et qui touche (ou coupe) toute droite du plan à distance 1 km de l'origine.*
La solution, si solution il y a, ne saurait être unique ; en effet, une trajectoire optimale, tournée d'un angle quelconque autour de l'origine est encore optimale.
Une première tentative, montrant au moins la faisabilité de ce qui est demandé sur la trajectoire recherchée est de considérer ceci : le bateau part de l'origine 0 en suivant un rayon (pris dans une direction au hasard) du cercle de rayon 1 km ; au bout du rayon il fait le tour complet du cercle (voir figures ci-dessous). Il est ainsi sûr de toucher toute droite du plan à distance de 1 km de l'origine ; il aura parcouru au total $(2\pi + 1) \approx 7,2832$ km. Mais il y a sans doute mieux à

faire...Comment ? J'ai posé la question sous forme de défi à un groupe de jeunes ingénieurs travaillant dans la sous-traitance aéronautique à Toulouse. Leur réponse fut comme cela est décrit dans la deuxième figure au-dessous : le bateau se déplace d'abord au-delà de l'extrémité du rayon de départ, revient vers le cercle le long d'un segment tangent au cercle, fait la moitié du tour du cercle, et complète par un nouveau segment de droite tangent au cercle ; l'ouverture angulaire du secteur S (délimité par le rayon de départ et le rayon dirigé vers le point d'arrivée) étant de (deux fois) $45°$. Ce n'est pas si mal ! En effet, un bateau suivant cette trajectoire est sûr de couper (ou de toucher) le rivage rectiligne situé à 1 km de l'origine (point de départ), où qu'il soit ! Et la longueur parcourue est de $(\pi + 2 + \sqrt{2}\,) \approx 6,5556$ km.
Mais il y a encore mieux à faire dans le même registre. Considérons une ouverture angulaire du secteur S_θ d'angle θ compris entre 0 et $45°$ (cf. la troisième figure au-dessous) et cherchons la valeur de θ qui minimiserait la trajectoire correspondante C_θ. La longueur $L(\theta)$ de la trajectoire C_θ est $(2\pi - 4\theta + 2.\tan(\theta) + \frac{1}{\cos(\theta)})$ km. Cette fonction convexe est minimisée pour une valeur de θ_{opt} intérieure à l'intervalle $[0,\ 45°]$, en le seul point d'annulation de la dérivée de $L(\theta)$; cela donne $\theta_{opt} \approx 36,37°$ et $L(\theta_{opt}) \approx 6,4589$ km. La première tentative correspondait à l'ouverture angulaire de $\theta = 0$, tandis que la courbe proposée par les jeunes ingénieurs correspondait à l'ouverture angulaire de $\theta = 45°$.



Il n'empêche que le mathématicien reste insatisfait : qui nous dit qu'on ne peut pas encore faire plus court, bref que la trajectoire trouvée au-dessus est vraiment la plus courte possible ? Dans son livre, P. Nahin parle de C_{opt} mais ne donne la réponse à cette question. Pour ma part je mets de côté une bonne bouteille d'Irouléguy rouge pour qui apportera la conclusion.
Le livre de P. Nahin, de présentation très soignée (couverture cartonnée et jaquette), est plutôt un livre qu'on consulte dans une bibliothèque, il est néanmoins peu coûteux (24 euros).

Par J.-B. HIRIART-URRUTY (Université de Paul Sabatier de Toulouse.)

MICHEL BALINSKI : *Le suffrage universel inachevé*
335 pages, Editions Belin, 2004. ISBN : 1270-0320.

Comme tout un chacun, je suis régulièrement convié à exprimer ma préférence ou faire mon choix en votant (élections politiques, universitaires, au sein de sociétés savantes comme la SMAI). Pour les prochaines élections nationales politiques de 2007, puis les locales politiques décalées en 2008, le personnel politique décideur a estimé qu'il ne convenait pas de changer de règles ni de redécouper les circonscriptions élisant les députés ; tout le monde craint la « magouille » des gens en place...et bien désireux d'y rester. En abordant ce livre, je pensais naïvement être conforté dans l'idée que les modes opératoires actuels d'élection étaient équitables et peu contestables. Or il n'en est rien : j'ai pris ce que j'ai lu dans ce livre et les conclusions qu'en tire l'auteur comme un seau d'eau froide sur la tête...
L'auteur : après avoir été professeur dans plusieurs universités américaines, le mathématicien M. Balinski est installé en France depuis 1982 comme Directeur de recherche au CNRS (Laboratoire d'Econométrie de l'Ecole polytechnique). Cela explique que les systèmes électoraux des deux pays, les Etats-Unis et la France, plus que d'autres, soient analysés à la loupe dans l'ouvrage en question. Les systèmes électoraux font partie depuis des années des sujets d'intérêt de M. Balinski, y compris dans son travail de chercheur professionnel ; entre 2001 et 2003, il avait déjà publié dans la revue mensuelle « Pour la Science », seul ou avec des coauteurs, une série d'articles sur les procédures de recrutement (analysant en passant celui des postes universitaires), le découpage électoral, les différents modes de répartition des sièges de députés ou sénateurs,...en particulier, au moment des élections d'avril 2002, un numéro spécial de « Pour la Science » avait été consacré au sujet.
Dans le copieux ouvrage dont nous rendons compte (335 pages, au prix modique de 19,90 euros), M. Balinski fait d'abord une étude *historique* détaillée de l'évolution du suffrage universel et de ses modes de représentation (comme déjà dit, essentiellement ceux des Etats-Unis et de France) ; *« l'Histoire, pour ainsi dire,* explique-t-il au début, *« porte » l'analyse rigoureuse jusqu'au moment où, les connaissances acquises, il devient facile et naturel d'aborder directement les problèmes actuels pour bâtir une théorie »*. L'auteur y présente ensuite *les systèmes électoraux divers et variés (en cours ou envisageables)* : on y apprend que le scrutin proportionnel avec plus fort reste (PFR, très utilisé dans le milieu universitaire) accumule à peu près tous les défauts possibles (p.194-196), que le système du mathématicien Sainte-Laguë (1910) est très équitable mais pratiquement jamais utilisé, et, comme attendu, qu'en changeant de système de vote on peut modifier presque à souhait le résultat d'un vote. La première partie, intitulée « La longue marche du suffrage universel », comprend 5 chapitres couvrant au total 160 pages ; elle est essentiellement historique : Le droit de vote 1789-1848 ; Le compte des voix 1848-1958 ; La cinquième république 1958-2004 ; Les leçons de l'Histoire. La deuxième partie, intitulée « La justice électorale » (environ 100 pages) est découpée en 5 cha-

pitres également : L'assemblée nationale et la « répartion équitable » ; Le Parlement européen et la « biproportionnalité » ; Le découpage des circonscriptions : France et Etats-Unis ; Le Sénat et les autres conseils ; L'élection d'un président : France et Etats-Unis. En épilogue, l'auteur résume son analyse, je cite : *« Ce livre prétend démontrer deux vérités fondamentales. La première est que depuis les débuts de la démocratie représentative, les hommes politiques ne cessent de manipuler les règles du jeu qui les conduisent au pouvoir -c'est-à-dire, les systèmes électoraux et modes de scrutin qui les élisent- cherchant à assoir plus solidement leur pouvoir. La seconde est que ces règles, pleines de subtilités et de finesses, riches de conséquences surprenantes sinon paradoxales, peuvent être analysées rigoureusement, car il existe une théorie les concernant : la science électorale, au service de la justice électorale ».* Le livre se termine avec quatre annexes ; la dernière (la D) présente un exemple d'élection entre cinq candidats où chacun gagne selon un mode de scrutin (à méditer en pensant au choix récent du site des jeux olympiques de 2012 ou...à un recrutement dans une commission de spécialistes).

Ne cachons pas que, par certains aspects, la lecture de l'ouvrage de M. Balinski n'est pas une détente : beaucoup de chiffres, de comparaisons, de tableaux...y sont présentés et analysés avec force détails. On en ressort aussi un peu énervé : un département ayant 23000 habitants de plus qu'un autre, se voit attribuer 2 députés de moins (il y a aujourd'hui 72 paires de départements où le plus peuplé a moins de députés) ; certains français pèsent à l'Assemblée nationale jusqu'à 5,5 fois plus que d'autres ; d'où question : comment se fait-il que les équipes des candidats aux élections politiques (dont certains membres sont sérieux, formés à la rigueur scientifique, et soucieux de justice électorale) ne proposent pas de systèmes plus justes que ceux en cours actuellement ? J'ai donc interrogé l'auteur M. Balinski avec la question suivante : quelle a été la réaction des hommes politiques ou de leurs conseillers aux analyses et conclusions de son ouvrage ? Réponse : *« Les politiciens ne veulent pas que d'autres se mêlent des fonctions qui transforment les voix en élus : ils préfèrent continuer de les concevoir à leur gré. Néanmoins, j'ai eu quelques réactions : une lettre très positive d'un ancien président de la République, une autre d'un ancien président du RPR, un long entretien avec l'actuel président d'un des grands partis. Peut-être plus important, on m'a fait comprendre que le livre et un artcle dans la revue Commentaire (été 2005) ont eu une audience attentive au Conseil constitutionnel, car dans les pays où il y a eu des réformes, elles ont été forcées ou encouragées par les Cours de justice. Il est difficile de faire accepter l'importance d'une analyse rigoureuse de systèmes électoraux, par des hommes politiques, juristes, politologues ou journalistes. Mais la situation est dramatique : sans l'égalité des voix des électeurs, il n'y a point de démocratie. »* Il y a là matière à réflexion...

Par J.-B. HIRIART-URRUTY (Université de Paul Sabatier de Toulouse.)

Bulletin d'adhésion 2005 - Personnes morales
L'adhésion est valable pour l'année civile 2005

Institution
Nom : .....
Sigle : .....
Laboratoire, département ou service : .....
Site web : .....
Représentée par : M., Mme, Mlle
NOM, Prénom : .....
Titre ou fonction : .....
Adresse : .....
.....
Téléphone : ..... Télécopie : .....
Adresse électronique : .....

Votre adresse peut-elle être communiquée à des annonceurs ?
○ oui ○ non

Serveur de liste électronique :
Souhaitez-vous que votre adresse soit ajoutée à la liste d'envoi de la SMAI ?
○ oui ○ non

Tarif des cotisations : *ne cochez qu'une seule case*
○ Cotisation SMAI laboratoire industriel (LI) .....510€
Ce tarif permet d'obtenir gratuitement un jeu d'étiquettes des adhérents de la SMAI.
○ Cotisation SMAI laboratoire universitaire (LU) .....155€

Suppléments éventuels : *cocher la/les case(s) de votre choix.* Ces suppléments ne peuvent être souscrits qu'en complément d'une cotisation SMAI ci-dessus
○ Soutien à la participation de la SMAI à l'European Mathematical Society (EMS) 40€
Ce soutien comprend une cotisation EMS et permet de recevoir EMS Newsletter
○ Soutien à la participation du GAMNI/SMAI à ECCOMAS ..... 40€
Ce soutien permet de recevoir ECCOMAS Newsletter

Montant de la cotisation et des suppléments ..... ···€

Modalités de règlement :
○ Par chèque postal ou chèque bancaire, ci-joint, à l'ordre de la SMAI.
○ Par bon de commande, ci-joint.

Facture : nombre d'exemplaires désiré : .....
adresse de facturation : .....
.....

Fait à le Signature :

Bulletin d'adhésion 2005 - Personnes physiques
L'adhésion est valable pour l'année civile 2005

M., Mme, Melle NOM, Prénom : .....
Titre ou fonction : .....
Etablissement de fonction ou de rattachement : .....
.....
.....
Adresse professionnelle : .....
Université ou Société : .....
Laboratoire, département ou service : .....
Adresse : .....
.....
.....
Téléphone professionnel : .....
Télécopie : .....
Adresse électronique : .....

Adresse personnelle : .....
.....
.....
Téléphone personnel : .....
Page web personelle : .....

Adresse de correspondance :
Indiquer l'adresse à laquelle vous désirez recevoir votre courrier :
○ adresse professionnelle ○ adresse personnelle
Votre adresse personnelle peut-elle figurer dans l'annuaire de la SMAI ?
○ oui ○ non
Votre adresse de correspondance peut-elle être communiquée à des annonceurs ?
○ oui ○ non

Serveur de liste électronique
Souhaitez-vous que votre adresse électronique soit ajoutée à la liste d'envoi de la SMAI ?
○ oui ○ non

Groupes permanents de la SMAI : Si vous désirez appartenir à un ou plusieurs de ces groupes, cochez la/les case(s) correspondante(s) :
○ AFA Association Française d'Approximation
○ GAMNI Groupe pour l'Avancement des Méthodes Numériques de l'Ingénieur
○ MAS Modélisation Aléatoire et Statistique
○ MODE Mathématiques de l'Optimisation et de la Décision

Merci de renvoyer ce bulletin rempli recto-verso
accompagné de votre règlement à :
SMAI, Institut Henri Poincaré, 11 rue Pierre et Marie Curie, 75231 PARIS Cedex 05

TSVP

Tarifs des cotisations 2005 - Personnes physiques
L'adhésion est valable pour l'année civile 2005

Cotisation SMAI (ne cocher qu'une seule case)

○ Cotisation SMAI simple ..... 47€
○ Cotisation SMAI jeune (né(e) après le 1er janvier 1975) (*joindre un justificatif*) .... 16 €
○ Cotisation SMAI retraité ..... 35€
○ Cotisation réduite pour les ressortissants de pays en développement ..... 16 €
○ Adhésion gratuite à la SMAI dans le cadre de l'opération Thèse-Math-2005 ..... gratuit
date de la thèse et URL du résumé .....
○ SMAI+SFdS (35 + 44) ..... 79€
○ SMAI+SMF (35 + 45) ..... 80€
○ SMAI+SMF jeune (16 + 25) (*joindre un justificatif*) ..... 41€
○ SMAI+SMF retraité (35 + 35) ..... 70 €
○ SMAI+SFdS+SMF (35 + 44 + 45) ..... 124€
○ Tarif préférentiel pour les membres 2005 de AMS (USA), GAMM (D), "F & M" (F) ou UPS (F) (*joindre un justificatif*) ..... 35 €
○ Tarif réduit pour les membres 2005 de SEMA (E), SIMAI (I), UMI (I) (*joindre un justificatif*) ..... 24 €

Suppléments éventuels (cocher la/les case(s) de votre choix). *Ces suppléments ne peuvent être souscrits qu'en complément d'une cotisation SMAI ci-dessus.*

○ Abonnement à l'Officiel des Mathématiques pour 2005
- adresse en Europe ..... 22 €
- adresse hors Europe ..... 26 €

○ Soutien à la participation du GAMNI/SMAI à ECCOMAS ..... 10 €
Ce soutien permet de recevoir ECCOMAS Newsletter
○ Cotisation European Mathematical Society (EMS) ..... 20 €
Cette cotisation permet de recevoir EMS Newsletter
○ Soutien aux fonds de l'International Mathematical Union (IMU)
• Commission pour le Développement et les Echanges ..... ··· €
• Fonds Spécial de Développement ..... ··· €
• Fonds de Solidarité de l'ICMI ..... ··· €

Total de la cotisation et des suppléments : ..... ··· €

Modes de règlement

○ Par chèque postal ou chèque bancaire sur une banque française.
Joindre à ce bulletin le chèque du montant total ci-dessus, à l'ordre de la SMAI.
○ Par carte bancaire ○ Visa ○ Mastercard Banque :
N^0 de carte : .... Date d'expiration : . . / . .
○ Par prélèvement automatique (formulaire disponible sur http ://smai.emath.fr)
○ Par bon de commande, par virement ou chèque sur une banque étrangère.
Frais de dossier ..... 10 €

Total à payer : ..... ··· €

Factures : nombre d'exemplaires désiré : ···
adresse de facturation : .....
.....

Fait à le Signature :

Amiens *Alberto Farina*
LAMFA
Université Picardie Jules Verne
33 rue Saint Leu 80039 AMIENS Cedex
Tél. : 03 22 82 75 88 - Fax : 03 22 82 75 02
Alberto.Farina@u-picardie.fr

Antilles-Guyane *Marc Lassonde*
Mathématiques
Université des Antilles et de la Guyane
97159 POINTE A PITRE
Marc.Lassonde@univ-ag.fr

Avignon *Alberto Seeger*
Département de Mathématiques
Université d'Avignon
33 rue Louis Pasteur - 84000 AVIGNON
Tél. 04 90 14 44 93 - Fax 04 90 14 44 19
alberto.seeger@univ-avignon.fr

Belfort *Michel Lenczner*
Laboratoire Mécatronique3M - UTBM
90010 Belfort Cedex
Tél. : 03 84 58 35 34 - Fax : 03 84 58 31 46
Michel.Lenczner@utbm.fr

Besançon *Mihai Bostan*
UFR Sciences et Techniques
16 route de Gray
25030 Cedex BESANÇON
Tél : 03 81 66 63 38 - Fax : 03 81 66 66 23
mbostan@descartes.univ-fcomte.fr

Bordeaux *Cédric Galusinski*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université de Bordeaux I
351 cours de la Libération
33405 TALENCE Cedex
Tél. : 05 57 96 21 28 - Fax : 05 56 84 26 26
galusins@math.u-bordeaux.fr

Brest *Marc Quincampoix*
Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université de Bretagne Occidentale
BP 809 - 29285 BREST Cedex
Tél. : 02 98 01 61 99 - Fax : 02 98 01 67 90
Marc.Quincampoix@univ-brest.fr

Cachan ENS *Sylvie Fabre*
CMLA-ENS Cachan
61 avenue du Président Wilson
94235 CACHAN Cedex
fabre@cmla.ens-cachan.f

Clermont - Ferrand *Rachid Touzani*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université Blaise Pascal,
BP 45 - 63177 AUBIERE Cedex
Tél. : 04 73 40 77 06 - Fax : 04 73 40 70 60
Rachid.Touzani@math.univ-bpclermont.fr

Compiègne *Véronique Hédou-Rouillier*
Équipe de Mathématiques Appliquées
Departement Génie Informatique
Université de Technologie
BP 20529 - 60205 COMPIEGNE Cedex
Tél : 03 44 23 49 02 - Fax : 03 44 23 44 77
Veronique.Hedou@dma.utc.fr

Dijon *Christian Michelot*
UFR Sciences et techniques
Université de Bourgogne
BP400 - 21004 DIJON Cedex
Tél. : 03 80 39 58 73 - Fax : 03 80 39 58 90
michelot@u-bourgogne.fr

Evry la Génopole *Bernard Prum*
Département de Mathématiques
Université d' Évry Val d'Essonne
Bd des Coquibus - 91025 ÉVRY Cedex
Tél. : 01 60 87 38 06 - Fax : 01 60 87 38 09
prum@genopole.cnrs.fr

Grenoble *Pierre Saramito*
Laboratoire de Modélisation et Calcul - IMAG
Université Joseph Fourier
BP 53 - 38041 GRENOBLE Cedex 9
Tél. : 04 76 51 46 10 - Fax : 04 76 63 12 63
Pierre.Saramito@imag.fr

Grenoble 2 *Frédérique Letué*
Bât. des Sciences de l'homme de la société
BP 47 - 38040 GRENOBLE Cedex 9

Tél. : 04 76 82 59 58 - Fax : 04 76 82 56 40
Frederique.Letue@iut2.upmf-grenoble.fr

Israël *Ely Merzbach*
Dept. of Mathematics and Computer Science
Bar llan University. Ramat Gan.
Israël 52900
Tél. : (972-3)5318407/8 - Fax : (972-3)5353325
merzbach@macs.biu.ac.il

La Réunion *Philippe Charton*
Dépt. de Mathématiques et Informatique
IREMIA,
Université de La Réunion - BP 7151
97715 SAINT-DENIS Cedex 9
Tél. : 02 62 93 82 81 - Fax : 02 62 93 82 60
Philippe.Charton@univ-reunion.fr

Le Havre *Adnan Yassine*
ISEL
Quai Frissard
B.P. 1137 - 76063 LE HAVRE Cedex
Tél. : 02 32 74 49 16 - Fax : 02 32 74 49 11
adnan.yassine@univ-lehavre.fr

Lille *Caterina Calgaro*
Laboratoire Paul Painlevé - UMR 8524
Université des Sciences et Technologies de Lille
Bat. M2, Cité Scientifique,
59655 VILLENEUVE D'ASCQ Cedex
Tél. : 03 20 43 47 13 - Fax : 03 20 43 68 69
Caterina.Calgaro@univ-lille1.fr

Limoges *Paul Armand*
LACO, ESA 6090 - Univ. de Limoges
123 avenue A. Thomas
87060 LIMOGES Cedex
Tél. : 05 55 45 73 30
Fax : 05 55 45 73 22
paul.armand@unilim.fr

Lyon *Michèle Chambat*
Laboratoire d'Analyse Numérique
MAPLY - Bat. 10
Université Lyon I
43 bd du 11 Novembre 1918
69622 VILLEURBANNE Cedex
Tél. : 04 72 44 85 25 - Fax : 04 72 44 80 53
chambat@lan.univ-lyonl.fr

Marne La Vallée *Pierre Vandekerkhove*
Equipe d'Analyse et de Math. Appliquées
Univ. de Marne-la-Vallée Cité Descartes
5 bd Descartes -
77454 MARNE-LA-VALLÉE Cedex 2
Fax : 01 60 95 75 45 -
vandek@math.univ-mlv.fr

Maroc *Khalid Najib*
École nationale de l'industrie minérale
Bd Haj A. Cherkaoui, Agdal
BP 753, Rabat Agdal
01000 RABAT
Tél. : 00 212 37 77 13 60 - Fax : 00 212 37 77 10 55
najib@enim.ac.ma

Mauritanie *Zeine Ould Moharned*
Équipe de Recherche en Informatique et Mathématiques Appliquées
Faculté des Sciences et Techniques
Université de Nouakchott
BP 5026 - NOUAKCHOTT-MAURITANIE
Tel : 222 25 04 31 - Fax : 222 25 39 97
zeine@univ-nkc.mr

Metz *Zakaria Belhachmi*
Département de Mathématiques
Université de Metz
Ile du Saulcy - 57 045 METZ Cedex 01.
Tél. : 03 87 54 72 87 - Fax : 03 87 31 52 73
belhach@poncelet.univ-metz.fr

Montpellier *Oana Iosifescu*
Laboratoire ACSIOM
Université de Montpellier II, CC51
Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER Cedex 5
Tél : 04 67 14 32 58 - Fax : 04 67 14 35 58
iosifescu@math.univ-montp2.fr

Nantes *Catherine Bolley*
École Centrale de Nantes
BP 92101 - 44321 NANTES Cedex 3.
Tél :02 40 37 25 17 - Fax :02 40 74 74 06
Catherine.Bolley@ec-nantes.fr

Nancy *Didier Schmitt*
Institut Élie Cartan
Université de Nancy 1 - BP 239
54506 VANDŒUVRE LÈS NANCY cedex
Tél. : 03 83 91 26 67 - Fax : 03 83 28 09 89
Didier.Schmitt@iecn.u-nancy.fr

Nice *Chiara Simeoni*
Lab. Jean-Alexandre Dieudonné
UMR CNRS 621
Université de Nice, Parc Valrose
06108 NICE Cedex 2
Tél. : 04 92 07 60 31 - Fax : 04 93 51 79 74
simeoni@math.unice.fr

Orléans *Maïtine Bergounioux*
Dépt. de Mathématiques - UFR Sciences
Université d'Orléans - BP. 6759
45067 ORLEANS Cedex 2
Tél. : 02 38 41 73 16 -Fax : 02 38 41 72 05
maitine@labomath.univ-orleans.fr

Paris I *Jean-Marc Bonnisseau*
UFR 27 - Math. et Informatique
Université Paris I - CERMSEM
90 rue de Tolbiac 75634 PARIS Cedex 13
Tél. : 01 40 77 19 40-Fax : 01 40 77 19 80
jeanmarc.bonnisseau@uni-paris1.fr

Paris V *Chantal Guihenneuc-Jouyaux*
Laboratoire de statistique médicale
45 rue des Saints Pères - 75006 PARIS
Tél. : 01 42 80 21 15 - Fax : 01 42 86 04 02
chantal.guihenneuc@univ-paris5.fr

Paris VI *Olivier Glass*
Laboratoire Jacques-Louis Lions,
Case courrier 187
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu - 75250 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 71 69 - Fax : 01 44 27 72 00
(glass@ann.jussieu.fr

Paris VI *Nathanael Enriquez*
Lab. de Probabilités et Modèles Aléatoires
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 54 76 - Fax : 01 44 27 72 23
enriquez@ccr.jussieu.fr

Paris IX *Céline Grandmont*
CEREMADE - Univ. de Paris Dauphine
Place du Mal de Lattre de Tassiny
75775 PARIS Cedex 16
Tél. : 01 44 05 48 71 - Fax : 01 44 05 45 99
grandmont@ceremade.dauphine.fr

Paris XI *Laurent Di Menza*
Mathématiques Bat. 425
Univ. de Paris-Sud - 91405 ORSAY Cedex
Tél. : 01 69 15 60 32 - Fax : 01 69 15 67 18
laurent.dimenza@math.u-psud.fr

Paris XII *Yuxin Ge*
UFR de Sciences et Technologie
Univ. Paris 12 - Val de Marne
61 avenue du Général de Gaulle
94010 CRETEIL Cedex
Tél. : 01 45 17 16 52
ge@univ-paris 12.fr

Ecole Centrale de Paris *Florian De Vuyst*
Ecole Centrale de Paris
Laboratoire Mathématiques Appliquées aux Systèmes,
Grande Voie des Vignes,
92295 Châtenay-Malabry cedex France
Tél. : 01 41 13 17 19 - Fax : 01 41 13 14 36
florian.de-vuyst@ecp.fr

Pau *Brahim Amaziane*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées-IPRA
Université de Pau
Avenue de l'Université - 64000 PAU
Tél. : 05 59 92 31 68/30 47
Fax : 05 59 92 32 00
brahim.amaziane@univ-pau.fr

Perpignan *Didier Aussel*
Département de Mathématiques
Université de Perpignan
52 avenue de Villeneuve
66860 PERPIGNAN Cedex
Tél. : 04 68 66 21 48 - Fax : 04 68 06 22 31
aussel@univ-perp.fr

Poitiers *Alain Miranville*
Département de Mathématiques
Université de Poitiers
Bd Marie et Pierre Curie - BP 30179
86962 FUTUROSCOPE CHASSENEUIL Cedex
Tél. : 05 49 49 68 91 - Fax : 05 49 49 69 01
Alain.Miranville@mathlabo.univ-poitiers.fr

Polytechnique *Carl Graham*
CMAP
Ecole Polytechnique
91128 PALAISEAU
Tél. : 01 69 33 46 33 - Fax : 01 69 33 30 11
carl@cmapx.polytechnique.fr

Rennes *Nicoletta Tchou*
IRMAR - Campus de Beaulieu
35042 RENNES Cedex
Tél. : 02 99 28 26 19 - Fax : 02 99 28 67 90
Nicoletta.Tchou@univ-rennes1.fr

Rouen *Adel Blouza*
Laboratoire Raphael Salem
Université de Rouen Site Colbert
76821 MONT-SAINT-AIGNAN Cedex
Tél. : 02 35 14 71 15 - Fax : 02 32 10 37 94
Adel.Blouza@univ-rouen.fr

Saint- Étienne *Alain Largillier*
Laboratoire Analyse Numérique
Université de Saint Étienne
23 rue du Dr Paul Michelon
42023 ST ÉTIENNE Cedex 2
Tél : 04 77 42 15 40 - Fax : 04 77 25 60 71
larg@anum.univ-st-etienne.fr

Savoie *Ioan Ionescu*
Université de Savoie
LAMA - UMR CNRS 5127
73376 LE BOURGET DU LAC Cedex
Tél. : 04 79 75 87 65 - Fax : 04 79 75 81 42
ionescu@univ-savoie.fr

Strasbourg *Photis Nobelis*
UFR de Mathématique et Informatique
Université Louis Pasteur
7 rue René Descartes
67084 STRASBOURG Cedex
Tél. : 03 88 41 63 08 - Fax : 03 88 6l 90 69
nobelis@math.u-strasbg.fr

Toulouse *Marcel Mongeau*
Laboratoire MIP Univ. Paul Sabatier
31062 TOULOUSE Cedex 04
Tél : 05 6l 55 84 82 - Fax : 05 6l 55 83 85
mongeau@cict.fr

Tours *Christine Georgelin*
Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique
Faculté des Sciences et Techniques de Tours
7 Parc Grandmont - 37200 TOURS
Tél. : 02 47 36 72 6l - Fax : 02 47 36 70 68
georgelin@univ-tours.fr

Tunisie *Henda El Fekih*
ENIT-LAMSIN
BP37 1002 - TUNIS-BELVÉDERE
Tél : 2161-874700 - Fax : 2161-872729
henda.elfekih@enit.rnu.tn

Uruguay *Hector Cancela*
Universitad de la República
J. Herrera y Reissign 565
MONTEVIDEO, URUGUAY
Tél. : + 598 2 7114244 ext. 112 - Fax : + 598 27110469
cancela@fing.edu.uy

Zurich *Michel Chipot*
Angewandte Mathematik
Universität Zürich
Winterthurerstr. 190 - CH 8057 Z ÜRICH
Tél. : (41) 1 635 58 50
Fax : (41) 1 635 57 05
chipot@amath.unizh.ch