

COMITÉ DE RÉDACTION

Rédacteur en chef

Alain Largillier

Laboratoire Analyse Numérique 23, rue du Dr P. Michelon - 42023 St Étienne cedex 2 Tél. :
04 77 48 15 40 - Fax : 04 77 25 60 71 largillier@univ-st-etienne.fr

Rédacteurs

Nouvelles des universités

Naïma Debit

Univ. Lyon 1, Modélisation et calcul scientifique, 15 bd Latajet, 69622 Villeurbanne cedex
Tél. : 04 72 43 10 93 - Fax : 04 72 43 11 45 Naima.Debit@seawolf.univ-lyon1.fr

Nouvelles du CNRS

Christine Bernardi

Lab. Jacques-Louis Lions, Univ. Pierre & Marie Curie, 175, rue du Chevaleret - 75013 Paris
Tél. : 01 44 27 62 25 - Fax : 01 44 27 72 00 bernardi@ann.jussieu.fr

Résumés de livres

Thierry Colin

Mathématiques Appliquées de Bordeaux, Université Bordeaux 1
351 cours de la Libération, 33405 Talence cedex
Tél. : 05 57 96 21 20 - Fax : 05 56 84 26 26 colin@math.u-bordeaux.fr

Résumés de thèses

Adel Blouza

Lab. Raphael Salem, Univ. de Rouen, Site Colbert, 76821 Mont-Saint-Aignan Cedex
Tél. : 02 35 14 71 15 - Fax : 02 32 10 37 94 Adel.Blouza@univ-rouen.fr

Du côté des industriels

Bertrand Maury

Lab. Jacques-Louis Lions, Univ. Pierre & Marie Curie, 175, rue du Chevaleret - 75013 Paris
Tél. : 01 44 27 58 73 - Fax : 01 44 27 72 00 maury@ann.jussieu.fr

Du côté des écoles d'ingénieurs

Catherine Bolley

École centrale de Nantes - BP 92101 - 44321 Nantes cedex 3
Tél. : 02 40 37 25 17 - Fax : 02 40 74 74 06 Catherine.Bolley@ec-nantes.fr

Info-chronique

Philippe d'Anfray

CEA DTI/SISC — Tél. : 01 69 08 14 34 - Fax : 96 08 Philippe.Anfray@cea.fr

Du côté de l'histoire

Philippe Abgrall, Pascal Crozet

P. A. : 90 bis av. de la Résistance - 93340 Le Raincy
Fax : 01 43 01 03 96 p.abgrall@freesurf.fr
P. C. : 5 rue Auger - 75020 Paris - Tél. : 01 43 79 39 31 crozet@paris7.jussieu.fr

Math. appli. et applications des maths

Patrick Chenin

Université Joseph Fourier - BP 53 - 38041 Grenoble cedex 9
Tél. : 04 76 51 49 94 - Fax : 04 76 63 12 63 Patrick.Chenin@imag.fr

Congrès et colloques

Boniface Nkonga

Dépt de Mathématiques Appliquées, Université de Bordeaux I,
351, Cours de la Libération - 33405 Talence cedex nkonga@math.u-bordeaux.fr

Vie de la communauté

Rachid Touzani

Lab. de Mathématiques Appliquées, Univ. Blaise Pascal, BP 45 - 63177 Aubière cedex
Tél. : 04 73 40 77 06 - Fax : 70 60 Rachid.Touzani@math.univ-bpclermont.fr

Matapli sur le Web

Alain Prignet

Mathématiques - Université d'Orléans - Rue de Chartres
45067 Orléans cedex 02 Alain.Prignet@labomath.univ-orleans.fr

MATAPLI - Bulletin n°74, mai 2004 - Édité par la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles.

Directeur de la publication

Michel Théra, président de la Smai, Institut Henri Poincaré, Paris.

Publicité et relations extérieures

G. Tronel - 175, rue du Chevaleret - 75013 Paris
Tél. : 01 44 27 72 01 - Fax : 01 44 27 72 00

Composition et mise en page

Martine Barbelenet

Édition

Vuibert - 20 rue Berbier-du-Mets - 75647 Paris Cedex 13

Impression

www.vuibert.fr

STEDI - 1 boulevard Ney - 75018 Paris

LE MOT DU PRÉSIDENT

par Michel Théra

Durant trois ans, la présidence de la SMAI fut une expérience passionnante à laquelle j’ai consacré avec plaisir du temps et de l’énergie.

Je constate aujourd’hui que le socle pour continuer à bâtir est solide. Dès, le 18 juin 2004, il appartiendra à la nouvelle équipe de définir et de conduire la politique de la SMAI pour les prochaines années.

Je souhaite que la SMAI puisse accroître et entretenir ses relations avec le monde de l’industrie et des services, ce à quoi s’attachait l’équipe sortante. C’est ainsi que nous avons mis sur pied avec le CNRS, la série de rencontres « Les mathématiciens et les industriels se parlent ». L’activité annuelle du CEMRACS va dans ce sens. Les réflexions sur les thèmes « Les métiers des mathématiques » et « Le rôle des mathématiques dans l’industrie et les services » abordés à l’occasion des 20 ans de la Smai doivent être continués.

Au cours de mon mandat, j’ai acquis la conviction que, tout en gardant sa spécificité, la SMAI devait collaborer avec l’ensemble des mathématiciens, de la SMF et de la SFdS. Plus encore actuellement, alors que la recherche mathématique est mise en péril par le recul des recrutements dans les universités où est concentré l’essentiel de la recherche en mathématique. Cette coopération entre les sociétés représentatives des mathématiciens doit se réaliser dans la confiance, tout en veillant à ce que les recrutements de chercheurs, particulièrement au CNRS, renforcent la représentation des mathématiciens appliqués. Ces actions relèvent des missions de la SMAI.

C’est aussi son rôle d’accueillir de nouvelles thématiques. Notre société savante doit être réceptive à toutes les thématiques appliquées. Cet objectif nous a récemment conduit à nous associer à la ROADEF (société française de recherche opérationnelle et d’aide à la décision), en partenariat avec EDPSciences, afin de relancer une revue de recherche opérationnelle. Celle-ci complétera les séries existantes de la série ESAIM : COCV, M2AN et P& S (sans oublier la série PROC) dont le développement est l’affaire de tous.

Par ailleurs, la SMAI se doit d’être davantage à l’écoute des jeunes chercheurs. Elle doit leur offrir la possibilité de s’impliquer au sein du bureau de l’association.

Enfin la SMAI doit poursuivre une présence active auprès des tutelles dont les politiques commandent l’avenir des mathématiques appliquées.

Au moment d’abandonner la présidence, je tiens à remercier les divers collaborateurs pour l’aide efficace et généreuse qu’ils m’ont apportée, et à souhaiter bonne chance au nouveau président et à son équipe pour continuer à renforcer l’action de notre société par de nouvelles initiatives.

SOMMAIRE

Le mot du président, par M. Théra	1
Smai Infos	
Compte-rendu des bureaux de la Smai, par A. Prignet	3
Nouvelles des mathématiques appliquées	
Commentaires sur le texte de C. Peskine et M. Enock, par Jean-Claude Nédelec	9
Mathématiques appliquées	
Nouvelles tendances en optimisation de forme, par A. Henrot & J. Sokolowski	13
La recherche de gènes impliqués dans une maladie, par B. Prum	33
Revue de presse	
Critiques de livres	43
En direct de l'Histoire	
On the History and Perspectives of Control Theory, par E. Zuazua	47
Enseignement et vie doctorale	
Le Centre international de mathématiques pures et appliquées, par M. Jambu	75
Résumés de thèses, par A. Blouza	81
Congrès et colloques	
Annonces de colloques, par B. Nkonga	85
Tribune libre	
La Bibliothèque nationale de France et les mathématiques, par G. Tronel	87
Bulletins d'adhésion 2004	
Correspondants régionaux	

COMPTE-RENDUS DE LA SMAI

par Alain Prignet

Compte-rendu du bureau de la Smai du 7 novembre 2003

Présents : C. Picard, A. Prignet, M. Théra. Invités : A. Largillier, G. Tronel

La place Maurice Audin (près de l'angle entre la rue des Ecoles et la rue Monge) va être inaugurée le 5 décembre. G. Tronel présente le prix M. Audin qui pourrait être remis à l'occasion de l'anniversaire de sa naissance (février) ou de sa disparition (juin). Ce prix sera financé par souscription. Une annonce doit être faite dans *Matapli*.

Un appel à manuscrit doit être fait pour la collection *Mastere* avec un objectif de sortie en septembre 2004.

Pour les colloques parrainés un envoi en début de mois via la liste Smai est décidé. Il s'ajoute à l'annonce dans la lettre Smai-Info.

Les colloques de la Smai (directement ou via ses groupes) seront désignés par « de la Smai » ou « -Smai » : journée du groupe Mode/Gamni/Mas/Afa de la Smai Canum-Smai, Cemracs-Smai.

Organisation le 28 novembre d'une manifestation pour les prix de l'Académie en informatique et mathématiques appliquées. Impression de la plaquette à 2200 exemplaires par la Smai. Le cocktail sera pris en charge par la Smai, l'Inria, le Cnes, l'université Paris 6, la DGA.

Discussion concernant la préparation de l'assemblée générale de la Smai le 12 mars. L'AG se déroulerait en fin de matinée précédée et suivie d'exposés scientifiques. La date limite de dépôt des candidatures au conseil d'administration est fixée au 9 janvier.

Le numéro 73 de *Matapli* devra être bouclé mi-décembre et sera relu début janvier.

Compte-rendu du bureau de la Smai du 11 décembre 2003

Présents : F. Bonnans, C. Picard, A. Prignet, M. Théra. Invité : B. Prum

Le comité éditorial de *Mathématiques et Applications* (revue éditée par Springer) va être modifié, il faut veiller à ce qu'il ne soit pas déséquilibré.

La gestion de la rubrique « Actualités » du site Web est confiée à Marie Postel.

La gestion des colloques parrainés sera plus efficace avec une synthèse pour le bureau faite en début de mois. Une réponse standard pour les organisateurs et un « kit » publicitaire sera prévu. La liste des colloques sera diffusée via la liste Smai, la lettre Smai-Info et visible sur le site Web (des modifications seront nécessaires).

Matapli n°74 - Mai 2004

Matapli n°74 - Mai 2004

Les éditeurs en chef de la revue *ESAIM : P&S* vont être renouvelés. Un numéro spécial est prévu en 2005.

Le congrès Smai 2005 se déroulera du 23 au 27 juin 2005 au VVF d'Evian. Il faut organiser le conseil scientifique (avec notamment des représentants des groupes de la Smai).

Séminaire Smai/CNRS autour de la société GENSET, coordonné par B. Prum. Prévu pour fin mars, il comportera 3 ou 4 exposés.

Le comité éditorial de la revue *Mastere* sera composé de A. Cohen, C. Conca, J. Istas, M. Théra.

Un comité éditorial est proposé pour la revue *RO*.

Un numéro spécial de *Matapli* va être édité pour les 20 ans de la Smai. Il reprendra des comptes-rendus et des textes liés aux manifestations qui ont été organisées à cette occasion. Il est coordonné par C. Picard. Il est prévu de le tirer à 3000 exemplaires.

Le *Matapli* 72 est en retard suite à un problème avec l'imprimeur. Le numéro 73 devra être chez le routeur fin janvier pour arriver chez les adhérents début février.

Une demande de financement à été faite pour la chaire Unesco consacrée aux mathématiques. Sous réserve de l'avis du conseil d'administration. Il est proposé de participer à hauteur de 500€.

Compte-rendu du bureau de la Smai du 8 janvier 2004

Présents : F. Bonnans, C. Le Bris, C. Picard, A. Prignet, M. Théra

Invités : C. Peskine, S. Cordier

Séminaire *mathématiques/industrie* : celui-ci se déroulerait en collaboration avec le CNRS. Une discussion sur la faisabilité a lieu : format, durée périodicité, public visé. Cette année un seul séminaire aurait lieu et pourrait se dérouler autour de la société GENSET.

Discussion de la proposition de Stéphane Cordier de journées d'accueil des nouveaux maîtres de conférences. La Smai trouve l'idée très intéressante et elle est prête à y participer sous une forme à définir.

Point sur les candidatures au conseil d'administration.

Publications de la Smai :

- collection *Mastere/Belin* : 4 manuscrits ont été soumis pour la future collection enseignement ;
- *ESAIM :Proc* : une précision a été apportée au prix de soumission.
- *RO* : Proposition d'un comité éditorial 50/50 Smai/Roadef, la gestion du secrétariat éditorial serait faite par la Smai. Une discussion est à prévoir avec EDPSciences concernant l'aspect financier ;

Comptes-rendus de la Smai

- *ESAIM :P&S* : un changement des éditeurs en chef est prévu, le groupe MAS doit être recontacté.

Ouverture d'un compte en banque pour le Canum 2004 et demande d'autorisation de signature pour les organisateurs du Cemracs 2004 sur le compte Cemracs.

Compte-rendu du bureau de la Smai du 5 février 2004

Présents : F. Bonnans, C. Picard, A. Prignet, M. Théra. Invitée : S. Darblade.

Secrétariat ESAIM :

- ajouter un tri par année dans la base ainsi que les délais ;
- faire un tableau de synthèse des soumissions ;
- faire un tableau trimestriel de synthèse des retards ;
- prévoir plus de modèles de lettres ;
- un défaut de confidentialité serait une faute très grave. Aussi, il faudrait que les rapporteurs ne soient plus connus du secrétariat éditorial mais ceci est difficile. De plus, il faudrait qu'une copie de tous les courriers destinés aux auteurs soit envoyée au secrétariat éditorial ;
- les feuillets publicitaires 2004 sont parus ;
- prévoir une liste d'adresses électroniques par revue pour faire de la publicité.

Publications de la Smai :

- *RO* : le conseil d'administrations de la Smai aura lieu le 12 mars et celui de ROADEF le 15 mars 2004. Une discussion avec EDPSciences aura lieu très prochainement ;
- collection *Mathématiques & Applications* : le comité éditorial va être partiellement modifié ;
- collection *Mastere* : manque de soumission de manuscrits. Il faudra signer un engagement avec Belin. Le comité est chargé de faire des propositions au conseil d'administration pour le démarrage effectif de la collection.

Secrétariat de la Smai : accord temporaire pour quatre jours de présence hebdomadaire.

Les deux demandes de parrainage de colloques sont acceptées.

Journée Beaubourg l'engagement financier de la Smai est à vérifier.

Colloque *AMAM* : discussion au sujet d'une subvention tardive. L'état des comptes est demandé.

Matapli n°74 - Mai 2004

Compte-rendu du bureau de la Smai du 13 février 2004

Présents : C. Picard, A. Prignet, M. Théra.

Ce bureau exceptionnel fait suite au bureau du 5 février.

La demande d'aide aux universités palestiniennes sera discutée lors du prochain conseil d'administration.

Le séminaire *Math-Industrie* sera organisé par le CNRS et la Smai avec le soutien de la SMF. Cette manifestation sera centrée sur la génomique avec la participation de la société GENSET. Elle aura lieu à l'IHP avant la fin de l'année. L'organisation scientifique est confiée à B. Prum. Le CNRS prendra en charge le cocktail.

Journée à Beaubourg le 18 mars : les affiches annonçant cette manifestation seront envoyées la semaine prochaine dans tous les laboratoires de mathématiques. La Smai se chargera de l'envoi aux laboratoires qui ne sont pas sur la liste de la SMF et à ses correspondants régionaux. L'information est déjà passée sur le serveur de la Smai. Budget : 3000€ ont été demandés à la mairie de Paris.

L'assemblée générale et la journée scientifique du 2 avril aura lieu à Limoges. Un soutien financier du conseil régional du Limousin a été obtenu. Y. Maday organisera la journée scientifique : 2 ou 3 exposés et une table ronde.

Matapli spécial 20 ans : il manque encore quelques textes par rapport au sommaire du 3/12.

Smai 2005 : la discussion concernant les comités d'organisation et scientifiques continue.

Compte-rendu du bureau de la Smai du 12 mars 2004

Présents : F. Bonnans, C. Picard, A. Prignet, C. Saguez, M. Théra.

Rapport financier :

- secteur association (non fiscalisé) : les adhésions stagnent, le coût des 20 ans est de 9000€ d'où un résultat déficitaire de 8000€ (hors produits financiers). Le coût de *Matapli* (22000€ de composition et impression, 4700€ de routage, 3300€ d'affranchissement) est trop élevé et il faudrait essayer de réduire les frais de composition ;
- secteur fiscalisé : le compte ESAIM est juste équilibré cette année depuis la baisse de la contribution éditoriale d'EDPSciences. L'édition des Oeuvres Choisies de J.-L. Lions a coûté 3000€. Les activités Canum et Cemracs ont un résultat positif au 31 décembre 2003, mais les comptes ne sont pas clos. Le résultat consolidé est de 11656€ avant expertise.

Gestion financière du Cemracs : à discuter avec les organisateurs passés et futurs.

Comptes-rendus de la Smai

Discussions au sujet de l'intégration dans la collection *ESAIM* de la revue *RO* (recherche opérationnelle).

Congrès Smai 2005 : réunion de lancement en avril.

Journée d'accueil pour les jeunes maîtres de conférences : la Smai ne souhaite pas que sa contribution financière soit trop importante.

CFEM : proposition de désigner 3 personnes, coût 1200€ pour quatre ans. La question se pose de savoir à quelles organisations participer. Il faudrait restructurer la commission enseignement.

Compte-rendu du conseil d'administration de la Smai du 12 mars 2004

Présents : M. Asch, G. Bayada, A. Blouza, F. Bonnans, C. Bonnet, J.-M. Bonnisseau, P. Chenin, T. Colin, O. GIBARU, S.M. Kaber, B. Lucquin, C. Picard, A. Prignet, C. Saguez, M. Théra, R. Touzani, B. Ycart.

Représenté : J. Istas

Bilan financier : voir compte-rendu du bureau de ce même jour.

Le financement du prix Jacques-Louis Lions est actuellement assuré par l'argent légué par l'association pour le congrès J.-L. Lions. Ceci rapporte 1500€ pour 2 ans pour un coût de 2200€ (sauf cette année où la Smai a payé la part du Cnes soit au total 6600€). Il est choisi d'augmenter le montant de l'argent placé afin que les intérêts couvrent les dépenses du prix.

Il est discuté l'aspect judicieux des placements en actions. Le conseil d'administration recommande une politique de prudence par la conversion progressive des placements action en placements plus sûrs.

La trésorière Colette Picard est remerciée pour son action et ce bilan qui est le dernier de son mandat.

L'idée d'un numéro commun *Matapli-Gazette des mathématiques* n'est pas soutenue.

Collection *Mathématiques & Applications* : présentation de la liste proposée pour le comité de lecture. Il est fait remarquer que la CAO ne semble pas représentée.

Le conseil d'administration approuve à l'unanimité la corédaction éditoriale avec ROADEF de la revue *RAIRO-RO* (recherche opérationnelle) suivant les modalités présentées. Une discussion a eu lieu en ce qui concerne l'appartenance de la revue à la collection *ESAIM*. Le conseil d'administration approuve à l'unanimité la nomination des rédacteurs en chefs A. Billionet, P. Chretienne et P. Mahey.

La nouvelles collection *Mastere* de la Smai attend maintenant des ouvrages. Le comité éditorial est composé de M. Théra, A. Cohen, J. Istas, C. Conca.

Matapli n°74 - Mai 2004

Aide à la Chaire Unesco de Tunis : le conseil d'administration a envisagé différents moyens de soutien à cette chaire, et en particulier des fournitures de livres à hauteur de 500€.

Proposition de collecte de livres pour les universités palestiniennes : le conseil d'administration accepte de répondre favorablement à la demande formulée par A. Bliman et I. Ekeland de soutenir la collecte des ouvrages et confie au bureau le suivi de l'opération.

Mise à jour d'ACM (Agenda des conférences en mathématiques) : proposition de faire appel à une entreprise. Ceci recueille l'unanimité moins une voix contre et 3 abstentions.

Journée d'accueil des jeunes enseignants-chercheurs/chercheurs : le conseil d'administration souhaiterait que cette journée soit associée à une activité scientifique. Par exemple, le colloque Smai 2005 pourrait en être l'occasion.

Le séminaire CNRS/Smai sera organisé à l'IHP par B. Prum avec GENSET autour du thème de la génomique. D'autres séminaires pourront suivre.

Le congrès Smai 2005 se déroulera au VVF d'Evian 23/27 mai organisé par Orsay. Une réunion est prévue en avril.

Question diverses :

- représentant au conseil de l'IHP : C. Picard et A. Blouza (remplaçant) ;
- l'UPS propose d'avoir des correspondants mutuels. L'UPS propose Luc Vallette. La Smai propose P. Spiteri.

Compte-rendu de l'assemblée générale du 2 avril 2004 à Limoges

Les rapports moraux et financiers sont adoptés à l'unanimité.

Sont élus au conseil d'administration :

- D. Chapelle,
- J.-M. Crolet,
- M. Esteban,
- J. Istas,
- S. Jaffard,
- E. Godlewski,
- P. Lascaux,
- A. Prignet,
- B. Prum.

Le Conseil d'administration réunit le 18 juin, remercie J.C. Nédelec pour son analyse de la situation de la recherche en mathématiques et souhaite que cette contribution permette l'ouverture d'un débat sur le rôle et la place des mathématiques appliquées.

COMMENTAIRES SUR LE TEXTE DE C. PESKINE ET M. ENOCK
« LA RECHERCHE EN MATHÉMATIQUES EN FRANCE »
« UNE PRIORITÉ STRUCTURELLE »
par Jean-Claude Nédelec

Le document *La recherche en mathématiques en France* a été diffusé en mars 2004 à tous les laboratoires de mathématiques associés au CNRS. Il décrit de façon exhaustive l'essentiel des activités du CNRS en mathématiques. La direction scientifique y expose avec clarté sa politique des années passées et ses opinions sur l'évolution souhaitable des mathématiques au CNRS. Il s'agit donc d'un document important, l'un des premiers écrits du genre à être rendu public. L'objectif de C. Peskine est d'organiser la défense et la publicité des mathématiques dans le contexte actuel où les inquiétudes motivées sur l'avenir de la recherche sont mises en exergue.

Ce texte aborde plusieurs thèmes :

- **mathématiques et enseignement** – en particulier la formation des ingénieurs ;
- **unité et ouverture des mathématiques** : il s'agit d'un vibrant plaidoyer en faveur des applications avec une liste, assez exhaustive, d'exemples d'interactions : vers la physique théorique, la mécanique (solide et fluide, météorologie), le traitement du signal et des images, l'informatique (logique, théorie des nombres), la génomique (statistiques), l'économie et la finance.
- **recrutement et formation**
- **structure des mathématiques au CNRS, son rôle et ses moyens**

On ne peut qu'approuver une telle présentation des mathématiques, ouvertes sur le monde extérieur, faisant preuve d'initiative et de mobilité, attachées à la qualité du recrutement.

Les critiques sur les dysfonctionnements : charge d'enseignement trop lourde pour les MC, recrutement local, immobilité thématique et géographique, sont également bienvenues concernant tant le CNRS que l'université.

Mais quid de cet appel idéologique à l'unité des mathématiques qui va même jusqu'à proposer une fusion des sections 25^e et 26^e du CNU : « querelle stérile », « la division des mathématiques... est dépassée ».

Pourquoi ranimer un conflit ancien et enfin éteint, et réaffirmer ainsi la volonté hégémonique de certains mathématiciens ? Ainsi, seul l'IMU (et sa volonté d'unité des mathématiques) est mentionné en ignorant l'existence de CI-CIAM (qui fédère pourtant toutes les sociétés de mathématiques appliquées

mondiales et organise un congrès mondial (ICIAM) tous les quatre ans). La SMAI n'est pas un partenaire avéré du CNRS (ce qui est le cas de la SMF) et pourtant les relations entre les deux sociétés (SMF et SMAI) sont plutôt bonnes depuis quelques années et leur regroupement géographique à l'IHP.

Enfin est affichée la volonté de regroupement de tous les laboratoires purs et appliqués que la direction tente avec obstination d'imposer partout en France (avec quelques succès) depuis quelques années.

Voici quelques éléments d'analyse et de réponse à ces prétentions hégémoniques que beaucoup de mathématiciens qui ont oeuvré dans le passé et le présent pour une ouverture vers l'industrie, considèrent comme hors de propos.

Fusion 25–26

Les effectifs actuels des deux sections interdisent de fait un fonctionnement correct en une seule section qui gèrerait plus de 3000 enseignants. La répartition actuelle des communautés correspond au choix qu'elles ont fait (lors de la scission) de s'inscrire en 25^e ou en 26^e. Rappelons que la section précédente (23^e) fonctionnait en quatre sous-sections dont l'une (la 23-4 qui regroupait toutes les mathématiques appliquées de l'ancienne 18^e section) était complètement indépendante. Lors de la scission, la communauté des analystes a décidé de se répartir sur les deux sections (correspondant en gros à une séparation entre analyse linéaire et analyse non-linéaire). Une nouvelle tendance se dessine actuellement avec une large majorité des analystes qui choisissent une inscription en 26^e. Le choix de la section n'est donc pas exclusivement lié au choix pur ou appliqué, mais bien à l'appartenance à une sous-communauté. D'ailleurs la 25^e a un petit nombre de mathématiciens appliqués, tandis que la 26^e a beaucoup de probabilistes ou d'ergodiciens très purs. Les deux sections se réunissent au même moment et en un même lieu, ce qui permet des évaluations croisées sur des dossiers de qualification ou de promotion.

Enfin les critères d'évaluation ne sont pas les mêmes, bien que chacune des deux sections recherche avant tout l'excellence scientifique. La définition de celle-ci dépend des thèmes et des communautés. La 26^e section n'a certainement pas le monopole des applications des mathématiques. Mais le souci des applications (y compris dans la réalisation de logiciels de calcul ou d'études pluridisciplinaires) est un élément clé de l'évaluation des enseignants-chercheurs en 26^e section, ce qui est loin d'être le cas en 25^e section.

Par ailleurs, les départements d'ingeneering n'existent pas dans le système des universités en France. Il est clair qu'une partie de la communauté correspondante se retrouve au sein de la 26^e section. Ces chercheurs seraient maltraités dans une section unifiée.

La politique de recrutement en chiffres

La politique du CNRS se juge d’abord sur les recrutements et c’est ce qui est le plus perçu dans les laboratoires.

Nous avons donc analysé les effectifs de la section de mathématiques à partir d’une liste très récente correspondant à très peu près aux 350 chercheurs annoncés par la direction.

Ne pouvant pas avec certitude associer un membre du CNRS à une section du CNU, nous avons jugé de la proximité thématique de ces chercheurs (critère d’appartenance potentielle à la 25^e ou à la 26^e section) au vu des publications (disponibles sur MathSciNet), en recoupant en outre avec le laboratoire d’accueil et avec la communauté correspondante. En tant qu’ancien président de deux CNU successifs (et grâce à l’aide de plusieurs collègues que je remercie), nous pouvons garantir une marge d’erreur très faible.

Il apparaît qu’environ 115 membres sont proches de la 26^e section alors que 240 membres sont proches de la 25^e section. Le biais est énorme. Rappelons que la 26^e section a sensiblement plus de membres que la 25^e section.

Si l’on regarde les effectifs des 58 CR2, ce qui correspond aux recrutements récents (ceux de la commission actuelle), on retrouve un chiffre voisin de 30 pour cent. De plus, sur les 18 entrants étiquetés 26^e une bonne moitié sont dans la partie la plus pure de la section (EDP ou probabilités abstraites, ergodiciens...).

La même analyse sur les entrants des années 1994–2000 (ceux des commissions précédentes) conduit à un ratio plus favorable à la 26^e, de l’ordre de 43 pour cent. Ici apparaît clairement l’influence de la commission mise en place en 2001 et de la direction scientifique (via les nominations et les intitulés des postes).

D’un autre point de vue, si l’on cherche, parmi tous les membres du CNRS, ceux qui travaillent dans les thèmes appliqués, mentionnés dans le document de la direction, on trouve : 9 statisticiens ; 16 calcul scientifique ; 15 maths discrètes (presque tous sur des postes STIC) ; 2 maths financières (correspondant à des reconversions), et pas un seul jeune ; 2 traitement d’images (et sans doute 1 car la liste n’est pas à jour).

Ceci conduit à un effectif d’au plus 44 chercheurs qui sont concernés d’assez près par les applications, à comparer aux 350 membres de la section. La même analyse portant sur la 26^e section au sein de l’université conduit heureusement à des chiffres bien différents.

Comment le CNRS peut-il prétendre avec ces effectifs ridicules piloter l’ouverture des mathématiques ?

Comment s’explique ce déséquilibre, qui n’a pas toujours été aussi fort ?

L’une des raisons en est la mobilité qui est bien plus forte chez les

mathématiciens qui relèvent de la 26^e section. Ils partent majoritairement vers l'enseignement supérieur et sont remplacés par de jeunes entrants majoritairement 25^e. Ainsi sur les 18 départs des candidats recrutés depuis 1994, 12 relèvent de la 26^e section.

Les postes nouveaux qui ont été créés ces dernières années (la section a crû d'environ 100 membres en 15 ans) sont très loin d'avoir été réparti à égalité entre les deux communautés. En effet, l'effectif des membres proches de la 26^e section n'a quasiment pas augmenté.

En conclusion, si le document de politique diffusé par la direction met en avant les applications et l'ouverture des mathématiques, il insiste surtout sur l'unité des mathématiques. Quelle est la réelle signification de cet argument de nature idéologique ?

L'analyse des effectifs et des flux que nous avons mené, fait apparaître que la mobilité (qui est réelle et importante) tant pronée par la direction est surtout le fait des membres de la 26^e section. L'une des conséquences (non avouée) de ce fait est un déséquilibre croissant des mathématiques au CNRS en faveur des communautés de la 25^e section. Ne faudrait-il pas y remédier par une politique volontariste et effective en faveur des applications ?

PRIX DES PUBLICITÉS ET ENCARTS DANS MATAPLI POUR 2004

- 250 euros pour une page intérieure,
- 400 euros pour la 3^e page de couverture,
- 450 euros pour la 2^e page de couverture,
- 500 euros pour la 4^e page de couverture,
- 150 euros pour une demi-page,
- 300 euros pour envoyer avec Matapli une affiche format A4 (1500 exemplaires)

(nous consulter pour des demandes et prix spéciaux)

Envoyer un bon de commande au secrétariat de la Smai, Mme Duneau.

NOUVELLES TENDANCES EN OPTIMISATION DE FORME

par Antoine Henrot* & Jan Sokolowski†

I — INTRODUCTION

Cet article n'est pas le premier sur l'optimisation de forme à paraître dans Matpli. Il fait suite, en particulier, à un article paru en 2000, [3], qui présentait les activités du GDR *Optimisation et Contrôle actif de formes*. Ce précédent article donnait déjà de nombreux exemples de problèmes industriels et présentait un certain nombre de questions mathématiques qu'on est amené à se poser dans cette discipline. L'optimisation de forme est un domaine de recherche très dynamique et en constante évolution. Du coup, il nous a paru intéressant de refaire un point destiné aux non-spécialistes. De nouveaux problèmes d'origine industrielle apparaissent chaque année. Nous en donnons plusieurs exemples dans la section II. D'anciens problèmes, comme le problème aérodynamique de Newton ou les ensembles de Cheeger, sont également remis au goût du jour, grâce à de nouveaux résultats théoriques ou parce qu'ils apparaissent, de manière parfois inattendue, dans de nouveaux domaines d'application. Les avancées récentes sur les questions plus théoriques sont présentées à la section III. La section suivante présente le domaine, très étudié ces dernières années, de *l'optimisation topologique*. Au contraire de l'optimisation de forme classique où l'on se contente de modifier la frontière du domaine pour améliorer un certain critère (comme une aile d'avion), dans l'optimisation topologique, comme son nom l'indique, la topologie du domaine cherché n'est pas connue. On doit donc envisager, par exemple, d'introduire un certain nombre de trous. Les différents moyens qui ont été imaginés sont présentés à la section IV. Enfin, la dernière section présente succinctement les méthodes numériques utilisées dans ce domaine.

L'idéal, dans un tel article, serait de fournir au lecteur curieux un certain nombre de références pour aller plus loin. Il est difficile d'être exhaustif. Nous nous contenterons essentiellement de citer un ensemble de livres dont plusieurs sont parus ces dernières années et qui contiennent évidemment beaucoup de références. Il s'agit de : Pironneau 1984 [19], le premier livre à faire le tour du sujet, Banichuk 1990 [4], sur l'optimisation de structures, Sokolowski-Zolesio 1992 [20], qui décrit la manière d'écrire des conditions d'optimalité en introduisant l'outil de la dérivation par rapport au domaine,

*Ecole des Mines de Nancy et Institut Elie Cartan Nancy, henrot@iecn.u-nancy.fr, www.iecn.u-nancy.fr/henrot/

†Institut Elie Cartan Nancy, Jan.Sokolowski@iecn.u-nancy.fr, www.iecn.u-nancy.fr/sokolows/

Matapli n°74 - Mai 2004

Bendsoe 1995 [5], plus spécifiquement consacré à l'optimisation de structures (indiquons d'ailleurs qu'il existe davantage d'ouvrages sur l'optimisation de structures écrits par des mécaniciens, nous renvoyons à [1] pour une bibliographie beaucoup plus complète), Haslinger-Neittaanmaki 1996 [10], sur des questions numériques et en particulier l'approche par éléments finis ; Kawohl-Pironneau-Tartar-Zolésio 2000 [13], compte-rendu d'une série de cours présentant des avancées récentes dans le domaine ; Delfour-Zolesio 2001 [8], avec une approche plus géométrie différentielle et une utilisation approfondie de la fonction distance orientée ; Allaire 2002 [1], très complet sur l'optimisation topologique par la méthode de l'homogénéisation ; Bucur-Buttazzo 2002 [7], plutôt orienté vers la question de l'existence de solutions, Bendsoe-Sigmund 2003 [6], également consacré à l'optimisation topologique, Laporte-Le Tallec 2003 [14], faisant le point sur un certain nombre de méthodes numériques en optimisation de forme ; Haslinger-Mäkinen 2003 [9], avec un point de vue assez appliqué ; et... le très attendu Henrot-Pierre *Optimisation de forme*, très attendu au sens où cela fait plus de 5 ans qu'on annonce sa sortie imminente ! Signalons aussi un cours de troisième année de l'École polytechnique, *Conception optimale de structures* (également dû à Grégoire Allaire) qui peut faire une excellente et très complète introduction au sujet. Citons enfin un article de synthèse assez récent, dans la série *Le point sur...* des CRAS Mécanique [2]. Pour être complet, signalons que nous avons également écrit un article de vulgarisation sur l'optimisation de forme pour le grand public, dans la brochure que l'Institut Elie Cartan a édité à l'occasion des festivités sur 100 ans de maths à Nancy. Cette brochure peut être consultée sur http://www.iecn.u-nancy.fr/~tenenb/PUBLIC/IECN_2003/IECN2003.pdf.

Par ailleurs, le présent article doit beaucoup à l'existence d'un nouveau (depuis début 2002) GDR intitulé « Applications nouvelles de l'optimisation de forme », dirigé par A. Henrot. Le lecteur intéressé par ce GDR et qui souhaiterait, en particulier, se tenir au courant des réunions passées et futures, est invité à se reporter à la page web du GDR : <http://anofor.iecn.u-nancy.fr/>. On trouve aussi sur ce site, les coordonnées de la plupart des mathématiciens travaillant dans le domaine et, en particulier, des personnes citées dans le présent article qui sont le reflet des connaissances et des choix des auteurs. Il est évident que nous n'avons pas pu (ni su) citer toutes les personnes travaillant en France dans le domaine de l'optimisation de forme, nous espérons que ceux qui ne se retrouvent pas ici ne nous en tiendront pas rigueur.

II — DOMAINES DE RECHERCHE ACTUELS, ANCIENS ET NOUVEAUX

Aéronautique, espace

Historiquement, le premier secteur d'activité à avoir fait appel de manière systématique à l'optimisation de forme est l'aéronautique. Il s'agissait tout d'abord d'améliorer l'aérodynamisme de l'avion (réduction de la traînée ou amélioration de la portance par exemple). Sous l'impulsion de Dassault et EADS, c'est un secteur qui reste gros consommateur de notre discipline. On trouvera de nombreux exemples dans le livre de Mohammadi-Pironneau 2001 [16]. Grâce à l'amélioration des moyens de calcul, on peut prendre maintenant en compte des modèles plus complexes et plus réalistes comme par exemple la réduction de traînée en écoulements transsoniques à terme visqueux et turbulent. Il faut également noter que la CAO couplée avec l'optimisation de forme est maintenant très présente dans les problèmes industriels. Parmi les autres travaux récents, citons les recherches sur l'avion furtif (diminuer la S.E.R.(Surface Equivalent Radar)); cette question est aussi d'actualité pour les sous-marins ; l'aéroacoustique avec EADS et Airbus ou comment diminuer le bruit que fait un avion au décollage ; optimiser la forme des antennes spatiales avec Alcatel (J.A. Desideri, A. Habbal, A. Henrot, M. Masmoudi, B. Rousselet...).

Automobile

Dans ce secteur, il y a aussi de nombreux problèmes industriels conduisant à des problèmes d'optimisation de forme. Outre les classiques questions d'aérodynamisme ou de dimensionnement de pièces mécaniques, citons parmi les exemples les plus récents : la thèse Cifre de G. Villemain (optimisation d'un aimant inclus dans le système d'injection) ; les travaux de S. Jan à Toulouse, en collaboration avec PSA et Renault, autour du crash de véhicules ; la thèse commanditée par Valeo-systèmes d'essuyage et sur laquelle travaille F. Muradore : quelle forme devrait-on donner à un pare-brise de voiture pour que l'essuyage soit le plus efficace possible ?

Mécanique des structures

Le calcul de structures composites optimales par des techniques d'optimisation de forme, en particulier l'optimisation topologique et l'homogénéisation, ont rencontré de vifs succès dans différents domaines (génie civil, construction automobile, aéronautique,...) qui avaient déjà une expérience de l'optimisation de formes. Cependant, il existe encore de nombreux problèmes industriels qui peuvent être attaqués par ces méthodes d'optimisation topologique grâce à leur faible coût et facilité de mise en œuvre. Le lecteur

Matapli n°74 - Mai 2004

intéressé par cette discipline pourra trouver de nombreux exemples sur la page du Groupe d'optimisation de forme du CMAP (G. Allaire, F. Jouve, ...): www.cmap.polytechnique.fr/~optopo/.

Un autre domaine prometteur est la dynamique des structures couplées. Par exemple, B. Rousselet, avec THOMSON, propose l'étude couplée de l'optimisation et du contrôle de structures en régime dynamique. Sa mise en œuvre dans des situations complexes est prometteuse mais suppose une bonne maîtrise du comportement dynamique couplé.

Biologie, géologie, sciences du vivant

Un domaine assez fascinant en biologie dans lequel l'optimisation de forme a un rôle à jouer est celui de la *modélisation inverse*. Il s'agit de trouver de bons modèles décrivant le fonctionnement du corps humain. Prenons un exemple : on cherche à modéliser la façon dont le courant électrique se propage à l'intérieur d'un axone. On écrit alors des équations – en général différentielles ou aux dérivées partielles – pour décrire cette propagation. Partant ensuite de l'hypothèse que la nature tend à rechercher l'optimum, on en déduit quelle devrait être la **forme optimale** de l'axone. Si le modèle est réaliste, on doit tomber sur une forme proche de celle qu'on observe, sinon il faut changer de modèle (ou de critère à optimiser) !

Un autre sujet important est l'imagerie médicale ou l'identification de tumeurs. Par exemple, la modélisation du développement de tumeurs cancéreuses et tous les problèmes d'identification (en vue de la classification) qui y sont inhérents. On rejoint là le paragraphe suivant, puisqu'il s'agit généralement de problèmes inverses géométriques. Un autre exemple original et nouveau est celui de la conception optimale d'implants intraoculaires. Ce travail, mené par F. Jouve avec une jeune société de bio-ingénierie, consiste à rechercher des implants optimaux pour l'opération de la cataracte.

En sciences de la terre, de nombreux travaux portent sur la détermination, par différentes techniques d'investigations, des propriétés géométriques et des caractéristiques mécaniques et hydrauliques des terrains. La détermination de ces propriétés et caractéristiques, très variables dans un milieu naturel, est essentielle pour comprendre et prévoir le comportement des ouvrages (miniers, génie civil, cavités de stockage). Dans ce cadre de nombreux problèmes d'identification des couches du sous-sol, de fractures et surfaces de rupture, etc. peuvent se poser. Là encore, il s'agit de problèmes inverses géométriques qu'on aurait pu présenter dans le paragraphe suivant. Toujours en sciences de la terre, I. Ionescu et T. Lachand-Robert ont récemment découvert un lien inattendu entre la prévision des glissements de terrain et un vieux problème de géométrie connu sous le nom de problème de Cheeger. Dans sa version originale, le problème de Cheeger consiste à rechercher les sous-ensembles ω d'un ensemble D qui minimisent la quantité $|\partial\omega|/|\omega|$ où $|\partial\omega|$ est le périmètre de ω

Nouvelles tendances en optimisation de forme

et $|\omega|$ son aire. Le modèle de prévision des glissements de terrain imaginé par I. Ionescu et T. Lachand-Robert conduit à minimiser une fonctionnelle du type

$$J(\omega) = \frac{\int_{\partial\omega} g(x) d\sigma}{\int_{\omega} f(x) dx}$$

où les fonctions f et g , données, sont reliées aux caractéristiques physiques de la partie de terrain prête à glisser, assimilée à un fluide de Bingham.

Problèmes inverses géométriques

La plupart des problèmes de contrôle non destructif aboutissent à des problèmes inverses géométriques. Mathématiquement, dans ce genre de problème on est amené à étudier des équations aux dérivées partielles surdéterminées dont lesquelles le domaine est partiellement inconnu. Dans les exemples classiques, l'inconnue est une partie intérieure ou extérieure du bord du domaine. Ce type de question est évidemment lié à la tomographie et au *scattering* inverse. Citons, par exemple dans ce domaine, les travaux de H. Ammari, B. Canuto, S. Chabane, M. Choulli, C. Conca, A. El Badia, H. Haddar, M. Jaoua, O. Kavian, B. Rousselet et H. Sahli. Donnons un exemple où on cherche à identifier des défauts (comme des fissures) dans un matériau. Un modèle possible consiste à utiliser les propriétés de conduction du matériau (en thermique, acoustique ou électricité). À l'aide de mesures effectuées sur le bord, on compare ce qu'on obtient avec ce qu'on aurait obtenu si le matériau était parfait. Si tout se passe bien, on peut espérer, non seulement détecter la présence de défauts, mais également les localiser. Donnons en un exemple très simple : notons Ω le matériau, si γ désigne la fissure (inconnue), on peut imposer un flux f sur le bord de Ω , la température (ou le potentiel) u_γ est alors solution de

$$\begin{cases} \Delta u_\gamma = 0 & \text{dans } \Omega \setminus \gamma \\ \frac{\partial u_\gamma}{\partial n} = 0 & \text{sur } \gamma \\ \frac{\partial u_\gamma}{\partial n} = f & \text{sur } \partial\Omega. \end{cases} \quad (1)$$

On mesure maintenant $u_\gamma = g$ sur une partie du bord ou sur tout le bord. À l'aide de cette mesure, on cherche à reconstituer la fissure. On peut voir cela comme un problème d'optimisation de forme (c'est en réalité un problème inverse géométrique), car pour déterminer γ , on peut chercher à minimiser la fonctionnelle

$$J(\gamma) = \int_{\partial\Omega} (u_\gamma - g)^2 dx.$$

Mathématiquement, plusieurs questions peuvent se poser :

- l'identifiabilité : c'est un problème d'unicité. Il s'agit de savoir si pour des données mesurées, il y a une seule fissure γ qui peut convenir,
- l'identification : c'est la question de l'existence d'une telle fissure. Quelle est la classe des données (des fonctions g dans le modèle ci-dessus) qui corres-

Matapli n°74 - Mai 2004

pondent à une telle situation ? Pour d'autres types de problèmes, de quelles données et mesures a-t-on besoin pour identifier l'inconnue ?

- la sensibilité aux données est une question cruciale. Dans les problèmes inverses, on a souvent un très mauvais comportement de la solution envers les perturbations sur les données. Du coup, la mise en œuvre numérique s'avère souvent très délicate.

Contrôle, stabilisation et matériaux intelligents

De nombreux problèmes de contrôle sont fortement liés à l'optimisation de forme. Citons parmi les sujets ayant donné lieu à des recherches récentes :

- l'optimisation de la position et de la forme des capteurs et actionneurs (cf. P. Destuynder, E. Degryse et S. Mottelet, P. Hébrard et A. Henrot). Le modèle mathématique (équation des ondes amorties, couplage fluide-structure, prise en compte d'actionneurs piezo-électriques...) et le critère à optimiser (taux de décroissance de l'énergie, fonction de transfert, abscisse spectrale...) pouvant varier, on obtient une grande variété de problèmes et d'approches ;
- la contrôlabilité exacte d'une e.d.p. par la forme du domaine (D. Chenais et E. Zuazua). La problématique est la suivante : on connaît l'équation aux dérivées partielles (y compris le type de conditions aux limites), on observe la solution sur un sous-domaine ω et on veut retrouver le domaine Ω sur lequel est posé l'équation ;
- la stabilisation de coques avec pastilles piézo-électriques (J. Cagnol, J.-P. Zolesio) ;
- le contrôle de la forme du plasma dans un tokamak (J. Blum) dont l'importance n'échappera à personne si le projet ITER se concrétise.

La problématique nouvelle des matériaux intelligents (c'est-à-dire de matériaux capables d'être adaptés, ou même de s'auto-adapter, au milieu environnant) pose de nombreuses questions qui relèvent du domaine de l'optimisation de forme. Par exemple la conception de coques piézo-électriques ou de matériaux magnéto-strictifs pose le problème de la localisation et de la forme à donner aux capteurs et actionneurs ou plus généralement de la structure de ces micro-machines (MEMS). Les types d'applications visées sont, notamment la réduction des vibrations et du bruit ou l'amélioration de la compétitivité d'une structure.

III — QUESTIONS THÉORIQUES

Les questions théoriques que posent un problème d'optimisation de forme sont de plusieurs sortes et, en général, hautement non triviales. La première difficulté vient du fait qu'on est le plus souvent en présence d'un problème *mal posé*. Il n'y a pas, en général, existence (et encore moins unicité) d'une

Nouvelles tendances en optimisation de forme

solution au problème d'optimum dans une classe naturelle de formes. On est donc conduit à considérer deux stratégies concurrentes, qui ont chacune leur intérêt, si on veut travailler dans un cadre mathématique correct :

1. restreindre la classe des formes possibles, en imposant des contraintes d'ordre géométrique (comme la condition du cône uniforme pour les frontières ou borne sur le périmètre) ou topologique (tel le nombre de composantes connexes du complémentaire uniformément borné par exemple) ;
2. au contraire, élargir la classe des formes possibles par un procédé de type relaxation. Par exemple, si on décide de représenter les formes par une fonction caractéristique – donc une fonction ne prenant que les valeurs 0 et 1 – on peut relaxer le problème en considérant l'enveloppe convexe des fonctions caractéristiques : donc les fonctions prenant des valeurs entre 0 et 1.

Évidemment, une conséquence pratique importante du caractère malposé des problèmes d'optimisation de forme est la difficulté numérique que cela engendre : non convergence des algorithmes quand on raffine le maillage ou forte dépendance de la solution numérique au choix de la forme initiale.

Nous ne souhaitons pas ici revenir sur tous les aspects théoriques pour lesquels nous renvoyons à la bibliographie citée plus haut. Nous allons plutôt donner quelques idées des nouveaux résultats dans ce domaine.

Existence de solutions classiques

Nous nous plaçons dans ce paragraphe dans le cadre classique où la fonctionnelle à minimiser dépend de la forme de l'ouvert *via* la résolution d'une certaine équation aux dérivées partielles (dite équation d'état). Les travaux pionniers dans ce domaine sont dus à l'École de Nice et, en particulier à D. Chenu. Celle-ci établissait, au milieu des années 70, l'existence pour une très grande classe de problèmes, sous la contrainte du cône uniforme pour les ouverts considérés. Autrement dit, les ouverts pour lesquels on se posait le problème d'optimisation de forme, étaient uniformément lipschitziens.

Une deuxième avancée intéressante est due à G. Buttazzo et G. Dal-Maso au début des années 90 : ils montrent que si la fonctionnelle à minimiser est décroissante vis-à-vis de l'inclusion et continue pour la γ -convergence (c'est la convergence qui rend continue la solution du problème de Dirichlet), alors on a toujours existence d'un domaine optimal. Malheureusement, on ne sait rien sur la régularité de cet ensemble, puisque l'existence est obtenue dans la classe des *quasi-ouverts* (ce sont les ouverts pour la topologie naturellement associée à la capacité de l'espace de Sobolev sous-jacent) : voir le paragraphe suivant.

Au même moment, V. Sverak donne également un résultat très important, toujours dans le cas où l'équation d'état correspond à un problème de Dirichlet.

Matapli n°74 - Mai 2004

En dimension deux, on a existence pour une très large classe de problèmes, pourvu qu'on travaille dans l'ensemble des ouverts dont le nombre de composantes connexes du complémentaire reste uniformément borné. Ce résultat permet de mieux comprendre pourquoi la plupart des exemples de non-existence proviennent de situations où les suites minimisantes ont tendance à créer de plus en plus de trous. Par la suite, sous l'impulsion en particulier de l'école italienne (G. Buttazzo, G. Dal-Maso,...) le cas du problème de Dirichlet est complètement analysé et la forme relaxée de ce type de problème parfaitement décrite [7].

Pour des conditions aux limites de type Neumann, des avancées récentes ont été obtenues, entre autres par D. Bucur et N. Varchon. Ils ont pu obtenir un résultat très semblable à celui de Sverak, toujours en dimension deux et pour le Laplacien, en explicitant assez clairement à quelle condition la solution d'un problème de Neumann dépendait continûment des variations du domaine. Le cas du système de l'élasticité en dimension deux a également été résolu récemment par A. Chambolle.

Problèmes de valeurs propres

Les problèmes d'optimisation de valeurs propres ont également suscité un regain d'intérêt ces dernières années. Citons parmi les résultats récents :

- la boule minimise le rapport λ_1/λ_2 des deux premières valeurs propres du laplacien-Dirichlet (M. Ashbaugh, R. Benguria 1991) ;
- la boule minimise la première valeur propre du bi-laplacien avec condition d'encastrement (N. Nadirashvili pour la dimension 2, M. Ashbaugh et R. Benguria pour la dimension 3, 1995) ;
- existence d'un domaine qui minimise toute fonction $F(\lambda_1, \lambda_2)$ des deux premières valeurs propres du Laplacien-Dirichlet (D. Bucur, G. Buttazzo, I. Figueiredo 1999)
- existence d'un domaine qui minimise λ_3 la troisième valeur propre du Laplacien-Dirichlet (D. Bucur, A. Henrot 2000) ;
- minimisation de λ_2 (deuxième valeur propre du Laplacien-Dirichlet) parmi les ouverts plans convexes. Le minimum n'est pas atteint par le « stade » (A. Henrot, E. Oudet 2003).

Signalons que de nombreux problèmes restent ouverts sur ce type de question, nous renvoyons à [11] pour une présentation plus complète.

Le problème de Newton

Il s'agit plutôt d'un problème de calcul des variations au sens classique. Newton dans ses *Principia Mathematica* pose le problème de rechercher la forme d'un corps offrant une résistance minimale à un mouvement dans un fluide. Supposant le fluide très peu dense de façon à ce qu'il puisse regarder chaque particule isolément, Newton montre alors que la résistance du corps s'écrit $F(u) = \int_{\Omega} dx/1 + |\nabla u(x)|^2$ où le corps est représenté par le graphe de la fonction positive $u(x)$ définie sur une base Ω . De plus, la modélisation de Newton n'est valable que si chaque particule du fluide ne touche le corps

Nouvelles tendances en optimisation de forme

qu'une fois au plus (hypothèse d'impact unique). Cette hypothèse n'étant pas très simple à exprimer, on rencontre dans la littérature récente plusieurs variantes du problème :

1. Minimiser $F(u)$ parmi les $\{u \text{ concave}, 0 \leq u \leq M\}$.
2. Minimiser $F(u)$ parmi les $\{u \text{ sur-harmonique}, 0 \leq u \leq M\}$.
3. Minimiser $F(u)$ parmi les $\{u \text{ vérifiant l'hypothèse d'impact unique}, 0 \leq u \leq M\}$.

Ces dix dernières années, il y a eu un net regain d'intérêt pour ce problème. Parmi les auteurs l'ayant étudié, citons : G. Buttazzo, G. Carlier, M. Comte, V. Ferone, B. Kawohl, T. Lachand-Robert, M. Peletier, A. Wagner. Donnons quelques exemples des résultats obtenus relatant les trois problèmes cités ci-dessus :

- existence pour les problèmes 1 et 2 ci-dessus cités, non-unicité en général (Buttazzo-Ferone-Kawohl)
- existence (cas radial ou pour certains Ω) et non existence (cas général) pour le problème 3 (Comte, Lachand-Robert) ;
- le minimum pour le problème 1 n'est pas à symétrie radiale quand Ω est un disque (Brock, Ferone, Kawohl et Guasoni) ! On a longtemps cru (et probablement Newton le premier) qu'il devait l'être ;
- le minimum pour le problème 1 comporte une partie plate à son sommet. Une étude plus fine de Lachand-Robert et Peletier montre que dans un cas significatif, cette partie plate est un polygone régulier dont le nombre de côtés augmente quand M diminue.

Régularité

La plupart des résultats d'existence en optimisation de forme sont obtenus à l'aide de méthodes d'analyse fonctionnelle (méthode directe du calcul des variations par exemple). En conséquence, on n'a, en général, aucune information sur la régularité des domaines optimaux qui peuvent être simplement des ouverts, voire des quasi-ouverts ou même juste des ensembles mesurables. Le point difficile consiste à accrocher un peu de régularité : montrer par exemple que le domaine optimal est un ouvert Lipschitzien. Alors, il est plus facile de rentrer dans un cadre classique (voir par exemple les travaux de L. Caffarelli) pour obtenir bien davantage de régularité comme l'analyticité du bord. Des premiers résultats ont été obtenus par T. Briançon et M. Pierre pour des fonctionnelles de type « énergie ». L'approche consiste à prouver d'abord une certaine régularité de la solution de l'équation d'état.

D'autres cas, plus simples, ont été envisagés. Ainsi, quand on minimise parmi les ouverts convexes, D. Bucur a montré que sous des hypothèses assez faibles sur la fonctionnelle, les minima sont nécessairement de classe C^1 . Une autre situation qui donne de bons résultats : si la fonctionnelle à minimiser est la compliance pénalisée par le volume et le périmètre, une astucieuse utilisation de l'inégalité isopérimétrique permet, là aussi, d'obtenir la régularité C^∞ de l'optimum (travaux de A. Chambolle et C. Larsen). Plus généralement, si la

Matapli n°74 - Mai 2004

fonctionnelle est décroissante vis-à-vis de l'inclusion, ils montrent que l'ouvert optimal est Lipschitzien avec, éventuellement, des points de rebroussements sortants.

Homogénéisation, Γ -convergence

Citons dans ce domaine les résultats assez spectaculaires de P. Seppecher qui décrit explicitement la fermeture des fonctionnelles de diffusion ou d'élasticité pour la Γ -convergence. Par exemple, dans le cas de l'élasticité, il montre que la fermeture coïncide avec l'ensemble des fonctionnelles quadratiques, positives, semi-continues inférieurement (pour la Γ -convergence) qui s'annulent pour les mouvements rigides. Comme application pratique, ces travaux décrivent le type de matériaux qu'on peut obtenir en homogénéisant des matériaux composites.

Citons également les travaux de G. Allaire, F. Jouve et H. Maillot : leur idée consiste à introduire des micro-structures sous forme de matériaux composites laminés, ce qui leur permet de calculer exactement la fonctionnelle relaxée.

IV — OPTIMISATION TOPOLOGIQUE

L'homogénéisation fut la première méthode utilisée dans l'optimisation de topologie. Cette méthode repose sur la relaxation du problème. Une telle technique peut servir à la résolution numérique du problème mais elle n'est envisageable qu'à condition de connaître explicitement les coefficients homogénéisés. En France, cette méthode fut développée tant sur le plan théorique que numérique, avec les travaux de Murat, Tartar, Allaire, Francfort et bien d'autres. Elle est utilisée actuellement pour la résolution de problèmes pratiques.

Néanmoins, nous souhaitons à présent exposer une méthode, relativement nouvelle et en plein essor, basée sur les dérivées topologiques.

L'optimisation topologique est fondée sur l'analyse asymptotique d'équations aux dérivées partielles par rapport à un petit paramètre relatif aux perturbations singulières de domaines géométriques. Ce petit paramètre décrit la taille de la cavité, de l'inclusion ou de l'orifice dans le domaine. L'analyse asymptotique permet la détermination du premier terme du développement asymptotique d'une fonctionnelle de forme donnée. Bon nombre de problèmes différents sont étudiés dans l'ouvrage classique [15]. Le papier [18] présente l'approche mathématique nécessaire à une telle analyse en application à l'optimisation de forme avec des estimations précises d'erreur pour les approximations construites. L'analyse requiert en général la construction d'approximations asymptotiques intérieure et extérieure pour les solutions des

Nouvelles tendances en optimisation de forme

équations aux dérivées partielles étudiées, ce qui peut être fait en général avec une précision arbitraire. La théorie moderne des problèmes elliptiques dans des domaines non réguliers, très utile pour l’analyse asymptotique, est expliquée dans [17]. Pour une classe particulière de fonctionnelles de forme et d’équations, l’analyse peut être simplifiée et nécessite uniquement la connaissance du terme d’ordre un de l’approximation extérieure, par exemple pour des fonctionnelles d’énergie. M. Masmoudi et son équipe, Ph. Guillaume, S. Amstutz et d’autres, exploitent de telles observations en utilisant la « méthode de troncature ». Cela conduit à des méthodes numériques très efficaces appliquées à des équations linéaires et non linéaires, en général de type elliptique. Nous décrivons en détails une nouvelle notion en optimisation topologique, appelée « dérivée topologique extérieure ». Cette dérivée, introduite par S.A. Nazarov et J. Sokolowski dans un article en préparation, est utilisée dans le cas de la fonctionnelle d’énergie pour le problème de Dirichlet. La précédente notion [18] appelée « dérivée topologique intérieure » est prévue pour la création de trous dans des domaines géométriques. La nouvelle dérivée peut être utilisée pour ajouter un matériau à une structure existante avec un changement de topologie simultané. En particulier, un orifice existant dans le domaine peut être divisé en deux parties séparées. Par commodité, nous donnons une description détaillée de la construction mathématique qui conduit à la dérivée topologique extérieure de la fonctionnelle d’énergie.

Variations topologiques

Dans de nombreux problèmes pratiques d’optimisation de forme, nous avons très souvent besoin de modifier la topologie des structures étudiées afin de prendre en compte certains impératifs technologiques et économiques tels que la minimisation du poids de la construction sans pour autant perdre la stabilité, ou plus simplement pour obtenir un *design* agréable facilitant les ventes du produit.

L’étude des questions mathématiques soulevées par ce type de problèmes est impossible si l’on se contente des méthodes classiques de l’optimisation de forme. Ces méthodes classiques, bien connues (voir [20]), reposent essentiellement sur des petites perturbations de la frontière du domaine en direction normale et conduisent à des méthodes numériques couramment utilisées par les ingénieurs.

Cependant, la recherche de nouvelles techniques mathématiques pour l’optimisation de forme impose l’utilisation de perturbations non régulières du domaine.

La nouvelle méthode consiste donc en l’analyse des variations topologiques intérieure et extérieure du domaine, ainsi qu’en l’étude des dérivées topologiques pour des fonctionnelles de forme (J. Sokolowski et A. Zochowski, Masmoudi et al. ; S.A. Nazarov et J. Sokolowski). Les dérivées topologiques

Matapli n°74 - Mai 2004

sont calculées aussi bien pour de petits trous et cavités, que pour de minces ligaments utilisés pour la connection de différentes parties de la frontière. La technique bien adaptée à ce genre de problèmes mathématiques est l'analyse asymptotique de problèmes au bord pour des domaines perturbés singulièrement. En particulier, les systèmes hybrides font partie de cette classe de problèmes (structures connectées comprenant par exemple des solides élastiques avec membranes et barreaux, c'est-à-dire des structures tridimensionnelles avec composantes connectées incluant des objets bidimensionnels et unidimensionnels). Les méthodes permettant de modéliser correctement de telles structures sont développées depuis une dizaine d'années en France et en Russie, ainsi que dans d'autres pays (E. Sanchez-Palencia, P. Ciarlet, M. Dauge, V. A. Kondratiev, A. M. Il'in, V. M. Babitch, V. G. Maz'ya, S. A. Nazarov, B. A. Plamenevskii). Par conséquent, on peut trouver dans la littérature de nombreux résultats sur ce sujet, néanmoins, ceux-ci ne conduisent pas directement à des méthodes numériques pour des problèmes d'optimisation de forme plus spécifiques en mécanique des fluides ou du solide. Il faut donc établir un cadre propice aux applications pratiques de l'analyse asymptotique en optimisation de forme. Cela permet en particulier d'étudier la sensibilité par rapport à la forme dans le cas de perturbations non régulières du domaine. Ce qui est très utile pour la méthode des ensembles de niveau appliquée à l'optimisation de forme.

Perturbations extérieures des domaines

Nous allons donner les détails sur la construction d'une dérivée topologique *extérieure*.

Nous devons prendre en compte des situations où la topologie du domaine est modifiée, et où l'apparition de petits trous n'améliorent pas la fonctionnelle de forme considérée (voir l'exemple ci-dessous). De telles situations peuvent se produire par exemple lorsqu'on considère des domaines qui sont strictement inclus dans un domaine optimal. Par conséquent, nous devons avoir à notre disposition des techniques de construction et d'analyse qui combinent à la fois les changements de topologie et les variations de la frontière. Une telle technique ne peut être obtenue en utilisant uniquement les variations de la frontière, comme par exemple la méthode des vitesses. On peut proposer (Nazarov, Sokolowski) une nouvelle approche reposant sur la formation de fins ligaments à l'*extérieur* du domaine d'origine Ω . La possibilité d'introduire les variations de topologie externe – qui peuvent être analysées au moyen de méthodes asymptotiques – est obtenue, dans le cas bidimensionnel, en reliant deux points de la frontière $\partial\Omega$ par une courbe régulière Γ .

Cette courbe régulière devient l'axe du fin ligament Λ_h , et on désigne par $\Omega(h) = \Omega \cup \Lambda_h$ le domaine perturbé. Le petit paramètre $h > 0$ mesure l'épaisseur du ligament et la dérivée topologique est définie comme une dérivée appropriée de la fonctionnelle de forme considérée en $h = +0$.

Nouvelles tendances en optimisation de forme

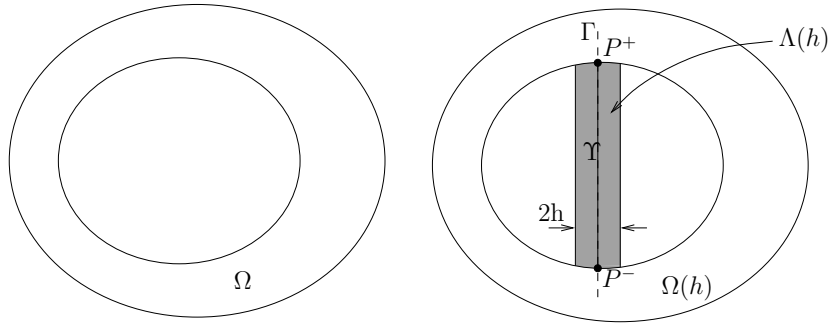


FIG. 1 – Le domaine $\Omega(h) = \Omega \cup \Lambda(h)$

La forme explicite du premier terme du développement de la fonctionnelle par rapport au paramètre h est d'une grande importance, comme nous pouvons le voir ci-dessous. D'autre part, le premier problème limite, qui était défini pour les cavités dans un domaine perforé $\Omega \setminus \mathcal{O}$, est maintenant posé dans le domaine *hybride* $\Omega \cup \Gamma$. Nous pouvons alors utiliser la théorie de la jonction classique combinée avec certaines estimations afin d'obtenir des approximations asymptotiques. Il est évident, d'après les résultats de [18], que la justification mathématique de la technique d'obtention des dérivées topologiques nécessite des estimations uniformes pour les approximations asymptotiques. Nous renvoyons le lecteur à un article de Nazarov et Sokolowski pour les variations de topologie externe dans le cas de domaines bidimensionnels avec un fin ligament et pour les résultats relatifs à l'analyse asymptotique. De plus, nous fournissons ici un exemple explicite afin de montrer qu'une telle approche conduit à des variations topologiques qui améliorent de façon significative la valeur de la fonctionnelle de forme. On peut trouver la démonstration complète dans l'article déjà mentionné.

Soit Ω un domaine de \mathbf{R}^2 à frontière régulière $\partial\Omega$. Soit Γ une courbe régulière simple coupant $\partial\Omega$ en deux points P^\pm et s'achevant à l'intérieur de Ω . Dans un voisinage de la courbe Γ , nous introduisons les coordonnées curvilignes (ν, τ) , où τ est la longueur d'arc le long de Γ et $|\nu|$ est la distance par rapport à Γ . À l'aide des fonctions $H_\pm \in C^\infty(\bar{\Gamma})$ telles que $H := H_+ + H_- > 0$, nous définissons la bande curviligne mince

$$\Lambda_h = \{x : \nu \in \Gamma, \zeta := h^{-1}\nu \in (-H_-(\tau), H_+(\tau))\} \quad (9)$$

ainsi que le domaine perturbé

$$\Omega(h) = \Omega \cup \Lambda_h, \quad (10)$$

Matapli n°74 - Mai 2004

dépendant du petit paramètre $h \in (0, h_0]$. La partie de la bande Λ_h qui est située en dehors de Ω est appelée un *ligament* et est notée par $\Lambda(h) = \Lambda_h \setminus \bar{\Omega}$.

Dans le domaine singulièrement perturbé (10), nous considérons le problème mixte pour l'équation de Poisson

$$-\Delta_x u(h, x) = f(x), \quad x \in \Omega(h), \quad (11)$$

$$\partial_n u(h, x) = 0, \quad x \in \partial\Omega(h) \setminus \bar{\Sigma}, \quad u(h, x) = 0, \quad x \in \Sigma,$$

et la fonctionnelle d'énergie associée est donnée par

$$\mathcal{J}(\Omega(h)) = \int_{\Omega(h)} \left\{ |\nabla_x u(h, x)|^2 - 2u(h, x)f(h, x) \right\} dx. \quad (12)$$

∂_n désigne ici la dérivée le long de la normale extérieure et Σ est une courbe ouverte sur $\partial\Omega$ telle que $\text{mes}_1 \Sigma > 0$ et telle que la courbe fermée $\bar{\Sigma}$ ne contienne pas les points P^\pm .

Une analyse asymptotique conduit à la dérivée de la fonctionnelle (12) par rapport à l'épaisseur du ligament h :

$$\left. \frac{d\mathcal{J}}{dh}(\Omega(h)) \right|_{h=0} = - \int_{\Upsilon} H(\tau) |\partial_\tau w_0(\tau)|^2 d\tau, \quad (13)$$

où w désigne une solution du problème de Dirichlet pour une équation différentielle ordinaire sur « l'axe » $\Upsilon = \Gamma \setminus \bar{\Omega} =: (-l, l)$ du ligament $\Lambda(h)$

$$-\partial_\tau H(\tau) \partial_\tau w_0(\tau) = H(\tau) f(\tau), \quad \tau \in \Upsilon, \quad w(\pm l) = v(P^\pm). \quad (14)$$

$f(\tau)$ représente ici la trace sur Υ du second membre régulier f de (11) et v est une solution du problème limite dans le domaine d'origine Ω

$$-\Delta_x v(x) = f(x), \quad x \in \Omega, \quad (15)$$

$$\partial_n v(x) = 0, \quad x \in \partial\Omega \setminus \bar{\Sigma}, \quad v(x) = 0, \quad x \in \Sigma.$$

L'exemple suivant démontre l'avantage des variations de topologie par la création d'un ligament en optimisation de forme.

Exemple. Soit $\Omega = \{x : x_1^2 + x_2^2 \in (1, 4)\}$ une couronne, on impose les conditions de Dirichlet $(11)_3$ sur sa plus large circonférence $\Sigma = \mathbf{S}_2 := \{x : x_1^2 + x_2^2 = 4\}$. Le second membre

$$f(x) = x_2 \left\{ 5 + 2(x_1^2 + x_2^2)^2 - 7(x_1^2 + x_2^2) \right\}$$

est choisi de telle sorte que la solution v du problème limite (15),

$$v(x) = \frac{x_2}{24} \left\{ 13 - \frac{4}{x_1^2 + x_2^2} - 15(x_1^2 + x_2^2)7(x_1^2 + x_2^2)^2 - (x_1^2 + x_2^2)^3 \right\},$$

Nouvelles tendances en optimisation de forme

s'annule sur la plus petite circonférence \mathbf{S}_1 , ainsi que ses dérivées premières et secondes. Grâce à cette dernière propriété, des résultats de [20] assurent que l'accroissement de la fonctionnelle (12) dans le cas d'une perturbation régulière du domaine ω ,

$$\Omega(h) = \{x : (x_1^2 + x_2^2)^{1/2} \in (1 - hR(s), 2)\},$$

$$R \in C^\infty(\mathbf{S}_1), \quad R > 0,$$

est d'ordre 2. De plus, l'accroissement dans le cas d'une perturbation singulière du domaine près d'un point de \mathbf{S}_1 (e.g. une cavité de rayon $h^{1/2}$) est aussi d'ordre 2. D'autre part, en vertu de (13), la création du ligament

$$\Lambda_h = \{x : |x_1| < h/2, |x_2| < 3/2\}$$

apporte une perturbation $O(h)$ à la fonctionnelle (12), étant donné que la solution du problème (14) est de la forme

$$w(x_2) = \frac{x_2}{420} \{223 - 350x_2^2 + 147x_2^4 - 20x_2^6\}$$

et par conséquent la dérivée topologique (13) est différente de zéro.

V — MÉTHODES NUMÉRIQUES

Nous allons nous contenter, dans ce paragraphe, de donner un aperçu des méthodes en vogue à l'heure actuelle dans notre domaine. Nous commençons par deux méthodes classiques qui continuent bien évidemment d'être utilisées.

Les méthodes de variation de frontière

Il s'agit là de faire évoluer la frontière du domaine en cherchant à diminuer le critère qu'on souhaite minimiser. Cela conduit à utiliser des méthodes de type gradient ou quasi-Newton. Une méthode assez générale consiste à discrétiser la frontière et à faire évoluer les nœuds de la discrétisation dans une direction prédéterminée. Cette direction doit à peu près correspondre à la normale dans le cas continu : on peut en dimension deux, prendre la bissectrice des deux arêtes adjacentes au sommet considéré. L'inconnue devient l'intensité du déplacement suivant cette direction. Il faut ensuite, si c'est possible, calculer le gradient de la fonctionnelle à minimiser vis-à-vis de ces déplacements. Cela se fait, en général, en utilisant l'outil de la dérivation par rapport au domaine. Plusieurs questions se posent :

- vaut-il mieux discrétiser le gradient continu ou calculer directement le gradient discret ? Nous renvoyons par exemple aux travaux de M. Masmoudi sur cette question ;
- faut-il introduire un état adjoint (en général oui) et comment le calculer ?

Matapli n°74 - Mai 2004

– peut-on utiliser une méthode de différentiation automatique pour calculer le gradient? On pourra se référer aux travaux de A. Dervieux et du projet Tropics à Sophia ainsi qu'aux travaux de M. Masmoudi, B. Mohammadi et leurs équipes.

Évidemment, les inconvénients de cette méthode sont clairs :

1. nécessité de remailler à chaque itération,
2. pas de changement de topologie des formes successives.

Pour remédier au premier inconvénient, certains ont préconisé d'utiliser des méthodes de domaines fictifs (cf. J.-F. Maitre, J. Haslinger et P. Neitaanmaki par exemple).

Le deuxième inconvénient n'en est pas toujours un. Il y a de nombreux problèmes pour lesquels on cherche une solution à topologie fixée. Néanmoins, quand la topologie est inconnue, on a (en général) intérêt à considérer les méthodes qui suivent.

Les méthodes de relaxation et homogénéisation

L'intérêt numérique des méthodes de relaxation est clair puisqu'elles permettent de minimiser sur un espace plus gros une fonction plus régulière. Pour simplifier, disons qu'on remplace une fonction caractéristique – donc qui ne peut prendre que les valeurs 0 ou 1 – par une fonction pouvant prendre des valeurs comprises entre 0 et 1. Pour la mettre en œuvre, un outil essentiel est l'homogénéisation. Celle-ci permet de calculer explicitement la formulation relaxée en introduisant une notion de structures fines ou de matériaux composites. L'approche classique consiste en deux étapes :

1. une forme généralisée est tout d'abord obtenue en minimisant la formulation relaxée, cette forme possède de larges zones de matériau composite ;
2. on pénalise ensuite les densités intermédiaires pour tendre vers une forme classique.

Signalons plusieurs travaux et tentatives récentes de couplage des deux méthodes de relaxation et de variation de frontière : S. Beuzit et A. Habbal, équipe de M. Bendsoe. On obtient tout d'abord, grâce au programme indiqué ci-dessus, une forme – dont la topologie était inconnue *a priori* – candidate à être proche d'un optimum. On affine ensuite le résultat en ne faisant varier que la frontière.

Les méthodes de *level-sets* (ou de lignes de niveaux!)

Ces méthodes trouvent leur origine dans les travaux de J. Sethian et le suivi de fronts de flamme dans les années 80. Leur application aux problèmes d'optimisation de forme est beaucoup plus récente. Nous pouvons citer par exemple les travaux de Osher et Santosa, Sethian et Wiegmann, Allaire, Jouve et Toader. On choisit de représenter la forme cherchée comme un ensemble

Nouvelles tendances en optimisation de forme

de niveau d’une fonction ψ qui devient alors l’inconnue. À chaque itération, il faut résoudre une équation d’Hamilton-Jacobi pour « transporter » les lignes de niveaux. On le fait en général avec des schémas décentrés de différences finies. L’originalité, dans le cadre de l’optimisation de forme, est que la vitesse de propagation des lignes de niveau peut s’obtenir grâce à la dérivée par rapport au domaine de la fonction coût à minimiser. À première vue, cette méthode doit permettre d’attraper n’importe quelle topologie. Dans la pratique, on constate en dimension deux, qu’il est très difficile (voire impossible) de créer des trous, tout simplement à cause du principe du maximum ! La seule possibilité de création d’un nouveau trou est qu’un trou se sépare en deux. On peut évidemment initialiser avec une fonction ψ dont l’ensemble de niveau 0 comporte déjà beaucoup de trous. Mais cette méthode semble très sensible à l’initialisation. En dimension 3, la situation est assez différente : on observe beaucoup plus de changements de topologie. L’un des avantages des méthodes de *level-sets* est de pouvoir traiter plus facilement des équations non-linéaires ainsi que des équations d’évolution.

Dans le même esprit, on peut également citer les méthodes de « *phase-field* », cf. par exemple les travaux récents de B. Bourdin et A. Chambolle. Ces méthodes semblent être très à la mode dans la littérature présente.

Les algorithmes génétiques

Leur utilisation en optimisation de forme n’est pas très ancienne. En France, elle remonte au milieu des années 90 avec M. Schoenauer et son équipe. L’avantage d’une telle méthode est triple :

- il s’agit d’une méthode globale : on peut donc espérer ne pas rester coincé en un minimum local,
- on n’a pas besoin de savoir calculer la dérivée,
- la fonctionnelle de coût peut ne pas être régulière.

Bien entendu, cette méthode n’est pas aussi miraculeuse que les quelques lignes ci-dessus pourraient le laisser croire. Tout d’abord, elle nécessite de très nombreuses évaluations de la fonction coût. C’est donc une méthode très lente en général. Pour donner une idée, signalons que dans la pratique, on fait évoluer une population d’une petite centaine d’individus sur plusieurs centaines de générations. Typiquement, cela peut donner un nombre d’évaluations de la fonction coût de l’ordre de 30 à 40.000. Quand on se souvient que dans nombre de problèmes, chaque évaluation de la fonction coût nécessite la résolution de l’équation d’état, on imagine aisément les limites de la méthode. De plus, la convergence n’est pas assurée.

Pour en revenir à la mise en œuvre de cette méthode dans le cadre de l’optimisation de forme, signalons que la question cruciale est celle de la représentation des formes. La première idée qui vient en tête (et qui a été effectivement essayée) consiste à représenter une forme, dans un maillage donné, par un tableau de bits 0 ou 1, c’est-à-dire comme une fonction caractéristique. Cela correspond assez bien à l’esprit initial des algorithmes génétiques. L’in-

Matapli n°74 - Mai 2004

convénient de cette approche est qu'elle est fortement liée au maillage duquel on est parti. En effet, la taille d'un individu est égale à la taille du maillage. Or dans les algorithmes génétiques, plusieurs études ont montré que la taille critique de population nécessaire pour atteindre la convergence croît au moins linéairement avec la taille des individus. Par ailleurs, les populations plus nombreuses nécessitent en général davantage d'itérations pour converger ! Pour cette raison, M. Schoenauer a imaginé d'utiliser des représentations des individus dont la complexité ne dépend pas de la discrétisation. Ainsi, il a utilisé avec succès des représentations à base de sites et de cellules, voire de barres, de Voronoï.

Par ailleurs, signalons qu'il peut être très efficace de coupler un algorithme génétique avec une méthode plus traditionnelle de type déterministe, soit comme post traitement (comme déjà évoqué dans le paragraphe sur les méthodes de relaxation); soit plus intimement au coeur de l'algorithme, par exemple lors des opérations de mutation (thèse de P. Hébrard). Enfin, je renvoie au paragraphe sur l'optimisation multi-critère où les algorithmes génétiques sont de nouveau évoqués.

Les réseaux de neurones

Les réseaux de neurones sont très à la mode en optimisation de forme dans l'industrie, comme dans les travaux de S. Jan avec Peugeot et Renault ou F. Muradore avec Valeo. Pour faire court, il s'agit de déterminer, à l'aide d'un certain nombre d'évaluations de la fonction coût à optimiser, une nouvelle fonction (ou réseau de neurones) beaucoup plus simple qui va « apprendre » et répliquer le mieux possible le comportement de la fonction coût. Il ne restera plus ensuite qu'à optimiser ce réseau de neurones. En fonction des résultats obtenus, on doit en général refaire de temps en temps des évaluations de la « vraie » fonction coût pour améliorer le réseau de neurones. Ces méthodes ont également leur intérêt dans le cadre de l'optimisation multi-critère, voir ci-dessous.

Optimisation multi-critère

Les vrais problèmes industriels sont le plus souvent multi-critères, c'est-à-dire qu'on cherche à optimiser des objectifs contradictoires comme la portance et la trainée en aéronautique ou le poids et le déplacement maximal en optimisation de structures. L'idéal dans ce type de situation est de déterminer le *front de Pareto* du problème, c'est-à-dire l'ensemble des formes admissibles pour lesquelles il n'existe aucune forme strictement meilleure sur tous les critères étudiés. C'est, en principe, ensuite à l'ingénieur ou au praticien de choisir, parmi toutes les formes du front de Pareto, celle qui lui convient le mieux.

L'utilisation des algorithmes génétiques peut là aussi s'avérer précieuse. En notant les meilleurs individus obtenus lors des différentes générations, on peut obtenir à l'aide d'une seule simulation un assez bon échantillonnage du front de Pareto du problème.

Nouvelles tendances en optimisation de forme

L'approche par réseau de neurones s'adapte aussi assez bien à cette situation. Une fois déterminé un bon réseau de neurones, il est très facile de modifier les poids des différents critères sans avoir besoin de réévaluer la fonction coût.

Une autre approche très originale imaginée récemment par J. Périaux, A. Désideri et A. Habbal (*cf.* site du projet OPALE) consiste à voir les critères concurrents comme deux joueurs opposés. On utilise alors le cadre de la théorie des jeux et on recherche un équilibre de Nash. Pratiquement, cela peut se faire en distribuant un certain nombre des nœuds de la discrétisation (qui sont en général les points de contrôle) à chacun des joueurs, puis après avoir fait tourner quelques itérations d'un algorithme d'optimisation d'organiser des échanges d'une partie des nœuds d'un joueur à l'autre. Le jeu s'arrête lorsque les joueurs ne peuvent plus, conjointement, améliorer leur résultat. C'est la notion d'équilibre de Nash.

Remerciements

Les auteurs remercient Grégoire Allaire pour une relecture critique du manuscrit et la suggestion de quelques améliorations.

RÉFÉRENCES

- [1] G. ALLAIRE *Shape optimization by the homogenization method*, Applied Mathematical Sciences, 146. Springer-Verlag, New York, 2002.
- [2] G. ALLAIRE, A. HENROT *On some recent advances in shape optimization*, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. IIb Mécanique (*le point sur /Concise review paper*), **329** (2001), 383-396.
- [3] G. ALLAIRE, A. HENROT, M. MASMUDI, B. MOHAMMADI *GDR Optimisation et Contrôle actif de formes*, MATAPLI N°63, Octobre 2003.
- [4] N. BANICHUK *Introduction to optimization of structures*, Springer-Verlag, New York, 1990.
- [5] M. BENDSOE *Methods for optimization of structural topology, shape and material*, Springer Verlag (1995).
- [6] M. BENDSOE, O. SIGMUND *Topology Optimization, Theory, Methods and Applications* Springer Verlag (2003).
- [7] D. BUCUR, G. BUTTAZZO, *Variational methods in some shape optimization problems*, Appunti dei Corsi Tenuti da Docenti della Scuola, Scuola Normale Superiore, Pisa, 2002.
- [8] M. DELFOUR, J.P. ZOLÉSIO *Shapes and geometries. Analysis, differential calculus, and optimization* Advances in Design and Control SIAM, Philadelphia, PA, 2001.
- [9] J. HASLINGER, R.A.E. MÄKINEN *Introduction to shape optimization. Theory, approximation, and computation* Advances in Design and Control SIAM, Philadelphia, PA, 2003.

Matapli n°74 - Mai 2004

- [10] J. HASLINGER, P. NEITTAANMAKI *Finite element approximation for optimal shape, material and topology design* Second edition. John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, 1996.
- [11] A. HENROT, *Minimization problems for eigenvalues of the Laplacian*, *Journal of Evolution Equations*, **3** (2003), 443-461.
- [12] A. HENROT, M. PIERRE, *Optimisation de forme*, livre à paraître.
- [13] B. KAWOHL, O. PIRONNEAU, L. TARTAR, J.P. ZOLÉSIO *Optimal shape design* Lectures given at the Joint C.I.M./C.I.M.E. Summer School held in Tróia, June 1–6, 1998. Edited by A. Cellina and A. Ornelas. *Lecture Notes in Mathematics*, 1740, 2000.
- [14] E. LAPORTE, P. LE TALLEC *Numerical methods in sensitivity analysis and shape optimization*, Birkhäuser, 2003.
- [15] V. G. MAZ'YA, S. A. NAZAROV, B. A. PLAMENEVSKII *Asymptotics of solutions to elliptic boundary-value problems under a singular perturbation of the domain* Tbilisi : Tbilisi Univ. 1981 (Russian) *Asymptotische Theorie elliptischer Randwertaufgaben in singular gestörten Gebieten. 1, 2.* Berlin : Akademie-Verlag. 1991. *Asymptotic theory of elliptic boundary value problems in singularly perturbed domains* Vol. 1, 2, Basel : Birkhäuser Verlag, 2000.
- [16] B. MOHAMMADI, O. PIRONNEAU *Applied shape optimization for fluids*, Clarendon Press, Oxford 2001.
- [17] S. A. NAZAROV, B. A. PLAMENEVSKY *Elliptic Problems in Domains with Piecewise Smooth Boundaries*, De Gruyter Exposition in Mathematics 13, Walter de Gruyter, 1994.
- [18] S. A. NAZAROV, J. SOKOLOWSKI *Asymptotic analysis of shape functionals* *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 82-2(2003), 125-196.
- [19] O. PIRONNEAU *Optimal shape design for elliptic systems*, Springer-Verlag, New York (1984).
- [20] J. SOKOLOWSKI ET J. P. ZOLESIO, *Introduction to shape optimization : shape sensitivity analysis*, Springer Series in Computational Mathematics, Vol. 10, Springer, Berlin 1992.

LA RECHERCHE DE GÈNES IMPLIQUÉS DANS UNE MALADIE (GENSET-SERONO)

par Bernard Prum

Ce texte, rédigé par Pierre-Yves Bourguignon, Mickaël Guedj, François Képès, Catherine Matias, Grégory Nuel, Nicolas Omont et Bernard Prum, rend compte de l'après-midi « Les Industriels et les Mathématiciens se parlent » qui s'est tenue à l'IHP le 7 mai 2004. Il s'inscrit dans la collaboration qui s'établit depuis quelques mois entre l'équipe du CNRS Statistique et Génome et Serono Genetic Institute (ex Genset)

I — INTRODUCTION

On sait aujourd'hui que d'innombrables maladies ont une composante génétique. Pour un petit nombre d'entre elles, le déterminisme génétique est simple : en une position donnée des chromosomes (on dira « en un locus »¹), le texte génétique, écrit dans l'alphabet des quatre nucléotides {t, c, a, g} n'est pas « normal » et l'individu concerné est malade. On parle alors de maladie mendélienne ou monogénique. Trouver un tel locus est relativement facile.

Les cancers, les maladies psychiatriques, les maladies liées à la tension artérielle (et bien d'autres) ont une dimension héréditaire avérée, mais font intervenir plusieurs gènes, parfois de dizaines. On dit qu'il y a plusieurs gènes de susceptibilité et on parle de maladie multigénique : pour chaque gène existent plusieurs variants (on dit « plusieurs allèles ») et, selon la combinaison d'allèles portée par l'individu, celui-ci aura un risque accru ou un risque diminué d'être atteint de la maladie².

Locus marqueur

Pour rechercher un locus impliqué dans une maladie, on dispose d'un échantillon de, disons, quelques centaines de malades et quelques centaines de « témoins » sains. Le génome humain compte plus de 3 milliards de lettres, et il n'est bien sûr pas question de séquencer le génome complet de plusieurs centaines de personnes. Il faut donc « échantillonner » les loci.

¹Ce locus peut se trouver ou non dans un gène. Les gènes sont les segments des chromosomes qui portent la formule des ARN et des protéines impliquées dans toutes les fonctions du vivant. Si les gènes représentent presque la totalité des génomes bactériens, ils ne constituent que 3 ou 4% du génome humain.

²Notons au passage que la réaction d'un malade à une thérapie donnée est, elle aussi, souvent génétique, de type multilocus.

Matapli n°74 - Mai 2004

Or les biologistes connaissent des loci où il est techniquement « facile » de déterminer les allèles (on en compte près de 100 000 le long du génome !). En ces loci, appelés locus marqueurs, on observe des variations qui concernent une seule lettre et sont par conséquent qualifiées de SNP (Single Nucleotide Polymorphism). Le plus souvent (mais pas toujours) l'allèle observable dans un SNP ne prend que deux formes (prenons pour exemple : a/g). Chacun de nous, ayant deux exemplaires de chaque chromosome, portera soit aa, soit ag, soit gg.

On peut donc facilement tester si la répartition entre ces trois « génotypes », aa, ag et gg, est la même ou non chez les malades et chez les témoins (voir [3]). Le premier problème qui se pose – et il est immense ! – est dû à ce que les statisticiens appellent le « multitest ». Si on décide de prendre le risque (usuel) de 5% de déclarer à tort un lien entre un locus et la maladie, sur 100 000 loci, on va trouver un lien pour environ 5 000 loci !

Locus du susceptibilité

En outre rien n'assure que le ou les loci de susceptibilité figurent parmi nos 100 000 loci marqueurs. Mais on peut espérer, vu le nombre de marqueurs retenus, que certains marqueurs seront proches de certains gènes de susceptibilité. Or les allèles en deux loci voisins ont tendance à se transmettre simultanément (absence de recombinaison). Dans une étude familiale, si, en un locus marqueur Q, le même allèle est « trop souvent » transmis en même temps que la maladie, on pourra suspecter un locus de susceptibilité proche de Q.

Et dans une population donnée, les allèles rencontrés en deux loci voisins ne seront pas indépendants, au sens probabilistique du terme :

$$\mathbb{P}(\text{allèle A au locus 1 et allèle B au locus2}) \neq \mathbb{P}(\text{allèle A au locus 1}) \times \mathbb{P}(\text{allèle B au locus2})$$

On dit qu'il y a déséquilibre de liaison (LD = linkage disequilibrium, voir [2]). Quand on compare malades/sains, une différence des lois des phénotypes au locus 1 (p.ex. un locus de susceptibilité) entraînera une différence des lois des phénotypes au locus 2 (p.ex. un locus marqueur). D'une différence observée en un locus marqueur, on pourra donc inférer la présence probable dans son voisinage d'un locus de susceptibilité.

Une fois ces principes posés, reste à mettre au point des méthodes extrayant « au mieux » l'information recueillie aux marqueurs pour désigner aux biologistes des régions où l'on peut suspecter la présence d'un gène impliqué dans la maladie.

Diverses approches sont possibles. Nous en évoquerons trois ici.

_____ La recherche de gènes impliqués dans une maladie (Genset-Serono)

II — APPROCHE PAR VOISINAGES

On se propose d'abord de décrire une méthode prenant en compte le déséquilibre de liaison pour identifier des associations à la maladie impliquant un ou plusieurs loci.

Influence du LD

Comme on l'a vu en introduction, lorsque qu'un locus donné a un fort signal d'association avec la maladie, les loci avec lesquels il se trouve en déséquilibre de liaison sont également associés à la maladie (mais dans une moindre mesure).

Par le raisonnement inverse, l'accumulation de signaux d'association au voisinage d'un locus donné doit permettre la détection de locus d'intérêt. C'est précisément cette propriété que nous allons utiliser dans la stratégie présentée ici.

Mesure de l'association et du LD

Il existe de nombreuses manières de mesurer l'association d'un SNP à la maladie ou bien le LD entre deux SNPs. Nous avons fait le choix de travailler dans les deux cas avec le simple χ^2 allélique (on ne tient pas compte du chromosome). Pour un SNP i on note $S(i)$ sa statistique d'association à la maladie et pour un couple de SNPs i et j on note $LD(i, j)$ la statistique mesurant leur LD.

Voisinage

On peut alors définir le α -voisinage d'un SNP i par

$$\mathcal{V}_\alpha(i) = \{j, \mathbb{P}(\chi^2(1) > LD(i, j)) \leq \alpha\}$$

et considérer

$$S_\alpha(i) = \sum_{j \in \mathcal{V}_\alpha(i)} S(j)$$

comme une mesure de l'association tenant compte du LD.

Score local

Si on note Z_i la normalisation de $S_\alpha(i)$ et que l'on ordonne les SNPs selon leurs positions sur le chromosome on obtient un processus de scores (voir figure 1). Il est possible d'utiliser ce processus pour localiser des segments de scores élevés en utilisant la programmation dynamique (les scores locaux).

Matapli n°74 - Mai 2004

A chacun de ces segments on peut enfin associer une mesure de significativité en utilisant des simulations (il existe dans certains cas des résultats asymptotiques concernant le score local mais il ne sont pas ici directement applicables).

Résultats

On dispose de données concernant la schizophrénie comprenant 213 cas, 241 témoins et 191 SNPs répartis sur une portion de 5 Mb du chromosome 13 (voir [4]). L'étude statistique initiale a permis d'identifier deux zones potentiellement intéressantes : binA et binB. Une validation expérimentale montre que G72, un gène situé dans binA, joue un rôle important dans la pathologie.

Lorsque l'on applique la stratégie présentée ci-avant, trois régions sont mises en évidence : binA, binB ainsi qu'une troisième région que nous notons binC. La table suivante présente les significativités de ces trois régions en fonction du α définissant le voisinage

α	0.000	0.005
binA	0.30	0.02
binB	0.26	0.62
binC	0.14	0.24

Le cas $\alpha = 0$ dégénéré correspond en fait à la non prise en compte du LD dans la démarche (puisque les voisinages se réduisent aux singletons). Comme on peut le voir, aucune zone n'est alors significative tandis qu'avec $\alpha = 0.5\%$ on retrouve bien les résultats expérimentaux. Ainsi, l'utilisation de cette démarche aurait pu grandement limiter le champ d'investigation expérimental sans pour autant changer la nature des résultats.

Conclusion

Notre compréhension de l'association de SNPs à la maladie place le déséquilibre de liaison au coeur de la problématique. En nous efforçant prendre en compte ce mécanisme nous avons pu améliorer de façon spectaculaire la qualité des prédictions. Ceci prouve l'intérêt de cette voie qui constitue une piste prometteuse pour les méthodes à venir.

Par ailleurs, la démarche proposée ici a permis de retrouver des résultats expérimentaux sans aucune intervention humaine et il est clair qu'avec l'immense développement attendu dans le secteur des SNPs et en particulier avec l'augmentation de leur nombre de plusieurs ordres de grandeurs, de telles techniques ne seront à l'avenir pas seulement souhaitables mais indispensables.

La recherche de gènes impliqués dans une maladie (Genset-Serono)

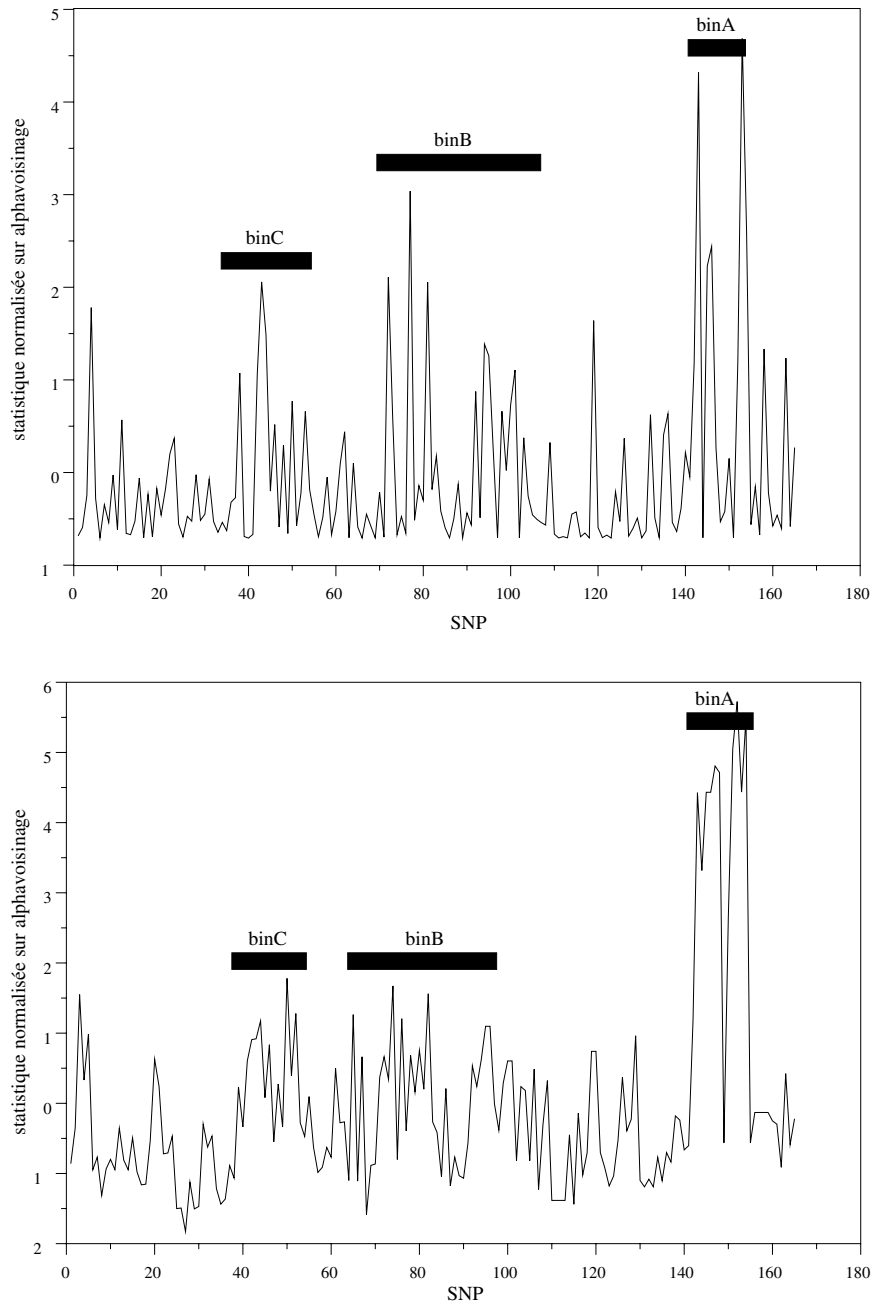


FIG. 1 – Score d'association normalisé pour les 166 SNPs dont la position est connue. A gauche le LD n'est pas pris en compte ($\alpha = 0$) alors qu'il l'est à droite ($\alpha = 0.005$).

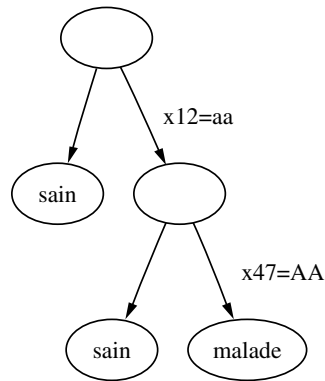


FIG. 2 – Exemple d’arbre de classification CART

III — APPROCHE PAR ALGORITHME CART

L’algorithme CART est un outil de classification supervisée développé au début des années 80 par Breiman et *al.* [1]. Nous souhaitons développer ici l’approche qui consiste à utiliser cet algorithme comme sélecteur de variables.

La démarche est la suivante : la connaissance d’une bonne prédiction de la maladie via une règle de décision permet, si cette règle est interprétable de déterminer les facteurs de cette maladie. Il existe de très nombreuses méthodes permettant de construire des règles de décision. Les méthodes à noyaux (ou SVM pour *Support Vector Machine*) sont parmi les plus utilisées à l’heure actuelle, mais les règles qu’elles produisent ne sont – par nature – absolument pas interprétables. L’algorithme de classification CART est une méthode de classification très efficace qui a de plus l’avantage de fournir une telle règle de décision interprétable, et donc de permettre la *sélection de variables*.

Cet algorithme construit un classifieur sous la forme d’un arbre binaire. À chaque nœud de l’arbre correspond une question binaire (parmi un ensemble prédéterminé de questions choisies par l’utilisateur) qui oriente les individus vers le nœud fils gauche ou droit. Dans la pratique, les questions seront soit de type simple : « le SNP numéro 52 est homozygote du premier type » soit de type composé : « le SNP numéro 52 est homozygote du premier type et le SNP 27 est homozygote du second type ». À chaque nœud terminal est affecté une classe (malade ou sain). Les chemins qui permettent d’atteindre un nœud terminal de malades depuis le sommet de l’arbre sont les chemins qui mettent en évidence les facteurs impliquant la maladie.

—— La recherche de gènes impliqués dans une maladie (Genset-Serono)

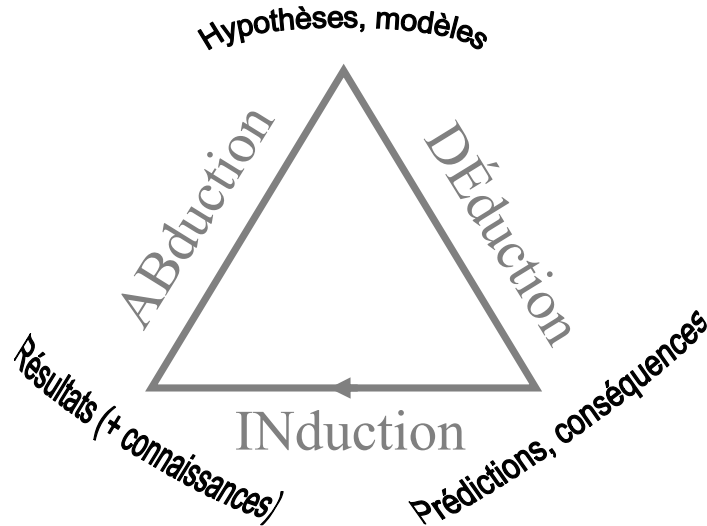
À chaque nœud, le choix de la (ou les) question(s) déterminante(s) se fait sur la base d'un critère qui optimise l'homogénéité des classes obtenues sur l'échantillon d'apprentissage. La classification supervisée introduit naturellement le problème de la sélection de modèles. En effet, la taille de l'arbre obtenu sans sélection est maximale puisque les arbres les plus grands induisent une erreur de classification plus petite. De plus, l'échantillon d'apprentissage contient naturellement des artefacts qui ne doivent pas être pris en compte. Un moyen très simple de répondre à ces problèmes est d'utiliser une méthode de *cross-validation*. Une famille d'arbres emboîtés est construite sur un échantillon test puis on procède à l'élagage (sélection de l'arbre ayant le meilleur compromis *explication du phénomène / taille du modèle*) sur un échantillon témoin.

Notons enfin que l'algorithme CART est naturellement bien adapté au problème des données manquantes (qui sont intrinsèques au génotypage). En effet, à chaque nœud de l'arbre l'algorithme sélectionne simultanément la meilleure question et celles qui lui sont le plus corrélées. Ceci permet de pouvoir utiliser les individus présentant des données manquantes pour les variables intervenant dans la question principale sélectionnée. Le second avantage (important dans notre approche) est qu'il permet d'attribuer une **fonction d'importance** à chacune des questions (et donc des variables) sélectionnées.

La capacité de l'algorithme CART à mettre en évidence les loci de susceptibilité à la maladie reste à valider. La difficulté principale réside dans le choix de l'ensemble de questions que l'on propose à l'algorithme. En particulier, la conservation locale des signaux due au déséquilibre de liaison doit permettre un renforcement de la spécificité de la classification.

IV — ASSISTANT ARTIFICIEL À LA DÉCOUVERTE DE CONNAISSANCES

L'apparition de nouveaux moyens de production de données à haut-débit (polymorphismes du génome, protéome, transcriptome) et l'utilisation massive des outils informatiques (bases de données d'articles et de connaissances) donnent aujourd'hui aux biologistes de nouveaux moyens pour appréhender la complexité du vivant. Dans ce contexte, le développement de nouveaux outils d'analyse est indispensable. En effet, là où l'homme parvenait à interpréter les données de l'expérience à partir de ses connaissances pour formuler de nouvelles hypothèses sur le fonctionnement du vivant, il lui faut aujourd'hui une aide pour confronter une grande quantité de données issues de ses expériences à l'ensemble des connaissances accessibles afin de l'aiguiller vers la formulation des hypothèses les plus pertinentes. Autrement dit, en conjonction avec ses travaux, l'exploitation du réseau sémantique des connaissances est à même de l'aider à expliciter des relations plausibles entre entités biologiques ou à généraliser à partir de connaissances partielles. Cette phase



C. S. PEIRCE ("Textes fondamentaux de sémiotique", Méridiens Klincksieck, Paris, 1987)

FIG. 3 – Les trois étapes du raisonnement scientifique

de formulation d'hypothèses n'est autre que l'étape d'abduction du raisonnement scientifique illustré dans la figure ci-dessus.

Ce problème a contribué à la prise de conscience de la nécessité de structurer les connaissances biologiques en partant de l'intuition que le vivant est constitué de « briques » qui sont assemblées afin de remplir une « fonction ».

L'état actuel des connaissances permet de s'attaquer à leur structuration. D'une part, des données sont disponibles immédiatement (interaction protéine-protéine, transcriptome, métabolisme de la levure) afin de tester les concepts et d'autres le seront bientôt (polymorphismes de Genset / Serono) qui permettront de les mettre en œuvre. D'autre part, la modélisation par les graphes semble particulièrement prometteuse : bien ancrée dans la communauté des biologistes, notamment pour l'étude des chemins métaboliques, elle permet d'intégrer des nœuds et des liens de nature hétérogène. Enfin, les récentes études des graphes, notamment des graphes dits « *small-world* », fournissent des outils d'analyse adaptés aux besoins des biologistes.

Une des techniques de recherche des « briques » fonctionnelles est le partitionnement des graphes en communautés. Pour le réaliser, un algorithme prometteur utilise la notion de centralité des liens. Celle-ci est évaluée par le nombre de plus courts chemins entre toutes les paires de nœuds du graphe qui passent par le lien considéré. En effet, les liens les plus centraux sont généralement

_____ La recherche de gènes impliqués dans une maladie (Genset-Serono)

des liens inter-communautaires. L'algorithme les enlève donc par centralité décroissante afin de faire apparaître des communautés par divisions successives du graphe. Ces communautés ont souvent une pertinence biologique qui aide le biologiste à formuler de nouvelles hypothèses sur le fonctionnement du vivant.

Les travaux à venir incluent le développement d'une pondération normalisée des liens afin de distinguer, par exemple, les liens fonctionnels certains de ceux qui sont hypothétiques. On utilisera pour cela la notion de plausibilité. Cela constituera une étape vers l'intégration de graphes hétérogènes (gènes - protéines par exemple). L'approche sera validée sur des découvertes passées pour lesquelles le cycle de raisonnement est bien connu en montrant comment il aurait été facilité par l'assistance à la formulation d'hypothèses.

RÉFÉRENCES

- [1] Leo Breiman, Jerome H. Friedman, Richard A. Olshen, and Charles J. Stone. *Classification and regression trees*. The Wadsworth Statistics/Probability Series, Belmont, California, 1984.
- [2] A. Collins, S. Ennis, P. Taillon-Miller, P.-Y. Kwok, and E. N. Morton. Allelic association with spns : metrics, populations, and the linkage disequilibrium map. *HUman Mutation*, 17 :255–262, 2001.
- [3] A. Collins, C. Lonjou, and N. E. Morton. Genetic epidemiology of single-nucleotide polymorphisms. *PNAS*, 97 :15173–15177, 1999.
- [4] Chumakov I., Blumenfeld M., Guerassimenko O., Cavarec L., Palicio M., Abderrahim H., Bougueleret L., Barry C., Tanaka H., La Rosa P., Puech A., Tahri N., Cohen-Akenine A., Delabrosse S., Lissarrague S., Picard FP., Maurice K., Essioux L., Millasseau P., Grel P., Debailleul V., Simon AM., Caterina D., Dufaure I., Malekzadeh K., Belova M., Luan JJ., Bouillot M., Sambucy JL., Primas G., Saumier M., Boubkiri N., Martin-Saumier S., Nasroune M., Peixoto H., Delaye A., Pinchot V., Bastucci M., Guillou S., Chevillon M., Sainz-Fuertes R., Meguenni S., Aurich-Costa J., Cherif D., Gimalac A., Van Duijn C., Gauvreau D., Ouellette G., Fortier I., Raelson J., Sherbatich T., Riazanskaia N., Rogaev E., Raeymaekers P., Aerssens J., Konings F., Luyten W., Macchiardi F., Sham PC., Straub RE., Weinberger DR., Cohen N., Cohen D., Ouelette G., and Realson J. Genetic and physiological data implicating the new human gene g72 and the gene for d-amino acid oxidase in schizophrenia. *Proc Natl Acad Sci USA*, 99(21) :13675–80, 2002.



Œuvres choisies de Jacques-Louis Lions

Hommage à un mathématicien de renommée internationale



Jacques-Louis Lions, décédé le 17 mai 2001, a fortement influencé les mathématiques appliquées françaises et mondiales.

Professeur au Collège de France, Professeur à l'École polytechnique, Président de l'INRIA, Président du CNES et Président de l'Académie des Sciences, **Jacques-Louis Lions** a publié plus de 20 livres et près de 600 articles scientifiques dans les principales revues internationales de mathématiques.

Afin de lui rendre hommage et de faciliter l'accès à ses travaux, la SMAI (Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles) a décidé d'éditer des *œuvres choisies de Jacques-Louis Lions*. La SMF (Société Mathématique de France) s'associe à cette publication faite avec le concours du Ministère de la Recherche.

Jacques-Louis Lions • Œuvres choisies

Volume 1 : Équations aux dérivées partielles et interpolation

Volume 2 : Contrôle et homogénéisation

Volume 3 : Analyse numérique, calcul scientifique et applications

Découpez ou photocopiez ce bon de commande et renvoyez-le à :

EDP Sciences – BP 112 – 91944 Les Ulis Cedex A – Tél. : 33 (0)1 69 18 75 75 – Fax : 33 (0)1 69 86 06 78

Nom : Prénom : Téléphone :

E-mail : Adresse :

Code Postal : Ville : Pays :

	Prix Unitaire	Quantité	TOTAL €
Équations aux dérivées partielles et interpolation (Vol. 1)	70 €	x	=
Contrôle et homogénéisation (Vol. 2)	70 €	x	=
Analyse numérique, calcul scientifique et applications (Vol. 3)	70 €	x	=
Les 3 volumes des Œuvres choisies (Vol. 1 + Vol. 2 + Vol. 3)	210 € 170 €	x	=
Frais de port	1 livre	Livre supplémentaire	Plus de 5 livres
France métropolitaine	4 €	+ 1 €	+
DOM et Europe	7 €	+ 2 €	
TOM et reste du monde	9 €	+ 3 €	
TOTAL			=

Paiement :

– par chèque à l'ordre d'EDP Sciences (à joindre à la commande)

– par carte bancaire :

VISA Eurocard American Express

N° de Carte :

□□□□ □□□□ □□□□ □□□□

Date d'expiration : /.....

Date et signature :

CPMAT0403

CRITIQUE DE LIVRES

BRIGITTE LUCQUIN : *Équations aux dérivées partielles et leurs approximations*.
Éditeur : Ellipses ; collection : Mathématiques à l'université ; Cours et exercices corrigés, 230 pages – ISBN 2-7298-1866-9

Les auteurs de cette rubrique ayant été, l'un, collaborateur de l'auteur pendant de nombreuses années et, l'autre, ancien étudiant de celui-ci à Paris VI et aujourd'hui chargé d'un enseignement similaire à Paris VII ont hésité longtemps avant de rédiger cette présentation du livre de Brigitte Lucquin, mais, après tout, ils ont estimé que leur connaissance du livre les autorisait à écrire ce compte rendu. Ils ont souvent discuté, parfois contesté certains points mais il faut reconnaître que c'est toujours l'auteur qui a tranché, ce qui donne au livre son homogénéité et sa cohérence tant du point de vue du contenu que de la rédaction et de l'équilibre entre le cours, qui contient de nombreux exemples, et les exercices ; ceux qui connaissent Brigitte, collègues et étudiants, retrouveront sa compétence, sa rigueur et son enthousiasme.

L'arrivée massive des ordinateurs et l'accroissement régulier de leurs performances, les besoins de la recherche fondamentale et appliquée ont profondément transformé l'enseignement des méthodes numériques, notamment dans le domaine des équations aux dérivées partielles. Le contenu de ce livre, s'il se place dans l'héritage des premiers enseignements donnés par Jacques-Louis Lions et ses élèves, n'en porte pas moins les signes du temps présent. Pour mémoire, Brigitte a aussi écrit, avec Olivier Pironneau, un livre sur le calcul scientifique, compagnon de l'ouvrage analysé ci-après. Ce livre s'est construit au contact des étudiants, il traduit leurs demandes formulées en fonction de leurs connaissances et de leurs difficultés et leurs réactions. Il reflète de plus l'influence de l'environnement du laboratoire Jacques-Louis Lions et des vocations de cet environnement.

L'auteur a fait des choix en construisant ce livre en quatre parties. Dans la première qui se développe sur trois chapitres, elle expose ce qui est considéré aujourd'hui comme la base minimale des connaissances d'analyse fonctionnelle indispensables au traitement des équations aux dérivées partielles par des techniques modernes. Certes, il est possible, comme l'affirment certains mathématiciens, de se passer des distributions et des espaces de Sobolev, mais la connaissance de ces outils en tant que tels n'a jamais entraîné, chez les étudiants, de rejets ou de traumatismes graves ; au contraire, nous sommes persuadés que la notion de dérivée au sens des distributions permet une bonne compréhension de la notion de solution généralisée des équations aux dérivées partielles. Peut-on prétendre traiter le sujet sans une bonne maîtrise des espaces de distributions et des espaces fonctionnels ? Une réponse est dans ce livre qui constitue une initiation et qui incite à en savoir plus en remontant aux sources : Schwartz, Sobolev et leurs successeurs. La seconde partie comporte deux chapitres qui traitent, à partir d'exemples classiques, les notions fondamentales sur la formulation variationnelle de problèmes aux

limites : c'est une introduction à la fois pratique et méthodologique. On pourrait écrire que tous les problèmes de ce type se traitent de la même manière, mais on s'aperçoit bien vite que la classification classique, notamment des problèmes du second ordre ne permet pas d'éviter l'analyse de chacun d'eux : les problèmes elliptiques qui ne sont pas bien posés dans le cadre des données de Cauchy mettent en évidence les aspects essentiels des conditions aux limites, les problèmes paraboliques et hyperboliques, quant à eux, ne pourraient être résolus sans y ajouter les données initiales et la nécessité de sortir quelquefois d'un cadre variationnel trop rigide. Par contre les méthodes variationnelles exposées autorisent des échappées futures vers les inéquations variationnelles, si utiles dans les applications, notamment en mécanique et dans les problèmes de transfert. Bien entendu le théorème de Lax-Milgram, qui fait l'objet du second chapitre, est la cheville ouvrière de la mise en œuvre des méthodes et prépare l'approximation, l'analyse et la résolution numériques des solutions des problèmes. Les deux dernières parties sont consacrées à l'approximation par deux grandes méthodes numériques : celle des éléments finis est introduite la première, elle peut paraître aujourd'hui plus simple que la classique méthode des différences finies, plus ancienne et plus naturelle dans la mesure où l'approximation des dérivées utilise les quotients différentiels qui ne sont autres que des dérivées discrétisées. Toutefois, ce qui justifie le choix de cet ordre, c'est sans doute que la méthode des éléments finis constitue le cadre incontournable de la méthode variationnelle. L'analyse détaillée du plan de ces deux parties, qui présentent le même format, montre le soin mis par l'auteur à apporter non seulement des connaissances et des résultats immédiatement utilisables, mais aussi une méthodologie destinée à fonctionner dans des cas plus généraux indispensables au traitement de problèmes linéaires d'ordre élevé et adaptable à de grandes classes de problèmes non-linéaires. Dans le choix des méthodes, on retrouve la classification des problèmes du second ordre : la méthode des éléments finis est bien adaptée à l'étude des problèmes elliptiques traités par la méthode variationnelle, la méthode des différences finies est incontournable dans les problèmes paraboliques et hyperboliques. Une attention particulière est accordée aux traitements numériques : le choix des schémas est toujours un point délicat puisque la prise en compte des données aux limites et des données initiales peut conduire à des catastrophes numériques. Dans ces derniers cas, lorsque le numéricien est persuadé que la solution va converger vers la solution exacte bien que les résultats numériques lui prouvent le contraire, il doit toujours avoir en l'esprit la condition CFL qui est un garde-fou et qui se traduit intuitivement en notion de stabilité du schéma. Des tests sur des cas modèles sont une bonne précaution avant d'utiliser ou de rejeter une méthode peut-être mal utilisée ou mal adaptée. Il faut aussi prendre en compte le volume des calculs à faire, la précision exigée ; il n'est pas utile de choisir des schémas d'ordre élevé si le gain de précision est faible au prix d'un volume de calcul prohibitif. Les estimations d'erreurs constituent un sujet difficile et délicat à enseigner ; les étudiants n'apprécient plus guère ce découpage de cheveux en quatre et pour-

tant faire du calcul d'approximation sans au moins essayer de faire des estimations d'erreurs relève de l'inconscience, voire de la désinvolture. Ce thème ferait l'objet d'un gros livre, mais, en quelques paragraphes, on apprend l'essentiel d'une méthodologie sur les estimations d'erreurs ; les cas traités pertinents et accessibles montrent l'importance de cette étape dans les processus d'approximation.

Chaque partie se termine par un chapitre d'exercices bien choisis et rodés au cours de plusieurs années d'enseignement ; ces exercices constituent une part indissociable du cours proprement dit et ils apportent des compléments et des éclairages utiles à tous ceux qui veulent poursuivre leurs études dans la résolution des problèmes modélisés par des équations aux dérivées partielles. Cette dernière remarque permet d'ajouter que le livre est aussi un outil pour aborder la modélisation et ce n'est pas le moindre de ses mérites.

En conclusion, ce livre qui trouve sa place dans le **M** du **LMD** sera pour les étudiants et les élèves ingénieurs un outil indispensable à leur formation : il leur sera utile dans leur pratique quotidienne au cours de leur vie active. Il peut aussi être utile à tous ceux qui enseignent ou qui s'intéressent à l'enseignement des mathématiques.

Par F. LAGOUTIÈRE & Gérard TRONEL

Matapli n°74 - Mai 2004

ALEXANDRE TSYBAKOV : *Introduction à l'estimation non-paramétrique.*
Éditeur : Ellipses ; collection : Mathématiques & Applications 41, 176 pages
– ISBN 3-540-40592-5

Une part croissante des publications en statistique mathématique est consacrée à l'estimation non-paramétrique. Ce thème s'est vigoureusement développé depuis une vingtaine d'années, tant sur le plan théorique que sur celui des applications, avec l'émergence de toute une gamme de méthodes d'estimation adaptative dont la conception ou l'analyse de performance nécessite l'emploi d'outils mathématiques variés issus du calcul des probabilités bien entendu mais aussi de la théorie de l'information, de l'analyse harmonique ou de la théorie de l'approximation. Le succès grandissant de ces nouvelles méthodes pour les utilisateurs, bien illustré par la percée des ondelettes dans le traitement statistique du signal, s'est accompagné d'une floraison relativement abondante (en tout cas dans la littérature anglo-saxonne) de livres de présentation de ces méthodes riches en expérimentations et en commentaires sur la pertinence de leurs utilisations dans tel ou tel contexte. Par contraste, peu d'ouvrages de synthèse sont disponibles rendant compte des aspects théoriques du sujet et aucun à ma connaissance en langue française. Cette regrettable lacune se voit comblée, partiellement certes, mais avec soin et avec goût, par l'ouvrage d'Alexandre Tsybakov. Outre une présentation des principales méthodes de lissage (noyaux de convolution, polynômes locaux), le livre comporte un chapitre très travaillé sur les bornes inférieures minimax permettant au lecteur un accès convivial aux minoration à la Fano. L'originalité de l'ouvrage réside, de mon point de vue, dans le long Chapitre consacré à la théorie de Pinsker développée au début des années 80 et dont il est juste de dire qu'elle fut la source d'inspiration de la plupart des principaux travaux sur l'estimation adaptative depuis lors. La limitation au modèle de bruit blanc ou de suite gaussienne n'enlève rien à la force du propos, au contraire le recours à ces cadres épurés permet de bien comprendre l'essentiel des idées nécessaires à la construction d'estimateurs asymptotiquement adaptatifs au sens du minimax. Pour avoir recueilli les commentaires flatteurs des étudiants du DEA dont je m'occupe sur le cours de Tsybakov, enseigné à l'occasion du semestre de l'Institut Emile Borel 2001, l'Odyssée de la Statistique, dont le contenu était à peu de chose près celui du présent ouvrage, je peux en recommander sans crainte la lecture aux chercheurs en herbe. Le lecteur plus confirmé y puisera lui aussi des sources de satisfaction et de réflexion fort utiles, notamment, au moment de concevoir un cours de troisième cycle sur l'estimation non-paramétrique. C'est une façon de dire que le cahier des charges de la collection *Mathématiques et Applications* est ici parfaitement bien rempli. Que l'auteur en soit chaleureusement remercié et félicité !

Par Pascal MASSART, professeur à l'université de Paris-Sud, Orsay

ON THE HISTORY AND PERSPECTIVES OF CONTROL THEORY *

par E. Fernández-Cara[†] and E. Zuazua[‡]

Abstract

This paper devoted to present some of the milestones of Control Theory. To do that, we first overview its origins and some of the main mathematical achievements. Then, we discuss the main domains of Sciences and Technologies where Control Theory arises and applies. Finally, we briefly describe some of the major challenging applications in Control Theory for the XXI Century.

I — INTRODUCTION

This article is devoted to present some of the milestones of Control Theory.

The underlying idea that has motivated this work is our aim to show that Control Theory is at present one of the most interdisciplinary areas of research. Control Theory arose with the very first technological discoveries of the industrial revolution and, since then, has been a useful tool in Applied Sciences. Its role is present in most modern applications. On the other hand, Control Theory has been a discipline where many mathematical ideas and methods have melt to produce a new body of important Mathematics. Accordingly, it is nowadays a rich crossing point of Engineering and Mathematics.

These notes contain information not only on the origins and History of Control Theory, but also on the way applications and interactions of Control Theory with other Sciences and Technology have conducted the development of the discipline.

The plan of the paper is the following.

Section 2 is concerned with the origins and most basic concepts.

In Section 3 we study a simple but very interesting example: the *pendulum*. As we shall see, an elementary analysis of this simple but important mechanical system indicates that the fundamental ideas of Control Theory are extremely meaningful from a physical viewpoint.

*The authors have been partially financed by Grants BFM2003-06446 and BFM2002-03345 of the M.C.Y.T. (Spain).

[†]Departamento de Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico, Universidad de Sevilla, Apto. 1160, 41080 Sevilla, Spain - cara@us.es

[‡]Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma de Madrid, 28049 Madrid, Spain - enrique.zuazua@uam.es

Matapli n°74 - Mai 2004

In Section 4 we describe some relevant historical facts and also some important contemporary applications. There, it will be shown that Control Theory is in fact an interdisciplinary subject that has been strongly involved in the development of the contemporary society.

In Section 5 we describe briefly two beautiful and extremely important challenging applications for Control Theory in which, from a mathematical viewpoint, almost all remains to be done: laser molecular control and the control of floods.

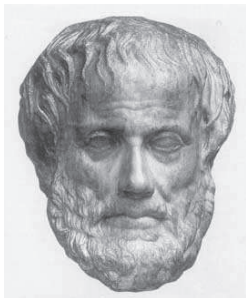
Finally, we present in Section 6 a list of possible future applications and lines of development of Control Theory: large space structures, Robotics, biomedical research, etc.

II — ORIGINS AND BASIC IDEAS, CONCEPTS AND INGREDIENTS

The word *control* has a double meaning. First, controlling a system can be understood simply as testing or checking that its behavior is satisfactory. In a deeper sense, to control is also to act, to put things in order to guarantee that the system behaves as desired.

S. Bennet starts the first volume of his book [2] on the history of *Control Engineering* quoting the following sentence of Chapter 3, Book 1, of the monograph "Politics" by Aristotle:

"... if every instrument could accomplish its own work, obeying or anticipating the will of others ... if the shuttle weaved and the pick touched the lyre without a hand to guide them, chief workmen would not need servants, nor masters slaves."



Aristotle (384–322 B.C.)

This sentence by Aristotle describes in a rather transparent way the guiding goal of *Control Theory*: the need of automatizing processes to let the human being gain in liberty, freedom, and quality of life.

Let us indicate briefly how control problems are stated nowadays in mathematical terms. To fix ideas, assume we want to get a good behavior of a physical system governed by the *state equation*

$$A(y) = f(v). \quad (1)$$

Here, y is the *state*, the unknown of the system that we are willing to control. It belongs to a vector space Y . On the other hand, v is the *control*. It belongs to the *set of admissible controls* \mathcal{U}_{ad} . This is the variable that we can choose freely in \mathcal{U}_{ad} to act on the system.

On the History and Perspectives of Control Theory

Let us assume that $A : D(A) \subset Y \mapsto Y$ and $f : \mathcal{U}_{\text{ad}} \mapsto Y$ are two given (linear or nonlinear) mappings. The operator A determines the equation that must be satisfied by the state variable y , according to the laws of Physics. The function f indicates the way the control v acts on the system governing the state. For simplicity, let us assume that, for each $v \in \mathcal{U}_{\text{ad}}$, the state equation (1) possesses exactly one solution $y = y(v)$ in Y . Then, roughly speaking, to control (1) is to find $v \in \mathcal{U}_{\text{ad}}$ such that the solution to (1) gets close to the desired prescribed state. The "best" among all the existing controls achieving the desired goal is frequently referred to as the *optimal control*.

This mathematical formulation might seem sophisticated or even obscure for readers not familiar with this topic. However, it is by now standard and it has been originated naturally along the history of this rich discipline. One of the main advantages of such a general setting is that many problems of very different nature may fit in it, as we shall see along this work.

As many other fields of human activities, the discipline of Control existed much earlier than it was given that name. Indeed, in the world of living species, organisms are endowed with sophisticated mechanisms that regulate the various tasks they develop. This is done to guarantee that the essential variables are kept in optimal regimes to keep the species alive allowing them to grow, develop and reproduce.

Thus, although the mathematical formulation of control problems is intrinsically complex, the key ideas in Control Theory can be found in Nature, in the evolution and behavior of living beings.

The first key idea is the *feedback* concept. This term was incorporated to Control Engineering in the twenties by the engineers of the "Bell Telephone Laboratory" but, at that time, it was already recognized and consolidated in other areas, such as Political Economics.

Essentially, a feedback process is the one in which the state of the system determines the way the control has to be exerted at any time. This is related to the notion of *real time control*, very important for applications. In the framework of (1), we say that the control u is given by a *feedback law* if we are able to provide a mapping $G : Y \mapsto \mathcal{U}_{\text{ad}}$ such that

$$u = G(y), \quad \text{where } y = y(u), \tag{2}$$

i.e. y solves (1) with v replaced by u .

Nowadays, feedback processes are ubiquitous not only in Economics, but also in Biology, Psychology, etc. Accordingly, in many different related areas, the *cause-effect principle* is not understood as a static phenomenon any more, but it is rather being viewed from a dynamical perspective. Thus, we can speak of the *cause-effect-cause principle*.

The second key idea is clearly illustrated by the following sentence by H.R. Hall in [10] in 1907 and that we have taken from [2]:

Matapli n°74 - Mai 2004

"It is a curious fact that, while political economists recognize that for the proper action of the law of supply and demand there must be fluctuations, it has not generally been recognized by mechanicians in this matter of the steam engine governor. The aim of the mechanical economist, as is that of the political economist, should be not to do away with these fluctuations all together (for then he does away with the principles of self-regulation), but to diminish them as much as possible, still leaving them large enough to have sufficient regulating power."

The need of having room for fluctuations that this paragraph evokes is related to a basic principle that we apply many times in our daily life. For instance, when driving a car at a high speed and needing to brake, we usually try to make it intermittently, in order to keep the vehicle under control at any moment. In the context of human relationships, it is also clear that insisting permanently in the same idea might not be precisely the most convincing strategy.

The same rule applies for the control of a system. Thus, to control a system arising in Nature or Technology, we do not have necessarily to stress the system and drive it to the desired state immediately and directly. Very often, it is much more efficient to control the system letting it fluctuate, trying to find a harmonic dynamics that will drive the system to the desired state without forcing it too much. An excess of control may indeed produce not only an inadmissible cost but also irreversible damages in the system under consideration.

Another important underlying notion in Control Theory is *Optimization*. This can be regarded as a branch of Mathematics whose goal is to improve a variable in order to maximize a benefit (or minimize a cost). This is applicable to a lot of practical situations (the variable can be a temperature, a velocity field, a measure of information, etc.). Optimization Theory and its related techniques are such a broad subject that it would be impossible to make a unified presentation. Furthermore, a lot of recent developments in *Informatics* and *Computer Science* have played a crucial role in Optimization. Indeed, the complexity of the systems we consider interesting nowadays makes it impossible to implement efficient control strategies without using appropriate (and sophisticated) software.

In order to understand why Optimization techniques and Control Theory are closely related, let us come back to (1). Assume that the set of admissible controls \mathcal{U}_{ad} is a subset of the Banach space \mathcal{U} (with norm $\|\cdot\|_{\mathcal{U}}$) and the state space Y is another Banach space (with norm $\|\cdot\|_Y$). Also, assume that the state $y_d \in Y$ is the preferred state and is chosen as a target for the state of the system. Then, the control problem consists in finding controls v in \mathcal{U}_{ad} such that the associated solution coincides or gets close to y_d .

It is then reasonable to think that a fruitful way to choose a good control v is

On the History and Perspectives of Control Theory

by minimizing a *cost function* of the form

$$J(v) = \frac{1}{2} \|y(v) - y_d\|_Y^2 \quad \forall v \in \mathcal{U}_{ad} \quad (3)$$

or, more generally,

$$J(v) = \frac{1}{2} \|y(v) - y_d\|_Y^2 + \frac{\mu}{2} \|v\|_{\mathcal{U}}^2 \quad \forall v \in \mathcal{U}_{ad}, \quad (4)$$

where $\mu \geq 0$.

These are (constrained) extremal problems whose analysis corresponds to Optimization Theory.

It is interesting to analyze the two terms arising in the functional J in (4) when $\mu > 0$ separately, since they play complementary roles. When minimizing the functional in (4), we are minimizing the balance between these two terms. The first one requires to get close to the target y_d while the second one penalizes using too much costly control. Thus, roughly speaking, when minimizing J we are trying to drive the system to a state close to the target y_d without too much effort.

We will give below more details of the connection of Control Theory and Optimization.

So far, we have mentioned three main ingredients arising in Control Theory: the notion of feedback, the need of fluctuations and Optimization. But of course in the development of Control Theory many other concepts have been important.

One of them is *Cybernetics*. The word "cybernétique" was proposed by the French physicist A.-M. Ampère in the XIX Century to design the nonexistent science of process controlling. This was quickly forgotten until 1948, when N. Wiener chose "Cybernetics" as the title of his book.

Wiener defined Cybernetics as "the science of control and communication in animals and machines". In this way, he established the connection between Control Theory and Physiology and anticipated that, in a desirable future, engines would obey and imitate human beings.

At that time this was only a dream but now the situation is completely different, since recent developments have made possible a large number of new applications in *Robotics*, *Computer-Aided Design*, etc. Today, Cybernetics is not a dream any more but an ubiquitous reality. On the other hand, Cybernetics leads to many important questions that are relevant for the development of our society, very often in the borderline of *Ethics* and *Philosophy*. For instance,

Can we be inspired by Nature to create better engines and machines ?



Norbert Wiener
(1894–1964)

Matapli n°74 - Mai 2004

Or

Is the animal behavior an acceptable criterium to judge the performance of an engine ?

Many movies of science fiction describe a world in which machines do not obey any more to humans and humans become their slaves. This is the opposite situation to the one Control Theory has been and is looking for. The development of Science and Technology is obeying very closely to the predictions made fifty years ago. Therefore, it seems desirable to deeply consider and revise our position towards Cybernetics from now on, many years ahead, as we do permanently in what concerns, for instance, Genetics and the possibilities it provides to intervene in human reproduction.

III — THE PENDULUM

We will analyze in this Section a very simple and elementary control problem related to the dynamics of *the pendulum*.

The analysis of this model will allow us to present the most relevant ideas in the control of finite dimensional systems, that, as we said above, are essential for more sophisticated systems too. In our presentation, we will closely follow the book by E. Sontag [17].

The problem we discuss here, far from being purely academic, arises in many technological applications and in particular in Robotics, where the goal is to control a *gyratory arm* with a motor located at one extreme connecting the arm to the rest of the structure.

In order to model this system, we assume that the total mass m of the arm is located at the free extreme and the bar has unit length. Ignoring the effect of friction, we write

$$m\ddot{\theta}(t) = -mg \sin \theta(t) + v(t), \quad (5)$$

which is a direct consequence of *Newton's law*. Here, $\theta = \theta(t)$ is the angle of the arm with respect to the vertical axis measured counterclockwise, g is the acceleration due to gravity and u is the applied external *torsional momentum*. The state of the system is $(\theta, \dot{\theta})$, while $v = v(t)$ is the control (see Fig. 1).

To simplify our analysis, we also assume that $m = g = 1$. Then, (5) becomes:

$$\ddot{\theta}(t) + \sin \theta(t) = v(t). \quad (6)$$

The vertical stationary position ($\theta = \pi, \dot{\theta} = 0$) is an equilibrium configuration in the absence of control, i.e. with $v \equiv 0$. But, obviously, this is an *unstable* equilibrium. Let us analyze the system around this configuration, to understand how this instability can be compensated by means of the applied control force v .

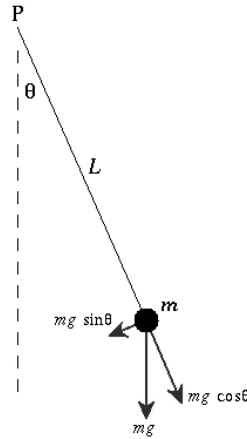


Figure 1: The simple pendulum.

Taking into account that $\sin \theta \sim \pi - \theta$ near $\theta = \pi$, at first approximation, the linearized system with respect to the variable $\varphi = \theta - \pi$ can be written in the form

$$\ddot{\varphi} - \varphi = v(t). \quad (7)$$

The goal is then to drive $(\varphi, \dot{\varphi})$ to the desired state $(0, 0)$ for all small initial data, without making the angle and the velocity too large along the controlled trajectory.

The following control strategy is in agreement with common sense: when the system is to the left of the vertical line, i.e. when $\varphi = \theta - \pi > 0$, we push the system towards the right side, i.e. we apply a force v with negative sign; on the other hand, when $\varphi < 0$, it seems natural to choose $v > 0$.

This suggests the following *feedback law*, in which the control is proportional to the state:

$$v = -\alpha\varphi, \quad \text{with } \alpha > 0. \quad (8)$$

In this way, we get the *closed loop system*

$$\ddot{\varphi} + (\alpha - 1)\varphi = 0. \quad (9)$$

It is important to understand that, solving (9), we simultaneously obtain the state $(\varphi, \dot{\varphi})$ and the control $v = -\alpha\varphi$. This justifies, at least in this case, the relevance of a feedback law like (8).

The roots of the characteristic polynomial of the linear equation (9) are $z = \pm\sqrt{1 - \alpha}$. Hence, when $\alpha > 1$, the nontrivial solutions of this differential

Matapli n°74 - Mai 2004

equation are *oscillatory*. When $\alpha < 1$, all solutions diverge to $\pm\infty$ as $t \rightarrow \pm\infty$, except those satisfying

$$\dot{\varphi}(0) = -\sqrt{1-\alpha} \varphi(0).$$

Finally, when $\alpha = 1$, all nontrivial solutions satisfying $\dot{\varphi}(0) = 0$ are constant.

Thus, the solutions to the linearized system (9) do not reach the desired configuration $(0, 0)$ in general, independently of the constant α we put in (8).

This can be explained as follows. Let us first assume that $\alpha < 1$. When $\varphi(0)$ is positive and small and $\dot{\varphi}(0) = 0$, from equation (9) we deduce that $\ddot{\varphi}(0) > 0$. Thus, φ and $\dot{\varphi}$ grow and, consequently, the pendulum goes away from the vertical line. When $\alpha > 1$, the control acts on the correct direction but with too much inertia.

The same happens to be true for the nonlinear system (6).

The most natural solution is then to keep $\alpha > 1$, but introducing an additional term to diminish the oscillations and penalize the velocity. In this way, a new feedback law can be proposed in which the control is given as a linear combination of φ and $\dot{\varphi}$:

$$v = -\alpha\varphi - \beta\dot{\varphi}, \quad \text{with } \alpha > 1 \text{ and } \beta > 0. \quad (10)$$

The new closed loop system is

$$\ddot{\varphi} + \beta\dot{\varphi} + (\alpha - 1)\varphi = 0, \quad (11)$$

whose characteristic polynomial has the following roots

$$\frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4(\alpha - 1)}}{2}. \quad (12)$$

Now, the real part of the roots is negative and therefore, all solutions converge to zero as $t \rightarrow +\infty$. Moreover, if we impose the condition

$$\beta^2 > 4(\alpha - 1), \quad (13)$$

we see that solutions tend to zero monotonically, without oscillations.

This simple model is rich enough to illustrate some systematic properties of control systems:

- Linearizing the system is a useful tool to address its control, although the results that can be obtained this way are only of local nature.
- One can obtain feedback controls, but their effects on the system are not necessarily in agreement with the very first intuition. Certainly, the (asymptotic) stability properties of the system must be taken into account.

On the History and Perspectives of Control Theory

- Increasing dissipation one can eliminate the oscillations, as we have indicated in (13).

We are now going to describe the so called *bang-bang* controls. These are very useful and arise quite naturally when a restriction on the cost is imposed.

Once $\alpha > 1$ is fixed, for instance $\alpha = 2$, we can assume that

$$v = -2\varphi + w, \tag{14}$$

so that (7) can be written in the form

$$\ddot{\varphi} + \varphi = w. \tag{15}$$

This is Newton's law for the vibration of a spring.

This time, we look for controls below an admissible cost. For instance, we impose

$$|w(t)| \leq 1 \quad \forall t.$$

The function $w = w(t)$ that, satisfying this constraint, controls the system in minimal time, i.e. *the optimal control*, is necessarily of the form

$$w(t) = \text{sgn}(p(t)),$$

where η is a solution of

$$\ddot{p} + p = 0.$$

This is a consequence of *Pontryagin's maximum principle* (for instance, see [8] for more details).

Therefore, the optimal control takes only the values ± 1 and, in practice, it is sufficient to determine the *switching times* at which the sign of the optimal control changes.

In order to compute the optimal control, let us first compute the solutions corresponding to the extremal controllers ± 1 . Using the new variables x_1 and x_2 with $x_1 = \varphi$ and $x_2 = \dot{\varphi}$, this is equivalent to solve the systems

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + 1 \end{cases} \tag{16}$$

and

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 1. \end{cases} \tag{17}$$

The solutions can be identified to the circumferences in the plane (x_1, x_2) centered at $(1, 0)$ and $(-1, 0)$, respectively. Consequently, in order to drive (15) to the final state $(\varphi, \dot{\varphi})(T) = (0, 0)$, we must follow these circumferences, starting from the prescribed initial state and switching from one to another appropriately.

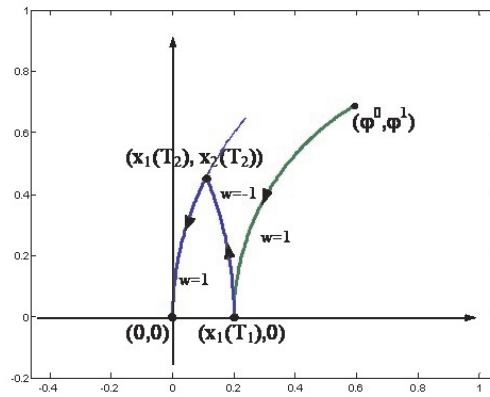


Figure 2: The action of a bang-bang control.

For instance, assume that we start from the initial state $(\varphi, \dot{\varphi})(0) = (\varphi^0, \varphi^1)$, where φ^0 and φ^1 are positive and small (see Fig. 2). Then, we first take $w(t) = 1$ and solve (16) for $t \in [0, T_1]$, where T_1 is such that $x_2(T_1) = 0$, i.e. we follow counterclockwise the arc connecting the points (φ^0, φ^1) and $(x_1(T_1), 0)$ in the (x_1, x_2) plane. In a second step, we take $w(t) = -1$ and solve (17) for $t \in [T_1, T_2]$, where T_2 is such that $(1 - x_1(T_2))^2 + x_2(T_2)^2 = 1$. We thus follow (again counterclockwise) the arc connecting the points $(x_1(T_1), 0)$ and $(x_1(T_2), x_2(T_2))$. Finally, we take $w(t) = 1$ and solve (16) for $t \in [T_2, T_3]$, with T_3 such that $x_1(T_3) = x_2(T_3) = 0$.

Similar constructions of the control can be done when $\varphi^0 \leq 1$ or $\varphi^1 \leq 0$.

In this way, we reach the equilibrium $(0, 0)$ in finite time and we obtain a feedback mechanism

$$\ddot{\varphi} + \varphi = F(\varphi, \dot{\varphi}),$$

where F is the function taking the value -1 above the switching curve and $+1$ below. In what concerns the original system (7), we have

$$\ddot{\varphi} - \varphi = -2\varphi + F(\varphi, \dot{\varphi}).$$

The action of the control in this example shows clearly the suitability of self-regulation mechanisms. If we want to lead the system to rest in a minimal time, it is advisable to do it following a somewhat indirect path, allowing the system to evolve naturally and avoiding any excessive forcing.

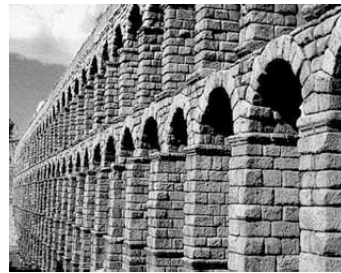
Bang-bang controllers are of high interest for practical purposes. Although they might seem irregular and unnatural, they have the advantages of providing minimal time control and being easy to compute.

On the History and Perspectives of Control Theory

As we said above, although the problem we have considered is very simple, it leads naturally to some of the most relevant ideas of Control Theory: feedback laws, overdamping, digital and bang-bang controls, etc.

IV — HISTORY AND CONTEMPORARY APPLICATIONS

In this paper, we do not intend to make a complete overview of the history of Control Theory, nor to address its connections with the philosophical questions we have just mentioned. Without any doubt, this would need much more space. Our intention is simply to recall some classical and well known results that have to some extent influenced the development of this discipline, pointing out several facts that, in our opinion, have been relevant for the recent achievements of Control Theory.



A Roman aqueduct

Let us go back to the origins of Control Engineering and Control Theory and let us describe the role this discipline has played in History.

Going backwards in time, we will easily conclude that Romans did use some elements of Control Theory in their aqueducts. Indeed, ingenious systems of regulating valves were used in these constructions in order to keep the water level constant.

Some people claim that, in the ancient Mesopotamia, more than 2000 years B.C., the control of the irrigation systems was also a well known art.

On the other hand, in the ancient Egypt the "harpenodaptai" (string stretchers), were specialized in stretching very long strings leading to long straight segments to help in large constructions. Somehow, this is an evidence of the fact that in the ancient Egypt the following two assertions were already well understood:

- The shortest distance between two points is the straight line (which can be considered to be the most classical assertion in Optimization and Calculus of Variations);
- This is equivalent to the following dual property: among all the paths of a given length the one that produces the longest distance between its extremes is the straight line as well.

The task of the "harpenodaptai" was precisely to build these "optimal curves".

Matapli n°74 - Mai 2004

The work by Ch. Huygens and R. Hooke at the end of the XVII Century on the *oscillations of the pendulum* is a more modern example of development in Control Theory. Their goal was to achieve a precise measurement of time and location, so precious in navigation.

These works were later adapted to regulate the velocity of windmills. The main mechanism was based on a system of balls rotating around an axis, with a velocity proportional to the velocity of the windmill. When the rotational velocity increased, the balls got farther from the axis, acting on the wings of the mill through appropriate mechanisms.

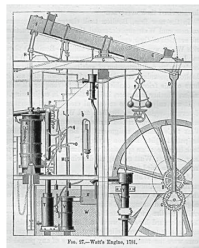


J. Watt
(1736–1819)

J. Watt adapted these ideas when he invented the *steam engine* and this constituted a magnificent step in the industrial revolution. In this mechanism, when the velocity of the balls increases, one or several valves open to let the vapor scape. This makes the pressure diminish. When this happens, i.e. when the pressure inside the boiler becomes weaker, the velocity begins to go down. The goal of introducing and using this mechanism is of course to keep the velocity as close as possible to a constant.

The British astronomer G. Airy was the first scientist to analyze mathematically the regulating system invented by Watt. But the first definitive mathematical description was given only in the works by J.C. Maxwell, in 1868, where some of the erratic behaviors encountered in the steam engine were described and some control mechanisms were proposed.

The central ideas of Control Theory gained soon a remarkable impact and, in the twenties, engineers were already preferring the continuous processing and using semi-automatic or automatic control techniques. In this way, Control Engineering germinated and got the recognition of a distinguished discipline.



Watt's 1781 steam engine
(taken from [19]).

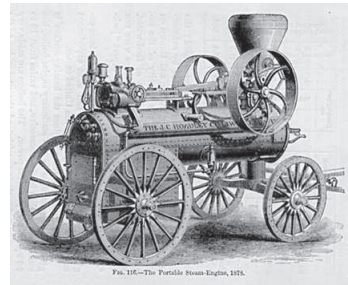
In the thirties important progresses were made on automatic control and design and analysis techniques. The number of applications increased covering *amplifiers* in telephone systems, distribution systems in electrical plants, stabilization of aeroplanes, electrical mechanisms in paper production, Chemistry, petroleum and steel Industry, etc.

By the end of that decade, two emerging and clearly different methods or approaches were available: a first method based on the use of differential equations and a second one, of frequential nature, based on the analysis of amplitudes and phases of "inputs" and "outputs".

On the History and Perspectives of Control Theory

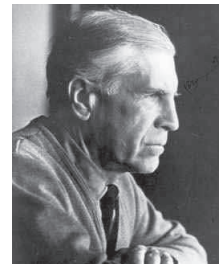
By that time, many institutions took conscience of the relevance of automatic control. This happened for instance in the American ASME (American Society of Mechanical Engineers) and the British IEE (Institution of Electrical Engineers). During the Second World War and the following years, engineers and scientists improved their experience on the control mechanisms of plane tracking and ballistic missiles and other designs of anti-aircraft batteries. This produced an important development of frequential methods.

After 1960, the methods and ideas mentioned above began to be considered as part of "classical" Control Theory. The war made clear that the models considered up to that moment were not accurate enough to describe the complexity of the real world. Indeed, by that time it was clear that *true systems* are often *nonlinear* and *nondeterministic*, since they are affected by "noise". This generated important new efforts in this field.



A primitive steam engine
(taken from [19])

The contributions of the U.S. scientist R. Bellman in the context of *dynamic programming*, R. Kalman in *filtering techniques* and the algebraic approach to linear systems and the Russian L. Pontryagin with the *maximum principle* for nonlinear optimal control problems established the foundations of modern Control Theory.



Lev S. Pontryagin
(1908–1988)

As we have explained, the developments of Industry and Technology had a tremendous impact in the history of Control Engineering. But the development of Mathematics had a similar effect.

Indeed, we have already mentioned that, in the late thirties, two emerging strategies were already established. The first one was based on the use of differential equations and, therefore, the contributions made by the most celebrated mathematicians between the XVIIth and the XIXth Centuries played a fundamental role in that approach. The second one, based on a frequential approach, was greatly influenced by the works of J. Fourier.

Accordingly, Control Theory may be regarded nowadays from two different and complementary points of view: as a theoretical support to *Control Engineering* (a part of *System Engineering*) and also as a mathematical discipline. In practice, the frontiers between these two subworlds are extremely vague. In fact, Control Theory is one of the most interdisciplinary areas of Science

Matapli n°74 - Mai 2004

nowadays, where Engineering and Mathematics melt perfectly and enrich each other.

Mathematics is currently playing an increasing role in Control Theory. Indeed, the degree of sophistication of the systems that Control Theory has to deal with increases permanently and this produces also an increasing demand of Mathematics in the field.

Along these notes, it will become clear that Control Theory and Calculus of Variations have also common roots.

In fact, these two disciplines are very often hard to distinguish.



Richard Bellman (1920)

The history of the Calculus of Variations is also full of mathematical achievements. We shall now mention some of them.

As we said above, one can consider that the starting point of the Calculus of Variations is the understanding that the straight line is the shortest path between two given points. In the first Century, Heron of Alexandria showed in his work "La Catoptrique" that the law of reflection of light (the fact that the incidence and reflection angles are identical) may be obtained as a consequence of the variational principle that light minimizes distance along the preferred path.

In the XVII Century, P. De Fermat generalized this remark by Heron and formulated the following minimum principle:

Light in a medium with variable velocity prefers the path that guarantees the minimal time.

Later Leibnitz and Huygens proved that the law of refraction of light may be obtained as a consequence of Fermat's principle.

The refraction law had been discovered by G. Snell in 1621, although it remained unpublished until 1703, as Huygens published his *Dioptrica*. An explanation of this law is given in Fig. ??, where we have denoted by n_i the *index of refraction* of the i -th medium. By definition, we have $n_i = c/v_i$, where c and v_i are the speeds of propagation of light in the vacuum and the i -th medium, respectively.

It is interesting to observe that, in account of this principle, a ray of light may be unable to propagate from a *slow* medium to a *fast* medium. Indeed, if $n_1 > n_2$, there exists a critical angle θ_c such that, when $\theta_1 > \theta_c$, Snell's law cannot be satisfied whatever θ_2 is. This has been explained in Fig. 4. Contrarily, the light can always propagate from a fast to a slow medium.

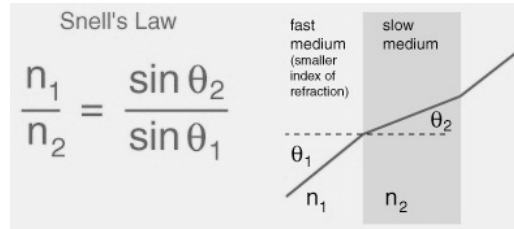


Figure 3: Snell's law of refraction of light (this Figure has been taken from <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/geoopt/refr.html>).

In 1691, J. Bernoulli proved that the *catenary* is the curve which provides the shape of a string of a given length and constant density with fixed ends under the action of gravity. Let us also mention that the problem of the *bachistocrone*, formulated by Bernoulli in 1696, is equivalent to finding the rays of light in the upper half-plane $y \geq 0$ corresponding to a light velocity c given by the formula $c(x, y) = \sqrt{y}$ (Newton proved in 1697 that the solution is the *cycloid*). The reader interested in these questions may consult the paper by H. Sussmann [18].

R. Kalman, one of the greatest protagonists of modern Control Theory, said in 1974 that, in the future, the main advances in Control and Optimization of systems would come more from mathematical progress than from the technological development. Today, the state of the art and the possibilities that Technology offers are so impressive that maintaining that statement is probably very risky. But, without any doubt, the development of Control Theory will require deep contributions coming from both fields.

In view of the rich history of Control Theory and all the mathematical achievements that have been undertaken in its domain of influence, one could ask whether the field has reached its end. But this is far from reality.

Our society provides every day new problems to Control Theory and this fact is stimulating the creation of new Mathematics.

Indeed, the range of applications of Control Theory goes from the simplest mechanisms we manipulate in everyday life to the most sophisticated ones, emerging in new technologies.

The book edited by W.S. Levine [12] provides a rather complete description of this variety of applications.

One of the simplest applications of Control Theory appears in such an apparently simple machine as the tank of our bathroom. There are many variants of tanks and some of the licences go back to 1886 and can be found in [11]. But all them work under the same basic principles: the tank is supplied of regulating valves, security mechanisms that start the control process, feedback mechan-

Matapli n°74 - Mai 2004

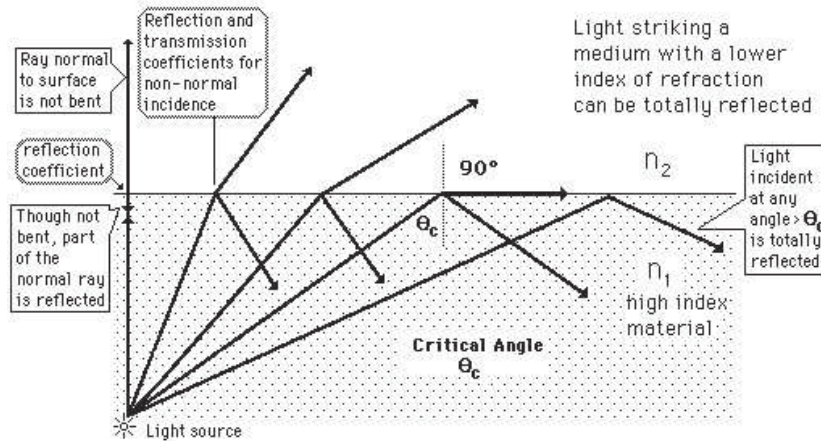


Figure 4: Critical angle and total reflection (this Figure has been taken from <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/geoopt/refr.html>).

isms that provide more or less water to the tank depending of the level of water in its interior and, finally, mechanisms that avoid the unpleasant flooding in case that some of the other components fail.

The systems of heating, ventilation and air conditioning in big buildings are also very efficient large scale control systems composed of interconnected thermo-fluid and electro-mechanical subsystems. The main goal of these systems is to keep a comfortable and good quality air under any circumstance, with a low operational cost and a high degree of reliability. The relevance of a proper and efficient functioning of these systems is crucial from the viewpoint of the impact in Economical and Environmental Sciences. The predecessor of these sophisticated systems is the classical *thermostat* that we all know and regulates temperature at home.

The list of applications of Control Theory in Industry is endless. We can mention, for instance, the *pH* control in chemical reactions, the paper and automobile industries, nuclear security, defense, etc.

The control of *chaos* is also being considered by many researchers nowadays. The chaotic behavior of a system may be an obstacle for its control; but it may also be of help. For instance, the control along unstable trajectories is of great use in controlling the dynamics of fight aircrafts.

We refer to [14] for a description of the state of the art of *active control* in this area.

Space structures, optical reflectors of large dimensions, satellite communication systems, etc. are also examples of modern and complex control systems.

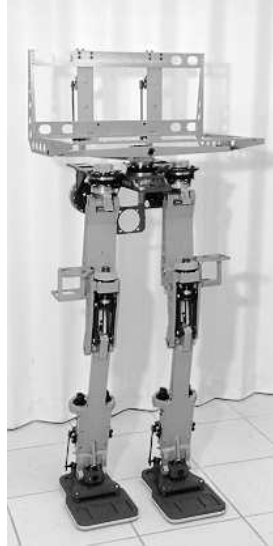


Figure 5: The BIP2000 antropomorphic biped.

The control of *robots*, ranging from the most simple engines to the *bipeds* that simulate the locomotive ability of humans is also another emerging area of Control Theory.

For instance, see the web page of the French Institute INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et Automatique) www.inrialpes.fr/bipop/, where illustrating images and movies of the antropomorphic biped BIP2000 can be found (two of these Figures have been reproduced here; see Fig. 5 and 6).

Compact disk players is another area of application of modern control systems. A CD player is endowed with an optical mechanism allowing to interpret the registered code and produce an acoustic signal. The main goal when designing CD players is to reach higher velocities of rotation, permitting a faster reading, without affecting the stability of the disk.

The control mechanisms have to be even more robust when dealing with portable equipments.

Electrical plants and distribution networks are other modern applications of Control Theory that influence significantly our daily life. There are also many relevant applications in Medicine ranging from artificial organs to mechanisms for insulin supply, for instance.

We could keep quoting other relevant applications.

But those we have mentioned and some others that will appear later suffice to

Matapli n°74 - Mai 2004

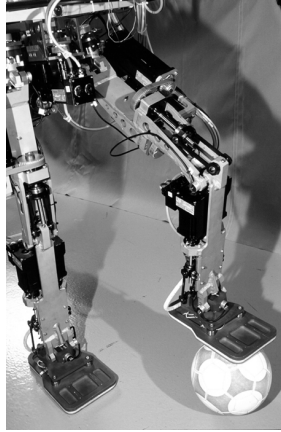


Figure 6: A second view of the BIP2000 biped.

prove the ubiquity of control mechanisms in the real world. The underlying mathematical theory is also impressive.

The reader interested in an introduction to the classical and basic mathematical techniques in Control Engineering is referred to [3], [5] and [15].

V — TWO CHALLENGING APPLICATIONS

In this Section, we will mention two control problems whose solution will probably play an important role in the context of applications in the near future.

1. Molecular control via laser technology

We have already said that there are many technological contexts where Control Theory plays a crucial role. One of them, which has had a very recent development and announces very promising perspectives, is the *laser control of chemical reactions*.

The basic principles used for the control of industrial processes in Chemistry have traditionally been the same for many years. Essentially, the strategies have been (a) to introduce changes in the temperature or pressure in the reactions and (b) to use *catalyzers*. *Laser technology*, developed in the last four decades, is now playing an increasingly important role in molecular design.

On the History and Perspectives of Control Theory

Indeed, the basic principles in *Quantum Mechanics* rely on the wave nature of both light and matter. Accordingly, it is reasonable to believe that the use of laser will be an efficient mechanism for the control of chemical reactions.

The experimental results we have at our disposal at present allow us to expect that this approach will reach high levels of precision in the near future. However, there are still many important technical difficulties to overcome.

For instance, one of the greatest drawbacks is found when the molecules are "not very isolated". In this case, collisions make it difficult to define their phases and, as a consequence, it is very hard to choose an appropriate choice of the control. A second limitation, of a much more technological nature, is related to the design of lasers with well defined phases, not too sensitive to the instabilities of instruments.

For more details on the modelling and technological aspects, the reader is referred to the expository paper [4] by P. Brumer and M. Shapiro.

The goal of this subsection is to provide a brief introduction to the mathematical problems one finds when addressing the control of chemical reactions.

Laser control is a subject of high interest where Mathematics are not sufficiently developed. The models needed to describe these phenomena lead to complex (nonlinear) *Schrödinger equations* for which the results we are able to deduce are really poor at present. Thus,

- We do not dispose at this moment of a complete theory for the corresponding initial or initial/boundary value problems.
- Standard numerical methods are not sufficiently efficient and, accordingly, it is difficult to test the accuracy of the models that are by now available.

The control problems arising in this context are *bilinear*. This adds fundamental difficulties from a mathematical viewpoint and makes these problems extremely challenging. Indeed, we find here genuine nonlinear problems for which, apparently, the existing linear theory is insufficient to provide an answer in a first approach.

In fact, it suffices to analyze the most simple bilinear control problems where wave phenomena appear to understand the complexity of this topic. Thus, let us illustrate this situation with a model concerning the linear one-dimensional Schrödinger equation. It is clear that this is insufficient by itself to describe all the complex phenomena arising in molecular control via laser technology. But it suffices to present the main mathematical problem and difficulties arising in this context.

Matapli n°74 - Mai 2004

The system is the following:

$$\begin{cases} i\phi_t + \phi_{xx} + p(t)x\phi = 0 & 0 < x < 1, \quad 0 < t < T, \\ \phi(0, t) = \phi(1, t) = 0, & 0 < t < T, \\ \phi(x, 0) = \phi^0(x), & 0 < x < 1. \end{cases} \quad (18)$$

In (18), $\phi = \phi(x, t)$ is the *state* and $p = p(t)$ is the *control*. Although ϕ is complex-valued, $p(t)$ is real for all t . The control p can be interpreted as the intensity of an applied electrical field and x is the (prescribed) direction of the laser.

The state $\phi = \phi(x, t)$ is the wave function of the molecular system. It can be regarded as a function that furnishes information on the location of an elementary particle: for arbitrary a and b with $0 \leq a < b \leq 1$, the quantity

$$P(a, b; t) = \int_a^b |\phi(x, t)|^2 dx$$

can be viewed as the probability that the particle is located in (a, b) at time t .

The controllability problem for (18) is to find the set of attainable states $\phi(\cdot, T)$ at a final time T as p runs over the whole space $L^2(0, T)$.

It is worth mentioning that, contrarily to what happens to many other control problems, the set of attainable states at time T depends strongly on the initial data ϕ^0 . In particular, when $\phi^0 = 0$ the unique solution of (18) is $\phi \equiv 0$ whatever p is and, therefore, the unique attainable state is $\phi(\cdot, T) \equiv 0$. It is thus clear that, if we want to consider a nontrivial situation, we must suppose that $\phi^0 \neq 0$.

We say that this is a *bilinear control problem*, since the unique nonlinearity in the model is the term $p(t)x\phi$, which is essentially the product of the control and the state. Although the nonlinearity might seem simple, this control problem becomes rather complex and out of the scope of the existing methods in the literature.

For an overview on the present state of the art of the control of systems governed by the Schrödinger equation, we refer to the survey article [20] and the references therein. See also [1] for recent mathematical achievements in this field.

2.An environmental control problem

For those who live and work on the seaside or next to a river, the relevance of being able to predict drastic changes of weather or on the state of the sea is obvious. In particular, it is vital to predict whether flooding may arise, in order to be prepared in time.

Floodings are one of the most common environmental catastrophic events and cause regularly important damages in several regions of our planet. They are

On the History and Perspectives of Control Theory

produced as the consequence of very complex interactions of tides, waves and storms. The varying wind and the fluctuations of the atmospheric pressure produced by a storm can be the origin of an elevation or descent of several meters of the sea level in a time period that can change from several hours to two or three days. The wind can cause waves of a period of 20 seconds and a wavelength of 20 or 30 meters. The simultaneous combination of these two phenomena leads to a great risk of destruction and flooding.



The Thames Barrier

The amplitude of the disaster depends frequently on the possible accumulation of factors or events with high tides. Indeed, when this exceptional elevation of water occurs during a high tide, the risk of flooding increases dangerously.

This problem is being considered increasingly as a priority by the authorities of many cities and countries. Indeed, the increase of temperature of the planet and the melting of polar ice are making these issues more and more relevant for an increasing population in all the continents.

For instance, it is well known that, since the Middle Age, regular floods in the Thames river cover important pieces of land in the city of London and cause tremendous damages to buildings and population.

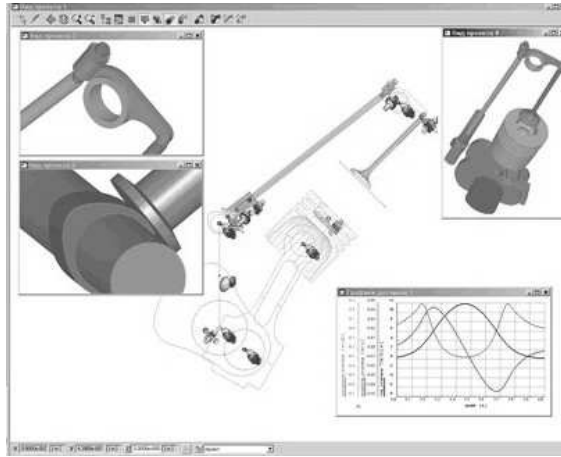
When floods occur in the Thames river, the increase on the level of water can reach a height of 2 meters. On the other hand, the average level of water at the London bridge increases at a rate of about 75 centimeters per century due to melting of polar ice. Obviously, this makes the problem increasingly dangerous.

Before explaining how the British authorities have handled this problem, it is important to analyze the process that lead to these important floods.

It is rather complex. Indeed, low atmospheric pressures on the Canadian coast may produce an increase of about 30 centimeters in the average sea level in an area of about 1 600 square kilometers approximately. On the other hand, due to the north wind and ocean currents, this tremendous mass of water may move across the Atlantic Ocean at a velocity of about 80 to 90 kilometers per day to reach the coast of Great Britain. Occasionally, the north wind may even push this mass of water down along the coast of England to reach the Thames Estuary. Then, this mass of water is sent back along the Thames and the conditions for a disaster arise.

In 1953, a tremendous flooding happened killing over 300 people while 64 000 hectares of land were covered by water. After that, the British Government decided to create a Committee to analyze the problem and the possibilities of

Matapli n°74 - Mai 2004



Design of a combustion controller valve (this Figure has been taken from www.euler.ru/content.asp?doc=1702).

building defense mechanisms. There was consensus on the Committee about the need of some defense mechanism but not about which one should be implemented. Finally, in 1970 the decision of building a barrier, the *Thames Barrier*, was taken.



Figure 7: Numerical approximation of the pressure distribution on the surface of an aircraft.

Obviously, the main goal of the barrier is to close the river when a dangerous increase of water level is detected. The barrier was built during 8 years and 4000 workers participated on that gigantic engineering programme. The barrier was finally opened in 1984. It consists of 10 enormous steel gates built over the basement of reinforced concrete structures and endowed with sophisticated mechanisms that allow normal traffic on the river when the barrier is open but that allows closing and cutting the traffic and the flux of water when needed. Since its opening, the barrier has been closed three times up to now.

Obviously, as for other many control mechanisms, it is a priority to close the barrier a minimal number of times. Every time the barrier is closed, important economic losses are produced due to the suppression of river traffic. Furthermore, once the barrier is closed, it has to remain closed at least for 8 hours until the water level stabilizes at both sides. On the other hand, the process of closing the barrier takes two hours and, therefore, it is not possible to wait

On the History and Perspectives of Control Theory

and see at place the flood arriving but, rather, one has to take the decision of closing on the basis of *predictions*.

Consequently, extremely efficient methods of prediction are needed.

At present, the predictions are made by means of mathematical models that combine or match two different subsystems: the first one concerns the tides around the British Islands and the second one deals with weather prediction. In this way, every hour, predictions are made 30 hours ahead on several selected points of the coast.

The numerical simulation and solution of this model is performed on the supercomputer of the British Meteorological Office and the results are transferred to the computer of the Thames Barrier. The data are then introduced in another model, at a bigger scale, including the North Sea, the Thames Estuary and the low part of the river where the effect of tides is important. The models that are being used at present reduce to systems of partial differential equations and are solved by finite difference methods. The results obtained this way are compared to the average predictions and, in view of this analysis, the authorities have the responsibility of taking the decision of closing the barrier or keeping it opened.

The Thames Barrier provides, at present, a satisfactory solution to the problem of flooding in the London area. But this is not a long term solution since, as we said above, the average water level increases of approximately 75 centimeters per century and, consequently, in the future, this method of prevention will not suffice anymore.



An aerodynamic obstacle: a Delta Wing

We have mentioned here the main task that the Thames Barrier carries out: the prevention of flooding. But it also serves of course to prevent the water level to go down beyond some limits that put in danger the traffic along the river.

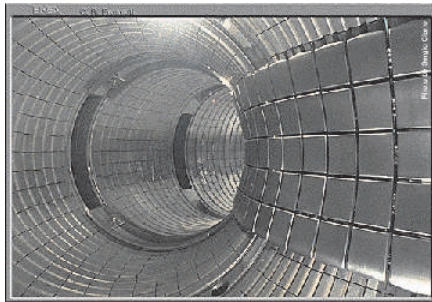
The Thames Barrier is surely one of the greatest achievements of Control Theory in the context of the environmental protection. Here, the combination of mathematical modelling, numerical simulation and Engineering has allowed to provide a satisfactory solution to an environmental problem of first magnitude.

The reader interested in learning more about the Thames Barrier is referred to [7].

Matapli n°74 - Mai 2004

VI — THE FUTURE

At present, there are many branches of Science and Technology in which Control Theory plays a central role and faces fascinating challenges. In some cases, one expects to solve the problems by means of technological developments that will make possible to implement more sophisticated control mechanisms. To some extent, this is the case for instance of the laser control of chemical reactions we have discussed above. But, in many other areas, important theoretical developments will also be required to solve the complex control problems that arise. Let us briefly mention some of the fields in which these challenges are present (to learn more about these topics, the reader is referred, for instance, to the SIAM Report [16]):



A Tokamak machine (this and the next Figure have been taken from www-phys.llnl.gov/Research/Tokamak/).

- **Large space structures** - This is increasing rapidly, both for communications and research within our planet and also in the space adventure. The structures involved are built coupling several components, rigid and flexible ones. Consequently, to design robust control mechanisms for these structures is a challenging problem that requires important cooperative developments in Control Theory, computational issues and Engineering.
- **Robotics** - This is a branch of Technology of primary importance, where the scientific challenges are diverse and numerous. These include, for instance, computer vision (see other related comments and Figures in Section 4).

- **Information and energy networks** - This concerns an increasing number of human activities as air traffic, generation and distribution of energy, informatic networks, etc.

- **Control of combustion** - This is an extremely important problem in Aeronautical and Aeronautical Industry. The active control of combustion by means of thermal or acoustic mechanisms is also a subject in which almost everything is to be done.

- **Control of fluids** - The interaction between Control Theory and *Fluid Mechanics* is also very rich nowadays. This is an important topic in *Aeronautics*, for instance, since the structural dynamics of a plane in flight interacts with the flux of the neighboring air.

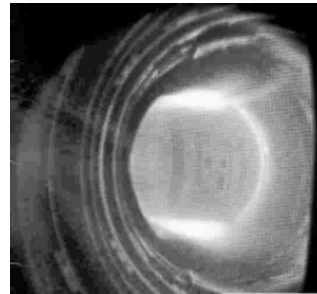
On the History and Perspectives of Control Theory

To get an idea of the complexity of the problem, see for instance Fig. 7, taken from www.mems.rice.edu/TAFSM/PROJ/AS/cargo_pl.html, where a numerical approximation of the pressure distribution on the surface of an aircraft is displayed. Other related aspects are presented with detail in [14].

From a mathematical point of view, almost everything remains to be done in what concerns modelling, computational and control issues. A crucial contribution was made by J.L. Lions in [13], where the approximate controllability of the Navier-Stokes equations was conjectured. For an overview of the main existing results, see [9].

• **Solidification processes and steel industry** - The increasingly important development in *Material Sciences* has produced intensive research in solidification processes. Essentially, there is no mathematical theory to address these problems.

• **Control of plasma** - In order to solve the energetic needs of our planet, one of the main projects is the obtention of fusion reactions under control. At present, *Tokomak machines* provide one of the most promising approaches to this problem.



The plasma in a Tokamak machine

• **Biomedical research** - The design of medical therapies depends very strongly on the understanding of the dynamics of Physiology. This is a very active topic nowadays in which, again, almost everything is still to be done from a mathematical viewpoint.

• **Hydrology** - The problem of governing water resources is extremely relevant nowadays. Sometimes this is because there are little resources, some others because they are polluted and, in general, because of the complexity of the network of supply to all consumers (domestic, agricultural, industrial, ...).

• **Economics** - The increasingly important role that Mathematics are playing in the world of *Economics* and *Finances* is well known. The models are frequently stochastic and the existing *Stochastic Control Theory* may be of great help.

• **Control of computer aided systems** - As we mentioned above, the complexity of the control problems we are facing nowadays is extremely high. Therefore, it is impossible to design efficient control strategies without the help of computers and this has to be taken into account when designing these strategies. This is a multidisciplinary research field concerned with Control Theory, Computer Sciences, Numerical Analysis and Optimization, among other areas.

Matapli n°74 - Mai 2004

REFERENCES

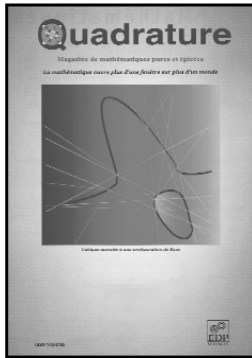
- [1] A. Auger, A. Ben Haj Yedder, E. Cances, C. Le Bris, C.M. Dion, A. Keller and O. Atabek, *Optimal laser control of molecular systems: methodology and results*, Math. Models Methods Appl. Sci. 12 (2002), no. 9, 1281–1315.
- [2] S. Bennet, *A History of Control Engineering 1800–1930*, IEE Control Engineering Series 8, Peter Peregrinus Ltd., London 1979.
- [3] J.F. Bonnans, J.C. Gilbert, C. LemarÉchal, C.A. Sagastizábal, *Numerical Optimization. Theoretical and Practical aspects* (translated and revised from the 1997 French original), Universitext, Springer-Verlag, Berlin 2003.
- [4] P. Brumer and M. Shapiro, *Laser control of chemical reactions*, Scientific American, 1995, p. 34–39.
- [5] R.C. Dorf, *Modern Systems of Control*, Addison-Wesley New York 1980.
- [6] L.C. Evans, *Partial Differential Equations*, American Mathematical Society, Graduate Texts in Mathematics, **19**, 1998.
- [7] D.G. Farmer and M.J. Rycroft, *Computer Modelling in the Environmental Sciences*, Clarendon Press, Oxford 1991.
- [8] H.O. Fattorini, *Infinite Dimensional Optimization and Control Theory*, Encyclopedia of Mathematics and its Applications **62**, Cambridge University Press, 1999.
- [9] E. Fernández-Cara, *On the approximate and null controllability of the Navier-Stokes equations*, SIAM Rev. 41 (1999), no. 2, p. 269–277.
- [10] H.R. Hall, *Governors and Governing Mechanisms*, The Technical Publishing Co., 2nd ed., Manchester 1907.
- [11] E.B. Lee and L. Markus, *Foundations of Optimal Control Theory*, The SIAM Series in Applied Mathematics, John Wiley & Sons, New York 1967.
- [12] W.S. Levine, *Control System and Applications*, CRC Press, 2000.
- [13] J.L. Lions, *Remarques sur la controlabilité approchée*, in "Spanish-French Conference on Distributed-Systems Control", Univ. Málaga, 1990, p. 77–87.
- [14] P. Moin and Th. Bewley, *Feedback control of turbulence*, in "Mechanics USA 1994", A.S. Kobayashi ed., Appl. Mech. Rev., **47** (6) (1994), S3–S13.
- [15] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, New York 1997.
- [16] S.I.A.M., *Future Directions in Control Theory*, Report of the Panel of Future Directions in Control Theory, SIAM Report on Issues in Mathematical Sciences, Philadelphia, 1988.

On the History and Perspectives of Control Theory

- [17] E.D. Sontag, *Mathematical Control Theory. Deterministic Finite Dimensional Systems* (2nd Edition), Texts in Applied Mathematics, 6, Springer-Verlag, New York 1998.
- [18] H.J. Sussmann, *Résultats récents sur les courbes optimales*, Journée Annuelle SMF, June 2000, (www.math.rutgers.edu/~sussmann).
- [19] R.H. Thurston, *A History of the Growth of the Steam-Engine* (Web document), Stevens Institute of Technology, Hoboken, N.J. www.history.rochester.edu/steam/thurston/1878/.
- [20] E. Zuazua, *Remarks on the controllability of the Schrödinger equation*, in "Quantum Control: Mathematical and Numerical Challenges", A. Bandrauk, M.C. Delfour and C. Le Bris eds., CRM Proc. Lecture Notes Series 33, AMS Publications, Providence, R.I. 2003, pp. 181–199.



Q u a d r a t u r e



Le magazine de mathématiques pures et épicées

Quadrature, magazine de mathématiques pures et appliquées, s'adresse aux enseignants, étudiants, ingénieurs, amateurs de mathématiques.

La plupart des articles requièrent un bon niveau de terminale scientifique ou une première année de premier cycle. Les auteurs sont des mathématiciens, mais aussi des enseignants motivés et des étudiants.

Quadrature est éclectique : certains articles présentent des mathématiques toutes récentes, tandis que d'autres donnent un nouveau point de vue sur des sujets traditionnels ou encore ressuscitent des questions de géométrie ancienne ! On trouve également dans le magazine un **forum**, des **nouvelles**, des **notes de lecture**, des **articles d'histoire des mathématiques** et des **articles de réflexion en relation avec l'actualité**. Enfin, un large "coin des problèmes" permet aux lecteurs de poser des questions, qu'ils en connaissent la réponse ou pas.

Quadrature est ouvert, en particulier aux jeunes. Le magazine publie régulièrement des TPE (travaux personnels encadrés) de terminale et premier cycle d'université.

BULLETIN D'ABONNEMENT Quadrature

Mme Mlle M.

Nom

Prénom

Profession

Institution

Adresse

Code Postal

Ville

Pays

e-mail

Veillez enregistrer mon abonnement

- Pour 1 an (4 numéros)**
 - Europe (TVA incluse) . .31,50 €
 - Reste du monde (H.T.) .36,75 €
- Pour 2 ans (8 numéros)**
 - Europe (TVA incluse).....57,50 €
 - Reste du monde (H.T.)...68,25 €

Paiement :

- Envoyez-moi une facture proforma
 - Chèque joint (à l'ordre d'EDP Sciences)
 - Carte de Crédit :
 - Visa Eurocard American Express
- Carte No Date de validité
- date/signature

Subscribe through your Agency or directly from **EDP Sciences**

17 av. du Hoggar • B.P. 112 • P.A. de Courtabœuf • F-91944 Les Ulis Cedex A • France
Tel.: 33 (0)1 69 18 75 75 • Fax: 33 (0)1 69 86 06 78 • E-mail: subscribers@edpsciences.org

LE CENTRE INTERNATIONAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES, CIMPA* ET LA FORMATION AUX MATHÉMATIQUES DANS LES PAYS EN DÉVELOPPEMENT

par Michel Jambu

Est-il vraiment nécessaire de former des jeunes aux mathématiques dans les pays en développement ? Pourquoi ne pas en limiter la formation aux sciences dites « utiles » permettant de traiter les questions liées aux maladies tropicales, à la gestion de l'eau, etc. ? En quoi, par exemple, la compréhension de la démonstration du théorème de Fermat peut-elle aider au développement des régions les moins favorisées ? Pourquoi ne pas laisser ces questions aux pays développés comme un luxe qu'ils peuvent s'offrir « pour l'honneur de l'esprit humain », pour reprendre une citation de C.G.J. Jacobi (1830) et le titre d'un ouvrage de Jean Dieudonné. Peut-on accepter de voir le fossé se creuser de plus en plus entre les pays développés et les pays en développement ?

Les mathématiques autant fondamentales qu'appliquées interviennent de manière essentielle dans les cursus des ingénieurs et des techniciens qui font tellement défaut aux pays en développement. La désaffection des étudiants à l'égard des sciences fondamentales est un phénomène qui, avec un peu de retard sur les pays industrialisés, touche maintenant de nombreux pays en développement. Ainsi, par exemple un pays comme le Sénégal a vu la part de ses bacheliers scientifiques passer de 58% en 1981 à 28% en 2000.

La pénurie des scientifiques formés dans les pays riches peut avoir, et a déjà, des conséquences graves dans les pays en développement. C'est la fuite des cerveaux du Sud vers le Nord. Pour prendre un exemple, un pays comme le Ghana qui avait décidé d'envoyer 20 titulaires de Masters aux États Unis pour préparer des PhD en mathématiques n'a vu aucun étudiant revenir. Ce phénomène va aller en s'accroissant par le départ à la retraite de nombreux scientifiques dans les prochaines années en France en particulier. Alors, les pays en développement risquent de servir de vivier. Nous commençons nous mêmes à souffrir de ce phénomène car un nombre croissant de nos jeunes chercheurs sont de plus en plus attirés par l'Amérique du Nord qui a compris tout l'intérêt qu'il est possible d'en tirer.

Nous allons essayer de dégager les outils pour aider au développement et à la formation des mathématiciens dans les pays en développement.

*www-mathdoc.ujf-grenoble.fr/Cimpa/

Matapli n°74 - Mai 2004

Les pouvoirs publics français ont tendance à privilégier le rôle des organismes de recherche tels que le Cirad¹ ou l'IRD², dont l'activité est dédiée à des recherches directement en relation avec le développement économique des pays concernés. Sans méconnaître l'importance de ces organismes, il y a place pour une collaboration forte basée sur les structures universitaires et portant sur les sciences de base, mathématiques et physique en particulier, ceci d'autant plus que de nombreux contacts existent déjà au travers des scientifiques de ces pays formés en France. En mathématiques et dans certains domaines de la physique, les investissements financiers pour soutenir ces projets ne sont pas très élevés et il y a possibilité de créer un tissu d'universitaires de bon niveau qui puissent par exemple jouer le rôle d'interlocuteurs pour les industriels qui s'installent dans leur pays et aider par là-même au développement économique.

La plupart des acteurs de cette coopération agissent de manière individuelle avec ou sans soutien spécifique. Même si les actions de coopération internationale font partie des missions des enseignants-chercheurs et donc de l'université, leur statut reste ambigu et elles se font très souvent de façon bénévole.

Parallèlement à ces actions individuelles quelques organismes sont tournés vers le soutien aux sciences fondamentales dans les pays en développement.

Le plus célèbre est certainement le Centre Abdus Salam de Trieste, l'*International Centre for Theoretical Physics*, (ICTP)³ fondé en 1964 sous l'égide de l'*International Atomic Energy Agency* (IAEA). Ses objectifs sont de promouvoir la recherche en physique et mathématiques dans les pays en développement, de permettre à des scientifiques d'organiser et de suivre des séminaires, de servir de forum à tous les scientifiques du monde entier et de fournir les meilleures conditions de travail aux chercheurs. Le programme des associés est certainement la plus grande originalité de ce centre. L'essentiel des activités de l'ICTP est à Trieste. Par exemple, pour l'année 2000, environ 4000 chercheurs ont séjourné à l'ICTP, dont 2500 venant des pays en développement. Le budget de l'ICTP est de l'ordre de 17 millions d'Euros dont environ 85% provenant du gouvernement italien.

L'*International Center of Mathematical Sciences* (ICMS) situé à Edimbourg (Écosse) est un centre qui a été créé en 1990 et dont l'une des missions est de se consacrer au développement. (voir www.ma.hw.ac.uk/icms/).

Le gouvernement suédois a créé en 1961 l'*International Science Program* (ISP)⁴, à l'université d'Uppsala. Cet organisme qui est destiné au soutien à la recherche dans les pays en développement en physique et chimie, s'est ouvert aux mathématiques récemment. L'ISP soutient principalement des équipes de

¹Centre de Coopération Internationale en Recherche Agronomique pour le Développement

²Institut de recherche pour le développement

³www.ictp.trieste.it

⁴À propos de l'International Science Program, C. Lobry, Gazette des mathématiciens, octobre 2003, 98, pp 32 et Matapli, octobre 2003, 72, pp 122

Le Cimpa et la Formation aux maths dans les pays en développement

recherche, la constitution de réseaux Nord-Sud et Sud-Sud et le séjour dans les pays du Nord de chercheurs du Sud, principalement de l’Afrique. Son budget est de l’ordre de 3,8 millions d’Euros. C’est un soutien très significatif du gouvernement suédois pour les sciences de base comparativement à ce que fait la France. Fait remarquable, le soutien de la Suède est constant et significatif depuis plus de 40 ans, ce qui permet d’avoir une politique scientifique à long terme avec tous les avantages et l’efficacité que cela procure. (voir le site www.isp.uu.se)

Le *Centre international de mathématiques pures et appliquées* (Cimpa) est une association du type « loi de 1901 » qui a été fondée en 1978 à l’initiative de la communauté mathématique française pour répondre à la recommandation 2124 de la 18ème session de la conférence générale de l’Unesco en 1974.

On étudiera la possibilité de créer un centre international de mathématiques, en coopération avec l’Union Internationale de Mathématiques et les états membres intéressés

Plusieurs universités françaises ont souhaité accueillir un tel centre et c’est en 1978 que le choix de Nice s’est imposé. Sa vocation est d’organiser des écoles, des séminaires et d’animer des réseaux de chercheurs au profit des pays en développement, conformément aux vœux exprimés par l’Unesco :

« ... la formation de mathématicien venant en priorité des pays en voie de développement (stages au cours de l’année universitaire et écoles d’été), la documentation (recueil, création et diffusion). Le Cimpa a une vocation interdisciplinaire : étude des mathématiques et de leurs applications à des problèmes concrets, notamment ceux qui sont liés au développement »

Pour mettre en œuvre sa politique scientifique, le Cimpa est soutenu par le Ministère de la Recherche, la Direction des relations internationales et de coopération (DRIC) du Ministère de la Jeunesse, de l’Éducation nationale et de la recherche, pour une plus faible part par l’Unesco et aussi par l’université de Nice (UNSA). Le total des subventions en 2003 s’élevait à 250 000 Euros et son budget consolidé était de l’ordre de 650 000 Euros. Il faut signaler la grande fragilité du Cimpa qui a ses caisses vides au moins 3 mois par an et doit emprunter pour sa survie. Par exemple, les subventions de l’année 2003 nous ont été attribuées entre fin septembre et fin novembre 2003 et ont été révisées à la baisse. Nous avons de bonnes raisons de craindre une nouvelle baisse pour 2004. Pour reprendre les termes du comité d’évaluation du Cimpa qui s’est réuni en novembre 2001 sous la présidence du professeur P.L. Lions,

« ... Le comité tient à souligner le fait que, malgré des moyens et des ressources modestes, l’impact des activités du Cimpa est beaucoup plus important que ces nombres pourraient le laisser croire. En effet, les communautés de mathématiciens que le Cimpa

Matapli n°74 - Mai 2004

a créées ou développées dans le monde induisent un remarquable effet de levier... L'évaluation globale est excellente : malgré des fragilités structurelles et financières, le Cimpa est réellement arrivé à maturité et son influence ne cesse de croître. L'impact mondial est considéré par le comité comme remarquable (voire miraculeux !). Le Cimpa est idéalement placé pour être le leader mondial de ce type d'activités... Le Cimpa est **fragile** : tout repose sur l'enthousiasme et le dévouement d'une ou deux personnes... Nous estimons que (cet) objectif est réalisable à condition de pourvoir le Cimpa d'un budget annuel consolidé de 1,5 à 2 millions d'Euro. »

Pour remplir sa mission, le Cimpa organise des écoles, participe et soutient des manifestations scientifiques diverses. Une école est une introduction ou une présentation de l'état de la recherche dans un domaine des mathématiques fondamentales ou appliquées allant jusqu'à l'informatique et la physique théoriques. Une école s'adresse à des chercheurs débutants ou confirmés désirant mettre à jour leurs connaissances ou s'initier à un nouveau domaine, ces chercheurs venant des pays du Sud.

Depuis sa création, le Cimpa a organisé près de 120 écoles et 45 séminaires, stages et formations doctorales au profit des mathématiciens des pays en développement, avec un montée en puissance. Ces activités ont eu lieu pendant les 15 premières années essentiellement en France, ensuite exclusivement dans 36 pays du Sud dont 15 en Afrique, 5 en Asie du Sud Est et Inde, 10 en Amérique Latine et Caraïbes, 3 au Moyen orient et 3 en Europe Centrale et de l'Est (hors UE). Plus de 5300 stagiaires originaires d'Afrique, d'Amérique Latine, d'Asie du Sud Est, du Moyen Orient et d'Europe ont bénéficié de ces formations et ont été encadrés par plus de 700 conférenciers. Les actes de plus de 20 écoles ont été publiés.

Nous essayons de répondre aux besoins des mathématiciens des pays en développement et pour cela nous nous associons aux sociétés savantes telles l'UMALCA⁵ ou le SEAMS⁶. Un effort important est porté au développement des réseaux Sud-Sud.

Un conseil scientifique international examine les différents projets et est le garant de la qualité scientifique et de l'intérêt des thèmes en fonction de la région dans laquelle l'école ou la formation aura lieu. Sur une quinzaine de dossiers proposés annuellement, le conseil en retient entre 7 et 10. C'est le nombre maximum d'activités que le Cimpa peut organiser et soutenir chaque année si nous voulons maintenir la qualité en tenant compte des moyens humains et financiers du Cimpa. En particulier, le Cimpa organise et soutient 9 écoles en 2004 ainsi que plusieurs réseaux Nord-Sud et Sud-Sud et les projets déposés pour 2005 ont été de l'ordre d'une quinzaine.

⁵Unión Matemática de América Latina y el Caribe, <http://umalca.usach>

⁶South East Asian Mathematical Society

_____ Le Cimpa et la Formation aux maths dans les pays en développement

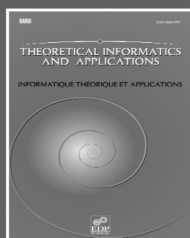
Rien ne pourrait se faire sans le concours des mathématiciens, français pour l'essentiel, qui décident de consacrer de leur temps pour préparer des projets, les encadrer et ensuite maintenir les relations avec les mathématiciens du Sud. Il ne faut surtout pas que les écoles du Cimpa restent des activités sans lendemain. Les résultats s'obtiennent dans la durée. Les différents organismes que nous avons évoqués ici, doivent se rapprocher pour que leurs actions en soient renforcées. L'ICTP accorde très souvent une aide financière à nos écoles. Les services culturels et scientifiques des ambassades de France sont sensibles à la qualité de nos activités et à leur retentissement dans les pays du sud et nous apportent leur aide en prenant en charge les frais de déplacement d'un ou plusieurs conférenciers français. Les différentes sociétés savantes, la Société Mathématique de France (SMF), la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (Smai), la Société Mathématique Européenne (SME) et l'Union Mathématique Internationale (UMI) sont aussi sensibilisées aux problèmes de développement. La SMF et la Smai apportent un soutien à la fois logistique au Cimpa en lui accordant des prêts lorsque les subventions sont versées trop tardivement, ce qui est récurrent depuis quelques années, et un soutien scientifique par leur présence au sein du conseil d'administration. Chaque année, les mathématiciens contribuent par leurs dons au moment du renouvellement de leur adhésion à la SMF et à la Smai, à venir en aide au Cimpa. Cet apport permet à quelques jeunes chercheurs des pays en développement d'assister aux activités du Cimpa. Nous tenons, en leurs noms, à adresser nos remerciements aux donateurs et nous encourageons chacun de nous à participer à cet effort. Le *Committee for Developing Countries* (CDC) de la Société Mathématique Européenne composé de 12 membres dont le directeur du Cimpa, représentant la plupart des pays européens, a entrepris de collaborer avec le Cimpa. Il en est de même de l'UMI. Nous devons, avec toutes ces institutions, unir nos efforts car la tâche est immense devant le fossé qui se creuse entre les pays dits développés et les pays en développement.



2004 Mathematics Online

www.edpsciences.org

- RAIRO - Theoretical Informatics and Applications (ITA)
- RAIRO - Operations Research (RO)
- ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis (M2AN)
- ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations (COCV)
- ESAIM: Probability and Statistics (P&S)
- ESAIM: Proceedings



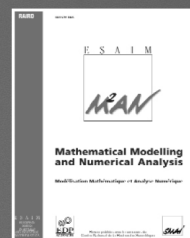
0988-3754 • Vol. 38
4 issues

print & full-text online edition
* France: 301 €
* Europe: 357 €
* Rest of the world: 367 €



0399-0559 • Vol. 38
4 issues

print & full-text online edition
* France: 261 €
* Europe: 328 €
* Rest of the world: 339 €



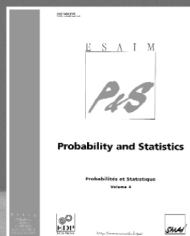
0764-583X • Vol. 38
6 issues

print & full-text online edition
* France: 648 €
* Europe: 811 €
* Rest of the world: 830 €



1292-8119 • Vol. 10

* Institutions (paper version only): Europe: 165 €
Rest of the world: 165 €
* Institutions (online only): Europe: 218 €
Rest of the world: 218 €
* Institutions (paper + online versions): Europe: 328 €
Rest of the world: 328 €
* Individuals (online only): Europe: 52 €
Rest of the world: 52 €



1292-8100 • Vol. 8

* Institutions (paper version only): Europe: 82 €
Rest of the world: 82 €
* Institutions (online only): Europe: 152 €
Rest of the world: 152 €
* Institutions (paper + online versions): Europe: 211 €
Rest of the world: 211 €
* Individuals (online only): Europe: 43 €
Rest of the world: 43 €



1270-900X

* Electronic access to ESAIM: Proceedings' volumes is free of charges.



France and Europe: VAT included - Rest of the World: without VAT

ORDER DIRECTLY TO

EDP Sciences

17 av. du Hoggar • B.P. 112 • 91944 Les Ulis Cedex A • France
Tel. 33 (0)1 69 18 75 75 • Fax 33 (0)1 69 86 06 78 • subscribers@edpsciences.org

RÉSUMÉS DE THÈSES

par Adel Blouza

Il est rappelé aux personnes qui souhaitent faire apparaître un résumé de leur thèse ou de leur HDR que celui-ci ne doit pas dépasser une vingtaine de lignes. Le non-respect de cette contrainte conduira inexorablement à un retard important de leur parution voire à un refus de publication.

HABILITATIONS À DIRIGER DES RECHERCHES

Daniilidis Aris

Analyse convexe et quasi-convexe ; applications en optimisation.

*Soutenue le 26 mars 2002
à l'université de Pau et des Pays de l'Adour*

Ce document de synthèse s'articule autour de l'analyse convexe, de l'analyse quasi-convexe et des applications en optimisation.

Dans le premier domaine on aborde les thèmes de la continuité, de la différentiabilité et des critères de coïncidence pour les fonctions convexes, puis la convexification des fonctions semi-continues inférieurement. Pour l'étude des fonctions quasi-convexes, deux approches sont adoptées : une approche analytique, via un sous-différentiel généralisé, et une approche géométrique, basée sur les normales aux tranches.

La dernière partie est consacrée à des applications à l'intégration d'opérateurs multivoques, aux inéquations variationnelles et à des problèmes d'optimisation multicritères en dimension finie et infinie.

Parmi les nouveautés de ce travail, on trouve la notion de **monotonie fortement cyclique** qui caractérise le sous-différentiel d'une fonction convexe dont la restriction à son domaine est continue, la **quasi-monotonie cyclique** qui est une propriété intrinsèque du sous-différentiel d'une fonction quasi-convexe avec des applications importantes en économie mathématique et la **notion de quasi-monotonie propre** qui caractérise les opérateurs pour lesquels l'inéquation variationnelle associée a toujours des solutions sur toute sous-partie convexe et faiblement compacte de leur domaine.

Notons encore une nouvelle caractérisation de la propriété de Radon-Nikodym, et une extension à la dimension infinie d'un résultat de Janin concernant l'intégration d'un opérateur maximal cycliquement sous-monotone, résultat qui généralise le théorème classique de Rockafellar pour les opérateurs maximaux cycliquement monotones.

Matapli n°74 - Mai 2004

Matapli n°74 - Mai 2004

THÈSES DE DOCTORAT D'UNIVERSITÉ

Nadau Lionel

Directeur de thèse : M. Amara

**Schémas numériques
instationnaires pour des
écoulements multiphasiques
multiconstituants dans des bassins
sédimentaires.**

*Soutenue le 22 septembre 2003
à l'université de Pau et des Pays de
l'Adour*

Un bassin sédimentaire est un milieu poreux de grande dimension (plusieurs dizaines de kilomètres de long et de large pour une profondeur d'environ cinq kilomètres) qui évolue au cours du temps par les effets de compaction et de sédimentation. Au cours de cette évolution, des hydrocarbures vont se former et s'écouler dans le bassin. On établit alors un modèle permettant de simuler cette évolution de bassin ainsi que la création, la migration et le piégeage des hydrocarbures dans des roches appelées roches magasins. Ces phénomènes se déroulant sur des centaines de millions d'années, on s'est attaché à étudier principalement une discrétisation temporelle de ces équations. On a ainsi mis en avant un raffinement local du pas de temps dont le principe est de recalculer la solution sur une zone jugée *mauvaise*. A l'extérieure de cette zone, la solution est admissible. La difficulté vient de la détermination de la zone qui doit être suffisamment *grande* pour avoir une bonne qualité de la solution, mais suffisamment « petite » pour obtenir un gain calcul. Les estimateurs a posteriori permettent de contour-

ner cette difficulté. On a donc entrepris une étude théorique de ces estimateurs a posteriori dans le cas des équations linéaires elliptique et parabolique. Des simulations numériques montrent l'efficacité de ces estimateurs dans des cas académiques.

Alauzet Frédéric

Directeur de thèse : B. Mohammadi

**Adaptation de maillage anisotrope
en trois dimensions. Application
aux simulations instationnaires en
Mécanique des Fluides.**

*Soutenue le 2 octobre 2003
à l'université Montpellier II*

Dans le contexte des simulations numériques, la précision des solutions dépend de la qualité des maillages. L'adaptation de maillages anisotropes permet automatiquement de contrôler cette précision en modifiant la précision du maillage. La construction des métriques est effectuée à l'aide d'un estimateur d'erreur géométrique a posteriori basé sur une majoration de l'erreur d'interpolation. Le maillage est adapté par génération d'un maillage unité dans la métrique prescrite. Dans le cas des simulations instationnaires, une approche fondée sur la résolution d'un problème de point fixe transitoire est proposée. Elle utilise une extension de l'algorithme d'adaptation et une procédure d'intersection de métriques en temps afin d'adapter le maillage dans les régions d'évolutions des phénomènes physiques. Cette approche est appliquée

sur divers exemples tridimensionnels en mécanique des fluides.

Bernard Frédéric

Directeur de thèse : L. Thilbault

Étude des fonctions prox-régulières en dimension infinie.

Soutenue le 17 novembre 2003

à l'université Montpellier II

Les fonctions prox-régulières ont été introduites et étudiées par R. A. Poliquin et R. T. Rockafellar en dimension finie. Une partie de la thèse est consacrée à l'extension de cette étude en dimension infinie. Dans le cadre hilbertien, la prox-régularité uniforme (locale) suivant un ensemble est considérée, et il est

constaté que la prox-régularité uniforme locale suivant un ouvert caractérise des sous-classes connues, comme les fonctions localement convexes à un carré près, ou les fonctions sous- C^2 dans le cas lipschitzien. Des liens sont faits entre classes de fonctions uniformément prox-régulières suivant certains ensembles et la classe des ensembles prox-réguliers via les épigraphes. Les propriétés des enveloppes de Moreau des fonctions prox-régulières sont mises en évidence et utilisées pour étudier certaines propriétés au second ordre de ces fonctions d'une part, et pour intégrer des sous-différentiels de la vaste sous-classe des fonctions primal lower nice, introduite par R. A. Poliquin, d'autre part.

La Smai prolonge son opération « Thèse-Math » et offre une adhésion gratuite à la Smai pour 2004 aux jeunes chercheurs en mathématiques appliquées qui ont soutenu leur thèse en 2003 et l'ont inscrite sur le site MathDoc. Remplir le formulaire d'adhésion à la Smai en cochant la case « Opération Thèse-Math 2004 » et en remplissant les lignes « Date de la thèse » et « URL complet du résumé de votre thèse ».

http://smai.emath.fr/article.php3?id_article=71

7^e Colloque Franco-Roumain de Mathématiques Appliquées

Craiova (Roumanie) du 30 août au 3 septembre 2004

Ce colloque est organisé par la Faculté de Mathématiques et d'Informatique de l'Université de Craiova et l'Institut de Statistique Mathématique et de Mathématiques Appliquées de l'Académie Roumaine, sous le haut patronage de l'Académie Roumaine, de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris 6) et de la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI). Il comprendra des conférences plénières, des sessions invitées, des communications orales ou sous forme de posters ainsi que des tables rondes.

Comité Scientifique : D. Cioranescu, M. Iosifescu et V. Radulescu (coordinateurs), V. Barbu, Ş. Basarab, F. Bethuel, H. Brezis, P. Deheuvels, J.-M. Deshouillers, C. Duhamel, D. Gaşpar, U. Herkenrath, I. Ionescu, Y. Maday, C. Niculescu, A. Rascanu, I. A. Rus, G. Salagean.

Comité local d'organisation : V. Radulescu (coordinateur), D. Buşneag, N. Constantinescu, M. Coşulschi, D. Ebâncă, M. Gabroveanu, M. Ghergu, A. Matei, M. Preda, N. Ţândăreanu, C. Vladimirescu, I. Vladimirescu.

Conférences plénières : Vlad Bally, Catherine Bandle, Jean-Yves Chemin, Philippe G. Ciarlet, Alain Damlamian, George Dinca, Cristian Făciu, Olivier Goubet, George Haiman, Dragos Iftimie, Petru Jebelean, Claude Le Bris, Bernadette Miara, Sorin Micu, Gheorghe Nenciu, Dan Polişevschi, Radu Precup, Tudor Ratiu, Mircea Sofonea, Michel Théra.

Sessions invitées : *Contrôle des systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles*, organisée par Marius Tucsnak

Homogénéisation et applications aux sciences des matériaux, organisée par Horia Ene

Mathématiques financières, organisée par Radu Tunaru

Biomécanique, organisée par Marc Thiriet

Inégalités et applications, organisée par Constantin Niculescu.

Toute proposition de communication ou de poster doit comprendre un résumé d'une page et être adressé, si possible par e-mail, à l'adresse ci-dessous avant le 15 avril 2004. Nous essaierons d'avoir des bourses spécifiques pour de jeunes chercheurs (moins de 35 ans). Les candidats à de telles bourses sont priés d'accompagner le résumé de leur communication d'une demande ainsi que d'un bref curriculum vitae. Plus de détails sur ce colloque (inscription, format du résumé, liste des participants, programme, transport, hébergement) seront diffusés sur le site Web

www.inf.ucv.ro/colloque2004

France : Matei Basarab
Laboratoire Jacques-Louis Lions
CNRS et Université Paris 6
175 rue du Chevaleret, 75013 Paris Cedex 05
e-mail : matei@ann.jussieu.fr

Roumanie : Vicentiu Radulescu
Département de Mathématiques
Université de Craiova
200 585 Craiova
e-mail : colloque@inf.ucv.ro

ANNONCES DE COLLOQUES

par Boniface Nkonga

CONGRÈS ET COLLOQUES

Juillet 2004

PREMIER CONGRÈS CANADA-FRANCE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

Du 12 au 15 juillet 2004 (Toulouse)

cms.math.ca/Reunions/Toulouse2004/

Août 2004

6TH WSEAS INTERNATIONAL CONFERENCE ON APPLIED MATHEMATICS

Du 17 au 19 août 2004 à Corfu Island (Grèce)

www.worldses.org/conferences/2004/corfu/math/call.htm

COMPSTAT 2004, 16TH SYMPOSIUM OF IASC

Du 23 au 27 août 2004 à Prage

compstat2004.cuni.cz/c04-related-events.htm

Septembre 2004

4TH WSEAS INTERNATIONAL CONFERENCE ON SIMULATION, MODELLING AND OPTIMIZATION

Du 14 au 16 septembre 2004 à Izmir (Turquie)

www.worldses.org/conferences/2004/turkey/icosmo/index.html

THIRD INTERNATIONAL CONFERENCE ON BOUNDARY INTEGRAL METHODS : THEORY AND APPLICATIONS

Du 14 au 18 Septembre 2004 à Brunel University (UK)

www.liv.ac.uk/cmchenke/chen_conf.htm

Octobre 2004

11TH GAMM - IMACS INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SCIENTIFIC COMPUTING, COMPUTER ARITHMETIC, AND VALIDATED NUMERICS

Du 4 au 8 octobre 2004 à Fukuoka (Japon)

scan2004.math.kyushu-u.ac.jp/ann.html

Cette rubrique est actualisée sur la page Web : www.math.u-bordeaux.fr/matapli
L'agenda des conférences (ACM) est toujours à l'adresse : <http://acm.emath.fr>
Serveurs de conférences sur le Web : AllConference - www.allconferences.com/Science/; SIAM Meetings - <http://siam.org/meetings/calendar.htm>

Collection Mathématiques et applications aux éditions Springer-Verlag

Drs : M. Benaïm, J.-M. Thomas (collection de la SMAI)

- Vol. 12 P. Dehornoy, *Complexité et décidabilité* — 200 pp., 38,95 €- tarif SMAI : 31,16 €
 Vol. 13 O. Kavian, *Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques*
 323 pp., 51,95 €- tarif SMAI : 41,56 €
 Vol. 14 A. Bossavit, *Électromagnétisme en vue de la modélisation* — 174 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 28,76 €
 Vol. 15 R. Zeytounian, *Modélisation asymptotique en mécanique des fluides newtoniens*
 225 pp., 43,95 €- tarif SMAI : 35,16 €
 Vol. 16 D. Bouche et F. Molinet, *Méthodes asymptotiques en électromagnétisme*
 416 pp., 71,95 €- tarif SMAI : 57,56 €
 Vol. 17 G. Barles, *Solutions de viscosité des équations de Hamilton-Jacobi*
 194 pp., 30,95 €- tarif SMAI : 24,76 €
 Vol. 18 Q.S. Nguyen, *Stabilité des structures élastiques* — 148 pp., 29,95 €- tarif SMAI : 23,96 €
 Vol. 19 F. Robert, *Les systèmes dynamiques discrets* — 296 pp., 53,95 €- tarif SMAI : 43,16 €
 Vol. 20 O. Papini et J. Wolfmann, *Algèbres discrètes et codes correcteurs*
 259 pp., 48,95 €- tarif SMAI : 39,16 €
 Vol. 21 D. Collombier, *Plans d'expérience factoriels* — 194 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 28,76 €
 Vol. 22 G. Gagneux, M. Madaune-Tort, *Analyse math. de modèles non linéaires de l'ingénierie pétrolière*
 187 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 31,96 €
 Vol. 23 M. Duflo, *Algorithmes stochastiques* — 319 pp., 59,95 €- tarif SMAI : 47,96 €
 Vol. 24 P. Destuynder et M. Salaun, *Mathematical analysis of thin plate models*
 236 pp., 42,15 €- tarif SMAI : 33,72 €
 Vol. 25 P. Rougée, *Mécanique des grandes transformations* — 412 pp., 74,95 €- tarif SMAI : 59,96 €
 Vol. 26 L. Hörmander, *Lectures on nonlinear hyperbolic differential equations*
 289 pp., 31,60 €- tarif SMAI : 25,28 €
 Vol. 28 C. Coccozza-Thivent, *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*
 436 pp., 79,95 €- tarif SMAI : 63,96 €
 Vol. 29 B. Lapeyre, E. Pardoux et R. Sentis,
Méthodes de Monte-Carlo pour les équations de transport et de diffusion
 178 pp., 32,95 €- tarif SMAI : 26,36 €
 Vol. 30 P. Sagaut, *Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements
 des fluides incompressibles* — 282 pp., 53,95 €- tarif SMAI : 43,16 €
 Vol. 31 E. Rio, *Théorie asymptotique des processus aléatoires faiblement dépendants*
 170 pp., 34,95 €- tarif SMAI : 27,96 €
 Vol. 32 P. Cazes, J. Moreau, P.A. Douidin, *L'analyse des correspondances et les techniques connexes*
 265 pp., 47,95 €- tarif SMAI : 38,36 €
 Vol. 33 B. Chalmond, *Éléments de modélisation pour l'analyse d'images*
 331 pp., 63,95 €- tarif SMAI : 51,16 €
 Vol. 34 J. Istas, *Introduction aux modélisations mathématiques pour les sciences du vivant*
 160 pp., 29,95 €- tarif SMAI : 23,96 €
 Vol. 35 P. Robert, *Réseaux et files d'attente : méthodes probabilistes* — 386 pp., 63,95 €- tarif SMAI : 51,16 €
 Vol. 36 A. Ern, J.- L. Guermond, *Éléments finis : théorie, applications, mise en œuvre*
 430 pp., 74,95 €- tarif SMAI : 59,96 €
 Vol. 37 S. Sorin, *A first course on zero-sum repeated games* — 204 pp., 37,93 €- tarif SMAI : 30,34 €
 Vol. 38 J.F. Maurras, *Programmation Linéaire, Complexité, Séparation et Optimisation*
 221 pp., prix public : 42,95 €- tarif Smai : 34,36 €
 Vol. 39 B. Ycart, *Modèles et Algorithmes Markoviens* — 272 pp., prix public : 47,95 €- tarif SMAI : 38,36 €
 Vol. 40 B. Bonnard, M. Chyba, *Singular Trajectories and their Role in Control Theory*
 357 pp., prix public : 68,52 €- tarif SMAI : 54,82 €
 Vol. 41 A.B. Tsybakov, *Introduction à l'estimation non- paramétrique*
 175 pp., prix public : 34,95 €- tarif SMAI : 27,95 €
 Vol. 42 J. Abdeljaoued, H. Lombardi, *Méthodes matricielles - Introduction à la complexité algébrique*
 377 pp., prix public : 68,95 €- tarif SMAI : 55,16 €
 Vol. 43 U. Boscain, B. Piccoli, *Optimal Syntheses for Control Systems on 2-D Manifolds*
 261 pp., prix public : 52,70 €- tarif SMAI : 42,16 €
 Vol. 44 L. Younes, *Invariance, déformations et reconnaissance de formes*
 248 pp., prix public : 47,95 €- tarif SMAI : 38,36 €
 Vol. 45 C. Bernardi, Y. Maday, F. Rapetti, *Discrétisations variationnelles de problèmes aux limites elliptiques*
 298 pp., prix public : 57,95 €- tarif adhérent Smai : 46,36 €
Prix de souscription prolongé jusqu'au 30 septembre 2004 : 40,56€

Le tarif Smai 20% de réduction et la souscription 30% sur le prix public sont réservés aux membres de la Smai. Pour obtenir l'un de ces volumes, adressez votre commande à **Springer-Verlag, Customer Service Books – Haberstr. 7 - D 69126 Heidelberg/Allemagne** – Tél. 00 800 777 46 437 (n° vert) – Fax 00 49 6221 345 229 – e-mail : orders@springer.de

Paiement à la commande exclusivement par chèque à l'ordre de Springer-Verlag ou par carte de crédit (préciser le type de carte, le numéro et la date d'expiration). Prix TTC en France (5,5% TVA incl.). Au prix des livres doit être ajoutée une participation forfaitaire aux frais de port : 5 € (+ 1,50 € par ouvrage supplémentaire).

LA BIBLIOTHÈQUE NATIONALE DE FRANCE ET LES MATHÉMATIQUES

par Gérard Tronel

TRIBUNE LIBRE

La bibliothèque nationale de France est un outil de travail peut-être mal connu et donc mal utilisé par les mathématiciens ; il est vrai qu'ils disposent à Paris de bibliothèques spécialisées en mathématiques. Pour n'en citer que quelques-unes, je me limiterai aux plus connues de la région parisienne : la bibliothèque de recherche des universités Paris VI et Paris VII, actuellement implantée sur le site provisoire de Chevaleret, la bibliothèque de l'Institut Henri Poincaré, la bibliothèque de l'École normale supérieure, la bibliothèque Jacques Hadamard de l'université d'Orsay. Il existe également de très bonnes bibliothèques hors de Paris, à Bordeaux, à Grenoble, à Strasbourg et j'en oublie, mais je voudrais aussi souligner des structures qui complètent ce réseau et notamment la cellule Mathdoc qui a joué un rôle, et qui a toujours une action d'avant-garde, dans la diffusion en ligne de documents mathématiques et dans le projet NUMDAM de numérisation des données utiles aux mathématiciens, projet ambitieux et qui pourrait servir de modèles à d'autres disciplines ; des progrès importants ont été faits dans la lisibilité des documents numérisés.

Invité par Joël Pollet, conservateur des bibliothèques et responsable des acquisitions en mathématiques — il faut souligner que Joël Pollet a une formation initiale de mathématicien d'un très haut niveau —, collaborateur direct de M. Raccach directeur de la section des sciences à la **BnF**, j'ai visité une partie du département des sciences et plus particulièrement la sous-section réservée aux mathématiques. Dans un préambule à cette visite, Joël Pollet m'a donné quelques indications sur les modes de fonctionnement de la bibliothèque, sur l'importance des acquisitions en sciences en général et pour les mathématiques en particulier ; des données chiffrées figurent dans l'article publié dans le numéro 98 de la « Gazette des Mathématiciens ».

Au cours de la visite, je me suis plus particulièrement intéressé à la définition et à la redistribution des mathématiques appliquées dans le classement par disciplines. La classification des ouvrages est traditionnelle, c'est la classification Dewey qui remonte au XIX^e siècle et qui est réactualisée régulièrement. Curieusement il n'y a pas d'indexation de premier niveau portant la dénomination de *Mathématiques Appliquées* dans la classification *Mathématiques*, on les retrouve explicitement, mais couplées avec les probabilités ! Toutefois, par une lecture plus précise des sous thèmes de la section *Mathématiques*, on trouve des chapitres comme le calcul des variations, le contrôle, les équations aux dérivées partielles, etc. Cependant tous les ouvrages qui portent un titre ou des indications sur des applications sont classés dans des sections hors mathématiques : par exemple un livre qui aurait pour titre *Processus stochastiques et applications à la finance* sera classé dans une sec-

Matapli n°74 - Mai 2004

tion de finance, voire d'économie, mais pas de mathématiques même si le contenu du livre est à forte dominante mathématique, l'application n'étant qu'un prétexte ou une motivation à l'étude mathématique des processus ! De même, les mathématiques de la mécanique seront réparties entre la section de mécanique — sauf peut-être des ouvrages consacrés à la mécanique théorique, comme ceux d'Arnold ou de Marsden —, la section de technologie, si les mathématiques traitent de la mécanique du vol en aéronautique ou de l'automatique et du contrôle. C'est à travers ce classement de la documentation que l'on peut se rendre compte du flou des frontières entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées et peut-être ces frontières sont-elles complètement artificielles. Je rappellerai que Jacques-Louis Lions, considéré comme le fondateur de l'école française de mathématiques appliquées, parlait presque toujours de mathématiques sans faire de distinction entre la théorie et les applications. De même, jusqu'aux années cinquante les mathématiciens étaient tous qualifiés de géomètres alors que beaucoup avaient une solide formation de mécaniciens ou d'analystes *Poincaré, Hermite, Hadamard étaient des géomètres !* Une particularité fondamentale de la **BnF** est l'encyclopédisme des collections et la diversité des acquéreurs assure probablement une couverture unique des disciplines, soit émergentes, soit transverses. C'est ainsi que la variété des collections, en libre accès, permet à un chercheur en mathématiques financières de consulter des ouvrages mathématiques sur des sujets pouvant aller des processus stochastiques aux systèmes dynamiques, vus sous l'aspect mathématique sans prendre en compte les applications à la finance.

Une visite des arcanes de la bibliothèque, privilège un peu exceptionnel, et les explications de Joël Pollet m'ont fait saisir de manière vivante certains des rouages qui nous permettent de travailler dans de bonnes conditions : il est important de savoir comment sont choisis, commandés, réceptionnés et classés les documents acquis par la **BnF**. De même il est aussi intéressant de connaître le cheminement des documents demandés par un lecteur ; entre sa demande et l'arrivée des documents à la place qu'il a réservée dans la salle de lecture, la durée du processus se situe dans une fourchette de trente à quarante minutes. Suivre le trajet d'un document du rayon sur lequel il est rangé jusqu'à la table du lecteur, voir ce carrousel sans fin de nacelles, permettent aussi de comprendre le rôle de tous nos collaborateurs, de nos alliés, *directeurs, responsables de section, bibliothécaires, magasiniers, mécaniciens, comptables* dont nous méconnaissons trop souvent les compétences, les qualités professionnelles et le dévouement. Sans ces équipes multidisciplinaires nos tâches d'enseignant, de chercheur, seraient souvent insurmontables ; ces collaborateurs sont des partenaires essentiels de notre communauté scientifique.

La **BnF**, si elle est une source de documentation, a aussi d'autres fonctions très importantes : elle est une bibliothèque générale au service de la culture et les mathématiciens peuvent et devraient peut-être plus, s'intéresser à d'autres domaines que ce qui fait leur spécificité. La **BnF** organise, tous les jours ouvrables

La Bibliothèque nationale de France et les mathématiques

des visites ouvertes à un large public **inscription à l'accueil**, mais ces visites sont limitées au Haut de jardin et les visiteurs n'ont pas accès aux salles de lecture. Par contre, pour des groupes restreints **d'une dizaine de personnes**, intéressés par des collections particulières ou spécialisées, des visites peuvent être organisées, pour cela, il suffit de prendre contact avec le département des Sciences et techniques. Pour les sciences, de petits groupes peuvent visiter la salle C du Haut de jardin et les salles RS ; un responsable des collections accompagne les visiteurs.

Des expositions grand public intéressantes et même passionnantes, font partie des actions culturelles de la **BnF**. A la fin de l'année 2003, l'une des expositions était consacrée à Gérard Philipe, une autre à Hector Berlioz ; elles étaient remarquables non seulement par la valeur symbolique des personnages, mais également par la variété et la qualité des documents écrits, des montages audios et vidéos. Des conférences pour le grand public ou pour des publics ciblés constituent également des activités permanentes de la **BnF** : à titre d'exemple, je me limiterai aux conférences étiquetées PIF, *Physique et Interrogations Fondamentales* co-organisées par la Société française de physique et la **BnF** : il s'agit de journées consacrées à un thème, le dernier sujet traité dans la journée du 18 novembre portait sur *La dimension du réel* ; huit intervenants, dont cinq chercheurs en physique et trois conférenciers choisis en fonction des interfaces entre leur champ d'activité *philosophie, art, paléontologie, etc. . .* ont exposé leur point de vue sur le sujet choisi. Après ces conférences, au cours d'une discussion avec Joël Pollet, M. Waldschmidt, C. Sabbah, il a été envisagé, sous une forme à préciser, des manifestations analogues aux PIF mais à contenu mathématique au sens large.

De cette visite j'ai ramené, entre autre, le désir de vous faire partager le plaisir d'une prise de conscience de la prodigieuse richesse d'un patrimoine d'une culture qui va bien au-delà des livres et je ne peux qu'encourager les franciliens côtoyant des trésors négligés et les provinciaux qui disposent de quelques heures de loisirs au cours d'escapades à Paris à aller visiter la Bibliothèque nationale de France ; ils ne le regretteront pas !

Informations pratiques sur la BnF

- Haut de jardin : accessible à tous à partir de seize ans, entrées dans la limite des places disponibles, du mardi au samedi de 10h00 à 20h00, le dimanche de 12h00 à 19h00.
- Rez de jardin : accès ouvert aux chercheurs, c'est-à-dire à toute personne effectuant une recherche qu'elle soit d'ordre universitaire, professionnel ou personnel *un justificatif est demandé lors de l'accréditation*, entrée sur réservation, le lundi de 14h00 à 20h00 et du mardi au samedi de 9h00 à 20h00.

Le site www.bnf.fr donne toutes les informations pratiques concernant l'accès à la bibliothèque (horaires, tarifs, conditions d'accréditation), il per-

Matapli n°74 - Mai 2004 _____

met de réserver une place pour le rez de jardin, de consulter les catalogues et de réserver un document des magasins. Pour plus de détails concernant le département Sciences et Techniques s'adresser à :

Bibliothèque nationale de France — Département Sciences et Techniques
Quai François Mauriac — 75706 Paris Cedex 13
Tél : 01 53 79 51 63 — sciences-techniques@bnf.fr



One Volume of 3 issues
Institutional Rate US\$150

NEW JOURNAL starting from JAN, 2005

An International Journal

Pacific Journal of Optimization

The Pacific Journal of Optimization publishes peer reviewed papers on the theory, algorithms, software, and applications of optimization. The areas of interest include continuous optimization, discrete optimization, stochastic optimization, dynamic optimization, network optimization, multi-objective optimization, and variational inequalities. Although an important aim of the journal is to establish a forum for the Pacific-Rim optimization community, contributions from other parts of the world are highly encouraged.

TRIBUNE LIBRE

Editors

M. Fukushima (Japan) L. Qi (Hong Kong) A. Rubinov (Australia) Y. Ye (USA)

Editorial Board

S. -C. Fang (USA)	E. Anderson (Australia)	J. V. Burke (USA)	L. Caccetta (Australia)	D. -Z. Du (USA)
M. Kojima (Japan)	S. Fujishige (Japan)	B. He (China)	T. Ibaraki (Japan)	C. T. Kelley (USA)
D. Ralph (UK)	H. Konno (Japan)	Z. -Q. Luo (USA)	S. Mizuno (Japan)	J. -S. Pang (USA)
P. Tseng (USA)	R. T. Rockafellar (USA)	J. Sun (Singapore)	K. L. Teo (Hong Kong)	M. Thera (France)
J. Zhang (Hong Kong)	S. Wang (China)	S. -Y. Wu (Taiwan)	A. Yoshise (Japan)	Y. -X. Yuan (China)
	S. Zhang (Hong Kong)			

Fixed Point Theory and its Applications

Editors J. García-Falset, E. Llorens-Fuster, B. Sims
Valencia SPAIN, 2003 Hard pp294 US\$135

On oscillation of nonlinear delay equations of population dynamics *Leonid Berzansky, Elena Braverman & Lev Idels* Comparing Krasnoselskij and Mann iterative methods for Lipschitzian generalized pseudo-contractions *Vasile Berinde* A universal infinite-dimensional modulus with applications in Fixed Point Theory *Tomás Domínguez Benavides and Beatriz Gavira* Stability of the Fixed Point Property in M -Abstract Banach Lattices *Tomás Domínguez Benavides and M. Angeles Japón Pineda* A Survey on Nonexpansive Selection of Metric Projection *Rafael Espinola and Genaro López (r,k,l)* -Somewhat uniformly noncreasy Banach spaces *Helga Fetter and Berta Gamboa de Buen* Strong convergence theorems by a hybrid method for nonexpansive mappings and inverse-strongly-monotone mappings *Hideaki Iiduka and Wataru Takahashi* Fixed point properties of some sets in l^1 *Wiesława Kaczor and Stanisław Prus* Geodesic Geometry and Fixed Point Theory II *W.A. Kirk* Bounds on iterations of asymptotically quasi-nonexpansive mappings *Ulrich Kohlenbach and Branimir Lambov* Some Geometrical Properties and Fixed Point Theorems in Modular Spaces *Poom Kumam* Some remarks concerning D - Metric Spaces *Zead Mustafa and Brailey Sims* The compact AR problem and related topics *Sehie Park* Multivalued Picard and weakly Picard operators *Adrian Petruşel and Ioan A. Rus* Invariant measures for generalized random dynamical systems *Arcady Ponosov and Eugene Stepanov* Global existence of small invariant sets *Simeon Reich and Alexander J. Zaslavski* Relaxed Projections, Averaged Mappings and Image Recovery *Hong-Kun Xu*

Concise Course on Fixed Point Theorems

Kazimierz Goebel
MARIA CURIE-SKŁODOWSKA UNIVERSITY,
LUBLIN, POLAND Hard pp182 US\$45

Nonlinear Functional Analysis

Fixed Point Theory and Its Applications

Wataru Takahashi
TOKYO INSTITUTE OF TECHNOLOGY
Hard pp276 US\$60

One Volume of 3 issues
Institutional Rate US\$150

An International Journal

Journal of Nonlinear and Convex Analysis

Journal of Nonlinear and Convex Analysis will publish carefully selected mathematical papers in nonlinear analysis and convexity theory. Papers submitted treating various aspects of nonlinear analysis, fixed point theory, game theory, optimization, analysis of set-valued mappings, partial differential equations, convexity and applications to economics, mathematics of finance and engineering are particularly encouraged. The journal will also publish suitable survey articles of high quality.

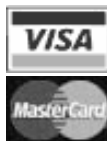
Editors K. Fan (USA) A. T. Lau (Canada) W. Takahashi (Japan) T. Tanaka (Japan)

Editorial Board	R. P. Agarwal (USA)	T. Ando (Japan)	J. -B. Baillon (France)	J. Borwein (Canada)
R. Bruck (USA)	C. Castaing (France)	M. Fukushima (Japan)	K. Goebel (Poland)	H. Kawasaki (Japan)
W. A. Kirk (USA)	H. -C. Lai (Taiwan)	F. -C. Liu (Taiwan)	T. Nishishiraho (Japan)	R. Nussbaum (USA)
S. Park (Korea)	J. -P. Penot (France)	L. A. Petrosjan (Russia)	S. Reich (Israel)	B. Ricceri (Italy)
S. Schaible (USA)	B. Sims (Australia)	T. Tanino (Japan)	M. Thera (France)	

101, 6-27 Satsukigaoka Aobaku
Yokohama 227-0053 JAPAN

■ E-mail: info@ybook.co.jp

■ FAX: +81-45-971-7481



Yokohama Publishers
<http://www.ybook.co.jp>



Bulletin d'adhésion 2004 - Personnes morales
L'adhésion est valable pour l'année civile 2004

Institution :
Nom :
Sigle :
Service ou département :
Site web :
Représentée par : M., Mme, Melle,
Prénom, NOM :
Titre ou fonction :
Adresse :

Téléphone : Télécopie :
Adresse électronique :

Votre adresse peut-elle être communiquée à des annonceurs ? oui non
Serveur de liste électronique. Souhaitez-vous que votre adresse électronique soit ajoutée à la liste d'envoi de la SMAI ? oui non

Tarif des cotisations : *(ne cochez qu'une seule case)*
 Cotisation SMAI laboratoire industriel (LI) 510 €
Ce tarif permet d'obtenir gratuitement un jeu d'étiquettes des adhérents de la SMAI
 Cotisation SMAI laboratoire universitaire (LU) 155 €

Montant de la cotisation €

Suppléments éventuels : *(cochez la/les case(s) de votre choix)*
 Soutien à la participation de la SMAI à l'EMS 40 €
Ce soutien comprend une cotisation EMS et permet de recevoir EMS Newsletter
 Soutien à la participation du GAMNI/SMAI à ECCOMAS 40 €
Ce soutien permet de recevoir ECCOMAS Newsletter

Montant des suppléments €

Total de la cotisation et des suppléments €

Modalités de règlement :
 Par chèque bancaire ou postal, ci-joint, à l'ordre de la SMAI
 Par bon de commande ci-joint

Factures : nombre d'exemplaires désiré :
Adresse de facturation :

Fait à le 2004

Signature

CORRESPONDANTS RÉGIONAUX

- Aix-Marseille** *Jacques Liandrat*
LATP EGIM
BP 142
13383 MARSEILLE Cedex 13
Tél. : 04 91 11 85 40/04 - Fax : 04 91 11 85 02
liandrat@marius.univ-mrs.fr
- Amiens** *Alberto Farina*
LAMFA
Université de Picardie Jules Verne
33 rue Saint Leu
80039 AMIENS Cedex
Tél. : 03 22 82 75 88 - Fax : 03 22 82 75 02
Alberto.Farina@u-picardie.fr
- Antilles-Guyane** *Marc Lassonde*
Mathématiques
Université des Antilles et de la Guyane
97159 POINTE A PITRE
Marc.Lassonde@univ-ag.fr
- Avignon** *Alberto Seeger*
Département de Mathématiques
Université d'Avignon
33 rue Louis Pasteur - 84000 AVIGNON
Tél. 04 90 14 44 93 - Fax 04 90 14 44 19
alberto.seeger@univ-avignon.fr
- Belfort** *Michel Lenczner*
Laboratoire Mécatronique3M
UTBM
90010 Belfort Cedex
Tél. : 03 84 58 35 34 - Fax : 03 84 58 31 46
Michel.Lenczner@utbm.fr
- Besançon** *Mihai Bostan*
UFR Sciences et Techniques
16 route de Gray 25030 Cedex Besançon
Tél : 03 81 66 63 38 - Fax : 03 81 66 66 23
mbostan@descartes.univ-fcomte.fr
- Bordeaux** *Cédric Galusinski*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université de Bordeaux I
351 cours de la Libération - 33405 TALENCE
Cedex
Tél. : 05 57 96 21 28 - Fax : 05 56 84 26 26
galusins@math.u-bordeaux.fr
- Brest** *Marc Quincampoix*
Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université de Bretagne Occidentale
BP 809 - 29285 BREST Cedex
Tél. : 02 98 01 61 99 - Fax : 02 98 01 67 90
Marc.Quincampoix@univ-brest.fr
- Cachan ENS** *Sylvie Fabre*
CMLA-ENS Cachan
61 avenue du Président Wilson
94235 CACHAN Cedex
fabre@cmla.ens-cachan.fr
- Clermont - Ferrand** *Rachid Touzani*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université Blaise Pascal,
BP 45 - 63177 AUBIERE Cedex
Tél. : 04 73 40 77 06 - Fax : 04 73 40 70 60
Rachid.Touzani@math.univ-bpclermont.fr
- Compiègne** *Véronique Hédou-Rouillier*
Équipe de Mathématiques Appliquées
Département Génie Informatique
Université de Technologie
BP 20529 - 60205 COMPIEGNE Cedex
Tél : 03 44 23 49 02 - Fax : 03 44 23 44 77
Veronique.Hedou@dma.utc.fr
- Dijon** *Christian Michelot*
UFR Sciences et techniques
Université de Bourgogne
BP400 - 21004 DIJON Cedex
Tél. : 03 80 39 58 73 - Fax : 03 80 39 58 90
michelot@u-bourgogne.fr
- Evry la Génopole** *Bernard Prum*
Département de Mathématiques
Université d'Évry Val d'Essonne
Bd des Coquibus - 91025 ÉVRY Cedex
Tél. : 01 60 87 38 06 - Fax : 01 60 87 38 09
prum@genopole.cnrs.fr
- Grenoble** *Pierre Saramito*
Laboratoire de Modélisation et Calcul - IMAG
Université Joseph Fourier
BP 53 - 38041 GRENOBLE Cedex 9
Tél. : 04 76 51 46 10 - Fax : 04 76 63 12 63
Pierre.Saramito@imag.fr
- Grenoble 2** *Frédérique Letue*
Bât. des Sciences de l'homme de la société
BP 47 - 38040 GRENOBLE Cedex 9
Tél. : 04 76 82 59 58 - Fax : 04 76 82 56 40
Frederique.Letue@iut2.upmf-grenoble.fr
- Israël** *Ely Merzbach*
Dept. of Mathematics and Computer Science
Bar Ilan University, Ramat Gan. - Israel 52900
Tél. : (972-3)5318407/8 - Fax : (972-3)5353325
merzbach@macs.biu.ac.il
- La Réunion** *Philippe Charton*
Dépt. de Mathématiques et Informatique
IREMIA,
Université de La Réunion - BP 7151
97715 SAINT-DENIS MESSAG Cedex 9
Tél. : 02 62 93 82 81 - Fax : 02 62 93 82 60
Philippe.Charton@univ-reunion.fr
- Le Havre** *Adnan Yassine*
IUT du Havre
Place Robert Schuman
BP 4006 - 76610 LE HAVRE
Tél. : 02 32 74 46 42 - Fax : 02 32 74 46 71
adnan.yassine@iut.univ-lehavre.fr

Lille *Caterina Calgaro*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université des Sciences et Technologies de
Lille
Bat. M2, Cité Scientifique,
59655 VILLENEUVE D'ASCQ Cedex
Tél. : 03 20 43 47 13 - Fax : 03 20 43 68 69
Caterina.Calgaro@univ-lille1.fr

Limoges *Paul Armand*
LACO, ESA 6090 - Univ. de Limoges
123 avenue A. Thomas
87060 LIMOGES Cedex
Tél. : 05 55 45 73 30 - Fax : 05 55 45 73 22
paul.armand@unilim.fr

Lyon *Michèle Chambat*
Laboratoire d'Analyse Numérique
MAPLY - Bat. 10
Université Lyon I
43 bd du 11 Novembre 1918
69622 VILLEURBANNE Cedex
Tél. : 04 72 44 85 25 - Fax : 04 72 44 80 53
chambat@lan.univ-lyon1.fr

Marne La Vallée *Pierre Vandekerckhove*
Equipe d'Analyse et de Math. Appliquées
Univ. de Marne-la-Vallée Cité Descartes
5 bd Descartes - 77454 MARNE-LA-VALLEE
Cedex 2
Fax : 01 60 95 75 45 -
vandek@math.univ-mlv.fr

Maroc *Khalid Najib*
École nationale de l'industrie minérale
Bd Haj A. Cherkaoui, Agdal
BP 753, Rabat Agdal 01000 RABAT
Tél. : 00 212 37 77 13 60 - Fax : 00 212 37 77 10
55
najib@enim.ac.ma

Mauritanie *Zeine Ould Moharned*
Équipe de Recherche en Informatique
et Mathématiques Appliquées
Faculté des Sciences et Techniques
Université de Nouakchott
BP 5026 - NOUAKCHOTT-AURITANIE
Tel : 222 25 04 31 - Fax : 222 25 39 97
zeine@univ-nkc.mr

Metz *Zakaria Belhachmi*
Département de Mathématiques
Université de Metz
Ile du Saulcy - 57 045 METZ Cedex 01.
Tél. : 03 87 54 72 87 - Fax : 03 87 31 52 73
belhach@poncelet.univ-metz.fr

Montpellier *Bruno Koobus*
Laboratoire ACSIOM
Université de Montpellier II, CC51
Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER Cedex 5
Tél : 04 67 14 32 58 - Fax : 04 67 14 35 58
koobus@math.univ-montp2.fr

Nantes *Catherine Bolley*
École Centrale de Nantes
BP 92101 - 44321 NANTES Cedex 3.
Tél :02 40 37 25 17 - Fax :02 40 74 74 06
Catherine.Bolley@ec-nantes.fr

Nancy *Didier Schmitt*
Institut Élie Cartan
Université de Nancy 1
BP 239 - 54506 VANDŒUVRE LÈS NANCY
cedex
Tél. : 03 83 91 26 67 - Fax : 03 83 28 09 89
Didier.Schmitt@iecn.u-nancy.fr

Nice *Stéphanie Lohrenge*
Lab. Jean-Alexandre Dieudonné
UMR Cnrs 6621
Université de Nice, Parc Valrose
06108 NICE Cedex 2
Tél. : 04 92 07 60 31 - Fax : 04 93 51 79 74
lohrenge@math.unice.fr

Orléans *Maitine Bergounioux*
Dépt. de Mathématiques - UFR Sciences
Université d'Orléans - BP. 6759
45067 ORLEANS Cedex 2
Tél. : 02 38 41 71 71 - Fax : 02 38 41 71 93
maitine@labomath.univ-orleans.fr

Paris I *Jean-Marc Bonnisseau*
UFR 27 - Math. et Informatique
Université Paris I - CERMSEM
90 rue de Tolbiac - 75634 PARIS Cedex 13
Tél. : 01 40 77 19 40 - Fax : 01 40 77 19 80
jeanmarc.bonnisseau@uni-paris1.fr

Paris V *Chantal Guihenneuc-Jouyaux*
Laboratoire de statistique médicale
45 rue des Saints Pères - 75006 PARIS
Tél. : 01 42 80 21 15 - Fax : 01 42 86 04 02
chantal.guihenneuc@univ-paris5.fr

Paris VI *Sidi Mahmoud Kaber*
Laboratoire Jacques-Louis Lions,
Boîte courrier 187
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 54 07 - Fax : 01 44 27 72 00
kaber@ann.jussieu.fr

Paris VI *Nathanael Enriquez*
Lab. de Probabilités et Modèles Aléatoires
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 54 76 - Fax : 01 44 27 72 23
enriquez@ccr.jussieu.fr

Paris IX *Céline Grandmont*
CEREMADE - Univ. de Paris Dauphine
Place du Mal de Lattre de Tassinay
75775 PARIS Cedex 16
Tél. : 01 44 05 48 71 - Fax : 01 44 05 45 99
grandmont@ceremade.dauphine.fr

Paris XI *Laurent Di Menza*
 Mathématiques Bat. 425
 Univ. de Paris-Sud - 91405 ORSAY Cedex
 Tél. : 01 69 15 60 32 - Fax : 01 69 15 67 18
 laurent.dimenza@math.u-psud.fr

Paris XII *Yuxin Ge*
 UFR de Sciences et Technologie
 Univ. Paris 12 - Val de Marne
 61 avenue du Général de Gaulle
 94010 CRETEIL Cedex
 Tél. : 01 45 17 16 52 -
 ge@univ-paris 12.fr

Pau *Brahim Amaziane*
 Laboratoire de Mathématiques Appliquées
 IPRA
 Université de Pau
 Avenue de l'Université
 64000 PAU
 Tél. : 05 59 92 31 68/30 47- Fax : 05 59 92 32 00
 brahim.amaziane@univ-pau.fr

Perpignan *Didier Aussel*
 Dépt de Mathématique - Univ. de Perpignan
 52 avenue de Villeneuve
 66860 PERPIGNAN Cedex
 Tél. : 04 68 66 21 48 - Fax : 04 68 06 22 31
 aussel@univ-perp.fr

Poitiers *Alain Miranville*
 Dépt de Mathématiques - Univ. de Poitiers
 Bd Marie et Pierre Curie - BP 30179
 86962 FUTUROSCOPE CHASSENEUIL
 Cedex
 Tél. : 05 49 49 68 91 - Fax : 05 49 49 69 01
 Alain.Miranville@mathlabo.univ-poitiers.fr

Polytechnique *Carl Graham*
 CMAP, Ecole Polytechnique
 91128 PALAISEAU
 Tél. : 01 69 33 46 33 - Fax : 01 69 33 30 11
 carl@cmappx.polytechnique.fr

Rennes *Nicoletta Tchou*
 IRMAR - Campus de Beaulieu
 35042 RENNES Cedex
 Tél. : 02 99 28 26 19 - Fax : 02 99 28 67 90
 Nicoletta.Tchou@univ-rennes1.fr

Rouen *Adel Blouza*
 Laboratoire Raphael Salem
 Université de Rouen Site Colbert
 76821 MONT-SAINT-AIGNAN Cedex
 Tél. : 02 35 14 71 15 - Fax : 02 32 10 37 94
 Adel.Blouza@univ-rouen.fr

Saint-Étienne *Alain Largillier*
 Laboratoire Analyse Numérique
 Université de Saint Étienne
 23 rue du Dr Paul Michelon
 42023 ST ÉTIENNE Cedex 2
 Tél. : 04 77 42 15 40 - Fax : 04 77 25 60 71
 larg@anum.univ-st-etienne.fr

Savoie *Ioan Ionescu*
 Université de Savoie
 LAMA - UMR CNRS 5127
 73376 LE BOURGET DU LAC Cedex
 Tél. : 04 79 75 87 65 - Fax : 04 79 75 81 42
 ionescu@univ-savoie.fr

Strasbourg *Photis Nobelis*
 UFR de Mathématique et Informatique
 Université Louis Pasteur
 7 rue René Descartes
 67084 STRASBOURG Cedex
 Tél. : 03 88 41 63 08 - Fax : 03 88 61 90 69
 nobelis@math.u-strasbg.fr

Toulouse *Marcel Mongeau*
 Laboratoire MIP Univ. Paul Sabatier
 31062 TOULOUSE Cedex 04
 Tél. : 05 61 55 84 82 - Fax : 05 61 55 83 85
 mongeau@cict.fr

Tours *Christine Georgelin*
 Laboratoire de Mathématiques et
 Physique Théorique
 Faculté des Sciences et Techniques de Tours
 7 Parc Grandmont - 37200 TOURS
 Tél. : 02 47 36 72 61 - Fax : 02 47 36 70 68
 georgelin@univ-tours.fr

Tunisie *Henda El Fekih*
 ENIT-LAMSIN
 BP37 1002 - TUNIS-BELVÉDERE
 Tél. : 2161-874700 - Fax : 2161-872729
 henda.elfekih@enit.rnu.tn

Uruguay *Hector Cancela*
 Universidad de la República
 J. Herrera y Reissign 565
 MONTEVIDEO, URUGUAY
 Tél. : + 598 2 7114244 ext. 112 - Fax : + 598 2
 7110469
 cancela@fing.edu.uy

Zurich *Michel Chipot*
 Angewandte Mathematik
 Universität Zürich
 Winterthurerstr. 190 - CH 8057 ZÜRICH
 Tél. : (41) 1 635 58 50 - Fax : (41) 1 635 57 05
 chipot@amath.unizh.ch