SOMMAIRE

Date limite de soumission des textes pour le Matapli 72 : 13 juin 2003.

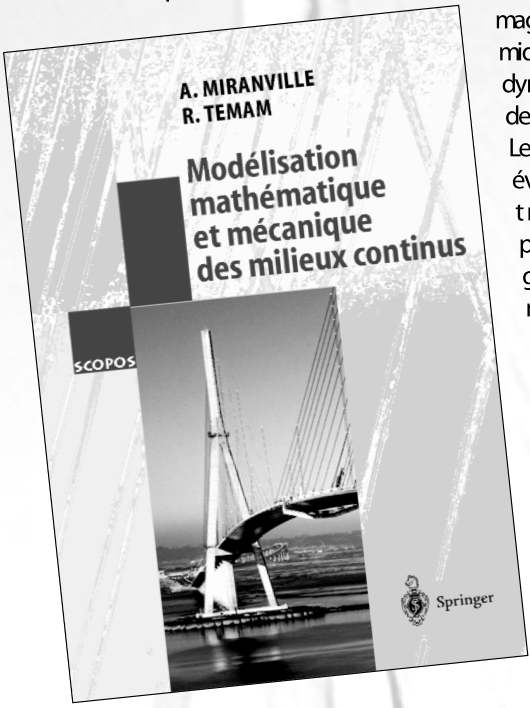
Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05
Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 07 03 64
`smai@ihp.jussieu.fr` – `http ://smai.emath.fr`

A. Miranville, Université de Poitiers, France
R. Temam, Université de Paris Sud, Orsay, France

Modélisation mathématique et mécanique des milieux continus

SCOPOS Vol. 18

Ecrit dans un style qui convient aux mathématiciens et à leur formation, cette introduction à la mécanique des milieux continus et à la modélisation mathématique reste néanmoins proche de la physique. En particulier, les auteurs font une distinction claire entre ce qui est admis et ce qui est prouvé. Outre les fondements de la mécanique des milieux continus, cet ouvrage contient des introductions plus ou moins détaillées à diverses disciplines connexes: magnétohydrodynamique, combustion, dynamique des fluides géophysiques... Les auteurs ont voulu éviter une approche trop abstraite des problèmes traités et garder un langage mathématique élémentaire (les pré-requis sont l'algèbre linéaire et le calcul différentiel et intégral connus de tout étudiant de licence ou de classes préparatoires et de tout ingénieur).



Ce livre sera utile à un public très large, depuis les ingénieurs modélisateurs jusqu'aux étudiants des deux premiers cycles de l'Université, des Classes préparatoires et des Grandes Ecoles. Il se révèlera également un outil précieux pour la préparation de l'épreuve de modélisation de l'agrégation de mathématiques.
Roger Temam est Professeur à l'Université Paris-Sud (Orsay). Il a aussi enseigné à l'Ecole Polytechnique de nombreuses années. Auteur de plusieurs ouvrages en mathématiques appliquées (dont certains ont été traduits en plusieurs langues ou réédités), il est un des pères fondateurs de cette discipline en France. Alain Miranville, normalien, est professeur à l'Université de Poitiers.

2003. IX, 284 p. Broché 34,95 *, ISBN 3-540-44035-6

* Prix TTC en France (5,5% TVA incl.). Dans d'autres pays, la TVA locale est applicable. Les prix indiqués et autres détails sont susceptibles d'être modifiés sans avis préalable.

Dans la même collection :

Vol. 9 :
B. Bidegaray, CNRS et Université Paul Sabatier, Toulouse;
L. Moisan, CNRS et Ecole Normale Supérieure de Cachan
Petits problèmes de mathématiques appliquées et de modélisation
2000. VIII, 138 p. Broché 18,95 *
ISBN 3-540-67302-3

Vol. 11 :
C. Ruget (Ed), Inspection Générale de l'Education Nationale
Mathématiques en situation. Issues de l'épreuve de modélisation de l'agrégation.
2001. IX, 186 p. Broché 23,95 *
ISBN 3-540-41274-9

Vol. 16 :
A. Lichnewsky (Ed), Université de Paris-Sud, Orsay, France
Modélisation mathématique: un autre regard.
2002. XV, 267 p. Broché 44,95 *
ISBN 3-540-43136-6

Pour vos commandes, veuillez vous adresser à votre libraire spécialisé, ou à défaut à :
Springer Customer Service
Haberstr. 7
69126 Heidelberg / Allemagne
Tél : 00800 77746437
Fax : + 49 6221 345 4229
mail : orders@springer.de

http://www.scopos.org
http://.springer.de

123

ÉDITORIAL
par Alain Largillier

Vous avez malheureusement constaté, d'une part, l'absence d'impression des deuxième et troisième pages de converture du numéro 70 de janvier 2003, et d'autre part, le retard inhabituel avec lequel vous recevez votre Matapli d'avril. En ma qualité d'éditeur en chef de Matapli depuis depuis le début de l'année 2003, je vous prie de bien vouloir nous excuser de ces désagréments.

En effet, les deuxième et troisième pages de converture du numéro précédent n'ont pas été imprimées par suite d'une erreur de l'imprimeur. Les informations qu'elles contenaient vous sont donc inconnues. Ainsi, la légende de l'illustration de la page de couverture était *Simulation d'une guitare acoustique par Arghyro Paouri, d'après les calculs effectués par Antoine Chaigne, Grégoire Derveaux et Patrick Joly*. Je vous invite à lire les noms des rédacteurs des rubriques afin de noter les changements intervenus : par exemple, je ne suis plus responsable de la rubrique **Résumés de thèses**, même si exceptionnellement, je m'en suis occupé pour ce numéro. C'est désormais Adel Blouza (`blouza@ann.jussieu.fr`) qui sera le rédacteur de cette rubrique. Je vous conseille enfin de regarder la liste des correspondants régionaux de la Smai.

Ce numéro que vous avez entre les mains est arrivé avec retard, par suite du non respect de la date limite de soumission des textes, ainsi que de l'importance de la commémoration des 20 ans de la Smai, dont le programme a mis plus de temps que prévu pour être mis sur pied.

Je profite de cet éditorial pour remercier Brigitte Lucquin pour l'enthousiasme et le sérieux avec lesquels elle a accompli sa mission de rédactrice en chef durant ces dernières années. Je suis certain que vous joindrez vos remerciements aux miens.

Dans l'attente de vos suggestions et critiques, je vous souhaite une bonne lecture de Matapli.

LE MOT DU PRÉSIDENT
par Michel Théra

Le colloque AMAM 03 est à présent derrière nous et nous pouvons nous féliciter d'avoir atteint nos objectifs : qualité, participation importante, renforcement des liens avec la SMF et la SME.

Le succès du colloque AMAM 03 est dû à l'enthousiasme de toute une équipe que je tiens à remercier très chaleureusement : Pierre-Louis Lions et Sergei Novikov, Alain Damlamian, Mireille Martin-Deschamps, Doina Cioranescu, le laboratoire Jean Dieudonné avec une mention particulière à Jacques Blum, Denise Chesnais et Charles Walter.

Cet évènement cède la place aux préparatifs des 20 ans de la Smai auxquels le bureau consacre une partie de son énergie. Le programme définitif est à présent achevé, au sommaire duquel figurent des activités scientifiques et des activités de promotion des mathématiques appliquées.

Les champs d'applications des mathématiques sont nombreux, et notre choix s'est porté sur la modélisation mathématique en biologie et en médecine, ce secteur nous paraissant être en pleine expansion. D'une part, les interactions entre mathématiciens, biologistes et médecins vont conditionner les futurs progrès dans le domaine de la santé ; d'autre part, la compréhension du fonctionnement ou du dysfonctionnement des systèmes biologiques est un enjeu passionnant qui concerne toute la société.

Promouvoir les mathématiques appliquées fait partie de nos missions. Dans ce cadre, deux tables rondes seront organisées : la première, de sensibilisation aux métiers des mathématiques, conformément à notre politique d'incitation auprès des jeunes à se diriger vers des études comportant des mathématiques ; la deuxième, animée par des personnalités exerçant des responsabilités de haut niveau dans de grands groupes industriels ou de service, témoignera du rôle essentiel des mathématiciens dans le développement de la recherche appliquée.

Par ailleurs, nous estimons qu'une journée de réflexion sur les logiciels de calcul serait d'une grande utilité pour tous.

Enfin, ces rencontres s'achèveront par la remise du prix Jacques-Louis Lions, financé conjointement par le CNES, l'Inria et la Smai. Cette récompense, grand prix de l'Académie des sciences, sera décernée pour la première fois en cette année anniversaire.

Soyez certains que votre participation active aux différentes manifestations contribuera à renforcer l'image de la Smai auprès de tous ceux qui sont ses interlocuteurs.

PS : Pour des raisons indépendantes de notre volonté, la gestion des adhésions et des élections au CA a connu quelques perturbations, comme vous l'avez sûrement remarqué. Vous voudrez bien nous en excuser.

COMPTES-RENDUS DE LA SMAI

par Ch. Graffigne

Compte-rendu du bureau de la Smai du 19 novembre 2002

Présents : Frédéric Bonnans, Christine Graffigne, Brigitte Lucquin, Colette Picard, Michel Théra

Invité : F. Mignot

Le bureau donne son accord de principe à la participation de la Smai au colloque organisé par Jean-Pierre Borel à Bordeaux en janvier 2003.

AMAM : le programme est en phase finale. Malheureusement, le financement européen demandé n'a pas été obtenu, mais le budget restera équilibré si le nombre de participant est suffisant (de l'ordre de 350 inscrits) ce qui est fort possible. Une réunion du comité exécutif de l'EMS aura lieu le samedi 8 février au soir. Comme prévu, l'AG aura lieu le lundi 10 février de 18h à 20h.

Le point sur « Mathématiques et applications » par F. Mignot : il y a maintenant 39 volumes, 4 sont sortis en 2002. Les prix varient entre 230 F et 460 F (prix public). Les meilleures ventes tournent aux environs de 1200 exemplaires et la majorité des volumes restent entre 500 et 700 exemplaires vendus. Les thèmes sont assez bien répartis. Il y a actuellement 20 volumes en préparation : 4 sont en voie d'être publiés, 9 seront bientôt prêts et 6 sont en gestation. Il faudrait cependant solliciter des livres de niveau DEA suffisamment pédagogiques. Une fois par an, un article des rédacteurs en chef devrait paraître dans Matapli faisant le point sur les derniers volumes et les types de thèmes recherchés.

ESAIM : M. Jeanblanc et M. Bergounioux ont repris l'édition en chef d'ESAIM : Proc. Le bureau a suggéré qu'un mini-comité d'environ 4-5 personnes soit mis en place afin d'élargir les thématiques représentées.

Le CANUM 04 sera organisé à Strasbourg du 24 au 28 mai 2004.

Le point sur les représentants Smai dans les différents conseils : M. Théra représente la Smai au CA du CIRM ainsi qu'au CIMPA ; B. Lucquin représente la Smai au CA de l'IHP ; G. Pagès, J. Lacroix, M. Théra et D. Cioranescu représentent la Smai au CNFM ; M. Théra et P. Le Tallec représentent la Smai au bureau de l'ICIAM.

Le bureau remercie B. Lucquin d'accepter de prendre en charge la cellule « communication ».

Compte-rendu bureau de la Smai du 17 décembre 2002

Présents : Frédéric Bonnans, Christine Graffigne, Brigitte Lucquin, Gilles Pagès, Colette Picard, Michel Théra

Invité : A. Largillier, F. Murat

Le partie logicielle concernant la lettre de la Smai est en place mais il manque un responsable pour la gérer. Le principe mis en place par S. Cordier et

A. Prignet consiste à envoyer chaque mois aux adhérents des informations très courtes avec des références si besoin à des pages web et regroupées par rubriques. Le problème à l'heure actuelle est de trouver un responsable de cette lettre et des responsables de rubriques.

Le nouveau *board* de ESAIM : COCV devrait être proposé très bientôt par E. Zuazua, il sera probablement présenté au prochain CA.

Il n'y a encore que très peu de candidatures au CA, moins que les 9 postes a pourvoir. Le bureau va essayer de solliciter de nouvelles candidatures.

F. Murat fait le point sur la mise en place du prix Jacques-Louis Lions : après discussion avec l'Académie, nous allons proposer un grand prix, financé par la Smai, le CNES et l'Inria, le prix sera distribué tous les 2 ans et pour la première fois le 13 mai 2003. Une lettre d'intention des trois présidents concernés devra être envoyée à l'Académie pour le 23 janvier 2003.

Une carte de nouvelle année est en court de réalisation à l'occasion des 20 ans de la SMAI.

Les prochains bureau sont fixés au jeudi 30 janvier et mercredi 11 mars.

Compte-rendu du bureau de la Smai du 30 janvier 2003

Présents : Frédéric Bonnans, Christine Graffigne, Brigitte Lucquin, Gilles Pagès, Colette Picard, Michel Théra.

La réalisation de l'affiche de la Smai est en phase quasi-finale. Le bureau décide de tirer de l'ordre de 500 affiches au format A2 et 2000 à 3000 affiches, suivant les coûts marginaux, au format A4.

La brochure des « Image des maths » réalisée par J. Istas et E. Ghys est quasiment prête. Elle devrait être diffusée dans les semaines qui viennent et la Smai fournira au CNRS un jeu d'étiquettes de ses adhérents. Il est aussi possible de la diffuser lors de colloques si le CNRS nous en fournit quelques exemplaires.

La secrétaire, Mme Duneau, étant en congés maladie, il ne sera pas possible de dépouiller les votes lors de l'assemblée générale comme cela se fait d'habitude : les adhésions envoyées récemment n'ont pas été enregistrées. Le bureau proposera donc au CA que le dépouillement des votes se fasse lorsque Mme Duneau aura pu enregistrer les adhésion à la date du 10 février et en présence de membres extérieurs au bureau.

F. Bonnans accepte de prendre la suite de H. Le Dret au CA d'EDP Sciences.

Le bureau donne son accord à une augmentation du salaire de Françoise Breton basé sur l'indice de l'Insee.

C. Picard présente la comptabilité qui sera exposée pour approbation au CA de demain.

Les manifestations en l'honneur des 20 ans de la Smai : des exposés et deux tables rondes devraient être organisées le 12 juin 2003. La manifestation co-organisée par Y. Maday sur les modèles en mathématiques et en biologie du 14 au 16 mai 2003 feront aussi partie de ces manifestations.

Le prochain bureau aura lieu le 20 mars à 12h30.

Quelques actions en terme de communication

par B. Lucquin

J'ai accepté, en novembre dernier, de m'occuper des problèmes de communication pour la Smai. Je voulais vous tenir au courant des actions menées depuis. Ces actions, détaillées ci-dessous, concernent essentiellement les points suivants : la réalisation d'une carte de voeux et d'une affiche, la mise en route de la lettre d'information électronique, la préparation des « festivités » à l'occasion des 20 ans de la Smai, et enfin la préoccupation constante de renforcer les liens avec « l'adhérent de base », en commençant par préciser le rôle fondamental joué par les correspondants régionaux dans cette interaction.

Nous avons tout d'abord réalisé une **carte de voeux** pour l'année 2003, qui est l'année des 20 ans de notre société. Cette carte a été envoyée aux adhérents, mais aussi à des personnalités extérieures : scientifiques, collègues non adhérents, industriels, journalistes scientifiques, différents services de communication (CNRS, CNE), etc. Ceci afin de diffuser largement l'annonce de cet anniversaire, préambule à d'autres informations concernant les manifestations que nous allons organiser tout au long de l'année. Signalons que l'image sur cette carte nous a été fournie par Jean-François Colonna du CMAP de l'École polytechnique (ce n'etait malheureusement pas signalé. . .)

Dans la foulée, nous avons travaillé activement à la réalisation d'une **affiche** qui sera largement diffusée dans les laboratoires, écoles d'ingénieurs, instituts, etc. Deux formats différents de cette affiche ont été tirés : une au format A4 (en grand nombre), que vous recevrez tous (n'hesitez pas à la montrer, à l'afficher) et une plus grande, de format 40×60, destinée aux laboratoires. Le contenu de cette affiche (texte, image, design) a fait l'objet de nombreuses discussions, en particulier lors d'une réunion réunissant la cellule communication et le bureau de la Smai le 17 décembre dernier.

Lors de cette réunion, nous avons également parlé de la mise en route d'une **lettre d'information électronique**, de périodicité mensuelle, à l'image de celle mise en place par Maïtine Bergounioux pour le groupe Mode. Nous avions déjà discuté en détail de ce projet lors d'une précédente réunion, en avril 2002. La partie technique du projet a fait l'objet d'un stage de Dess financé au printemps dernier par la Smai. Il manquait juste une bonne volonté pour « chapoter » le tout, en organisant précisément les différentes rubriques et en relançant les personnes pressenties comme responsables de ces dites rubriques. La personne a été trouvée récemment : il s'agit de Claire Chainais, collègue de Clermont-Ferrand, à qui nous souhaitons la bienvenue. Vous ne tarderez donc pas à recevoir des nouvelles de sa part. . .

Nous avons évoqué le fait qu'il fallait renforcer les liens avec nos adhérents. Ces liens passant de manière privilégiée par nos **correspondants régionaux**, nous avons établi une « charte » les concernant, dont le but essentiel est de veiller à ce que les informations circulent effectivement dans les deux sens. Le texte de cette charte, rappelé en annexe, est également sur le site web de la Smai.

Il nous paraît par ailleurs important que ce soit le conseil d'administration qui entérine le choix définitif des correspondants régionaux. Une liste sera donc proposée systématiquement au vote du CA d'octobre et aucun changement, même partiel, ne pourra se faire en dehors de cette date.

Bien entendu, nous avons aussi beaucoup discuté de la préparation des **20 ans de la Smai**, qui ont fait depuis l'objet de plusieurs réunions et de nombreux échanges de courriers électroniques... Les préparatifs s'activent, et nous pouvons vous donner aujourd'hui un aperçu des trois manifestations qui se tiendront en mai, en septembre et en octobre.

La première aura lieu les **14, 15 et 16 mai** prochains dans les locaux de la Pitié Salpétrière (voir annonce pleine page dans ce même numéro). Le titre est : Conférence de prospective sur la modélisation en biologie et en médecine ; elle est organisée par l'Institut fédératif de Chevaleret.

La deuxième manifestation constituera le point central de cette année anniversaire. Elle aura lieu le **18 septembre** au Ministère de la recherche, rue Descartes à Paris. Elle s'articulera autour de plusieurs tables rondes portant sur des thématiques très proches. Une première table ronde concernera les métiers des mathématiques, et en particulier les débouchés professionnels de haut niveau (en dehors des métiers traditionnels de l'enseignement et de la recherche académique). Cette table ronde sera animée par des collègues qui apporteront un éclairage synthétique (et statistique), tant en terme de débouchés que d'offres de formation. Nous y espérons surtout la présence de nombreux jeunes pouvant témoigner de leur formation (éventuellement avec double compétence), de leur parcours professionnel dans des secteurs variés (finances, aéronautique, télécommunications, informatique,etc.). Une deuxième table ronde sera plus particulièrement réservée à la question des interactions avec le monde industriel et les services : qu'attendent les industriels des mathématiques appliquées, que faire pour les aider... Des invités du monde industriel présenteront leurs actions de R et D, et leurs souhaits pour l'avenir. Enfin, nous souhaitons la présence de personnalités ayant des responsabilités de très haut niveau dans des grands groupes, pour témoigner de l'utilité des mathématiques appliquées au sein de leur entreprise. Des journalistes seront conviés à cette journée où nous espérons également la présence de personnalités ministérielles et surtout de nos adhérents. Elle se terminera par un cocktail.

Une troisième manifestation aura lieu à l'Inria de Rocquencourt le **9 octobre**. Elle soulignera les liens entre mathématiques appliquées et développement de logiciels. Deux thèmes seront développés : la valorisation et diffusion des logiciels, et les grands challenges applicatifs.

Voilà pour les 20 ans. Vous serez régulièrement tenus informés des programmes de ces journées qui seront également sur notre site web.

PS : La cellule communication de la Smai comprend à l'heure actuelle les personnes suivantes : G. Bayada, T. Colin, C. Graffigne, A. Largillier, B. Lucquin, F. Mignot, A. Prignet, M. Théra et elle est, bien entendu, ouverte à toutes les bonnes volontés.

ANNEXE : Le rôle des correspondants régionaux de la Smai

Très souvent, j'ai entendu (comme ancienne responsable de Matapli) l'expression « correspondant de Matapli ». C'est une grave erreur : les correspondants régionaux sont d'abord ceux de la Smai et, par voie de conséquence, sont amenés à fournir des informations qui seront publiées dans Matapli, mais leur rôle ne se limite bien évidemment pas à cela… Pour que les choses soient claires, vous trouverez ci-dessous un texte précisant le rôle du correspondant régional de la Smai ainsi qu'une liste (non exhaustive) de ses activités. Ce texte se trouve également sur le site web de la Smai. Et si j'avais un message à transmettre, ce serait : ne vous limitez surtout pas à ce qui est écrit ci-desssous, mais écrivez nous, proposez des choses et innovez ! En particulier cette année, où la Smai fête ses 20 ans…

Définition du correspondant régional

Notre société savante a en particulier pour vocation de faire circuler l'information concernant la recherche et l'enseignement en mathématiques appliquées.

Les correspondants régionaux jouent un rôle clé dans ce processus : ce sont eux qui permettent la collecte des informations, leur centralisation et leur diffusion par les différents moyens dont dispose actuellement la Smai : Matapli (le bulletin de liaison de la Smai qui paraît 3 fois par an en octobre, janvier et avril), la lettre électronique (en cours de réalisation), le site web, la diffusion via le serveur de liste, l'affichage dans les laboratoires…

Ils sont ainsi de véritables représentants locaux de la Smai et à ce titre en assurent la promotion. Bien entendu, cela sous entend qu'ils soient eux-mêmes adhérents de la Smai (l'adhésion peut se faire sur le web à l'adresse : `smai.emath.fr`). La liste des correspondants régionaux est soumise au vote du conseil d'administration d'octobre et aucun changement, même partiel, ne peut se faire en dehors de cette date.

Cahier des charges

Voici, pour fixer les idées, une liste (non exhaustive) des activités du correspondant régional :

1. *Faire remonter les informations* :
   - les thèses : inciter les jeunes diplômés à mettre leur thèse sur Math-Doc (cela donne droit à une adhésion Smai gratuite) ; transmettre en parallèle le résumé de thèse au responsable de la rubrique thèses de Matapli ;
   - adresse web et coordonnées des DEA et DESS, manifestations locales du type fête de la science à faire remonter vers Matapli (au responsable de la rubrique *Nouvelles des universités*) ;
   - les invités, les nominations et prix, les décès, etc. à faire remonter vers Matapli (au responsable de la rubrique *Vie de la communauté*) ;
   - les colloques organisés par des chercheurs locaux ou les grands colloques dont ils ont connaissance : transmettre les coordonnées du colloque au responsable de la rubrique *Colloques* de Matapli (après avoir suggéré aux organisateurs locaux de demander le parrainage de la Smai).

2. *Faire descendre les informations* :
   - communiquer la date limite de soumission des textes pour le prochain Matapli (idem pour la lettre électronique quand elle sera prête) ;
   - faire de la publicité pour la SMAI : bulletins d'adhésion, affichage… ;
   - faire de l'information auprès des thésards en particulier en ce qui concerne la diffusion des thèses ;
   - faire de l'information sur la lettre électronique ;
   - faire de la publicité auprès de la bibliothèque locale pour qu'ele s'abonne à ESAIM COCV, PS et Proc et à la collection Mathématiques et Applications ;
   - les colloques : suggérer aux organisateurs locaux de demander le parrainage de la Smai ;
   - s'assurer du réabonnement des adhérents.

LE GROUPE MAS

par Bernard Prum*

« Mathématiques appliquées et industrielles » signifient bien sûr modélisation mathématique de phénomènes réels, le plus souvent observés au moyen de dispositifs de mesure, qu'il s'agisse de capteurs de températures ou de pression dans des écoulements fluides ou qu'il s'agisse, par exemple, de plans d'échantillonnage dans l'étude de comportements humains ou animaux. Très souvent une théorie — parfois fort complexe — décrit le comportement moyen du phénomène étudié. On débouche alors sur des équations différentielles ou des EDP - cœur peut-être des maths appli, et des sociétés savantes concernées par celles-ci.

Mais un statisticien reste toujours un rien décontenancé par le fait que l'on décrète souvent — au moins dans les faits — que toute fluctuation aléatoire autour de ce comportement moyen est négligeable. Sans doute est-ce naturel quand on considère un fluide décrit à l'échelle du nombre d'Avogadro. Mais sans doute ne l'est-ce pas quand on décrit des populations de centaines d'individus (voire moins), ni quand on traite non pas la température en chaque point d'un fuselage mais une mesure de celle-ci. Les modèles aléatoires et les statistiques destinées à les traiter, sont donc omniprésentes dans les applications des mathématiques. Or, si une telle modélisation vient en premier à l'esprit quand on parle de traitement de signal, de mathématiques financières ou d'épidémiologie, c'est parfois moins immédiat en analyse d'image ou en météorologie, et c'est (encore ?) minoritaire dans certaines branches de l'optimisation de formes, du calcul de structures ou de phénomènes magnétiques régis par des EDP — l'approche théorique des EDP stochastique est d'ailleurs loin d'être achevée.

Il est donc naturel qu'une partie des adhérents la Smai consacrent leurs recherches aux probabilités appliquées et aux statistiques... et se réunissent dans le groupe MAS (Modélisation Aléatoire et Statistique). Ce groupe se retrouve — mais ce n'est pas spécifique — à la croisée de communautés assez différenciées. Pour s'exprimer comme le ferait un Statisticien face à une ACP, on distingue un premier axe « Probabilités-Statistiques », qui vient des probabilités les plus abstraites, et au delà de la théorie de la mesure et de l'analyse pure — branches de la mathématique classique en ce qu'elle déduit des théorèmes en partant d'hypothèses que nul ne songe à remettre en cause. De l'autre côté, cet axe va vers la statistique qui se distingue par la considération simultanée de plusieurs lois et par le retournement du discours déductif en un discours inductif, qui remonte des conséquences aux causes, des « observations » aux lois. On constate d'ailleurs que rares sont les mathématiciens qui soupçonnent cette démarche propre au statisticien.

*Laboratoire Statistique et Génome (UMR CNRS 8071) La genopole - Tour Evry 2 - 523 place des Terrasses - 91000 Evry - tél. : 01 60 87 38 06 - fax : 01 60 87 38 09

Un second axe — qui n'est peut être pas orthogonal au précédent — traverse le groupe MAS : il va de théoriciens, statisticiens mathématiques pour qui les observations $X1, X2, ...Xn$ ne sont finalement que des êtres mathématiques comme les autres, et se prolonge jusqu'au praticien qui attache plus d'intérêt aux résultats dans une discipline extra-mathématique qu'à la rigueur des démonstrations ou à la recherche d'hypothèses minimales. Peut-être — sans doute — ces deux extrêmes sont loin de part et d'autre des membres du groupe MAS, mais ceux-ci pourront se sentir plus ou moins proches de l'un ou l'autre. Et — paradoxalement — cette diversité, cette richesse dans les points de vue, va détourner de notre groupe certains collègues, soit qu'ils aient peur d'y perdre leur qualité de mathématicien pur (c'est, paraît-il le terme), soit qu'ils trouvent trop pesant le poids de la statistique universitaire.

Mais définir les frontières d'un domaine, c'est définir ce domaine. Au delà des frontières du Groupe MAS existent d'autres communautés, d'autres centres de regroupement, tout aussi respectables que le nôtre, des sociétés de mathématique ou des sociétés de statistique avec lesquelles nous devons échanger nos problématiques et nos compétences.

Car c'est de la définition de cette niche écologique que sont nés la Smai et le Groupe MAS : certains collègues ne se retrouvaient pas totalement dans le paysage des Sociétés Savantes d'alors. La Smai a vingt ans, le Groupe MAS en a douze. Son père fut Jacques Neveu, un probabiliste, exceptionnel représentant de l'école française de mathématique, qui a emboité le pas aux fondateurs de la Smai qui trouvaient que notre pays négligeait les maths applis - à ses côtés, on trouvait un vice-président statisticien : Pascal Massart. Le credo du groupe fut — et reste : promouvoir, en particulier auprès des entreprises, les méthodes de la statistique et des probabilités appliquées.

À Jacques Neveu a succédé Étienne Pardoux, puis François Baccelli et, jusqu'en septembre dernier, Denis Talay. Je ne peux citer tous les membres des bureaux successifs, ils sont trop nombreux — je n'évoquerai que le travail de notre trésorière, Marie Cottrel.

Peu à peu défini une ligne de politique scientifique pour notre groupe est sortie des réunions de bureaux, des discussions lors des assemblées générales du groupe, des échanges entre membres du MAS lors de congrès, mais aussi des réunions formelles ou informelles avec le reste de la Smai, avec l'ASU puis la SFdS ou avec des collègues étrangers. Et, au sein de la Smai, MAS est devenu un interlocuteur reconnu de nos tutelles, ministère ou CNRS.

Bien avant que les revues Esaim n'existent, le bureau MAS les a révées. Il me souvient de réunions où l'on jouait, émerveillés, à disposer d'un semblable outil : quel gain de temps si l'on ne doit pas attendre que le back-up se vide — oui, mais il en importe que davantage d'être attentif sur le niveau scientifique — bien sûr, et l'on pourra même mettre en ligne des données ou des logiciels... Il a fallu attendre qu'une initiative du ministère rencontre nos rèves pour voir naître Esaim P&S, frère jumeau d'Esaim COCV, mené dans ses premiers pas par Pascal Massart et Étienne Pardoux, avant que Patrick Cattiaux et Anestis Antoniadis ne prennent en main l'âge de la croissance.

Et, à côté des publications, une activité scientifique bien comprise développe des congrès. À ses débuts, notre groupe s'est contenté d'organiser des sessions — par exemple aux congrès de l'ASU devenus ensuites les journées de statistique de la SFdS. Puis le groupe a osé se lancer seul, et ce furent les journées MAS, Toulouse, Nice, Rennes, Grenoble, en attendant prochainement Nancy. Journées orientées vers le jeunes : ceux-ci constituent la majorité des conférenciers des sessions parallèles — c'est souvent l'occasion d'une première prise de parole dans un congrès, facilité par l'usage permis du français. C'est aussi à eux que s'adressent en priorité les exposés, qualifiés de tutoriaux, qui, au long des séances plénières suivent un fil rouge, thème choisi pour son intérêt général mais souvent nouveau pour bien des auditeurs. À coté de ces deux gros chantiers, les membres du MAS ont apporté leurs contributions à d'autres publications Smai : Matapli, bien sûr ou livres de la collection Mathématiques et Applications. Et le groupe MAS a participé à d'autres colloques : congrès Smai, Journées industrielles du groupe, etc. . .

Depuis toujours le terme *société savante* a évoqué pour moi les sociétés décrites par Jules Vernes, où de vieux messieurs péroraient de façon prétentieuse sur la flore inconnue de contrées lointaines. Le groupe MAS n'est pas une société savante (peut-on inventer la notion de groupe savant). Mais en tous cas, qu'il s'agisse de la société ou du groupe, l'expérience montre que ces associations sont loin de cette image surannée : elles ont une réelle utilité, non seulement par la diffusion de connaissances scientifiques (congrès et publications) ou par des services — le plus évident, est l'Opération postes. Mais la Smai et son groupe MAS sont aussi — et surtout — des lieux de réflexion sur notre discipline, sur ses orientations à venir, sur les choix à faire. Chacun doit donc se sentir concerné.

Les 20 ans de la Smai : CONFÉRENCE DE PROSPECTIVE SUR LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE EN BIOLOGIE ET EN MÉDECINE.

Les 14-15-16 mai 2003

CNRS - MRNT[1] — IF de maths info « Chevaleret »

La modélisation mathématique de phénomènes complexes est un sujet d'actives recherches très actuel. Les progrès combinés en mathématiques, en algorithmique et en informatique, permettent en effet de prendre en compte des effets déterministes ou aléatoires, linéaires et non linéaires rendant compte d'interactions très différentes, et ce, à des échelles différentes.

S'il est des systèmes complexes, c'est en particulier dans les sciences du vivant et plus particulièrement dans les domaines de la santé qu'on peut les trouver. Des réalisations sont déjà bien connues en particulier dans le domaine de la statistique comme l'analyse du génome. Néanmoins ce ne sont pas là les seules réalisations et la mise en place de cœurs numériques ou la détermination de tumeurs par résolution de problèmes stochastiques inverses donne des idées à de nombreux collègues, tant mathématiciens que biologistes ou médecins, sur l'aide que pourraient fournir des modèles mathématiques plus poussés pour la compréhension du fonctionnement ou dysfonctionnement de systèmes biologiques. Les recherches en sciences cognitives ou comportementales permettent de proposer des modèles plus abstraits nourrissant par l'amont la réflexion appliquée.

Cette conférence, sollicitée par le CNRS, est organisée au sein de l'Institut fédératif de Chevaleret. Elle a reçu également le soutien de la Smai : elle fait partie de l'une des trois manifestations scientifiques organisées à l'occasion des 20 ans de cette société savante. Elle se déroulera sur le campus de l'hôpital de la Pitié, et plus précisément à :

Auditorium Adicare, Bâtiment de Cardiologie,
Hôpital de la Pitié Salpétrière, 56 bd Vincent Auriol, Paris 13e.

Une table ronde clora la conférence pour permettre d'élaborer un compte-rendu, ainsi que dégager des directions de recherche et des moyens d'actions pour l'avenir.

L'inscription est gratuite mais **fortement** recommandée par courrier électronique a Annie Touchant (`touchant@math.jussieu.fr`) et avoir pour **objet** : prospective math-bio.

Le programme détaillé de ces journées est disponible sur le site de la Smai.

[1] Ministère délégué à la Recherche et aux nouvelles technologies

LE POINT SUR LES PRIME D'ENCADREMENT DOCTORAL ET DE RECHERCHE

La campagne 2003 d'attribution des primes d'encadrement doctoral et de recherche vient de faire l'objet d'une note d'information de la direction de la Recherche `http://dr.education.fr/Pedr/noteinfo.pdf`.
La date limite pour déposer une demande est le 23 mai. Dans mon message du 17 avril 2003 envoyé par le serveur de liste, j'engageais les collègues enseignant-chercheurs (et surtout les jeunes maîtres de conférences) à ne pas pratiquer d'autocensure et à déposer un dossier.
Vous trouverez ci-après les réponses que Jean-Marc Deshouillers a données aux différentes questions que M. Waldschmidt, pour la SMF et moi-même lui avions posées au sujet des primes d'encadrement doctoral. Ce document peut être téléchargé à l'adresse `www.smai.emath.fr/pedr2003.php`

Michel Théra

Question 1

Plusieurs adhérents de nos deux sociétés nous ont interpellés sur la question des primes d'encadrement doctoral et de recherche (PEDR). Alors que les mathématiciens — terme désignant les mathématiciennes et mathématiciens — ont le sentiment de n'avoir pas démérité (surtout au moment où plusieurs d'entre eux reçoivent des prix prestigieux (la médaille Fields, le prix Clay, le prix Crafoord, le prix Kyoto de la fondation Inamori, le prix Abel...), on entend dire que le pourcentage d'universitaires recevant cette prime est plus faible en mathématiques que dans d'autres disciplines. Est-ce vrai ? Avez-vous une justification ? Comment y remédier ?

Réponse 1

Tout d'abord, un mot sur l'expression que vous avez employée ; elle est au cœur du problème : « le sentiment de n'avoir pas démérité ». Le volume des PEDR attribuées est contingenté budgétairement : l'attribution des primes relève donc d'une logique de concours, mais la non satisfaction d'une demande est vécue dans une logique d'examen. Les dossiers ne satisfaisant manifestement pas les critères d'attribution sont très peu nombreux, autour de 10% des dossiers reçus. Votre question est multiple : je vous propose de répondre dans un premier temps à vos deux premières interrogations, factuelles ; nous reviendrons ultérieurement sur la troisième. Comment sont ventilées les primes entre les disciplines ? Proportionnellement au nombre de dossiers déposés : de ce point de vue, les mathématiciens (selon l'usage grammatical, ce vocable désigne les mathématiciennes et les mathématiciens) ne sont ni mieux ni moins bien traités que leurs collègues. En revanche, si on rapporte le nombre de bénéficiaires de PEDR au nombre d'enseignants-chercheurs relevant d'une discipline, il y a d'assez grandes disparités : cette proportion est de l'ordre du quart en mathématiques (sans différence significative entre les sections 25 et 26), elle est équivalente en informatique, elle est bien inférieure en sciences humaines et sociales, mais de l'ordre du tiers en physique et sciences de l'ingénieur, chimie, sciences de la Terre et de l'Univers.

Pourquoi cette proportion est-elle plus faible en mathématiques que dans les sciences « dures », alors que ce fait n'a pas de justification scientifique : la mathématique française n'est pas, sur le plan international, d'un niveau inférieur à celui des autres sciences françaises[1]. La raison fondamentale est due, à mon avis, à la différence dans la nature de l'activité de recherche, reflétée dans le mode de publication des résultats. La production mathématique est le fait d'individus et même si elle est, de plus en plus, celui de toutes petites équipes, les publications à plus de trois auteurs sont exceptionnelles dans notre discipline. Ce que nous venons de constater sur le plan des publications a son pendant sur les activités d'encadrement doctoral. Ainsi, à participation égale à la vie scientifique, il est plus difficile à nos collègues d'étoffer un dossier, ce qui induit un taux d'auto-censure plus élevé.

Question 2

On entend dire qu'il arrive que le nombre de primes que doit distribuer la commission est parfois inférieur au nombre de demandes de renouvellement. Est-ce vrai ? Pouvez-vous expliquer la différence du niveau de difficulté suivant les années ?

Réponse 2

Le rapport entre le nombre de « sortants » et celui des primes attribuées était particulièrement élevé pour la campagne 2002 (légèrement inférieur à 1) ; le taux de satisfaction (rapport du nombre de primes attribuées au nombre de demandes) était de 53% cette année contre 60% en 2001, 66% en 2000, 63% en 1999, mais 52% en 1998. La raison en est que 2002, comme 1998, est congru à 1990 modulo 4 : lors de la première campagne de primes, en 1990, cinq mille primes ont été attribuées, soit la moitié du nombre total de primes ; depuis la première vague quadriennale, des efforts de lissage ont été accomplis, avec pour effet des campagnes 1998 et 2002 plus difficiles.

[1]Ce fait est attesté par de nombreux indicateurs (cf. en particulier les travaux de l'Observatoire des sciences et des techniques) ; la conclusion de l'article de Claude Allègre dans la livraison commémorative, d'octobre 2002, de la revue Pour la Science (numéro 300), est également intéressante.

Question 3

Quelle est dans ces conditions la place que peuvent occuper de jeunes mathématiciens fraîchement recrutés ? Doivent-ils attendre de diriger des recherches (comme le laisse penser l’appellation de la prime) avant de candidater ?

Réponse 3

Les critères retenus prennent en compte un souci de n’exclure du bénéfice de la PEDR aucune catégorie de personnel, en particulier les jeunes maîtres de conférences. Ainsi, les maîtres de conférences fraîchement recrutés peuvent être éligibles pour une PEDR sans que leur dossier ne fasse apparaître d’activité d’encadrement de recherche. Pour les autres maîtres de conférences, la participation à l’encadrement d’activités de formation par la recherche prend en compte les co-encadrements de mémoires de DEA (magister recherche à l’avenir), de thèses.

Question 4

Les membres chevronnés (PRCE, par exemple) ont-ils presque automatiquement la prime ? Les matheux ont eux la réputation de privilégier les jeunes : plus on monte et plus c’est dur de garder la PEDR. Rumeurs ou réalités ?

Réponse 4

Une des catégories prises en compte pour la définition des critères d’évaluation est celle des « professeurs mûrs » qui ne comporte pas de sous-catégorie PRCE ; je considère que l’ensemble de cette catégorie a été traité chaque année de façon homogène par le jury. De fait, le taux de satisfaction des PRCE est très élevé, mais cette corrélation n’est pas surprenante : la grande majorité des collègues promus à la classe exceptionnelle l’ont été en raison d’une activité d’encadrement doctoral et de recherche, forte et continue ; de plus, il est vraisemblable que la plupart de ceux qui ont été promus au titre d’activités de nature plus administrative bénéficient de primes ou de rémunérations complémentaires incompatibles avec la PEDR. Enfin, n’ayant connaissance que des dossiers déposés, je n’ai pas les moyens de mesurer le degré d’autocensure et encore moins de le comparer entre les différentes catégories.

Quant à la seconde partie de la question, je n’ai pas vraiment les moyens d’y répondre par une argumentation numérique : je ne pense pas que le taux de satisfaction soit un paramètre pertinent, mais c’est essentiellement le seul dont je dispose. J’ai cependant deux commentaires : le premier est qu’au fil des années (de la campagne n à la campagne $n + 4$, pour limiter l’effet de la discrépance modulo 4) l’obtention de la PEDR est intrinsèquement plus difficile : le nombre total de PEDR est essentiellement constant, mais la population active s'accroît ; ce dernier fait est une conséquence positive de l'effort de structuration de la recherche mathématique accompli dans les trente dernières années. Le second commentaire est que, sur le plan psychologique, plus on monte, plus c'est dur de perdre la prime.

Question 5

De manière plus générale, quels sont les critères d'attribution ?

Réponse 5

À la fin des années 80, différents mécanismes ont été mis en place pour développer la formation doctorale, alors insuffisante. La PEDR a été créée, en partie, comme l'un de ces mécanismes : en témoigne le fait que dans son intitulé l'encadrement doctoral précède la recherche. Le développement de la formation doctorale à un niveau satisfaisant, le souci d'accroître le nombre de maîtres de conférences et jeunes professeurs bénéficiaires d'une PEDR, ont conduit à une évolution de la pratique, confirmée dans la note d'information concernant la campagne 2003[2] où trois conditions sont énoncées ; dans l'ordre : l'appartenance à une équipe de recherche reconnue, l'activité de publication, l'encadrement doctoral.

Les critères employés par le jury de mathématiques, approuvés par le chef de la MSU, figurent dans les rapports qu'Edwige Godlewski et moi vous avons adressés après chaque campagne. Ils ont peu évolué d'une année sur l'autre. Je reprends ceux de la campagne 2002, tels qu'indiqués aux experts pour les guider dans leur travail d'évaluation.

> Les critères à prendre en compte, avant de les moduler par d'autres éléments du dossier, sont :
> MC jeunes — Qualité scientifique de la production après thèse,
> MC mûrs — Qualité et quantité de la production, existence d'encadrement (DEA, co-encadrement de thèses),
> PR jeunes — Qualité et quantité de la production, encadrement de thèses,
> PR mûrs — Qualité et quantité de la production, thèses soutenues, thèses en cours.
> La production s'analyse essentiellement en terme de publications. Les autres formes de production (logicielle par exemple) sont plus rares dans notre discipline, mais doivent être également prises en compte. Les autres éléments du dossier concernent notamment la participation à la vie de la recherche mathématique (direction de laboratoire, d'école doctorale, rayonnement,...) ; ces points ne

[2] `http://dr.education.fr/Pedr/noteinfo.pdf`

> doivent pas être négligés : si les activités d'administration de la recherche ne peuvent être substituées en totalité aux activités de publication et d'encadrement, elles doivent être impérativement prises en compte en complément de ces activités.

Question 6

Quel est le pourcentage de refus dans la procédure d'appel ?

Réponse 6

Les chiffres correspondant à la procédure de recours sont également publiés dans le rapport annuel, avec un décalage d'un an, dû au calendrier.

La procédure de recours est statutaire et quelques dizaines de primes (toutes disciplines confondues) sont réservées à cette fin. La commission de recours, commission unique pour toutes les disciplines, est indépendante des directions scientifiques ; elle est composée de représentants d'organisation syndicales et d'enseignants-chercheurs nommés. S'il est d'usage que les directions scientifiques attirent l'attention de la commission de recours sur quelques dossiers, celle-ci travaille en toute indépendance, selon ses propres critères (dont je n'ai pas été informé, et que l'ingénierie inverse ne m'a pas permis de découvrir). Le seul chiffre qui me semble signifiant est celui des recours déposés : pour les mathématiques, il représente entre 20% et 23% des candidats malheureux pour les campagnes 1999, 2000 et 2001 : ce chiffre est faible en comparaison des quelque 75% de candidats malheureux que le jury aurait retenus si l'attribution des PEDR n'était pas contingentée.

Il importe que nos collègues sachent que l'identité des candidats ayant déposé un recours n'est connue, ni du jury de l'année n, ni de celui de l'année $n+1$; en outre, compte tenu de la difficulté du concours, la direction scientifique ne considère pas qu'un dépôt de recours est une critique de son travail ou de celui du jury : bien au contraire, elle encourage le dépôt de recours.

Question 7

Le budget attribué à une discipline dépendant de l'effectif des postulants à la PEDR, le malthusianisme et l'élitisme aristocratique professé dans notre discipline doivent faire des ravages.

Réponse 7

J'ai fourni au début de l'entretien des chiffres et une explication « objective » prenant en compte le mode de production et de publication de notre discipline, et je ne pense pas qu'il y ait un a priori élitiste propre aux mathématiciens.

J'ai en revanche le sentiment que le mécanisme d'attribution des primes peut être perçu comme hyperélitiste (ne nous cachons pas le fait qu'il est relativement élitiste), et qu'il peut de ce fait, engendrer un comportement d'autocensure qui est injustifié — j'ai donné des chiffres le prouvant — et contreproductif. En effet, si, au vu des résultats de l'année n, la réaction générale est « oh là là, s'il faut un tel niveau pour avoir la PEDR, il est inutile que je candidate pour l'année $n + 1$ », il est bien évident que la barre sera placée encore plus haut l'année $n + 1$...

Pour ce qui est du comportement malthusien, je ne pense pas qu'il concerne les individus, mais il peut être celui de laboratoires qui visent plus à maximiser leur taux de succès que leur propre nombre de PEDR.

Une autre question avant qu'on aborde les remèdes ?

Question 8

De nombreux collègues ayant une certaine ancienneté sont profondément vexés de se voir opposer un refus, et cela a des effets dévastateurs, à l'opposé du but initialement poursuivi par les promoteurs de cette prime. Un grand nombre de mathématiciens pratiquent l'auto-censure ; peut-être est-ce un manque d'habitude (ou de goût) à être évalué. Aurais-tu un message à adresser aux candidats malheureux : le refus de leur accorder cette prime est-il pour eux un signe qu'ils feraient mieux d'arrêter leur recherche ?

Réponse 8

Le mot « refus » n'est pas adapté à une logique de concours. Je comprends tout à fait la déception, voire la vexation de ne pas voir sa demande satisfaite, d'autant plus que cette demande est justifiée dans 90% des cas. Je ne peux hélas que répéter que le nombre de primes accordées en mathématiques est faible par rapport à l'ensemble de la communauté mathématicienne et que la non satisfaction d'une demande ne peut et ne doit pas être interpréter comme un jugement d'insuffisance de l'activité de recherche et d'encadrement doctoral. Fort heureusement, la PEDR n'est pas la seule motivation pour une activité de recherche et le découragement est très rarement durable.

Je pense, qu'après ce tour du problème, nous pouvons tenter d'élaborer des remèdes.

Un premier point, que nous n'avons pas encore abordé, est la lutte contre les dégâts collatéraux de la PEDR. Celle-ci est parfois utilisée, hors de son but initial, comme indicateur, pour la comparaison des laboratoires au sein d'un établissement, d'une école doctorale : il convient de préciser aux responsables des établissements, des ED... les pourcentages comparés de bénéficiaires de la PEDR et les raisons de cet état de fait.

Le point qui m'interpelle le plus est le pourcentage de mathématiciens bénéficiaires de la PEDR, particulièrement faible, comparé à celui des spécialistes d'autres sciences exactes. Plutôt que d'entrer dans un cercle vicieux où la difficulté du concours favorise l'auto-censure qui mécaniquement renforce la difficulté du concours, je pense que le premier objectif de notre communauté doit être de reconquérir résolument des parts de marché et je ne vois pas d'autre solution que de combattre l'auto-censure et accroître le nombre de dossiers déposés. Pour la mise en œuvre, la balle est dans le camp de la communauté, et bien évidemment dans celui des sociétés savantes qui la représentent.

Une piste positive est d'associer davantage les maîtres de conférences à l'encadrement de la formation par la recherche (stages de masters, thèses).

Une autre piste est la « gestion de la pénurie ». Si nous avons tenté d'avoir un minimum de mémoire, nous ne sommes pas allés très loin : nous avons essayé, sans y parvenir de façon satisfaisante, d'éviter qu'un collègue se retrouve deux années de suite juste au-dessous de la barre. Faut-il aller plus loin dans cette direction en admettant des « quotités » de primes (4 ans sur 4, sur 5, voire sur 6) ? Formulé autrement, le jury pourrait introduire trois sous-catégories A0, A1 et A2, les candidats A0 bénéficiant directement d'une PEDR, les candidats A1 ne restant pas 2 ans de suite dans cette catégorie et les candidats A2 ne restant pas 3 ans de suite dans cette catégorie.

Pour conclure, je tiens à dire que la question des PEDR est de loin l'aspect le plus frustrant de l'activité d'un directeur scientifique et le seul qui soit réellement douloureux. En raison de la sensibilité du sujet, j'ai tenu, depuis la première campagne dont j'ai été chargé, à ce que l'attribution des PEDR soit moins opaque : diffusion de la liste des membres du jury, des critères retenus, des modes opératoires et des résultats sous forme statistique. Je n'ai en revanche pas juger opportun de diffuser la liste des bénéficiaires.

Collection Mathématiques et applications
Drs : X. Guyon, J.-M. Thomas (collection de la Smai)

Aux Éditions Springer-Verlag

Vol. 12 P. Dehornoy, *Complexité et décidabilité*
200 pp., 38,95 €- tarif SMAI : 31,16 €
Vol. 13 O. Kavian,*Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques*
323 pp., 51,95 €- tarif SMAI : 41,56 €
Vol. 14 A. Bossavit, *Électromagnétisme en vue de la modélisation*
174 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 28,76 €
Vol. 15 R. Zeytounian, *Modélisation asymptotique en mécanique des fluides newtoniens*
225 pp., 43,95 €- tarif SMAI : 35,16 €
Vol. 16 D. Bouche et F. Molinet, *Méthodes asymptotiques en électromagnétisme*
416 pp., 71,95 €- tarif SMAI : 57,56 €
Vol. 17 G. Barles, *Solutions de viscosité des équations de Hamilton-Jacobi*
194 pp., 30,95 €- tarif SMAI : 24,76 €
Vol. 18 Q.S. Nguyen, *Stabilité des structures élastiques*
148 pp., 29,95 €- tarif SMAI : 23,96 €
Vol. 19 F. Robert, *Les systèmes dynamiques discrets*
296 pp., 53,95 €- tarif SMAI : 43,16 €
Vol. 20 O. Papini et J. Wolfmann, *Algèbres discrètes et codes correcteurs*
259 pp., 48,95 €- tarif SMAI : 39,16 €
Vol. 21 D. Collombier, *Plans d'expérience factoriels*
194 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 28,76 €
Vol. 22 G. Gagneux, M. Madaune-Tort,
Analyse mathématique de modèles non linéaires de l'ingénierie pétrolière
187 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 31,96 €
Vol. 23 M. Duflo, *Algorithmes stochastiques*
319 pp., 59,95 €- tarif SMAI : 47,96 €
Vol. 24 P. Destuynder et M. Salaun, *Mathematical analysis of thin plate models*
236 pp., 42,15 €- tarif SMAI :33,72 €
Vol. 25 P. Rougée, *Mécanique des grandes transformations*
412 pp., 74,95 €- tarif SMAI : 59,96 €
Vol. 26 L. Hörmander, *Lectures on nonlinear hyperbolic differential equations*
289 pp., 31,60 €- tarif SMAI : 25,28 €
Vol. 28 C. Cocozza-Thivent, *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*
436 pp., 79,95 €-tarif SMAI : 63,96 €
Vol. 29 B. Lapeyre, E. Pardoux et R. Sentis,
Méthodes de Monte-Carlo pour les équations de transport et de diffusion
178 pp., 32,95 €- tarif SMAI : 26,36 €
Vol. 30 P. Sagaut, *Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements des fluides incompressibles*
282 pp., 53,95 €- tarif SMAI : 43,16 €
Vol. 31 E. Rio, *Théorie asymptotique des processus aléatoires faiblement dépendants*
170 pp., 34,95 €- tarif SMAI : 27,96 €
Vol. 32 P. Cazes, J. Moreau, P.A. Doudin, *L'analyse des correspondances et les techniques connexes*
265 pp., 47,95 €- tarif SMAI : 38,36 €
Vol. 33 B. Chalmond, *Éléments de modélisation pour l'analyse d'images*
331 pp., 63,95 €- tarif SMAI : 51,16 €
Vol. 34 J. Istas, *Introduction aux modélisations mathématiques pour les sciences du vivant*
160 pp., 29,95 €- tarif SMAI : 23,96 €
Vol. 35 P. Robert, *Réseaux et files d'attente : méthodes probabilistes*
386 pp., 63,95 €- tarif SMAI : 51,16 €
Vol. 36 A. Ern, J.- L. Guermond, *Éléments finis : théorie, applications, mise en œuvre*
430 pp., 74,95 €- tarif SMAI : 59,96 €
Vol. 37 S. Sorin, *A first course on zero-sum repeated games*
204 pp., 37,93 €- tarif SMAI : 30,34 €

Le tarif SMAI (20% de réduction) et la souscription (30% sur le prix public) sont réservés aux membres de la SMAI.
Pour obtenir l'un de ces volumes, adressez votre commande à **Springer-Verlag, Customer Service Books/mMe Anja Nickl, Haberstr. 7 - D 69126 Heidelberg/Allemagne** – Tél. 0 800 919 343 – Fax ++ 49 6221 345 229 – e-mail : `Nickl@springer.de`
Paiement à la commande exclusivement par chèque à l'ordre de Springer-Verlag ou par carte de crédit (préciser le type de carte, le numéro et la date d'expiration). Prix TTC en France (5,5% TVA incl.). Au prix des livres doit être ajoutée une participation forfaitaire aux frais de port : 5 €(+ 1,50 €par ouvrage supplémentaire).

Élection de Olivier Pironneau à l'Académie des sciences

par Philippe G. Ciarlet

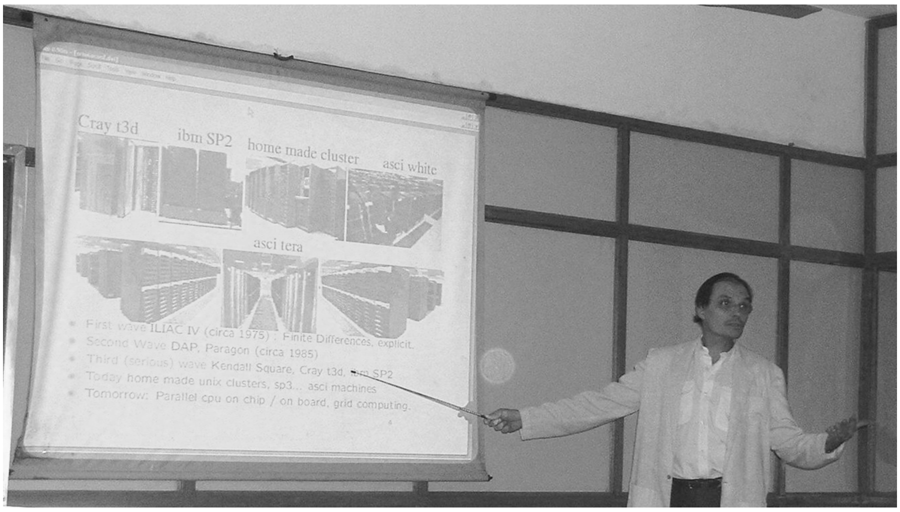
Professeur à l'université Pierre et Marie Curie et membre de l'Institut universitaire de France, Olivier Pironneau a été élu membre de l'Académie des sciences le 19 novembre 2002 dans la section des « sciences mécaniques ». Cette élection récompense une carrière exceptionnelle, très brièvement résumée ci-après.

Tout de suite après l'École polytechnique, Olivier Pironneau part à l'université de Californie à Berkeley, où il passe un Ph.D. sous la direction de Elijah Polak sur le thème « Optimisation et contrôle ». Il travaille ensuite pendant deux ans sous la direction de Sir James Lighthill à l'université de Cambridge sur l'optimisation de forme et la simulation de la nage de micro-organismes. Ingénieur de recherche à l'Inria de 1974 à 1978, il passe ensuite sa thèse d'État sous la direction commune de Georges Duvaut et de Jacques-Louis Lions, sur le thème « Optimisation en mécanique des fluides ». On retrouve déjà là les caractéristiques de toute sa future vie professionnelle : passion pour l'optimisation et la simulation numérique, intérêt pour les véritables « applications », goût des voyages, collaborations avec des scientifiques prestigieux...

D'abord professeur à l'université de Paris-Nord, il est depuis 1984 professeur à l'université Pierre et Marie Curie. De 1991 a 2001, il y dirigea le laboratoire d'analyse numérique, aujourd'hui appelé Laboratoire Jacques-Louis Lions et dirigé par Yvon Maday.

Au fil des années, Olivier Pironneau est devenu l'un des meilleurs spécialistes mondiaux de la discipline qu'on appelle en anglais « Computational Mechanics ». Il en couvre en effet toutes les facettes, depuis les aspects mécaniques jusqu'aux aspects informatiques en passant par l'analyse mathématique, l'analyse numérique, et l'optimisation.

Une composante très importante de ses travaux est relative à l'optimisation de la forme d'un avion complet, de facon notamment à réduire la traînée. À cette fin, il faut résoudre non seulement des questions fondamentales, et redoutables, de modélisation mathématique, de déformation de maillages tridimensionnels, ou d'optimisation de forme proprement dite, mais aussi les problèmes informatiques correspondants. Qu'on en juge : il s'agit d'utiliser les équations de Navier-Stokes compressibles, y compris en régime supersonique, couplées avec le modèle k-epsilon pour la modélisation de la turbulence et de lois de parois. La partie théorique du travail de Olivier Pironneau est ici fondamentale : il fallait en effet réussir à trouver les dérivées des variables physiques par rapport aux variables de forme, à écrire le problème adjoint correspondant, puis à appliquer la théorie du contrôle à l'ensemble



des équations ainsi obtenues ! Il s'agit ensuite de coupler les résultats avec les méthodes de maillages tri-dimensionnels et non-structurés et d'obtenir les dérivées des systèmes discrétisés. Il s'agit enfin, et c'est là que réside la difficulté principale, de trouver et de mettre au point des algorithmes effectifs d'optimisation proprement dite. Tout ceci conduit à des systèmes d'une telle taille qu'il est impossible de les traiter directement. Alors, Olivier Pironneau et Bijan Mohammadi contournent la difficulté avec la notion de « dérivation automatique de programme », qui s'est révélée être d'une grande efficacité. L'aboutissement de tous ces travaux a été sa participation déterminante, en collaboration avec Roland Glowinski et l'équipe de Dassault-Aviation, à la réalisation effective du premier logiciel d'éléments finis permettant de calculer les caractéristiques de vol d'un avion complet.

En effet, Olivier Pironneau possède, outre ses éminents talents mathématiques, une qualité peu répandue chez les mathématiciens appliqués : il sait effectivement programmer et concevoir des programmes, et avec talent !

D'ailleurs, après avoir une première fois montré l'exemple dans cette direction avec un livre remarquable, écrit avec Brigitte Lucquin, « Introduction au calcul scientifique » (paru en 1998 et traduit en anglais depuis), qui contient un très grand nombre de programmes, il a continué sa coupable industrie avec ses complices Ionut Danaila et Frédéric Hecht, avec lesquels il met actuellement la dernière main à un livre dont le titre évocateur sera « Simulations numériques en C++ ».

Mais il est aussi l'auteur d'autres « best-sellers », tels que « Finite Element for Fluids », paru en 1989 (juste apres l'édition francaise tout de suite épuisée !), ou encore ses deux livres avec Bijan Mohammadi, « Analysis of the k-epsilon

Model » et « Applied Optimal Shape Design for Fluids ».

Ce très bref panorama ne représente qu'une partie de ses travaux. C'est ainsi qu'il a récemment apporté des contributions importantes à des problèmes inverses en géophysique et en finance avec Christine Bernardi et Yves Achdou. C'est ainsi qu'avec Jacques-Louis Lions, il a plus récemment encore travaillé sur diverses questions fondamentales liées au calcul parallèle et aux méthodes de décomposition de domaines.

Sa renommée internationale est considérable, comme en attestent les multiples invitations reçues des centres les plus prestigieux, Stanford, Berkeley, M.I.T., Courant Institute, Cambridge, le Tata Institute (dans un pays qu'il affectionne tout particulièrement...), ou des récompenses majeures telles que le prix Blaise Pascal et le grand prix « Marcel Dassault » de l'Académie des sciences, ou son élection en 1998 à l'Institut universitaire de France.

Bienvenue dans cette noble Compagnie, cher Olivier. Nul doute que de nombreuses autres aventures t'y attendent !

DERNIÈRE MINUTE... DERNIÈRE MINUTE... DERNIÈRE MINUTE...

Notre collègue Haim Brezis, professeur à l'université Pierre et Marie Curie (laboratoire Jacques Louis Lions), membre de l'Institut Universitaire de France, Docteurs Honoris Causa de sept universités, membre de l'Académie des sciences (et de six autres académies) a été nommé membre étranger de la National Academy of Sciences *(USA) le 29 avril 2003.*

La Smai lui adresse ses chaleureuses félicitations.

MAISON NATALE DE N. BOURBAKI À BESSE EN CHANDESSE (PUY DE DÔME)

À l'initiative du département de mathématiques de l'université Blaise Pascal, le recteur de l'académie de Clermont-Ferrand et le maire de Besse en Chandesse apposeront le samedi 12 juillet à 16h00 une plaque commémorative dans les locaux de la Station biologique universitaire, siége du premier congrès Bourbaki en juillet 1935 .

Cette cérémonie sera précédée à 15h00 d'une conférence de Ch. Houzel, responsable des archives de la création mathématique sur « Le rôle de Bourbaki dans les mathématiques du XX^e siècle » .

Pour recevoir un programme détaillé et une invitation, s'adresser à :

Paul-Louis HENNEQUIN
15 rue du Pavin
63000 Clermont-Ferrand

Tél. : 04 73 93 10 44
Fax : 04 73 40 70 64

Paul-Louis.Hennequin@math.univ-bpclermont.fr

HOMMAGE DE LA MAIRIE DE PARIS À L'ÉCOLE MATHÉMATIQUE

par B. Lucquin

Le 17 mars s'est tenue dans un salon de l'Hôtel de Ville de Paris une réception en l'honneur de la communauté mathématique parisienne.

Cet hommage a commencé par un discours de Mme Danièle Auffray, adjointe au maire de Paris chargée des nouvelles technologies et de la recherche, qui a fait référence en particulier à une annonce récente faite dans le journal « Science Watch » plaçant l'université Pierre et Marie Curie en tête des institutions classées en fonction du nombre et de l'impact de leurs publications scientifiques. Dans ce même article, il est mentionné que Pierre-Louis Lions (université Paris Dauphine) est l'auteur le plus cité en mathématiques, Albert Cohen (université Pierre et Marie Curie) arrivant en position 17. Mme Auffray rappelle par ailleurs que sur la vingtaine de conférenciers invités au dernier congrès de mathématiques de Pékin, sept d'entre eux provenaient de l'université Denis Diderot. Des noms sont cités, ainsi que ceux des lauréats français de la médaille Fields.

Une véritable « mathematical valley » s'est développée dans la métropole parisienne et celle-ci constitue l'un des premiers centres mondiaux de la recherche dans ce domaine, commente Mme Auffray.

S’ensuit un discours de Gilbert Bereziat, président de l’université Pierre et Marie Curie, qui souligne le rôle fondamental joué par les mathématiques et leurs applications dans le développement de la recherche dans de nombreux domaines, dont celui de la médecine qui lui est cher.

La Smai était représentée par : Michel Théra, Colette Picard et moi même.

L’OPTIMISATION : DEUX OU TROIS CHOSES QUE JE SAIS D’ELLE

par J.-B. Hiriart-Urruty*

Ce document a fait l’objet d’une publication dans la collection des Notes techniques du CNES sous le numéro 148 paru en décembre 2002. Sous copyright CNES, il est reproduit grâce à l’autorisation de l’auteur et à celle du CNES.

Ce texte est le support écrit d’un exposé fait à l’école doctorale « Sciences pour l’ingénieur » de l’université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand (mars 2001), aux C.C.T. « Calcul scientifique et modélisation » et « Mécanique orbitale » du CNES à Toulouse (septembre 2001)

Dans cet exposé destiné à des scientifiques qui ne sont pas spécialistes du sujet, nous brossons un tableau des grandes lignes de force qui ont marqué la recherche en optimisation ces dernières années.

I — ANALYSE ET CALCUL VARIATIONNELS, OPTIMISATION

1. Introduction

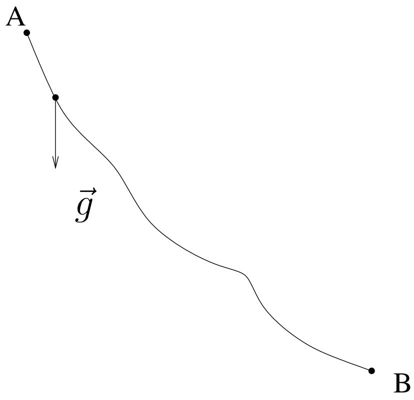
Fermat, Huygens, les frères Bernoulli, Newton, Leibniz,. . . , autant de grands scientifiques du XVII^{e} siècle (mais aussi Descartes, Pascal), siècle qui a vu la *mathématisation de la notion de mouvement* (vitesse, accélération, . . .) et auquel ont contribué les personnes citées. Il n’est donc pas étonnant que le XVII^{e} siècle ait vu :

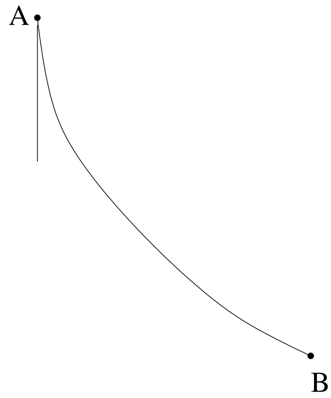
– la naissance du calcul *différentiel* ;
– l’énoncé des premiers principes et problèmes dits *variationnels*.

Avec, en 1696 [1], la mise sur la place publique du problème de la courbe *brachystochrone* par Johan Bernoulli peut être datée la naissance du *calcul des variations* ou, dans une appellation plus moderne, l’*analyse et le calcul variationnels*. Rappelons brièvement de quoi il s’agissait. Dans le plan vertical, on souhaite aller de A à B sous le seul effet de la force de gravitation, et ce le plus vite possible ; quelle est pour cela la trajectoire qu’il faut suivre ? On peut imaginer qu’il s’agisse de dessiner un toboggan reliant A à B, sur lequel, négligeant les forces de frottement, on descende le plus rapidement possible. La réponse est connue — elle l’était d’ailleurs au moment où le problème fut posé —, il s’agit d’une arche de cycloïde.

*Université Paul Sabatier – 118 route de Narbonne – 31062 Toulouse cedex 4 – `jbhu@cict.fr`

[1] En 1996 fut fêté le 300^{e} anniversaire de cet événement (1$\genfrac{}{}{0pt}{}{6}{9}$96, observons la belle symétrie du graphisme !) ; les médias n’en ont pas parlé pour autant. . .





Le calcul des variations fut développé au XVIIIe siècle par Euler et Lagrange, au XIXe par Legendre, Jacobi, Hamilton et Weierstrass. La première moitié du XXe siècle vit les contributions importantes de Bolza, Bliss, etc. La deuxième moitié du XXe siècle verra naître une forme moderne de l'analyse et calcul variationnels, à savoir la *commande optimale.* Précédée par des travaux d'ingénieurs, ce domaine d'études fut impulsé par les besoins de résoudre des problèmes issus du monde spatial ; les deux noms qui ressortent sont ceux de Bellman aux États-Unis (et sa *programmation dynamique*) et de Pontryagin et *al.* en U.R.S.S. (et le fameux *principe du maximum*).

Le lecteur trouvera :

- dans [11] et [38] une histoire du développement de l'analyse et calcul variationnels depuis le problème de la courbe brachystochrone jusqu'au principe du maximum de Pontryagin ;
- dans [19] des explications et de superbes illustrations sur « les formes optimales dans la nature » ;
- dans [13] une étude, historique et philosophique, sur les principes variationnels, centrée autour du « principe de moindre action » de Maupertuis.

L'*optimisation*, telle que nous l'appelons aujourd'hui, appelée aussi *programmation mathématique* lorsque le contexte du problème est de dimension finie (une traduction malheureuse du terme anglais *Mathematical Programming*), s'est aussi développée dans sa forme moderne au cours de la deuxième moitié du XXe siècle. Nous lui consacrerons l'essentiel de notre exposé, en mettant l'accent sur les grandes lignes de force qui se sont dégagées dans les recherches dans ce domaine au cours des dix dernières années.

Un problème variationnel ou d'optimisation en bref, c'est quoi ? C'est celui posé de manière abrégée comme suit :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \text{Minimiser} \quad f(x) \quad \text{(noté souvent } J(x) \text{ en calcul variationnel)} \\ \text{sous la condition } x \in C. \end{cases}$$

$f(.)$ est une fonction à valeurs réelles, appelée *critère, coût, fonction-objectif,* etc. (pas toujours facile de déterminer ce qu'il faut prendre !), et « $x \in C$ » est la contrainte imposée aux variables x (contrainte qui peut prendre des formes très variées). Nous n'abordons pas ici le cas où on prend en compte plusieurs critères à la fois (optimisation dite multicritère).

Quelles sont les questions que l'on peut se poser à propos de ($\mathcal{P}$) ?

1. Existence et unicité des solutions.
2. Conditions nécessaires d'optimalité (c'est-à-dire des conditions nécessairement satisfaites par un candidat à être solution de $(\mathcal{P})$).
3. Conditions suffisantes d'optimalité (si on peut avoir des conditions nécessaires et suffisantes d'optimalité, c'est-à-dire des *caractérisations* des solutions de $(\mathcal{P})$, tant mieux, mais c'est plutôt rare !).
4. Algorithmes de calcul (c'est-à-dire, méthodes itératives d'approximation de solutions de $(\mathcal{P})$).
5. Analyse qualitative de $(\mathcal{P})$: comment transformer $(\mathcal{P})$ en un problème parent, le « dualiser » (attaque du problème original par une autre face), étudier la sensibilité aux perturbations, la « robustesse »...

Quelle est la trace de ces divers points en ingénierie ?

– (2) et (3) sont à la base de l'utilisation de l'optimisation en ingénierie, surtout (2), qui est là pour suggérer des candidats à être solutions du problème posé (ceci est particulièrement vrai en commande optimale).
– (4) et (5), cela va sans dire.

Le seul vocable de « problèmes de moindres carrés » couvre une part essentielle de l'intervention de l'optimisation dans l'étude des systèmes d'ingénierie.

Pour une introduction simple à quelques problématiques de l'optimisation posées ci-dessus, le lecteur pourra se référer au livret [21].

Notons que dans cet exposé nous avons délibérément laissé de côté :

– l'intervention de l'*aléa* (rien n'y est stochastique) ;
– tout ce qui a trait aux données *discrètes* (optimisation en nombres entiers, combinatoire), pourtant si important dans les applications.

Nous abordons à présent un exemple d'analyse et calcul variationnel, dans ce qu'il a de plus ancien et de plus moderne, celui du problème aérodynamique de Newton.

2. Le problème aérodynamique de Newton : toujours du nouveau sur un vieux problème

En 1686, Newton considère la question suivante : parmi les corps de même base (un disque de rayon R donné), de longueur totale limitée (à L donné), quelle est la forme de celui qui offrira le moins de résistance à l'avancée à vitesse constante dans un fluide (air par exemple) ?

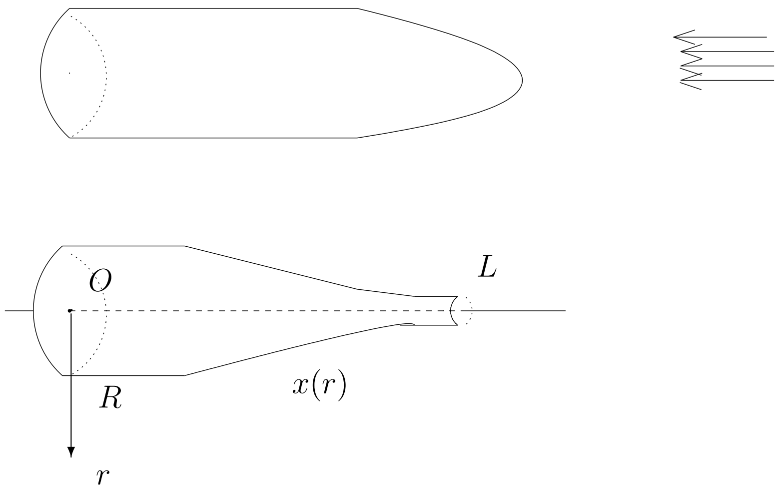


FIG. 1 – Corps de révolution

Newton considérait des corps de révolution (dessinés par les graphes de fonctions $r \mapsto x(r)$ tournant autour de l'axe horizontal — figure 1), et moyennant des hypothèses sur la physique du problème (qui restent valides dans certains contextes en aérodynamique), il arrivait au problème de calcul variationnel suivant :

$$(\mathcal{P}) \qquad \begin{cases} \text{Minimiser } J(x) := \displaystyle\int_0^R \frac{r}{1+|\dot{x}(r)|^2} dr \\ x(0) = L, \quad x(R) = 0 \\ \dot{x}(r) \leq 0, \quad r \in [0, R]. \end{cases}$$

L'hypothèse de monotonie ($\dot{x} \leq 0$) ne figurait pas dans la première approche de Newton, et il fut critiqué pour cela (car l'absence de cette hypothèse fait que la borne inférieure est nulle dans $(\mathcal{P})$ et qu'il n'y a pas de solutions) ; toutefois Newton l'avait intégrée dans sa démarche et la solution qu'il conjecturait (figure 2) se trouve être correcte.

Une des manières standards de résoudre $(\mathcal{P})$ de nos jours est via les résultats de la commande optimale (*cf.* I.3 infra) : $\dot{x} = u$ est la commande et $U = \mathbb{R}^-$ est l'ensemble des commandes admissibles.

FIG. 2 – Solution de Newton

La plupart des auteurs ont considéré le problème ouvert par Newton comme clos. C'est effectivement le cas (c'est-à-dire que cela a été demontré mathématiquement) si l'on suppose la *symétrie radiale* des corps considérés (corps de révolution dessinés par les graphes de fonctions $x(.)$ tournant autour de l'axe horizontal). Toutefois, très récemment il a été exhibé, dans [17] notamment, une forme de corps sans symétrie radiale pour laquelle la valeur de la résistance (correspondante à $J(.)$ dans $(\mathcal{P})$) est plus faible que dans le cas de Newton. Il s'agit d'une sorte de tête de tournevis ou de toile de tente (figure 3).

Ce type de découverte a relancé les recherches sur le sujet ; pour en savoir plus, le lecteur intéressé pourra se reporter à [12], [9] et [24]. Néanmoins le problème aérodynamique de Newton n'est pas résolu dans sa plus grande généralité, il reste un problème variationnel difficile.

En bref, de vieux problèmes ressurgissent parfois et donnent lieu à des créations en mathématiques. L'analyse et le calcul variationnels restent un domaine de recherche extrêmement actif, qui peut prendre des aspects très variés (optimisation de formes en aérodynamique, économie mathématique).

3. La commande optimale en sciences pour l'ingénieur

À la différence de l'analyse et calcul variationnels où l'on « laisse faire la nature » (on cherche $x(.)$ minimisant

$$J(x(.)) := \int_{t_0}^{t_f} l(t, x(t), \dot{x}(t))dt$$

sous certaines contraintes sur $(t_0, x(t_0))$ et $(t_f, x(t_f))$), en commande optimale on *agit* par l'intermédiaire de $t \mapsto u(t)$ (appelée fonction de commande) de

FIG. 3 – Solution meilleure que celle de Newton

manière à minimiser un certain critère, tout en satisfaisant un certain nombre de contraintes sur les inconnues. D'une manière schématique :

– l'état $x(.)$ du système évolue suivant

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)),$$

où $u(.)$ est soumis à des contraintes $u(t) \in U$;

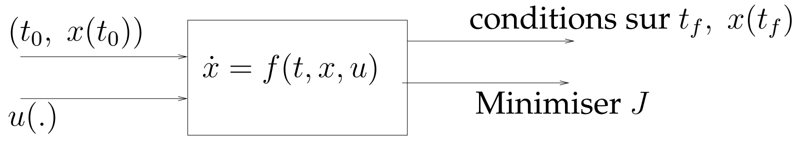
– le critère à minimiser prend la forme générale

$$J := g(t_0, x(t_0), t_f, x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} l(t, x(t), u(t))dt \ ;$$

– $(t_f, x(t_f))$ (et, plus rarement, $(t_0, x(t_0))$) peut faire partie des inconnues du problème ;
– il peut y avoir des contraintes sur $x(.)$ et $u(.)$, réparties sur $[t_0, t_f]$:

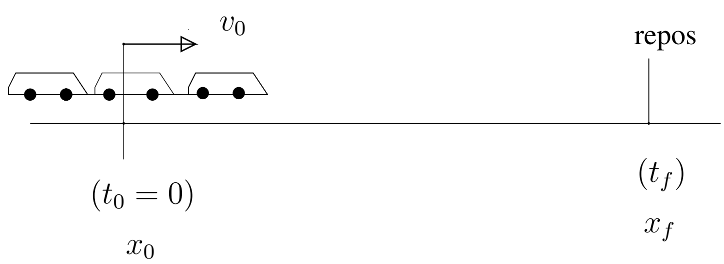
$$\begin{array}{ll} g_i(x(t), u(t)) \leq 0 & \text{pour } i = 1, \ldots, p \text{ par exemple ;} \\ h_j(x(t)) = 0 & \text{pour } j = 1, \ldots, q \end{array}$$

(ces dernières sont des contraintes sur l'état seul, les plus difficiles à prendre en compte car elles ne font apparaître que $x(.)$, alors que la vraie inconnue est $u(.)$).



$$(\mathcal{P}) \qquad \begin{cases} \text{Minimiser } J (\text{fonction de } u(.),\ \text{parfois de } t_f, x(t_f)) \\ \dot{x}(t) = f(t,x(t),u(t)) \quad u(t) \in U \\ \text{conditions sur } t_f, x(t_f), \quad \text{conditions sur } (x(t),u(t)), \quad t \in [t_0,t_f]. \end{cases}$$

Un exemple — pas seulement d'école — est le suivant : une rame de métro que l'on prend à l'instant $t_0 = 0$ dans les conditions initiales $(x(0) = x_0,\ \dot{x}(0) = v_0)$ doit être ramenée à la position terminale $(x(t_f) = x_f,\ \dot{x}(t_f) = 0)$; la commande sur laquelle on peut jouer est l'accélération $\ddot{x}= u$, mais elle est contrainte $|u(t)| \leq u_{\max}$; le critère choisi est une combinaison de t_f et de la consommation $\int_0^{t_f} |u(t)|dt$.



Le problème de commande optimale se formalise en :

$$\begin{cases} \text{Minimiser} \quad J := \alpha t_f + \beta \displaystyle\int_0^{t_f} |u(t)|dt \\ t_f > 0 \\ \ddot{x}\ (t) = u(t)\ ,\ |u(t)| \leq u_{\max} \text{ pour } t \in [0,t_f] \\ x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = v_0 \\ x(t_f) = x_f, \quad \dot{x}(t_f) = 0. \end{cases}$$

Historiquement, ce sont des problèmes en temps minimal (*i.e.* $t_f > 0$ fait partie des inconnues) posés par les ingénieurs dans le secteur aéronautique et spatial qui ont stimulé les recherches qui conduiront au point d'orgue que représente le principe du maximum de Pontryagin (PMP en abrégé).

Qu'est-ce que le PMP ?

C'est une condition *nécessaire* d'optimalité, c'est-à-dire un jeu de relations que doit nécessairement vérifier $\bar{u}(.)$ (ou $\bar{u}(.),\ \bar{t}_f$) candidat(s) à être solution(s) de $(\mathcal{P})$. Avoir dérivé le PMP est sans doute l'une des réalisations mathématiques les plus brillantes de la deuxième moitié du XX$^{\text{e}}$ siècle. Le processus de découverte et de démonstration du PMP ne fut pas d'ailleurs exempt de difficultés (dues aux mathématiques mais aussi aux personnes impliquées) ; à cet égard on lira avec intérêt [16] et surtout [4] qui se dévore comme un roman policier.

Bien que l'intérêt dans la recherche en commande optimale ait décrû en France depuis les années 1960-1970 où ce sujet était « chaud » (il reste néanmoins important en Allemagne, Russie et États-Unis), son intervention et ses applications restent primordiales dans les sciences appliquées ; on peut mentionner à titre d'exemples :

– le secteur aéronautique et spatial ([27, 28, 29]) ;
– la robotique ([36, 37]) ;

mais aussi

– l'économie mathématique ([22]) ;
– la biomathématique et médecine ([39, 40]).

Pour les méthodes de résolution d'un problème de commande optimale (*via* une discrétisation directe du problème ou la résolution du problème aux deux bouts résultant du PMP), citons [32, 2] et les récents [5, 3].

Pour ce qui est de la formation d'un ingénieur dans ce domaine des mathématiques appliquées, il est clair que ce n'est pas l'aspect existence des solutions qui est important (dans des espaces de fonctions absolument continues inévitablement), mais bien l'utilisation correcte du PMP pour détecter les commandes $\bar{u}(.)$ (et donc les trajectoires associées $\bar{x}(.)$) candidates à être solutions, et les méthodes numériques d'approximation de ces commandes et trajectoires. Ainsi les commandes continues par morceaux (et les trajectoires $\mathcal{C}^1$ par morceaux associées) sont celles qu'on utilise le plus en pratique. Parmi les multiples références consacrées à ce sujet, nous conseillons, pour le point de vue que nous venons d'évoquer, l'ouvrage [20] (ainsi que [10] qui reste une bonne source d'exemples).

II — Les grandes lignes de force de la recherche en optimisation ces dernières années

Reprenons les questions posées à propos d'un problème d'optimisation $(\mathcal{P})$ (*cf.* § I.1).

1. *Existence et unicité des solutions*. Disons que c'est l'affaire des mathématiciens… Par l'utilisation des techniques et résultats de l'analyse réelle

et fonctionnelle, le mathématicien n'aura de cesse que de se mettre en situation où $(\mathcal{P})$ a une et une seule solution.

2. *Conditions nécessaires d'optimalité*. C'est un point-clé de la théorie. Précédant le PMP de Pontryagin et associés (*circa* 1960), il y a les conditions d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker (*circa* 1951), KKT en abrégé, forme moderne et généralisée des conditions et multiplicateurs de Lagrange.

3. *Dualisation du problème « primal »* $(\mathcal{P})$. Sans entrer dans les détails techniques, disons qu'il est toujours possible d'associer à $(\mathcal{P})$ un « problème dual » $(\mathcal{D})$, en général de structure plus simple que $(\mathcal{P})$, dont la résolution (séparée ou en association avec $(\mathcal{P})$) donne des informations sur la valeur optimale et les solutions dans $(\mathcal{P})$.

Toutes ces considérations ont des retombées en algorithmique : il s'agit ici de créer de manière itérative une suite de points (x_k) de l'espace $X = \mathbb{R}^d$ des paramètres, dont on espère qu'elle convergera vers un point $\bar{x}$ vérifiant, à tout le moins, les conditions nécessaires d'optimalité de type KKT. Comme on imagine converger non pas vers un minimiseur global (qui serait une « vraie solution » de $(\mathcal{P})$) mais vers un minimiseur local au mieux, on parle d'*algorithmique d'optimisation locale.*

Quelles sont les motivations des travaux de recherche en optimisation ?

- Tout d'abord, et comme dans tout autre domaine scientifique, la curiosité et le désir d'avancement des connaissances (en forme imagée, « on gratte là où ça démange »).
- Les demandes des secteurs utilisateurs et les sciences pour l'ingénieur en sont un exemple de premier ordre.

Nous passons à présent en revue des domaines qui, de notre point de vue, marquent les grandes lignes de force de la recherche en optimisation ces dernières années :

- les évolutions dans l'*optimisation à données linéaires ou affines* (désignée encore sous le vocable de programmation linéaire) ;
- les *méthodes directes* en optimisation sans contraintes ;
- les *méthodes de points intérieurs* ;
- l'*optimisation globale* ;
- l'*optimisation sous contraintes de semidéfinie positivité* (SDP en abrégé) et ses liens avec les *inégalités matricielles linéaires* (IML en abrégé) en automatique.

1. Optimisation à données linéaires (ou programmation linéaire)

On désigne par ce vocable les problèmes d'optimisation dans lesquels la fonction-objectif comme les fonctions définissant les contraintes sont linéaires (ou affines).

$$\begin{cases} \text{Minimiser (ou Maximiser) } f(x) := \sum_{i=1}^{d} c_i x_i \\ \quad \big(\langle c, x\rangle \text{ ou } c^T x \text{ en abrégé}\big) \\ \text{sous la contrainte : } x \in \Pi \text{ (}\Pi\text{ est un polyèdre convexe fermé, habituellement} \\ \quad \text{décrit sous la forme } Ax \leq b,\ x \geq 0). \end{cases}$$

Historiquement, c'est ce domaine particulier de l'optimisation qui s'est d'abord développé au sortir de la deuxième guerre mondiale ; on y parlait par exemple de « problème dual » bien avant que ce concept ne fut formalisé pour un problème d'optimisation général.

Que dire de ce domaine ?

Premièrement, qu'il est toujours en haut de l'affiche en recherche et formation en optimisation, et ce depuis plus de cinquante ans (c'est suffisamment rare pour être souligné, dans ce secteur si rapide en évolutions qu'est celui des mathématiques appliquées). Il a bien entendu un impact important dans les sciences de l'ingénieur.

Il a fortement été marqué par les algorithmes « du type simplexe » (depuis les travaux pionniers de Dantzig, Kantorovitch), au point que cette algorithmique particulière en faisait un sujet à part et bien répertorié en optimisation. Ce point de vue est corroboré par le classement suivant des « dix premiers algorithmes de XX$^{\text{e}}$ siècle » (selon la *Society of Industrial and Applied Mathematics*, 2000) : l'algorithme dit « du simplexe » en programmation linéaire arrive en n°2 ; ce n'est que justice eu égard à son formidable impact dans les applications industrielles et dans les services.

Top Ten Algorithms of the 20$^{\text{th}}$ century

1. The Monte Carlo method (1946): John von Neumann, Stanislaw Ulam, and Nick Metropolis at the Los Alamos Scientific Laboratory.
2. The simplex method for linear programming (1947): George Dantzig at the RAND Corporation.
3. Krylov subspace iteration methods (1950): Magnus Hestenes, Eduard Stiefel, and Cornelius Lanczos at the National Bureau of Standards.
4. The decompositional approach to matrix computations (1951): Alston Householder at Oak Ridge National Laboratory.

5. FORTRAN optimizing compiler (1957): John Backus and team at IBM.
6. The QR algorithm (1959-61): J.G.F Francis at Ferranti Ltd., London.
7. Quicksort (1962): Tony Hoare at Elliott Brothers, Ltd., London.
8. The fast Fourier transform (1965): James Cooley at IBM T.J. Watson Research Center and John Tukey at Princeton University at AT&T Bell Laboratories.
9. The integer relation detection algorithm (1977): Helaman Ferguson and Rodney Forcade at Brigham Young University.
10. The fast multiple algorithm (1987): Leslie Greengard and Vladimir Rokhlin at Yale University.

For details, see Barry Cipra's article "The Best of the 20^{th} Century: Editors Name Top 10 Algorithms", SIAM news, Vol. 33, No. 4, May, 2000, p. 1; http://www.siam.org/siamnews. The list was compiled by Jack Dongarra of the University of Tennessee and Oak Ridge National Laboratory and Francis Sullivan of the Center for Computing Sciences at the Institute for defense Analyses; it first appeared in the January/February 2000 issue of *Computing in Science & Engineering*, a joint publication of the American Institute of Physics and the IEEE Computer Society.

L'évolution des quinze dernières années en programmation linéaire a été marquée par l'introduction des algorithmes « à la Karmarkar » (1985) et la « révolution des points intérieurs » qui s'en est suivie ; nous y reviendrons au § II.3. Une conséquence en a été aussi une *amélioration très nette* des algorithmes du type simplexe, sous l'effet de la concurrence et du défi posés.

En ce qui concerne la formation d'un ingénieur, on ne peut imaginer qu'elle passe à côté de rudiments (au moins) de programmation linéaire, et même de Programmation linéaire en nombres entiers. De plus, des domaines d'applications récents tels que l'optimisation dans le cadre de la téléphonie mobile (conception de réseaux, dimensionnement de centre d'appels, etc.), d'une extraordinaire complexité et modernité, incitent à s'y intéresser encore d'avantage.

2. Les méthodes directes en optimisation sans contraintes

On considère un problème d'optimisation sans contraintes :

$$(\mathcal{P}) \qquad \begin{cases} \text{Minimiser } f(x) \\ x \in X \equiv \mathbb{R}^d, \end{cases}$$

le cas des problèmes avec contraintes n'ayant pas suffisamment été fouillé pour ce qui est des méthodes directes, objet du paragraphe présent.

Quel est le « contexte » du problème ?

Les gradients de f (en x_k, point courant considéré) ne sont pas disponibles (ou trop coûteux ou même n'existent pas). Le calcul de f (en x_k) peut être coûteux (résultat d'une simulation, de la résolution d'un système d'équations, d'une équation aux dérivées partielles, etc.). La valeur de $f(x_k)$ peut être « bruitée » (de manière inhérente, pour des raisons variées).

Quel est le « but » dans le problème ?

Minimiser la fonction-objectif f certes… ou du moins améliorer une situation donnée.

Qu'entend-on par méthode directe d'optimisation *?*

C'est un algorithme qui utilise dans son déroulement les évaluations de la fonction-objectif exclusivement. Elle *ne* consiste *pas* à imiter les méthodes de type gradient en prenant des différences finies (comme substituts de gradients).

L'exemple le plus connu, et parmi les plus anciens, des méthodes directes est la méthode dite « du simplexe » de Nelder et Mead (1965), que nous préférons appeler « méthode du polytope mouvant » (pour éviter la confusion avec la méthode du simplexe en Programmation linéaire). *Grosso modo*, il s'agit, en utilisant les évaluations de la fonction-objectif, de construire une suite de polytopes par des opérations simples (dilatation, rétrécissement, réflexion), suite qui finit par se concentrer sur un point dont on pense qu'il a un intérêt pour le problème d'optimisation considéré. Faciles à programmer, la méthode du polytope mouvant et ses variantes sont très populaires chez les utilisateurs. Leurs déficiences sont connues : efficaces seulement lorsque la dimension d de l'espace des variables est peu élevé, résultats théoriques de convergence peu convaincants. Mc Kinnon a même proposé en 1997 un exemple de fonction de deux variables, strictement convexe et de classe $\mathcal{C}^2$, pour laquelle la suite des polytopes engendrés par la méthode du polytope mouvant finit par se concentrer en un point où le gradient ne s'annule pas (point qui ne présente pas d'intérêt pour la minimisation de la fonction-objectif convexe en question). Mais, comme le dit Powell ([35], p. 330), « il semble qu'il n'y ait pas une quelconque corrélation entre les algorithmes qui sont utilisés régulièrement dans les applications pratiques et ceux pour lesquels il y a des résultats de convergence en théorie ».

Les méthodes du type de celui du polytope mouvant n'étaient pas appréciées par les spécialistes des algorithmes d'optimisation : Powell dit qu' « il n'a jamais aimé les méthodes directes du type simplexe », Lemaréchal a parlé de

« méthodes de paresseux », . . . Voir aussi le titre de [42].

Toutefois on a assisté à un *renouveau* d’intérêt, de recherches, et de résultats à propos des méthodes directes, et ce lors des *dix* dernières années (à partir de 1989 plus précisément). La motivation venait des problèmes pratiques à résoudre, où le contexte faisait apparaître les points signalés au début du paragraphe.

Que dire de ces nouvelles méthodes directes ?

Qu’elles sont en gros de deux types :
– basées sur la construction de modèles de la fonction-objectif (par interpolation, approximation, . . .), ce qui suppose une « régularité » sous-jacente de la fonction-objectif ;
– de type « géométrique » : on crée et utilise par transformation un objet géométrique, un polytope par exemple, représentant l’information relative à la fonction-objectif.

En opposition avec les différences finies, dans ces méthodes directes les évaluations de la fonction-objectif se font en des points « assez écartés », ce qui présente un intérêt évident pour la robustesse lorsque les données sont bruitées.

À quoi est-on ainsi arrivé ?

À de nouvelles méthodes directes, y compris des codes publics mis à disposition mais aussi à de nouveaux résultats de convergence, concernant parfois des « vieilles méthodes » (travaux de V. Torczon, J. Dennis, etc.).

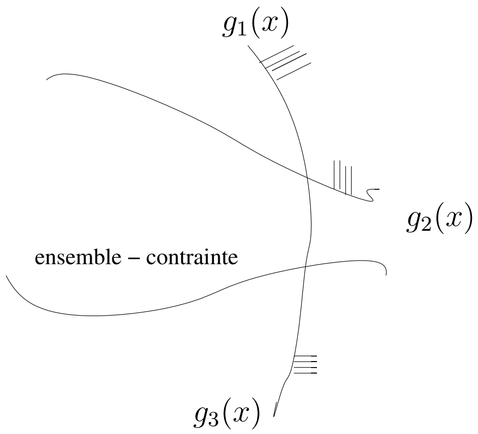
Pour éviter de se noyer dans les références, nous suggérons au lecteur de s’en tenir à des articles-revues récents tels que [35, 25].

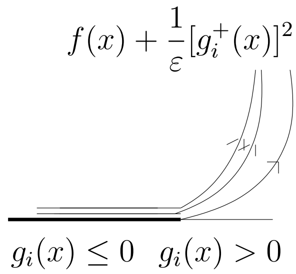
Pour ce qui concerne la formation en optimisation numérique, reconnaissons que les méthodes directes ne figuraient pas dans les cours habituels ; elles ont fait depuis peu leur entrée au niveau des maîtrises en ingénierie mathématique ou cursus d’ingénieurs (chapitre 8 de [23], [30] par exemple).

3. Les méthodes de points intérieurs

Considérons ici un problème d’optimisation avec contraintes, des contraintes du type inégalité pour simplifier

$$(\mathcal{P}) \qquad \begin{cases} \text{Minimiser } f(x) \\ g_1(x) \leq 0,\ g_2(x) \leq 0, \ldots, g_m(x) \leq 0 \\ x \in X \equiv \mathbb{R}^d. \end{cases}$$





Il y a deux approches au moins pour intégrer les contraintes dans un nouveau problème d'optimisation, sans contraintes celui-là, celle par « pénalisation » et celle par « intériorisation ».

La « pénalisation » (extérieure), c'est quoi ?

C'est substituer à $(\mathcal{P})$ une famille $(\mathcal{P}_\varepsilon)_{\varepsilon \geq 0}$ de problèmes sans contraintes du type suivant (par exemple) :

$$(\mathcal{P}_\varepsilon) \qquad \begin{cases} \text{Minimiser } \left\{ f(x) + \dfrac{1}{\varepsilon} \displaystyle\sum_{i=1}^{m} [g_i^+(x)]^2 \right\} \\ x \in X, \end{cases}$$

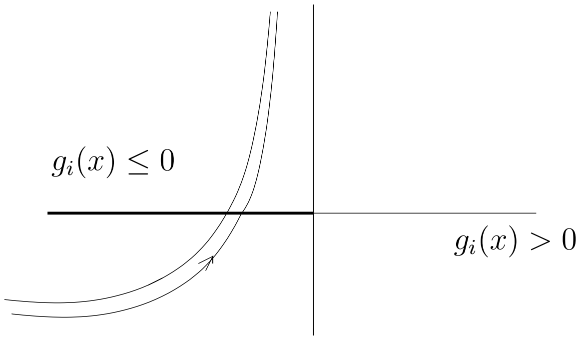
où $g_i^+(x)$ est la partie positive de $g_i(x)$, i.e. $g_i(x)$ si $g_i(x) > 0$, 0 si $g_i(x) \leq 0$.

L'idée de choisir $[g_i^+(x)]^2$ plutôt que $g_i^+(x)$ (par exemple) vient du souhait de « lisser » la nouvelle fonction-objectif, c'est-à-dire d'assurer qu'elle est différentiable (du premier ordre) lorsque les données $f,\ g_1, \ldots,\ g_m$ le sont. Plus $\varepsilon > 0$ est petit ($1/\varepsilon$ grand), plus on paie fort pour x_k le fait de ne pas satisfaire les contraintes. On espère qu'avec $\varepsilon \to 0$, une solution $\bar{x}_\varepsilon$ de $(\mathcal{P}_\varepsilon)$ converge vers une solution de $(\mathcal{P})$, « par l'extérieur » de l'ensemble-contrainte. C'est l'idée de la pénalisation extérieure.

En ajoutant à $f(x)$ des termes arrivant « abruptement » sur le bord de la contrainte $g_i(x) \leq 0$ qu'ils sont supposés pénaliser, comme $rg_i^+(x)$, on peut espérer que pour $r > 0$ assez grand (mais fixé), une solution du problème pénalisé donne directement une solution du problème original. C'est l'objectif de la *pénalisation exacte*, point non développé ici.

L'« intériorisation » (par barrières imposées), de quoi s'agit-il ?

Ici on modifie la fonction-objectif de $(\mathcal{P})$ à l'intérieur de l'ensemble-contrainte : la fonction ajoutée censée tenir compte de la contrainte $g_i(x) \leq 0$ « explose » en arrivant au bord de la contrainte (d'équation $g_i(x) = 0$). Un exemple typique en est $\log(-1/g_i(x))$. Ainsi, dans une méthode itérative qui s'appuirait sur cette approche, la suite (x_k) des points engendrés reste dans l'ensemble-contrainte : $\log(-1/g_i(x))$ joue le rôle de barrière et empêche x_k de sortir.



Dans l'approche par intériorisation, on substitue à $(\mathcal{P})$ une suite de problèmes sans contraintes du type que voici (par exemple) :

$$(\mathcal{P}_\varepsilon) \qquad \begin{cases} \text{Minimiser } \left\{ f_\varepsilon(x) = f(x) + \varepsilon \displaystyle\sum_{i=1}^{m} \log\left(-\frac{1}{g_i(x)}\right) \right\} \\ x \in \mathcal{O} := \{x \mid g_1(x) < 0,\ g_2(x) < 0, \ldots, g_m(x) < 0\}. \end{cases}$$

Comme pour la pénalisation, $\varepsilon \to 0$, et on espère qu'une solution $\bar{x}_\varepsilon$ de $(\mathcal{P}_\varepsilon)$ converge vers une solution de $(\mathcal{P})$, « par l'intérieur » de l'ensemble-contrainte cette fois (car, habituellement, les solutions de $(\mathcal{P})$ se trouvent sur le bord de l'ensemble-contrainte). Voilà l'idée de l'intériorisation de $(\mathcal{P})$ à l'aide de fonctions-barrières.

Pour des raisons variées comme celle d'un mauvais conditionnement quand $\varepsilon \to 0$, les méthodes comme celles de pénalisation extérieure furent pratiquement abandonnées vers le milieu des années 70. Le coup de tonnerre de 1985 avec l'arrivée de la méthode de N. Karmarkar (en programmation linéaire) allait relancer le débat, sans qu'on ait perçu au départ le lien avec une approche par intériorisation. C'était le début de ce que d'aucuns ([43]) ont appelé *la révolution des points intérieurs.* On s'est rendu compte plus tard de l'équivalence formelle de la méthode de Karmarkar avec une méthode classique d'intériorisation par barrière logarithmique appliquée dans un contexte de programmation linéaire. Les avancées qui ont accompagné la révolution des points intérieurs peuvent être répertoriées dans les points suivants :

– la théorie de la complexité (initialement, les algorithmes à la Karmarkar était sources d'algorithmes « polynomiaux » en programmation linéaire) ;
– une meilleure compréhension des méthodes d'intériorisation via des fonctions-barrières (il s'agit cette fois de problèmes d'optimisation non-linéaires) ;
– une délimitation plus nette des classes de problèmes résolubles (par exemple, essoufflement des méthodes de points intérieurs dans le contexte non-linéaire au-delà de quelques centaines de variables, bien en-deçà des millions de variables traités dans le cas linéaire).

Notons aussi une conséquence inattendue : le lien plus grand qui s'est établi entre le monde (un peu à part auparavant) de la programmation linéaire et celui de l'optimisation non-linéaire. Un *leitmotiv* qui résumerait la philosophie des méthodes de points intérieurs serait celui qui consiste à dire : essayons de suivre au mieux le chemin $\varepsilon > 0 \mapsto \bar{x}_\varepsilon$ des solutions des versions intériorisées $(\mathcal{P}_\varepsilon)$ du problème original $(\mathcal{P})$.

Dans la multitude des publications paraissant sur ce sujet, signalons [1, 15, 34] pour avoir une idée du bouillonnement des recherches en cours, et [44] pour un réel effort de présentation pédagogique.

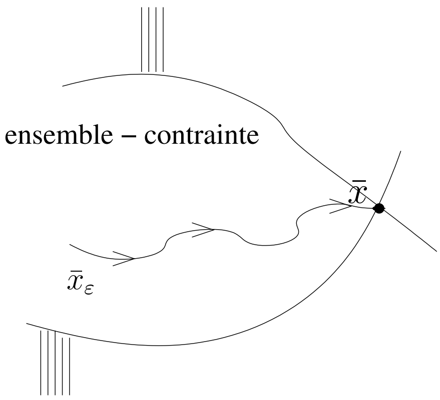


FIG. 4 –

4. L'optimisation globale

On regroupe sous le vocable d'optimisation globale les questions relatives aux problèmes suivants :

(i) trouver la borne inférieure de la fonction-objectif f sur l'ensemble - contrainte C (*tout entier*) ;
(ii) trouver $\bar{x} \in C$ tel que $f(\bar{x}) \leq f(x)$ *pour tout* $x \in C$.

C'est le *vrai* problème d'optimisation. L'optimisation dite locale a la même problématique, mais comme on l'a évoqué plus haut, elle doit se contenter en fin de compte de repérer, caractériser, approcher numériquement, etc. des éléments $\bar{x} \in C$ vérifiant $f(\bar{x}) \leq f(x)$ pour tout $x \in C$ dans un voisinage de $\bar{x}$.

Optimiser globalement : *pourquoi* ?

Plusieurs raisons à sa plus grande visibilité actuelle :
– des demandes plus précises et plus pressantes de la part des utilisateurs ;
– des contributions (théoriques) plus pertinentes apportées au sujet par les mathématiciens ;
– le développement de la puissance du calcul (ce qui était inimaginable il y a encore quelques années peut être envisagé aujourd'hui, vrai ici comme ailleurs).

L'optimisation globale, *ça intéresse qui* ?
– des mathématiciens travaillant en optimisation (certes le sujet est difficile, mais . . .) : la curiosité, le désir de produire et faire avancer les connaissances, sont des motivations de chercher ici aussi ;
– l'utilisateur-demandeur : pas satisfait du résultat produit et qu'on lui a rendu (via l'optimisation locale par exemple), qui « sent » plusieurs minimiseurs locaux dans son problème, dont l'objectif n'est pas forcément d'appréhender un minimum global mais d'*améliorer* une situation déjà acquise.

Optimisation globale : *type de résultats obtenus* :
– des « certificats d'optimalité globale » dans des problèmes d'optimisation spécialement structurés (certificats complétant les conditions du type KKT, mais pas toujours) ;
– une algorithmique foisonnante, très *différente* de celle qu'on peut voir en optimisation locale (à laquelle les Sciences de l'ingénieur ont d'ailleurs beaucoup contribué). Elle repose sur une multitude d'idées (parfois très ingénieuses) de nature et origine très diverses (analogie avec des processus de la Physique, des comportements observés dans la nature, etc.). Une *règle d'or* dans ce domaine qui sécrète tout de même pas mal de déchets : il faut intégrer à la méthode de résolution préconisée la connaissance propre du domaine d'applications et la structure particulière du problème d'optimisation traité.

Quelques documents (et livres) de synthèse du sujet ont été confectionnés.

On dispose également de batterie de problèmes tests, [14] en est un exemple récent. Pour des tests numériques de comparaison de codes publics disponibles, on renvoie à [31]. Enfin, un journal, crée en 1992, est consacré pour l'essentiel à ce domaine : *Journal of Global Optimization*, Kluwer.

5. L'optimisation sous contraintes de semidéfinie positivité

C'est certainement l'un des sujets les plus « chauds » de la recherche en optimisation ces dix dernières années. En anglais, SDP est une abréviation de *semidefinite programming*, que nous avons traduit en français en *optimisation sous contraintes de semidéfinie positivité* (conservant ainsi le sigle SDP). De quoi s'agit-il ? C'est une sorte d'optimisation à données linéaires (Programmation linéaire) sur l'espace $S_n(\mathbb{R})$ des matrices symétriques réelles de taille n. Si dans $\mathbb{R}^n$ le produit scalaire usuel est

$$x = (x_1, \ldots, x_n)\ ,\ y = (y_1, \ldots, y_n) \mapsto \quad \underset{\text{(ou } x^T y)}{\langle x, y \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i},$$

celui de $S_n(\mathbb{R})$ est

$$X = [x_{ij}]\ ,\ Y = [y_{ij}] \mapsto \quad \underset{\text{(noté aussi } X.Y).}{\langle\langle X, Y \rangle\rangle = \sum_{i,j} x_{ij} y_{ij},} = \text{trace de } (XY)$$

Le *format type d'un problème d'optimisation SDP* est comme suit :

$$(\mathcal{P}) \qquad \begin{cases} \text{Minimiser } f(X) = \langle\langle C, X \rangle\rangle \\ \text{sous les contraintes} \\ \langle\langle A_i, X \rangle\rangle = b_i, \text{ pour } i = 1, \ldots, m \\ \quad X \succcurlyeq 0, \end{cases}$$

où $C,\ A_1, \ldots, A_m \in S_n(\mathbb{R})$ et $b_1, \ldots, b_m \in \mathbb{R}^n$.

Bien que la formulation s'apparente beaucoup à celle d'un programme linéaire (posé dans $\mathbb{R}^n$), *cf.* § II.1, il faut noter le rôle très particulier que joue la contrainte « $X \succcurlyeq 0$ » (à l'origine du vocable utilisé), très différente à gérer de « $x \geq 0$ dans $\mathbb{R}^n$ ». La situation n'est plus « convexe polyédrale » ici mais bien « convexe non-linéaire ». Un certain nombre de problèmes dans les systèmes d'ingénierie se formulent en questions d'optimisation SDP ([41, 18, 33]).

Que peut-on dire de l'optimisation SDP ?

Qu'on dispose d'une bonne théorie (pour ce qui concerne les conditions d'optimalité, la manière de dualiser les problèmes, etc.). À ce sujet observons que ce fut le lieu privilégié de la résurgence de l'analyse et optimisation convexes (une connaissance du linéaire-polyédral ne suffit pas) ; un cours comme celui de [8] en est la parfaite illustration.

C'est un champ d'applications particulièrement approprié des méthodes de points intérieurs (*cf.* § II.3) ; ces dernières permettent de résoudre des problèmes d'optimisation SDP en des temps « polynomiaux ».

Une manière en effet de « tuer » la contrainte dure $X \succcurlyeq 0$ dans $(\mathcal{P})$ est de faire appel à la fonction-barrière $\log(\det X^{-1})$ $(= -\log(\det X))$, et de remplacer $(\mathcal{P})$ par la famille $(\mathcal{P}_\varepsilon)_{\varepsilon>0}$ que voici :

$$(\mathcal{P}_\varepsilon) \qquad \begin{cases} \text{Minimiser } \left\{f_\varepsilon(X) = \langle\langle C, X\rangle\rangle + \varepsilon\ \log(\det X^{-1})\right\} \\ \text{sous les contraintes} \\ \langle\langle A_i, X\rangle\rangle = b_i, \text{ pour } i = 1, \ldots, m. \end{cases}$$

On comprend que lorsque X approche la frontière de l'ensemble-contrainte « $X \succcurlyeq 0$ » par son intérieur, $f_\varepsilon(X)$ « explose » (i.e. tend vers $+\infty$). Le choix de log(det) comme fonction-barrière plutôt qu'une autre n'est pas innocent ; il est dû à des propriétés particulières que possède cette fonction et sur lesquelles nous passons.

Comme références sélectionnées et récentes, nous proposons :
- [41] qui reste un des meilleurs articles-revues sur le sujet ;
- Le recueil [18] qui fait vraiment l'essentiel de l'état de l'art ;
- L'article [34] et le cours [33], cette dernière référence contenant de plus une liste de codes de résolution disponibles.

Un choix d'applications de l'optimisation SDP ?

Nous retenons deux domaines d'applications majeurs.

La théorie des systèmes et leur contrôle (ou *automatique*). La raison en est que l'analyse de certains systèmes d'ingénierie et les questions posées à l'occasion de leur contrôle conduisent à des *inégalités matricielles linéaires* (*Linear Matrix Inequalities*) qui peuvent être reformulées en problèmes d'optimisation SDP. Cette partie de l'automatique a d'ailleurs beaucoup interagi avec l'optimisation ces dernières années, et continue à le faire. Une bonne référence à cet égard est [7], document très prisé y compris chez les automaticiens.

L'optimisation combinatoire. Que ce champ d'applications apparaisse ici est beaucoup plus surprenant ... Considérons par exemple un problème d'optimisation combinatoire formulé comme suit :

$$(\mathcal{P}) \qquad \begin{cases} \text{Minimiser } f(x) = \langle Cx, x\rangle \\ \text{sous les contraintes} \\ \langle A_i x, x\rangle = b_i, \text{ pour } i = 1, \ldots, m, \\ x_j \in \{-1, +1\} \text{ pour } j = 1, \ldots, n. \end{cases}$$

où $C,\ A_1, \ldots, A_m \in S_n(\mathbb{R})$ et $b_1, \ldots, b_m \in \mathbb{R}^n$.

La contrainte « dure » est ici celle qui impose aux coordonnées x_i de x d'être ± 1. Les problèmes tels que $(\mathcal{P})$ sont connus comme étant presque toujours « NP-difficiles » (qualificatif dans la gradation de la complexité des problèmes). Alors, que fait-on ? On « relâche » certaines contraintes, ou on

« élargit » l'espace des variables admissibles, en mathématiques on dirait « on relaxe ». On part pour cela des observations simples suivantes : si $x = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, la matrice $X = xx^T = [x_i x_j]$ est symétrique semidéfinie positive et de rang 1 (si $x \neq 0$) ; les termes diagonaux X_{ii} de X sont x_i^2, qui doivent être égaux à 1 (puisque $x_i = \pm 1$) ; par ailleurs les termes quadratiques en x tels que $\langle Cx, x \rangle$ deviennent linéaires en X puisque $\langle Cx, x \rangle = \langle\langle C, X \rangle\rangle$. Bref, on peut proposer une version relaxée de $(\mathcal{P})$ sous la forme suivante :

$$(\mathcal{P}_{\text{relax}}) \qquad \begin{cases} \text{Minimiser } F(X) = \langle\langle C, X \rangle\rangle \\ \text{sous les contraintes} \\ \langle\langle A_i, X \rangle\rangle = b_i, \text{ pour } i = 1, \ldots, m, \\ X_{ii} = 1 \text{ pour } i = 1, \ldots, n, \\ X \succcurlyeq 0. \end{cases}$$

On reconnaît un problème d'optimisation SDP, qui n'est toutefois pas équivalent à $(\mathcal{P})$ puisque la contrainte « X doit être de rang 1 » ne figure plus. $(\mathcal{P}_{\text{relax}})$ est moins contraint, plus facile à résoudre, plus intéressant donc... à condition de savoir combien on a perdu en passant de $(\mathcal{P})$ à $(\mathcal{P}_{\text{relax}})$. On a toujours $\text{Min}(\mathcal{P}_{\text{relax}}) \leq \text{Min}(\mathcal{P})$, mais pour des problèmes d'optimisation combinatoire du type de ceux évoqués dans ce paragraphe, il a été prouvé par Goemans et Williamson en 1995 que $\text{Min}(\mathcal{P}_{\text{relax}}) \leq 0,87856 \times \text{Min}(\mathcal{P})$, c'est-à-dire que la valeur optimale dans le « vrai problème difficile » $(\mathcal{P})$ pouvait être approchée à 14% près par la valeur optimale dans un « problème relaxé facile à résoudre ». D'autre types de relaxations de $(\mathcal{P})$, conduisant à des problèmes d'optimisation SDP, font l'objet de recherches actuelles.

III — En guise de conclusion

Dans ce choix, forcément quelque part subjectif, de thèmes de recherche qui ont marqué le calcul variationnel et l'optimisation ces dernières années, d'autres auraient pu être cités tels :
– les problèmes d'optimisation spécialement structurés, comme ceux où toutes les données sont quadratiques ;
– les problèmes de grande taille et leur résolution par les méthodes dites de « régions de confiance » ;
– les problèmes à variables mixtes (entières / continues) si fréquents dans les applications ;
– etc.

Il n'empêche que l'optimisation, discipline jeune, n'a pas encore trouvé toute sa place dans les applications d'ingénierie, au même titre que d'autres domaines plus anciens de l'analyse appliquée ou numérique.

Références

[1] K. Anstreicher (Editor), *Interior point methods in theory and practice*, Special issue of Mathematical Programming Series B (1997).

[2] J. T. Betts, *A survey of numerical methods for trajectory optimization*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics 21, no. 2 (1998), 193-207.

[3] J. T. Betts, *Practical methods for optimal control using nonlinear programming*, Advances in Design and Control series, SIAM Publications (2001).

[4] V. G. Boltyanski, *The maximum principle-How it came to be* ? Report no. 526, Mathematisches Institut Technische Universität München (1994).

[5] J. F. Bonnans, *Numerical methods for the optimal control of ordinary differential equations*, Lecture notes from the course « Numerical methods for nonlinear problems in optimization and control », Cortona (2001).

[6] J. F. Bonnans, J. C. Gilbert, C. Lemaréchal et C. Sagastizàbal, *Optimisation numérique. Aspects théoriques et pratiques*, no. 27 de la Série Mathématiques et Applications, SMAI & Springer (1997).

[7] S. Boyd, L. Elghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*, SIAM Publications (1994).

[8] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Introduction to convex optimization with engineering applications*, Cours de l'Electrical Engineering Department de Stanford University ; livre en préparation.

[9] F. Brock, V. Ferone and B. Kawohl, *A symmetry problem in the calculus of variations*, Calculus of Variations, 4 (1996), 593-599.

[10] A. E. Bryson Jr. and Y.-C. Ho, *Applied optimal control*. Revised printing by Hemisphere Publishing Corporation, New York (1975).

[11] A. E. Bryson Jr., *Optimal control — 1950 to 1985*, IEEE Control Systems Magazine (1996), 26-33.

[12] G. Buttazzo and B. Kawohl, *On Newton's problem of minimal resistance*, The Mathematical Intelligencer, Vol. 15, (1993), 7-12.

[13] I. Ekeland, *Le meilleur des mondes possibles*. Editions du Seuil (2000).

[14] C. A. Floudas, P. M. Pardalos et *al.*, *Handbook of test problems in local and global optimization*, Nonconvex optimization and its applications series, no. 033, KLuwer (1999).

[15] R. Fruend and S. Mizuno, *Interior point methods : current status and future directions*, Optima (1996), 1-9.

[16] R. V. Gamkrelidze, *Discovery of the maximum principle*, Journal of Dynamical and control systems, no. 4 (1999), 437-451.

[17] P. Guasoni, *Problemi di ottimizzazione di forma su classi di insiemi convessi*. Tesi di Laurea, Pisa (1996).

[18] *Handbook of semidefinite programming*, H. Wolkowicz, R. Saigal and L. Vandenberghe, editors Kluwer (2000).

[19] S. Hildebrandt and A. Tromba, *The parsimonious universe. Shape and form in the natural world*. Springer-Verlag (1996).

[20] L. M. Hocking, *Optimal control. An introduction to the theory with applications*. Oxford University Press, reprinted with corrections (2001).

[21] J. -B. Hiriart-Urruty, *L'optimisation*, Collection « Que sais-je ? » no. 3184, Presses Universitaires de France (1996).

[22] M. L. Kamien and N. L. Schwartz, *Dynamic optimization. The calculus of variations and optimal control in economics and management*, North-Holland (1991).

[23] C. T. Kelley, *Iterative methods for Optimization*, Frontiers in Applied Mathematics series, SIAM Publications (1999).

[24] T. Lachand-Robert, *Minimisation sous contraintes de convexité ou globales. Applications au problème de résistance minimale de Newton*. Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université de Paris VI (2000).

[25] R. M. Lewis, V. Troczon, M. Trosset, *Direct search methods : then and now,* in *Numerical analysis 2000*, Vol. 4 « Optimization and nonlinear equations », Watson, Bartholomew-Biggs and Ford, editors, North-Holland (2001) 191-207.

[26] J.-L. Lions, *De R. Descartes y B. Pascal al ingeniero del futuro*, Exposé à Santiago du Chili (1998).

[27] *Mathématiques spatiales pour la préparation et la réalisation de l'exploitation des satellites*, CEPADUES-Editions (1984).

[28] *Mécanique spatiale pour les satellites géostationnaires*, CEPADUES-Editions (1986).

[29] *Mécanique spatiale*, Tomes I et II, CEPADUES-Editions (1995).

[30] M. Mongeau, *Cours de Maîtrise d'Ingénierie Mathématique*, Université Paul Sabatier (1999-2000).

[31] M. Mongeau, H. Karsenty, V. Rouzé et J.-B. Hiriart-Urruty *Comparison of public-domain software for block-box global optimization*, Optimization Methods and Software. Vol. 13 (2000), 203-226.

[32] H. J. Pesch, *A practical guide to the solution of real-life optimal control problems*, Control and cybernetics 23 (1994), 7-60.

[33] F. A. Potra, *Semidefinite programming and applications*, Lecture notes from the course « Numerical methods for nonlinear problems in optimization and control », Cortona (2001).

[34] F. A. Potra and S. J. Wright, *Interior point methods*, in *Numerical analysis 2000*, Vol. 4 « Optimization and nonlinear equations », Watson, Bartholomew-Biggs and Ford, editors, North-Holland (2001) 281-302.

[35] M. J. D. Powell, *Direct search algorithms for optimization calculations,* Acta Numerica (1998), 287-336.

[36] A. Scheuer, *Amélioration de la conduite de robots mobiles*, Rapport de recherche INRIA Lorraine no. 3994 (2000).

[37] P. Souères, *Contribution à la commande des robots mobiles*. Mémoire d’Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paul Sabatier de Toulouse (2001).

[38] H. J. Sussmann and J. C. Willems, *300 years of optimal control : from the brachystochrone to the maximum principle*, IEEE Control Systems Magazine (1997), 32-44.

[39] G. W. Swan, *General applications of optimal control theory in cancer chemotherapy*, IMA Journal of Mathematics Applied in Medecine & Biology (1988) 5, 303-316.

[40] G. W. Swan, *Role of optimal control theory in cancer chemotherapy*, Mathematical Biosciences 101 (1990), 237-294.

[41] L. Vandenberghe and S. Boyd, *Semidefinite programming*, SIAM Review 38 (1996), 49-96.

[42] M. H. Wright, *Direct search methods : once scorned, now respectable*, in Numerical Analysis 1995 (D. F. Griffiths and G. A. Watson, eds), Addison Wesly (1996), 191-208.

[43] M. H. Wright, *What, if anything, is new in Optimization ?*, Technical report 00-4-08, Bell laboratories at Murray Hill (2000).

[44] S.J. Wright, *Primal-dual interior point methods*, SIAM Publications (1996).

RADYADOUR KH. ZEYTOUNIAN
Asymptotic Modelling of Fluid Flow Phenomena.

This is the first book devoted entirely to asymptotic modelling of fluid flow phenomena and deals with the art of the asymptotic modelling of Newtonian laminar fluid flows. This asymptotic modelling consists of deriving fluid flow model problems in such a way that they become amenable to mathematical analysis and to numerical simulations. The main goal of the text is modelling and not the presentation of solutions.

One may assume that for some time to come the further expansion of the capabilities of numerical simultations will depend on, or will at least be related to, the developpement of asymptotic modelling. The book includes the basic aspects, recent developments, and the current issues important to the asymptotic modelling of fluid flow phenomena.

RADYADOUR KH. ZEYTOUNIAN
Theory and Applications of Nonviscous Fluid Flows.
2002.XII, 294 pp. Hardcover. ISBN :3-540-41412-6.

The purpose of this book is to present a broad panorama of model problems encountered in nonviscous Newtonian fluid flows. This is achieved by investigating the significant features of the solutions of the corresponding equations using the method of asymptotic analysis. The book thereby fills a long-standing gap in the literature by providing researchers working on applied topics in hydro-aerodynamics, acoustics and geophysical fluid flows with exact results, without having to invoke the complex mathematical apparatus necessary to obtain those insights. The benefit of this approach is two-fold : outlining the idea of the mathematical proofs involved suggests methodologies and algorithms for numerical computation, and also often gives useful information regarding the qualitative behaviour of the solutions. This book is aimed at researchers and students alike as it also provides all the necessary basic knowledge about fluid dynamics.

From the content :
Fluid dynamic limits of the Boltzmann equation. -From the classical continuum theory to Navier-Stokes-Fourier equations.- A short presentation of asymptotic methods and modelling. -Various forms of Euler equations and some hydroaerodynamic problems.- Atmopsheric flow equations and Lee waves. -The low Mach number flow and acoustic equations.- Turbomachinery fluid flows. -Vortex sheets and shock layer phenomena.- Rigorous mathematical results.

LES GRILLES HAUTE PERFORMANCE ET LE PROJET e-TOILE

par Pascale Primet* & Philippe d'Anfray†

Quelques réflexions sur les grilles de calcul et l'impact de ces technologies dans le domaine de la simulation numérique avec comme toile de fond le projet RNTL e-Toile.

Comme toujours, toutes les suggestions sont les bienvenues pour faire vivre cette rubrique.

VOUS AVEZ DIT « GRILLES » ?

Dans le domaine de la simulation numérique, les besoins en ressources matérielles et logicielles excéderont toujours largement les capacités de traitement et de stockage des calculateurs les plus puissants disponibles localement.

S'il s'agit toujours de raffiner les modèles existants ou de les coupler pour avoir une meilleure appréhension des phénomènes physiques, de nouveaux concepts sont apparus dans le domaine du calcul scientifique : calcul distribué, *metacomputing* et plus généralement **modélisation distribuée**.

Ces approches vont bien au delà des modèles de parallélisation qui, en leurs temps, avaient quelque peu révolutionné la dimension informatique de l'activité de modélisation sans toutefois mettre à mal l'approche code de calcul « monolithique » à utiliser « en boite noire » : *...données, calcul, résultats...*

Cette technique classique n'est plus adaptée au contexte actuel, en effet, la modélisation distribuée implique un environnement « multihétérogène » : accès à plusieurs plates-formes et/ou à plusieurs sites ; exécution de plusieurs applications ; intervention de plusieurs utilisateurs et un code de calcul n'est plus qu'un module, nous dirons par la suite un composant, qui interagit avec d'autres dans un contexte plus vaste.

Cette dernière remarque va beaucoup plus loin car la modélisation distribuée est aussi un travail « multidisciplinaire ». Dans ce cadre, plusieurs communautés doivent collaborer étroitement :
– des physiciens, par exemple, pour l'interaction entre fluide et structure, entre modèles moléculaires, cinétiques et fluides, ou pour les grands problèmes comme le couplage océan atmosphère... ;

* LIP-INRIA Ècole normale supèrieure de Lyon (Pascale.Primet@ens-lyon.fr)
† CEA-DTI (philippe.anfray@cea.fr)

– des numériciens qui développent des méthodes numériques spécifiques à ces problèmes (décomposition de domaine, ...) ;
– et enfin des informaticiens qui proposent de nouveaux outils pour la programmation distribuée : langage `Java`, standard `Corba`, et plus généralement des intergiciels —*« middlewares »*— voire des environnement de résolution de problèmes -*« Problem Solving Environments »*.

Ainsi, de nombreux sujets émergents en mathématiques appliquées impliquent la mise en commun de connaissances, de techniques, d'outils et la réalisation de plates-formes informatiques dans des contextes hétérogènes et distribués.

La **grille de calcul** est un point focal de toutes ces activités, et permet d'envisager des projets utilisant des ressources géographiquement distribuées et partagées par des groupes d'utilisateurs. Il s'agit de fournir, en utilisant les réseaux informatiques, un accès « uniforme et transparent » à ces ressources : puissance de calcul, espaces de stockage, logiciels, bases de données, etc...C'est le but des plates-formes logicielles développées à la fin des années 90 (ainsi `Unicore` [1], `Globus` [2] ou `Legion` [3]) qui se déclinent maintenant sous forme d'architectures ouvertes de services (`OGSA` [4] qui succède à `Globus`) auxquelles on accède par des portails (`SUN ONE` (`iPlanet`) [5] de chez `Sun microsystem`). Il est donc naturel de penser que le concept de grille de calcul permettra de dépasser les limitations actuelle des applications de simulation numérique et cela quelles que soient ces limitations : puissance, interactivité, mise en commun d'informations ; pour ce dernier point on parlera aussi de **grille de données**.

Le principal obstacle est de concevoir des codes de calcul avec des modèles de programmation —par exemple objet — ou d'exécutions — par exemple client/serveur — différents. Nous sommes dans un domaine où les modèles de programmations sont intimement liés aux performances et donc aux architectures matérielles. Ainsi l'on parlera de *code vectoriel*, *superscalaire*, ou conçu pour le *`MIMD` à mémoire partagée* ou *à mémoire distribuée*. Ces codes de calcul savent tirer parti des caractéristiques de la machine en utilisant des outils qui permettent d'interagir avec le matériel : directives (`OpenMP`), bibliothèques d'échanges de message (`MPI`). Toute architecture logicielle nouvelle est souvent perçue comme *a priori* pénalisante pour les performances. La difficulté est de bien séparer les problèmes : où et comment utiliser les modèles « de performances » dans un contexte où le code de calcul n'est qu'un composant d'une application distribuée. Cette problématique a déjà été abordée dans le cadre du couplage d'applications avec `Corba`[1] qui n'est finalement qu'un cas particulier du concept de grille. Nous avions vu aussi comment « encapsuler » et réutiliser les codes existants.

[1]Voir les chroniques précédentes.

GRILLES ET GRILLES

Un premier objectif, sans infrastructures particulières, « **la grille standard** » est réalisable avec les outils du domaine public (type Globus...). Il s'agit de partager logiciels et informations et de permettre l'utilisation de ressources distantes à travers les systèmes de traitements par lots installés localement (Open PBS [6], Sun Grid Engine [7]). Le but n'est pas seulement de fournir de la puissance de calcul. Ainsi, proposer l'accès à distance à une application en mode ASP (*« Application Service Provider »*) plutôt qu'envisager son portage sur une grande quantité de plates-formes est une alternative qui économise beaucoup d'énergie(s). Autre problématique dans le domaine de la simulation numérique : le partage de grande quantités de données n'est pas un problème nouveau mais le changement « d'ordre de grandeur » impose des solutions matérielles et techniques nouvelles : stockage distribué car impossible « en local » ; utilisation de meta-données voire de techniques de bases de données.

Réaliser et utiliser une telle plate-forme implique déjà de disposer de nombreux outils logiciels : interface utilisateur permettant de formuler les besoins de l'application, d'évaluer et d'allouer les ressources disponibles, de lancer les travaux, de transférer données et résultats. Bien sûr, le système doit assurer une « sécurité » minimale.

Une étape supplémentaire serait franchie avec « **la grille interactive** » qui autorise bien sûr le dialogue entre les utilisateurs et les applications. Les usages sont très variés allant du calcul coopératif à la visualisation interactive et à l'utilisation de dispositifs de réalité virtuelle. Clairement nous ne sommes plus dans le cadre du traitement par lots et une certaine disponibilité est requise tant au niveau de la puissance de traitement que du débit des réseaux.

Enfin « **la grille haute performance** », dernier avatar (pour le moment). *« Plus de puissance de calcul »*, c'est bien souvent le problème sous-jacent à la simulation numérique. Ici nous considérons le déploiement d'applications numériques distribuées à fort besoin de calcul, de mémoire et effectuant de nombreux et volumineux transferts de données. Cela implique de pouvoir réserver des ressources de calcul et d'utiliser des réseaux à haut débit avec une qualité de service garantie. Elle nécessite aussi des outils qui permettent d'optimiser le lancement des divers composants de l'application et les mouvements de données sur la grille. Notons enfin que l'exécution de codes parallèles et/ou couplés sur la grille implique des synchronisations entre sites qui vont souvent à l'encontre d'une saine politique locale d'optimisation de l'utilisation des ressources.

Nous n'abordons pas ici le concept de calcul global pair à pair et des *« desktop grids »*, où l'on envisage un véritable passage à l'échelle en terme de nombre de ressources connectées mais où l'on ne maîtrise plus la topologie d'une grille aux composants réputés volatils.

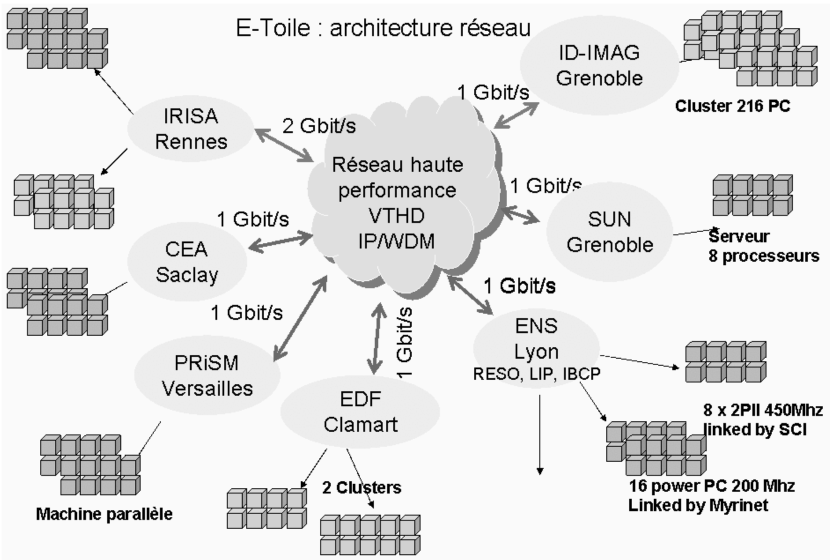
LE PROJET e-TOILE

e-Toile [8, 9] est un projet RNTL qui vise à fédérer les acteurs « grille » au niveau national autour d'une plate-forme d'expérimentation réunissant le réseau à très haut débit VTHD [10] et les ressources de calcul et de stockage mises à disposition par les partenaires du projet : CEA, CNRS, CS-SI, EDF, ENS-Lyon (LIP), INRIA (ID-IMAG, IRISA, RESO), SUN France, Université de Versailles Saint-Quentin (PRISM) ainsi que l'IBCP dans le cadre de l'ACI Grid GriPPS. Cette plate-forme intègre les services et équipements « réseaux actifs » et dépots de données (protocole IBP) présentés plus loin. Le projet comprend ainsi trois grand volets :

1. Mise en place de la plate-forme (raccordement des sites, des équipements) et installation d'un intergiciel de base (Globus 2.2).
2. Développement de composants logiciels spécifiques : allocation de ressources optimisée, *monitoring* et sécurité avancée, transfert de fichiers à haut débit, échange de messages et mémoire partagée virtuelle « sur la grille ». Si l'agrégation de ressources offre un potentiel considérable, ces composants sont cruciaux dans l'optique applications scientifiques hautes performances.
3. Définition et déploiement d'applications pour tester la validité et les performances de la plate-forme (CEA, EDF, IBCP, PRISM).

Il s'agit bien de développer une plate-forme de type « grille haute performance » comme celle présentée ci-dessus. Les applications, elles, sont représentatives des attentes des utilisateurs vis à vis des technologies « grille » : disposer ponctuellement de grandes ressources (campagne de tests), étudier des problèmes « plus grands », fédérer des études (couplage d'applications, partage de bases de données).

Le grand intérêt d'e-Toile est de permettre le développement de couches logicielles (intergiciels) et de services spécifiques pour les applications à fort besoin en ressources ; les travaux de portage et de déploiement de ces applications assurent le transfert de technologie vers les futurs utilisateurs, « au quotidien », de ce type de grille.



L'INTERGICIEL e-TOILE

L'intergiciel d'`e-Toile` doit assurer trois fonctions principales :

1. Gérer les ressources de calcul de manière optimale.
2. Gérer les utilisateurs et leurs droits.
3. Permettre la communication entre les composants de la grille au travers de services de transport et de communication avancés.

Ainsi `e-Toile` se propose d'apporter des composants innovants au niveau de l'allocation de ressources, de la surveillance des performances, de la sécurité, des paradigmes de communication et de l'exploitation des performances du réseau haut débit.

Information et contrôle

Il est indispensable que l'intergiciel dispose d'outils de répartition et de placement. Si différentes parties d'une application sont placées sur des machines trop éloignées ou si elles partagent une machine avec d'autres applications, ses performances globales peuvent en être considérablement affectées. Le problème à optimiser apparaît donc comme un problème de placement multi-application, avec contrainte de ressources. Le coût doit prendre en compte les aspects communication. Le service d'allocation de `e-Toile` est invoqué « à la demande », pour prendre les bonnes décisions, il doit accèder en temps-réel aux informations de configuration et de mesure de performances et de charge des ressources. Pour fournir à l'allocateur les informations requises, les différentes ressources de la grille doivent pouvoir être identifiées et leur état surveillé d'un point de vue global. C'est l'objectif du composant Système d'Information et Contrôle (SIC) et de l'outil de visualisation de l'état de la grille MapCenter [11]. Toute indisponibilité (typiquement absence d'un nœud) y est reportée avec la raison de cet état et les conséquences sur le fonctionnement tant d'un point de vue global que du point de vue de chaque application ayant été perturbée par ce dysfonctionnement.

En dehors de ces aspects de base, un système de suivi de la charge de la grille permet de connaître à tout moment la charge des différents nœuds avec la répartition des applications nœud par nœud ainsi que la date de début de prise en charge, les ressources utilisées et la date de fin de traitement. Ces mesures constituent la base d'un système de suivi de l'utilisation de la grille. Une partie des informations est utilisée en temps réel pour réaliser l'allocation des ressources. Par ailleurs, la mesure et la surveillance du réseau est importante pour l'optimisation des performances globales des applications. e-Toile intègre un système de mesure de performances du réseau et un service de calcul du coût des transferts.

Sécurité

En ce qui concerne la sécurité, de nombreux aspects sont critiques : l'authentification, l'autorisation, la comptabilité — *« Accounting »* — (AAA) , la confidentialité, la continuité et la disponibilité des services, c'est à dire la prévention des dénis de services (DoS). Des solutions relatives à l'authentification et au contrôle d'accès basé sur une infrastructure à clés publiques (PKI) sont proposées dans des infrastructures telles que GSI de Globus. Ces fonctionnalités si elles sont satisfaisantes dans une première approche, sont insuffisantes car elles ne traitent pas les autorisations. Dans e-Toile, l'objectif est de rendre la sécurité de la grille aussi transparente que possible, tant à l'utilisateur qu'aux applications au travers de fonctions de sécurité accessibles pour l'intergiciel. Les principaux thèmes relatifs à la sécurité qui sont traités sont : l'authentification des utilisateurs et des nœuds de la grille entre eux, la protection contre les intrusions, la confidentialité et les mécanismes d'autorisation. Il faut également que les choix effectués se plient aux contraintes posées par les solutions de sécurisation pré-existantes sur les sites concernés, et en particulier, qu'elles interopèrent avec les solutions locales de sécurité quand elles existent. Il est également nécessaire que l'architecture de sécurité proposée puisse s'adapter aussi facilement que possible aux politiques de sécurité des sites concernés.

Interface utilisateur

L'interface utilisateur permet l'accès et l'utilisation de la grille. Les principales fonctions concernent les règles de connexion (identification de l'utilisateur,...) prenant en compte les aspects sécurité et la description des applications (paramétrage, décomposition,...) et les requêtes des utilisateurs

On distingue deux types d'utilisation de la grille. Un mode `ASP` — pour l'exploitation d'applicatifs disponibles sur la grille et un mode infrastructure de calcul puissante. L'utilisateur fournit les caractéristiques de son application qu'il doit charger sur la grille, ainsi que ses souhaits en terme de puissance, sécurité...

Un langage de description des travaux et qui intègre les attributs originaux d'`e-Toile` est en cours de finalisation.

Communiquer

L'intergiciel `Globus` est basé sur la soumission de commandes distantes et le transfert de fichiers. D'autres environnements plus évolués sont bâtis sur l'invocation de méthodes d'objets ou de services distants. Certaines applications ou composants de l'intergiciel requièrent des mécanismes de passage de messages tels que `MPI` ou bien des communications *multicast fiable* ou *non fiable*. `e-Toile` propose deux nouveaux environnements de communication interprocessus dans la grille : un environnement de mémoire virtuelle distribuée [12] et un environnement de programmation par passage de messages [13]. Le problème des performances réseau est abordé selon deux angles différents mais complémentaires[14] :

– par la mesure et la surveillance des performances permettant de caractériser les liens qui relient l'ensemble des sites. Des fonctions de calcul du coût du réseau basées sur ces informations de mesure permettent aux niveaux d'abstraction supérieurs de développer des algorithmes d'optimisation et d'adaptation ;
– par l'utilisation appropriée des services différentiés offerts par l'infrastructure de communication sous-jacente et de protocoles de transport optimisés et programmables adaptés aux besoins spécifiques des applications de la grille. Une grille telle qu'`e-Toile`, basée sur une infrastructure très haut débit et une technologie réseaux actifs permet d'étudier les limites des services et protocoles de communication existant et de valider des approches plus efficaces permettant d'apporter la performance réellement jusqu'au niveau utilisateur.

Réseaux actifs

La technologie des **réseaux actifs** [15] permet de déployer dynamiquement de nouveaux protocoles dans un réseau composé de nœuds programmables, c'est à dire capables d'effectuer un traitement particulier au cours de la transmission d'un flux. L'architecture active dédiée à la grille `e-Toile` est basée sur l'approche « nœud actif » : les programmes, appelés services, sont injectés dans les nœuds actifs indépendamment des flux de données. Le modèle de grille active proposé dans `e-Toile` associe un nœud actif à chaque ressource réseau d'un site. Ainsi ces nœuds programmables sont susceptibles de traiter de manière flexible et dynamique les transferts de données dans la grille et de permettre le déploiement dynamique de services actifs pour le traitement spécifique des flux des applications.

L'environnement logiciel `Tamanoir` [16] est déployé sur les nœuds actifs d'`e-Toile` et fournit aux utilisateurs la possibilité de déployer et de maintenir dynamiquement des services actifs à l'aide d'outils spécifiques. Pour la qualité de service dans la grille, un service générique et actif, est proposé et évalué sur l'infrastructure `VTHD`. Ce module fournit d'une part des mécanismes de spécification souples et simples des contraintes de qualité de service et d'autre part une gestion dynamique des classes de services différentiés. Pour répondre aux besoins des applications de la grille pour la diffusion fiable des données, un protocole actif de multicast fiable minimisant le coût des transmissions au niveau de la source et offrant des délais de bout en bout faibles est en cours de développement. Pour le transport optimisé des flux de données et de contrôle de la grille sur l'infrastructure gigabit, un protocole haute performance basé sur des principes ayant fait leurs preuves dans les réseaux locaux très haut débit est en cours de développement

Transferts de données

Dans le cas d'une architecture largement décentralisée comme celle d'une grille, il se pose des problèmes liés à la disponibilité des données sur les différents sites. Ces problèmes peuvent être résolus par un mécanisme de transfert de fichiers qui permet de faire du *« staging »*. Les solutions proposées dans les systèmes actuels de type *grid* ne fournissent pas des performances suffisantes par rapport aux capacités des réseaux sous-jacents. `NFSp` [17] traite ce problème en fournissant un mécanisme de gestion et transfert de fichiers de grilles à haut débit à travers des liens longue distance. Le fonctionnement est basé sur l'utilisation du multiplexage de la communication, à la fois au niveau physique (utilisation de différents canaux de communication), mais également logique en séparant un flux de données en différents canaux à l'émission et en les agrégeant en un seul lors de la réception.

Enfin, `IBP` [18] est un composant du *middleware* qui permet d'administrer et d'utiliser des stockages distribués. Il a été conçu pour supporter l'ordonnancement global et l'optimisation du stockage et des transferts de données dans le cadre des systèmes et des applications distribuées ou de l'administration des données sur la grille. Les dépôts de données `IBP` gèrent des allocations d'espace temporaire qui ont une sémantique située entre les fichiers conventionnels et les *buffers*. Ces ressources partagées de stockage temporaire sont accessibles aux utilisateurs ou aux applications utilisatrices sur des nœuds du réseau ; la librairie client permet aux utilisateurs de formuler des requêtes pour allouer de l'espace, stocker des données ou les récupérer selon leurs propres critères sur tout dépôt participant au réseau.

« GRILLIFIER »LES APPLICATIONS

Les participants au projet `e-Toile` sont confrontés au problème de la *« grillification »* des applications, il faut aller bien au-delà du simple test de portage et de déploiement pour évaluer l'impact de ces nouvelles technologies sur les activités liées au développement et à l'exploitation des codes de simulation numérique.

On trouve d'abord deux types d' applications « naturellement candidates », à fort besoin de puissance de calcul et d'espace mémoire, qui incitent à voir la grille comme un prolongement des super-calculateurs actuels :
- des applications parallèles `SMPD` ou plutôt `multi-SPMD`. Les différentes tâches échangent de l'information en utilisant des outils implémentant les modèles de la programmation parallèle : échanges de messages, mémoire virtuelle partagée (`DSM`) ;
- des études « paramétriques », où l'on lance un grand nombre d'exécutions d'un code séquentiel.

Rien n'empêche, bien sûr, d'envisager la combinaison des deux mais l'on reste dans les usages « classiques ». Néanmoins le passage à l'échelle peut engendrer des flux de données volumineux, ne serait-ce que pour le déploiement des applications, et des besoins importants en matière de stockage.

Le groupe de travail « applications » d'`e-Toile` mène des réflexions plus approfondies sur les applications et les usages.

Caractériser les applications « grillifiables »

Il s'agit d'abord de caractériser et de classer les besoins et les usages applicatifs :
- besoins permanents, ponctuels, massifs ou s'exprimant sous forme de « petites » requêtes très nombreuses (approche portail) ;
- ressources sollicitées : *« data intensive »*, *« cpu intensive »* mais aussi *« network intensive »* ;
- la distribution : nombre des sites de calcul et de stockage (distribution de la connaissance), communautés d'utilisateurs ;

– la dynamicité : ordonnancement dynamique des données, équilibrage de charge, tolérance aux pannes.

puis de tenter de mettre en place les instruments de mesure (métrologie) qui vont permettre de quantifier les apports de la grille pour les utilisateurs.

Quel impact sur les applications existantes

L'on peut s'interroger ensuite sur les modèles de programmation et d'exécution adaptés au contexte de « grille de calcul » :

– leur impact sur les codes existants : *portage*, *encapsulation*, *restructuration* voire *réécriture* ;
– leurs liens avec d'autres plates-formes (approches) logicielles (`Corba`, `Java`,...) utilisées dans la communauté scientifique.

Et d'une façon générale le « dimensionnement » actuel des applications ne cible pas les ressources que l'on envisage d'aggréger.

Les aspects pratiques

Un grand nombre de choses doivent être clarifiées pour l'utilisateur final :

– les rôles de chacun : qui **fournit** des services « grille », qui les **administre**, qui les **consomme** ?
– comment prendre en compte l'hétérogénéité des plates-formes, on retrouve les problèmes liés au portage (recompilation, etc...). Comment s'assurer de la disponibilité des bibliothèques dans la bonne version (`Blas`, `Lapack`,...) et cela que l'on ait besoin ou non de recompiler (bibliothèques dynamiques).

Une fois les rôles et les droits de chacun bien définis, il faut mettre en œuvre tout ce qui concerne l'authentification (accès réseau, comptes). La politique de sécurité globale sur la grille risque de rentrer en conflit avec les pratiques locales. La sécurité concerne aussi l'intégrité et la confidentialité de l'information (gestion des accès, transport sécurisé, confinement).

POUR FINIR

La plupart des grands projets scientifiques ont maintenant une « dimension grille » qui valorise les recherches effectuées par les différents partenaires. Au delà de l'aspect purement informatique, on peut y voir aussi un bouleversement des méthodes de travail. Cela dit, les outils disponibles (`Globus`) sont encore en cours de conception (`OGSA`) et les réalisations disponibles sont instables et ne visent guère la performance (grille « standard »). Une fois passé la phase d'expérimentation, il faudra bien aussi se pencher sur les modèles économiques adaptés à ces nouveaux types de coopérations. Ainsi de nombreux travaux de recherche sont en cours dans le domaine des grilles [19].

Un des points forts du projet e-Toile est de donner l'accès à une plate-forme expérimentale à hautes performances (nombreuses grappes, réseau à haut débit VTHD). Plusieurs composants logiciels viennent compléter l'intergiciel « de base » pour permettre l'accès et l'exploitation de la plate-forme, notamment une interface homme-machine (IHM), des outils de trace et de suivi, un système d'information (SIC). Enfin e-Toile propose des briques logicielles spécifiques au calcul hautes performances sur les grilles. Cette plate-forme devrait permettre d'appréhender les nouveaux usages de l'outil informatique pour la simulation numérique.

Références

[1] « Unicore : UNiform Interface to COmputing REsources », http://www.unicore.de

[2] « The Globus project », http://www.globus.org

[3] « Legion, Worldwide Virtual Computer », http://legion.virginia.edu

[4] « An Open Grid Services Architecture OGSA », http://www.globus.org/ogsa

[5] « Sun Open Net Environment : Sun ONE », http://wwws.sun.com/software/sunone

[6] « OpenPBS Portable Batch System », http://www.openpbs.org

[7] « Sun ONE Grid Engine Software », http://www.sun.com/software/gridware

[8] P. Vicat-Blanc/Primet, G. Romier, M. Soberman, « Le projet e-toile : développement et mise en œuvre d'une grille haute performance », *Actes des Journées Nationales du RNTL*, Toulouse, octobre 2002.

[9] « Le site du projet RNTLe-Toile », http://www.urec.cnrs.fr/etoile

[10] « VTHD Vraiment Très Haut Débit », http://www.vthd.org

[11] F. Bonnassieux, F. Chanussot, R. Harakaly, et P. Primet, « Mapcenter : An Open Grid Status Visualization Tool », *Proceedings of the ISCA 15th International Conference on Parallel and Distributed Computing Systems*, p. 173-178, Septembre 2002.

[12] Y. Jegou, « Implementation of Page Management in Mome : a User Level DSM », *proceedings of CCGrid2003, 3rd International Symposium on cluster computing and the Grid*, Tokyo, 12-15 Mai 2003.

[13] O.Aumage, L. Bougé, A. Denis, L. Eyraud, R. Namyst et C. Perez, « Communications efficaces au sein d'une interconnexion hétérogène de grappes : Exemple de mise en oeuvre dans la bibliothèque Madeleine », Calcul réparti à grande échelle, F. Baude ed., Hermès, Mai 2002.

[14] P. Vicat-Blanc/Primet, ”Grid High Performance Networking in the DataGrid project ”, Future Generation Computer Systems 19, Elsevier Science, p. 199-208, January 2003.

[15] L. Lefèvre, C. Pham, P. Primet, B. Tourancheau, B. Gaidioz, J. P. Gelas et M. Maimour, « Active networking support for the grid », *IFIP-TC6 3rd International Working Conference on Active Networks, IWAN 2001*, p. 16-33 , vol. 2207, Lecture Notes in Computer Science, ISBN : 3-540-42678-7, October 2001.

[16] J.P. Gelas, L. Lefèvre, « Tamanoir : A High Performance Active Network Framework », *Active Middleware Services, 9th IEEE International Symposium on High Performance Distributed Computing*, p. 105-114, Pittsburgh, Pennsylvania, USA.

[17] P. Lombard, Y. Denneulin, « Serveur `NFS` distribué pour grappes de `PCs` », *RENPAR’14 - SympA’8 ASF*, p. 415-420, avril 2002.

[18] « Internet Backplane Protocol », `http://loci.cs.utk.edu/ibp`

[19] « Global Grid Forum : `GGF` », `http://www.gridforum.org`

CRITIQUE DE LIVRES

M.MOLTRON & J. WIGNIOLLE : *Concours blancs mathématiques ; 14 sujets inédits d'entraînement aux concours.*
Éditeur : Dunod, j'intègre 2001 ; 264 p. Broché. ISBN :2 10 005342 6.

F. BORIES-LONGUET, A. DECOMBES-GUILLOUX, P. JARRAUD, S. MÉLÉARD & C. PIQUET : *Nos 20 sujets préférés.*
Éditeur : Dunod, CAPES de mathématiques, 2000, 374 p. Broché.
ISBN : 2 10 004642 2.

C. DELODE : *Géométrie affine et euclidienne.*
Éditeur : Dunod, CAPES de mathématique, 2000, 246 p. Broché.
ISBN 2 10 004643 8.

Analyser des livres de problèmes n'est pas un tâche facile, car écrire des livres d'exercices et de problèmes de mathématiques n'est pas simple. Chaque fois que l'on rencontre de tels ouvrages on ne peut s'empêcher de penser à l'article de W. T. Gowers : « The two cultures of mathematics » publié dans l'ouvrage collectif « MATHEMATICS : FRONTIERS AND PERSPECTIVES » édité par l'IMU à l'occasion de l'année 2000, Année Mondiale des Mathématiques. Le thème général de cet article peut se résumer ainsi : Apprend-on des mathématiques pour résoudre des problèmes ou résout-on des problèmes pour apprendre des mathématiques ? Les trois livres répertoriés illustrent bien ce dilemme. Je vais essayer en une phrase pour chacun de ces ouvrages de résumer ce que j'en pense sachant très bien qu'il est difficile d'être objectif en si peu de mots.

Le premier de la liste ci-dessus précise qu'il contient des sujets inédits, je n'ai pas pu le vérifier, mais localement j'ai reconnu de nombreuses questions que l'on peut retrouver ailleurs, il est difficile d'innover complètement dans ce domaine, toutefois les auteurs par un choix judicieux et un assemblage original de différents sujets ont réussi à couvrir un large spectre des questions que l'on peut trouver dans les sujets des concours ouverts à bac+2 et même un peu après ; ce qui rend la lecture agréable c'est l'esprit des problèmes proposés est homogène en ce sens que les auteurs ont composé les énoncés et les solutions à moins qu'ils aient commencé par faire les solutions et bâtir les énoncés après coup.

Le second ouvrage est un complètement différent, les auteurs, comme ils l'annoncent dans le titre, ont fait un choix de sujets proposés à l'écrit du CAPES : les critères qu'ils ont adopté ne sont pas précisés, mais on peut supposer que chacun des auteurs s'est amusé à résoudre un ou des problèmes en fonction de ses goûts et de ses intérêts mathématiques et peut-être aussi en fonction de son expérience accumulée à la suite d'une participation à la préparation aux épreuves du CAPES ; la lecture est agréable mais très éloignée de ce que l'on peut lire dans les copies de candidats au CAPES, évidemment le temps consacré par des auteurs chevronnés, qui se sont fait plaisir en rédigeant ce livre n'a rien à voir avec la durée limitée d'une épreuve que doit subir un candidat qui ignore tout de ce qui l'attend et qui a souvent des difficultés à comprendre ce qu'on lui demande !

Le troisième livre de la liste est en un certain sens plus classique puisqu'il respecte une des formes que l'on rencontre souvent — cours et exercices — autour d'un thème donné ; ce qui est appréciable ici c'est que l'auteur s'est efforcé de bien distinguer en géométrie ce qui relève de propriétés affines et de propriétés métriques — pourquoi euclidien a-t-il remplacé métrique ? — dans des démonstrations lues dans des copies du CAPES on peut se rendre compte que pour certains candidats tout est mélangé. L'auteur l'annonce dans son avant-propos : il prend le point de vue de l'algèbre linéaire mais le lecteur que je suis n'a pas retrouvé la géométrie qu'il aime où de nombreux raisonnements peuvent s'amorcer et se construire à partir de figures qui « parlent » mieux que de longs calculs algébriques !

Pour ces trois ouvrages j'ai un regret à formuler l'absence totale d'une bibliographie qui renverrait à des cours de référence. Apprendre des mathématiques en résolvant des problèmes est une nécessité absolue, mais il faut aussi apprendre des mathématiques et préciser où et comment trouver les bases. Que cette remarque n'arrête pas les auteurs de rédiger d'autres livres de problèmes, mais ils devraient négocier avec les éditeurs quelques pages supplémentaires pour ajouter une bibliographie, voire un index.

GÉRARD TRONEL

Sous la direction de J.-M. KANTOR : *Où en sont les mathématiques ? (Société Mathématique de France).*
Éditeur : Vuibert. 2002, 440 p. Cartonné. ISBN : 2 7117 8994.

B. H. YANDELL : *The Honors Class, Hilbert's Problems and Their Solvers.*
Éditeur : A K Peters LTD 2002, 486 p. Cartonné. ISBN : 1-56881-141-1.

Ces deux ouvrages bien que de présentations différentes répondent à des objectifs assez voisins : faire le point sur des sujets qui ont intéressé ou passionné les mathématiciens au cours du siècle passé.

Le premier contient des articles choisis et rassemblés par Jean-Michel Kantor sur des questions qui ont intéressé les mathématiciens au cours du siècle dernier ; certains articles qui dataient un peu ont fait l'objet de mises à jour, la plupart sont rédigés en français ce qui présente l'avantage de pouvoir être lus dans un français agréable et de montrer la vitalité de l'école mathématique française qui écrit encore dans sa langue ! Le choix des articles, s'il peut être discutable ou discuté, car tous les grands problèmes du XX^{e} siècle n'ont pas été abordés ici, a un mérite : il ne fait pas de ségrégation entre mathématiques pures et mathématiques appliquées, et cela évitera, on l’espère, les querelles franco-françaises qui conduisent à des discussions stériles. Il est impossible de citer les dix-huit thèmes traités, mais pour appâter le lecteur soulignons que l’on part de « l’histoire du quinzième problème de Hilbert » pour arriver « aux rencontres avec un géomètre : Mikhael Gromov », en passant par une « introduction à la toplogie symplectique » et aux « invariants de noeuds. Catégories tensorielles et groupes quantiques », sans oublier les « codes correcteurs d’erreurs » et « quelques problèmes mathématiques en météorologie ». Impossible de citer tout et tous, il faut prendre le temps de le lire par morceaux et pour ce faire, on ne peut que recommander de l’avoir dans sa bibliothèque et l’en sortir de temps en temps.

Le second livre prend comme fil conducteur la liste des problèmes dressée par Hilbert au début du XX^{e} siècle, liste qui a servi de guide à plusieurs générations de mathématiciens. Même s’il se dit ou s’écrit que le choix « imposé » par Hilbert ne couvrait pas tout le spectre des mathématiques à venir il n’empêche que l’acharnement des uns, le découragement des autres, l’audace de quelques uns qui sont allés voir ailleurs là où Hilbert ne s’était pas aventuré, ont contribué à faire progresser les connaissances en mathématiques. Après tout pour ne prendre que deux exemples, le théorème de Fermat a cédé au bout de 350 ans devant le génie et l’obstination de A. Wiles, et la conjecture de Riemann résiste encore si de temps à autre on annonce des progrès à petits pas. L’auteur a pris le parti de raconter l’histoire, ou une histoire, des mathématiques en suivant les avancées réalisées sur les 23 problèmes de la liste d’Hilbert ; pour ce faire il a regroupé les problèmes par catégories, ainsi pour donner deux exemples : les problèmes de fondements des mathématiques, 1,2,10, font l’objet du premier chapitre du livre alors que la théorie des nombres regroupe les problèmes 7, 8, 9, 11, 12 dans le troisième chapitre ; ce choix bouleverse un peu la chronologie, mais les ruptures et les retours qu’il introduit évitent la monotonie du temps qui passe de manière linéaire. Au cours de la lecture on peut rencontrer tous les grands noms des mathématiques, l’index permet de les retrouver et de se rendre compte de leurs contributions. La bibliographie est peut-être un peu succincte, mais il faut louer la performance de l’auteur d’avoir su concentrer en presque 500 pages cette histoire « hilbertienne » !

Il faut lire ce livre en complément du précédent, il est écrit en anglais, dans un style de journalisme scientifique de haut niveau, mais tout de même accessible à tout non-anglophone.

Ne vous privez pas de ces lectures, vous en tirerez, en plus de connaissances difficiles à rassembler en parcourant la littérature spécialisée, un très grand plaisir.

GÉRARD TRONEL

ANDREA BRAIDES : Γ-*convergence for Beginners*

Le propos principal de ce livre est de rendre accessible à un large public la théorie de la Γ-convergence. Cette théorie a connu ses début dans les années 70 au travers de plusieurs articles de E. De Giorgi et depuis elle a été utilisée dans des centaines d'articles pour décrire le comportement asymptotique relativement à un paramètre. Nous pouvons citer la théorie de l'homogénéisation, les matériaux composites non linéaires, la transition de phase, les systèmes discrets, les films fins et plats, l'analyse d'images, l'optimisation de formes, comme quelques exemples de sujets où la Γ-convergence a été appliquée avec succès. Dans ce livre, les idées de base de la plupart de ces applications sont présentées.

Dans cet ouvrage, l'auteur a préféré considérer des cas simples (souvent en dimension 1, où les calculs explicites peuvent être effectués dans de nombreux cas), plutôt que de donner des techniques de démonstration utiles pour obtenir certains résultats. Il choisit ainsi de présenter les idées principales plutôt que d'achever des preuves techniques dans leur totale généralité. Ce livre sera une excellente référence pour les mathématiciens et les scientifiques appliqués qui souhaitent comprendre les idées principales et les applications sans être submergés par des résultats techniques ; pour ceux qui souhaitent apprendre plus profondément le sujet, un nombre conséquent de commentaires avec des renvois spécialisés sont ajoutés à la fin de chaque chapitre. En effet, le lecteur intéressé dispose d'une liste relativement complète de références (livres et articles) où il pourra trouver des preuves plus générales et détaillées.

GIUSEPPE BUTTAZZO - UNIVERSITY OF PISA, ITALY

IL Y A CENT ANS... ET AUJOURD'HUI L'APPROXIMATION DE BOUSSINESQ

par Radyadour Kh Zeytounian*

En 1903, Gauthier-Villars éditait à Paris le tome II du traité de Joseph Boussinesq intitulé « Théorie Analytique de la Chaleur ». A la page VII de l'Avertissement à ce tome II, Boussinesq écrit : « ... *il fallait encore observer que, dans la plupart des mouvements provoqués par la chaleur sur nos fluides pesants, les volumes ou les densités se conservent à très peu près, quoique la variation correspondante du* ***poids*** *de l'unité de volume soit justement la cause des phénomènes qu'il s'agit d'analyser. De là résulte la possibilité de négliger les variations de la densité, là où elles ne sont pas multipliées par la gravité g, tout en conservant, dans les calculs, leur produit par celle-ci* ».

Cette observation est, ce que l'on appelle, aujourd'hui : « *l'approximation de Boussinesq* », qui est l'une des plus utilisée en physique, en mécanique des fluides, mais aussi par les mathématiciens qui sont impliqués par les applications diverses des mathématiques aux problèmes posés par la physique, pour simplifier les équations gouvernant les problèmes de convection thermique, et qui permet d'aborder, aussi bien numériquement que par la théorie et l'analyse mathématique rigoureuse, l'instabilité dite de Rayleigh-Bénard (RB), l'un des premiers exemples d'instabilité non-linéaire en dynamique des fluides.

Les équations à la Boussinesq

Mais revenons au tome II du traité de Boussinesq. À la page 174 de ce tome II, Boussinesq présente les cinq équations, (15) et (16), indéfinies du problème relatif aux mouvements produits, autour d'un corps chaud immergé dans un fluide, par l'échauffement et *l'allègement*, à volume égal, des couches fluides avoisinantes (problème dit de *convection calorifique*. Il s'agit des trois équations du mouvement pour les trois composantes, u, v, w, de la vitesse, le fluide étant supposé à viscosité évanescente, la pression, P, n'intervenant que par sa partie *non hydrostatique*, puis de l'équation d'incompressibilité et de l'équation pour la température θ. Précisons que Boussinesq tient compte du fait que : « ...dans la plupart des phénomènes, les vitesses u, v, w changent largement la forme des particules, sans que le volume ϖ et, par suite, la densité ρ éprouve d'appréciables modifications ». Dès lors, du fait de la *conservation des volumes fluides*, on obtient l'équation d'incompressibilité et, dans (15), l'équation pour w (la composante verticale de la vitesse dirigée de bas en haut dans le sens inverse de la force de la pesanteur) comprend un terme proportionnel à la

*Professeur honoraire de l'université de Lille I - 12 rue Saint-Fiacre, 75002 Paris – zeytounian@aol.com

température θ : $\underline{g\alpha\theta}$, de signe contraire à celui de l'accélération du mouvement vertical, où α désigne le coefficient ordinaire de la dilatation cubique thermique du fluide (0.00366 pour les gaz) et on pourra à ce sujet consulter les pages 172 et 173 du tome II du traité de Boussinesq cité plus haut. Selon Boussinesq : le produit $\underline{g\alpha\theta}$ exprimera dans l'équation pour w, une sorte de *pesanteur supplémentaire*. « ..., comme s'il s'était adjoint, au poids primitif ou normal de l'unité de volume, la petite force antagoniste, c'est-à-dire *ascensionnelle*, $\rho g\alpha\theta$ *- proportionnelle à l'échauffement* θ*, mais dirigée de bas en haut*. L'équation (16) de Boussinesq pour la température θ, est une équation de la chaleur « à la Fourier », mais quasi-non-linéaire étant donné que la dérivée en t (le temps) de θ, qui intervient dans cette équation, est la dérivée de la température de la particule en mouvement, et de ce fait, en plus de la dérivée relativement à t, *prise sur place* (sans que les coordonnées, x, y, z, du point varient), on a aussi trois termes quasi-non-linéaires qui sont le produit des composantes de la vitesse avec les dérivées de θ relativement à x, y et z. Dans cette équation de la chaleur, devant le Laplacien de θ, on a un coefficient $K/C =$ constante, où K est la conductibilité et C le calorique spécifique de l'unité de volume à pression constante. Boussinesq reste fidèle à lui-même et ne fait intervenir l'Analyse que dans la mesure où elle semble nécessaire pour fixer l'intuition et arriver aux résultats numériques ; par exemple (voir les pages 154 à 158 du tome II du traité de Boussinesq cité plus haut.), pour obtenir l'équation (16) pour θ, Boussinesq précise : « ...les petits changements de la densité, ρ, se feront avec une erreur relative négligeable, comme si la pression, p, fonction de ρ et de θ avait et gardait dans tout le fluide à considérer, une valeur constante ». Donc, « ...ρ sera très sensiblement la fonction de θ définie par l'équation $p =$ cette constante, et la dérivée en t de la densité de la particule égalera la dérivée multipliée par la dérivée en t de la température de la particule ». En toute généralité, K et C sont des fonctions de θ mais, d'après Boussinesq ; « ... il suffira, d'ailleurs, que la température θ varie entre des limites modérément écartées, pour que K et C soient sensiblement constants ; et l'on aura alors l'équation que nous utiliserons, analogue à celle de Fourier pour les solides ».

Le rôle de Rayleigh et l'instabilité de Rayleigh-Bénard

Il faudra attendre 1916 pour que « l'observation » de Boussinesq trouve une application fondamentale en mécanique des fluides. En effet, trois ans avant sa mort, à 74 ans, Lord Rayleigh (John William Strutt), physicien anglais, fut le premier qui tira profit de l'approximation de Boussinesq, afin d'obtenir un modèle mathématique abordable pour l'analyse théorique du problème dit « de Bénard ». Henri Bénard, physicien français, dans un article (« Les Tourbillons cellulaires dans une nappe liquide »), à la Revue générale des sciences pures et appliquées, en 1900, avait, en effet, le premier exposé les résultats quantitatifs d'expériences sur l'apparition de l'instabilité thermique qui se manifeste visuellement par des cellules (dites de « Bénard ») délimitée dans une faible couche de liquide par des phénomènes de convection. Ces cellules de Bénard, disposées régulièrement, apparaissent seulement lorsqu'il existe une différence de température, $\triangle T$, *suffisante*, entre les deux faces d'une couche de liquide, la face inférieure étant plus chaude que la face supérieure située à une distance « d » à l'état d'équilibre hydrostatique. En fait, ce phénomène apparaît seulement quand le nombre dit de Rayleigh Ra (proportionnel à : $gd\alpha\triangle T$) dépasse sa *valeur critique* et que l'on a une « *bifurcation* » dans le problème de convection thermique considérée et on pourra à ce sujet consulter le livre (en tout point remarquable) de Guyon, Hulin et Petit (2001, nouvelle édition). Il faut cependant préciser que Rayleigh considère une couche de liquide limitée par deux plans horizontaux parallèles (on notera que Paul Manneville (2001), à l'occasion de la journée « Henri Bénard du 25 juin 2001 », a rédigé un condensé, de 15 pages, très bien documenté sur la convection de Rayleigh-Bénard) - *ce qui n'est pas le cas considéré par Bénard lors de ses expériences publiées* en 1900 et 1901 (voir, par exemple, dans le livre de Chandrasekhar, de 1961, les pages 60 et 61, pour une description sommaire des expériences de Bénard) !

Les expériences de Bénard et l'effet dit « de Marangoni »

Le cas considéré par Bénard est relatif à une très mince couche de liquide visqueux (une nappe !), de l'ordre, *au plus*, du millimètre, placée sur une plaque (inférieure) métallique plane solide chauffée et en contact (supérieurement), via une surface libre, avec l'atmosphère. En toute généralité la *tension superficielle* de cette surface libre étant *fonction de la température*, on voit apparaître le long de la surface libre des gradients de température (tangentiels) qui induisent l'*effet dit de Marangoni*, du nom du physicien italien, Carl Marangoni, qui en 1865 a observé ce phénomène de termocapillarité de surface libre publié dans « Annalen der Physik und Chemie » un article à ce sujet en 1971. Cet effet Marangoni est absent dans l'analyse théorique de Lord Rayleigh de 1916 mais, curieusement, pour le problème de Rayleigh-Bénard on considère, aussi bien le cas d'une paroi supérieure solide sur laquelle on impose effectivement l'adhérence de la vitesse, que le cas (sensiblement plus simple) d'une paroi supérieure, dite « libre », sur laquelle les contraintes tangentielles sont absentes - le liquide étant supposé, dans les deux cas, visqueux. On verra, plus loin, que le second cas est effectivement le cas « physique » qu'il faut considérer, comme conséquence d'une approche asymptotique du problème de Bénard complet, pour une couche de liquide *pas trop mince* (dont l'épaisseur est *beaucoup plus* importante que celle de la nappe de liquide utilisée par Bénard lors de ses expériences) mais *faiblement* dilatable et limitée par une surface libre. Comme conséquence de cette approche asymptotique on peut tenir compte d'un effet Marangoni au niveau du problème de Rayleigh Bénard avec paroi supérieure « libre » (voir, par exemple, l'article de Dauby et Lebon 1996). Ainsi, malgré ce qu'écrit Chandrasekhar, dans son libre de 1961 (voir la page 61), il est maintenant bien établi que : *les cellules de Bénard apparaîssent plutôt comme le résultat de l'effet Marangoni, que comme le résultat de la poussée d'Archimède*, et le Lecteur averti pourra lire l'article de Block de 1956 et celui de Pearson de 1958. Une analyse asymptotique consistante (Zeytounian 1997) confirme la conclusion de Block et de Pearson ci-dessus. Pour expliquer les expériences de Bénard, il faut considérer le problème dit de « *Bénard-Marangoni* », qui tient compte de la déformation de la surface libre sur laquelle apparaît pleinement l'effet Marangoni, l'effet de la poussée d'Archimède étant négligé dans les équations du problème qui sont alors celles de Navier pour un liquide incompressible auxquelles il faut associer une équation, à la Fourier, pour la température. De façon quelque peu plus précise, il s'avère que, d'une part, si l'on tient compte de l'effet de la *poussée d'Archimède* dans les équations gouvernant la convection thermique, alors on doit *impérativement* (du moins en première approximation dans une approche asymptotique) admettre que la *surface libre est non-déformable* et dans ce cas on a une *convection peu profonde qui conduit au problème de Rayleigh-Bénard*, et d'autre part, si au contraire, l'on veut tenir compte pleinement de *l'effet Marangoni sur la surface libre déformable*, alors (toujours en première apprxoimation) il faut *négliger la poussée d'Archimède* dans les équations du problème, qui devient celui de *Bénard-Marangoni pour une nappe de liquide* d'épaisseur de l'ordre du *millimètre*. On a donc une « alternative » (Zeytounian 1997, 1998) : *l'on ne peut pas, simultanément tenir compte, en première approximation pour un liquide faiblement dilatable, de la poussée d'Archimède et de la déformation de la surface libre* ! Ainsi, pour un fluide faiblement dilatable le problème de la convection thermique de Bénard est, en première approximation, « décomposé » en deux problèmes, d'une part, celui de Rayleigh-Bénard et, d'autre part, celui de Bénard-Marangoni.

L'approximation de Boussinesq et les équations de la convection peu profonde pour le problème de Rayleigh-Bénard

L'approche asymptotique, dont il a été question plus haut, est liée au fait qu'une analyse du problème complet de la convection de Bénard montre l'influence de deux paramètres sans dimension, dont l'un caractérise la *dilatation* : du liquide $\beta = \alpha \triangle T$ et l'autre l'*épaisseur* de la couche de liquide : $Fr^2 = v_0^2/gd^3$, qui est le carré d'un nombre de Froude basé sur l'épaisseur, d, de la couche liquide en équilibre hydrostatique, v_0 étant la viscosité cinématique du liquide considéré à une température de référence T_0 constante. Le cas, dit de la *convection peu profonde*, qui conduit aux équations modèles du problème de Rayleigh-Bénard, est intimement lié au fait que : aussi bien β que Fr^2 *doivent être petits devant l'unité de telle façon que leur rapport*, noté Gr (le nombre dit de Grashof), *reste, lui, de l'ordre de l'unité*. C'est-à-dire que l'on a la *relation de similitude* :

$$\beta/Fr^2 = Gr \approx 1, \tag{1}$$

et dans ce cas, *en accord avec l'observation de Boussinesq de 1903*, on voit apparaître le terme de poussée d'Archimède : $-Gr\Theta$ dans l'équation du mouvement (incompressible) vertical gouvernant la convection peu profonde, Θ étant une perturbation de température sans dimension relativement à T_0 (par, exemple, celle de la surface libre, $z = d$, en équilibre hydrostatique). On notera que, si $T = T_B > T_0$, est la température constante de la paroi inférieure qui chauffe par le bas la couche liquide, alors $\triangle T = T_B - T_0$ et

$$\Theta = (T - T_0)/\triangle T. \tag{2}$$

D'une part, le fait que β soit petit devant un, caractérise la *faible dilatation* du liquide considéré, l'écart de température $\triangle T$ restant modéré et, d'autre part, le fait que Fr^2 soit petit devant un, conduit à considérer une couche de liquide d'épaisseur *beaucoup plus grande* que le millimètre ! Mais ce n'est pas tout, car il faut aussi tenir compte des conditions aux limites imposées sur la surface libre. Si cette dernière est simulée par l'équation : $z = d[1 + \delta\eta(t, x, y)]$, où δ est un *paramètre d'amplitude* qui tient compte de la déformation de la surface libre alors, il faut, tout d'abord (dans le cas d'un fluide visqueux), imposer sur $z = d[1 + \delta\eta(t, x, y)]$, avec $\delta \neq 0$, la continuité de la contrainte normale (puisque les contraintes normales des deux côtés de la surface libre doivent s'équilibrer). Mais, il ne faut pas oublier que pour faire apparaître $-Gr\Theta$, le terme tenant compte de la poussée d'Archimède, il faut impérativement introduire, *lorsque Fr^2 est supposé petit*, dans l'équation du mouvement la perturbation de pression, π, sans dimension (P_a est la pression atmosphérique constante) telle que (à ce sujet, le Lecteur averti pourra consulter le chapitre 10 de notre livre récent, paru en 2002) :

$$p = p_a + g\rho_0 d[1 - (z/d) + Fr^2\pi], \tag{3}$$

où ρ_0 est une pression de référence constante associée à T_0. Comme conséquence de l'introduction de π, on voit apparaître dans la condition sur la surface libre, écrite pour π, le terme $(\delta/Fr^2)\eta$, on constate, tout de suite, qu'il y a un problème, car pour conserver le terme tenant compte de la poussée d'Archimède, $-Gr\Theta$, avec $Gr = \beta/Fr^2 \approx 1$, il a fallu admettre que Fr^2 soit beaucoup plus petit que un. On arrive ainsi à la conclusion que, nécessairement, l'amplitude, δ, de la surface libre doit être évanescente - très petite, de l'ordre de Fr^2, pour que π ne tende pas vers l'infini sur la surface libre, lorsque celle-ci, à la limite, coïncide avec le plan $z = d$. Il faut donc postuler l'existence d'une *seconde relation de similitude* :

$$\delta/Fr^2 = \delta^* \approx 1, \tag{4}$$

et dans ce cas l'approximation de Boussinesq conduit au problème classique de Rayleigh-Bénard pour la convection peu profonde, qui a lieu entre deux parois non déformable, $z = 0$ et $z = d$, les conditions sur la paroi supérieure étant celle qui découle de l'absence de contraintes tangentielles, du moins lorsque l'on ne tient pas compte de l'effet Marangoni. On a une borne inférieure pour d : l'épaisseur d, doit être « beaucoup » plus grande qu'un millimètre ! On peut alors se poser la question de savoir si il est possible d'obtenir une évaluation de d qui valide l'approximation de Boussinesq dans le cadre de la convection peu profonde, pour le problème de Rayleigh-Bénard ? On peut répondre positivement à cette question, si l'on tient compte de la relation de similitude (1) définissant, en fait, le nombre de Grashof $Gr = \alpha \triangle T g d^2/v^2$, qui doit prendre une valeur ni trop petite, ni trop grande, de telle façon que :

$$d \approx v_0^{2/3}/(\alpha \triangle T g)^{1/3}. \tag{5}$$

Précisons que dans le cadre de l'approximation de Boussinesq, qui conduit aux équations de la convection peu profonde, dite d'Oberbeck-Boussinesq (OB), pour le problème de Rayleigh-Bénard, on a pour la densité la relation approchée suivante : $\rho = \rho_0(1 - \beta\Theta)$, l'énergie interne spécifique E devenant alors une fonction de la température seule $E \equiv E(T)$. Dans ce cas, le terme de dissipation volumique (qui apparaît lorsque l'on tient compte de la viscosité) dans l'équation adimensionnelle pour E est proportionnel à : $2\tau Fr^2$, où $\tau = gd/\triangle T C_0$, avec $C_0 = (dE/dT)_{T=T_0}$. Comme Fr^2 est très petit devant un, il suffit que le paramètre τ reste de l'ordre de l'unité pour que le terme de dissipation volumique n'apparaîsse pas au niveau des équations OB du problème de Rayleigh-Bénard gouvernant la convection peu profonde, et, pour cela, il suffit que

$$d \approx \triangle T C_0/g. \tag{6}$$

En particulier, si l'on égalise la valeur approchée (6), ci-dessus, de d, avec celle écrite en (5), à partir du nombre de Grashof, Gr, on pourra déterminer une valeur de $\triangle T$ *compatible* avec le modèle de la convection peu profonde régissant le problème de Rayleigh-Bénard. Cette valeur de $\triangle T$ dépendra des propriétés physico-chimiques du liquide considéré - c'est-à-dire de (C_0, v_0, α).

1. L'approximation de Boussinesq pour les mouvements atmosphériques

Dans le cas des mouvements atmosphériques, on peut assimiler l'air (sec) à un gaz parfait à chaleurs spécifiques C_p et C_v constantes (avec $\gamma = C_p/C_v$). Les équations de la dynamique des gaz (visqueux et conducteurs de la chaleur), régissant les mouvements de l'atmosphère, font alors (une fois écrites sous forme sans dimension) deux paramètres : le nombre de Mach, $M = U/c$ et le nombre de Froude, $Fr = U/(gH)^{1/2}$, où U est une vitesse, H une altitude qui sont caractéristiques du mouvement atmosphérique considéré, c la célérité du son relative à une température de référence constante et g la gravité. A partir de ces deux paramètres on peut en construire un troisième (dit « de Boussinesq », d'après Zeytounian 1974) :

$$Bo = \gamma M^2/Fr^2, \tag{7}$$

et il s'avère que Bo est un rapport d'altitudes caractéristiques. En effet, si l'on introduit l'altitude d'une atmosphère dit « *homogène* », H^*, qui s'introduit tout naturellement lorsqu'on tient compte d'une situation météorologique de base hydrostatique (fonction uniquement de l'altitude), simulant approximativement l'altitude à laquelle se trouve la tropopause - alors on constate que $Bo = H/H^*$. L'approximation de Boussinesq, appliquée aux mouvements atmosphériques, est liée, tout d'abord, au fait que ces mouvements sont en général (lents) tels que $U << c = :M << 1$. D'autre part, du fait de la présence de l'accélération gravitationnelle dans l'équation du mouvement de l'atmosphère, qui introduit dans cette équation un terme proportionnel à $Bo/\gamma M^2$, on constate que le cas des faibles nombres de Mach est consistant, uniquement si $Bo << 1$, et de ce fait, les équations modèles, approchées - « à la Boussinesq » - qui découlent de l'approximation de Boussinesq, appliquée aux équations régissant les mouvements atmosphériques, s'obtiennent lorsque l'on considère le cas limite :

$$M \downarrow 0 \text{ et } Bo \downarrow 0, \text{ de telle façon que } Bo/M = B^* \text{ reste de l'ordre de un.} \quad (8)$$

2. En quête d'une « justification »de l'approximation de Boussinesq !

Il n'est peut-être pas inutile de préciser, ici, le rôle joué par Paul Germain, dès le départ, dans ma recherche d'une « justification rationnelle » de l'approximation de Boussinesq pour les mouvements atmosphériques. En 1968 - alors Ingénieur de Recherches à la Direction de l'Aérodynamique de l'ONERA - afin de soutenir une thèse de Doctorat d'Etat à la Faculté des Sciences de Paris, je sollicitais l'avis de Paul Germain, sur un ensemble de recherches concernant les ondes de relief à l'aval d'une montagne, que j'avais effectuées en grande partie à Moscou au Centre Météorologique sous la direction de I.A. Kibel, au cours des années 1961-1966. Ces recherches étaient fortement inspirées, pour ce qui concerne la partie théorique (mise en équations et modélisation) par une approche physique, « à la Landau », et Paul Germain avait très vite compris que mon approche « ad hoc » devait être susceptible d'être formalisée en utilisant une approche asymptotique basée sur la présence, dans le problème exact, de petits paramètres. Naturellement, il était clair, dès le début, que le nombre de Mach (petit devant un - écoulement hyposonique) devait jouer le rôle de petit paramètre principal de perturbation singulière dans cette recherche asymptotique (et à ce sujet on notera le caractère, effectivement, singulier des équations instationnaires de Boussinesq au voisinage de l'origine des temps !), mais la présence de la gravité compliquait les choses, et ce n'est d'ailleurs que cinq plus tard que j'ai trouvé la relation (7) permettant d'introduire le nombre de Boussinesq, Bo, en fonction de M et de Fr, et le rôle qu'il devait jouer via la relation de similitude : $Bo/M = B^*$ qui s'introduit dans le passage à la limite (8). Il faut bien dire que, tout au début, je n'arrivais pas très bien à saisir les réticences de Paul Germain vis à vis de mon travail sur les ondes de relief. Mais très vite, grâce aux discussions (à l'ONERA) avec J.S.

Darrozés et Cl. François (qui travaillaient tous les deux sur leurs thèses, sous la direction de J.P. Guiraud à la fin des années soixante) et surtout aux conseils de J.P.Guiraud, qui avait une grande expérience de l'application des méthodes de perturbations singulières à divers problèmes posés par l'aérodynamique, j'ai compris le « pourquoi » des réticences de Paul Germain. Mais il fallait, encore, avoir la capacité de trouver le chemin permettant d'obtenir asymptotiquement, de façon rationnelle, les équations approchées résultant de l'application de l'approximation de Boussinesq. En fait, ce n'est qu'en 1973 que je suis arrivé à donner une réponse affirmative à la question de savoir : *si l'on pouvait effectivement justifier de façon consistante l'approximation de Boussinesq et obtenir par un processus asymptotique rationnel les équations de Boussinesq associées*. Cette obtention asymptotique des équations modèles de Boussinesq, a été exposée pour la première fois au « XIth Symposium on Advanced Problems in Fluid Mechanics », à Gdansk (Pologne) en 1973, et elle a fait l'objet d'une publication (en Anglais) au Archiwum Mechaniki Stosowanej à Varsovie en 1974. Le Lecteur intéressé trouvera dans le tome III du Cours de Mécanique de Paul Germain pour les élèves de l'X (édition de 1984, voir les pages 680 à 682) l'obtention succinte de ces équations de Boussinesq. Pour ce qui concerne ma thèse (soutenue en mars 1969), me rendant très vite compte que l'obtention d'équations approchées, conséquence de l'approximation de Boussinesq, demanderait du temps et de la réflexion (tout en n'étant pas sûr d'aboutir, car les diverses tentatives faites dans les années soixante de Spiegel et Veronis (1960), de Mihaljan (1962), et de Ogura et Phillips (1962), n'étaient guère convainquantes du point de vue asymptotique), je choisis une voie détournée, qui consistait à considérer dès le départ, pour le cas des écoulements non visqueux et non conducteur de la chaleur, à la place des équations d'Euler pour un gaz parfait, les équations dites « isochore » (à *énergie interne spécifique constante*), telle que la densité *se conserve sur les trajectoires*, à la place de la conservation de l'entropie spécifique ! Dans ce cas l'approximation de Boussinesq (du moins dans le cas stationnaire et encore plus pour un écoulement bidimensionnel isochore) est « presque » évidente (du moins, *à posteriori*) du fait que les « effets non-Boussinesq » sont proportionnels au paramètre (supposé petit) $\lambda = (1/2)H\beta$, à condition d'admettre que la densité varie dans l'atmosphère homogène en équilibre hydrostatique selon une loi exponentielle décroissante avec l'altitude proportionnelle à β (voir notre thèse de 1969), le paramètre (dit de « Scorer-Dorodnitsyn ») $D = \beta H^2 g/U^2$, restant constant, de l'ordre de l'unité et on a : $\lambda/Fr^2 = D$, ce qui caractérise, dans le cas isochore, l'approximation de Boussinesq, car, pour l'atmosphère, Fr^2 est toujours petit.

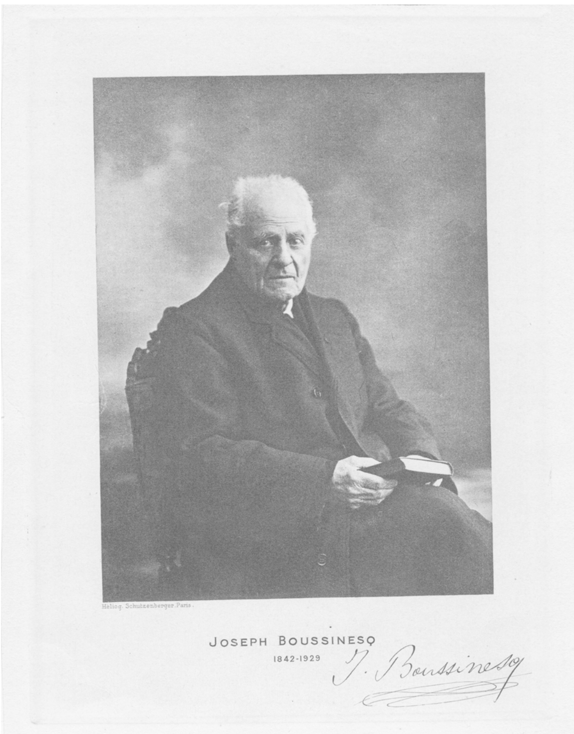
Les équations « non-Boussinesq »de la convection profonde

Mais, revenons aux équations de Boussinesq pour l'atmosphère. La « contrainte » « $Bo/M = B^*$ reste de l'ordre de un », ce qui introduit le paramètre de similitude B^*, montre que l'altitude $H \equiv H_B$ (beaucoup plus

petite que H^*) qui caractérise le mouvement, *à la Boussinesq de l'atmosphère*, est de l'ordre du kilomètre pour les valeurs usuelles moyennes météorologiques (vent et température absolue). De ce fait, *on ne peut pas analyser les phénomènes météorologiques dans toute la basse atmosphère à partir des équations résultant de l'approximation de Boussinesq*. Il faut donc « imaginer » une autre approximation et pour celà on peut tirer profit « de l'observation » suivante (d'après le Grand Dictionnaire Encyclopédique, Vol. 15, p. 10436) : « ... La Tropopause apparaît sur les courbes thermiques des sondages, au point précis où la température cesse de décroître régulièrement au taux de 0.6°C par 100m. ». L'air chaud ayant une tropopause plus élevée que l'air, du fait des mouvements de convection générés aussi bien par le relief que par les hétérogènéitées locales du sol et qui sont la cause *des ondes d'aval*. Ainsi, lorsque Bo reste de l'ordre de l'unité, on peut admettre que *l'atmosphère homogène, en équilibre hydrostatique, est aussi très proche de la stabilité neutre*. Cette observation conduit à l'existence d'un second petit paramètre, proportionnel au carré du nombre de Mach, M^2, tenant compte du faible *écart* entre la stabilité neutre et le stabilité stable/instable. Finalement, grâce à la présence de ces deux petits paramètres et à la relation de similitude correspondante, on obtient un nouveau système approché d'équations modèles dit de la *« convection profonde »* qui « ressemble » à celui obtenu par Y. Ogura et N.A. Phillips en 1962, et on pourra à ce sujet consulter le Chapitre 10 de notre livre de 1990.
Une dernière remarque concernant la stabilité qui est, en fait, fortement liée au terme de *« stratification »* dans l'équation pour la perturbation de température (de l'ordre de M^2) - ce terme (significatif) faisant intervenir la *distribution* (fonction de l'altitude) *caractérisant l'écart* dont il a été question plus haut *entre la stabilité neutre et la stabilité stable/instable*. Cet écart est effectivement très faible mais donne, via le terme lié à la « stratification » dans l'équation pour la perturbation de température un effet d'ordre un. Le modèle de la convection profonde permet (en particulier, lorsque l'on néglige la viscosité) d'analyser les *ondes* dites *« de relief »* qui apparaîssent au-dessus et à l'aval d'une montagne dans une troposphère stratifiée, supposée adiabatique et stable.

Joseph Boussinesq : l'Homme et le Savant

La Lecture faite, par Émile Picard, en la séance annuelle du 11 décembre 1933 (Institut de France 1933-28), retrace en détail la vie et l'œuvre de Joseph Boussinesq et je me contenterais, pour ma part, à mentionner uniquement quelques étapes clefs. Né à Saint-André-de-Sangonis, petite commune dans la plaine de l'Hérault à 30 kilomètres de Montpellier, le 15 mars 1842, dans une famille de modestes cultivateurs, le tout jeune Boussinesq s'intéressait, semble-t-il, déjà aux ondes qui apparaîssent à la surface de l'eau et aux tourbillons que ses ébats produisaient dans la rivière ! À 19 ans, Boussinesq était déjà licencié des sciences mathématiques de la Faculté des Sciences de Montpellier (une des rues de cette ville porte d'ailleurs le nom de Boussinesq). Six ans plus tard,



à 25 ans, Boussinesq soutient le 16 mai 1867, devant la Faculté des sciences de Paris, une thèse de Doctorat sur la propagation de la chaleur dans les milieux hétérogènes, où l'on reconnait un lecteur assidu de Fourier et de Lamé -36 ans plus tard, en 1903, apparaîtra le fameux tome II de la *Théorie analytique de la chaleur*, où se trouve, justement, l'observation à la base de l'approximation de Boussinesq. Après cette thèse, suite à une Note aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (22 juillet 1867, t. LXV, p. 167), Saint-Venant s'intéressa à Boussinesq et ne manqua jamais, par la suite, une occasion de faire ressortir le grand intérêt de ses travaux et au début de 1873, Saint-Venant obtenait de Jules Simon (alors ministre de l'Instruction Paublique) la nomination de Boussinesq à la Faculté des Sciences de Lille - il avait alors 31 ans. En hydrodynamique et en hydraulique, Boussinesq a exercé une véritable maitrise et ici je me bornerait à quelques mots concernant la fameuse équation de Boussinesq (voir, par exemple, Zeytounian 1994) pour les ondes longues à la surface de l'eau (le Lecteur averti pourra au sujet de la théorie non linéaire de ces ondes consulter notre article de revue de 1995, paru à l'occasion des « 30 ans du soliton »). Il s'agit du phénomène de l'onde solitaire de J.S. Russell (1844) qui, se promenant à cheval en suivant un canal le long duquel un bateau était halé, remarqua la formation subite d'une onde parti de l'avant du bateau suite à l'arrêt brusque de ce dernier. Cette onde chemina avec une assez grande vitesse, et Russel (comme le nomme Émile Picard !) la suivit quelque temps. Divers efforts furent faits sans succès en Angleterre pour expliquer ce phénomène en se basant sur les théories de Airy (1845) et de Stokes (1949), et c'est Rayleigh qui en 1876 en donna une explication partielle. Finalement, le véritable caractère en fut fixé par Boussinesq (après deux Notes aux Comptes Rendus de l'Académie des sciences en 1871 et un article dans le Journal de Maths Pures et Appliquées en 1872) dans son Mémoire *Essai sur la Théorie des Eaux Courantes* de 1877, qui rendit compte non seulement de la formation de cette onde, mais qui donna aussi la loi de sa propagation, ainsi que l'équation de sa coupe longitudinale. On notera de plus que l'on obtient, en fait, la célèbre équation KdV (que Korteweg et de Vries « découvrirons » en 1895 soit 18 ans plus tard) à partir de sa propre équation (281) (voir Mémoire fondamental de Boussinesq de 1877, l'équation 283 bis page 354). Il faut cependant observer que l'équation de Boussinesq est, en toute rigueur, inconsistante dans le cadre d'une approche asymptotique, étant donné que le paramètre d'onde longue (supposé petit devant un), permettant son obtention, reste présent dans cette équation ! Mais heureusement, de cette équation « inconsistante » de Boussinesq on obtient l'équation KdV qui, elle, est une limite asymptotique consistante des équations exactes gouvernant les ondes potentielles non linéaires à la surface de l'eau. En 1886, le 18 janvier, Boussinesq est élu dans la Section de Mécanique de l'Académie des Sciences. Peu de mois avant son élection académique, Boussinesq avait été chargé à la Faculté des Sciences de Paris du cours de Mécanique Physique et Expérimentale, chaire dont il devint titulaire au mois d'août, et qu'il conserva jusqu'en 1890, où il passa dans la chaire de Physique Mathématique et Calcul des Probatilités. On retrouve quelques uns de ses enseignements dans les trois volumes, originaux à divers titres, qu'il a publiés sous le titre de *Théorie analytique de la chaleur* pour les deux premiers, et de *Cours de physique mathématique de la Faculté des Sciences* (avec compléments) pour le troisième, volumes traitant en réalité de sujets très variés et parfois inattendus. C'est seulement en 1902 que Boussinesq fait intervenir la température dans les problèmes relatifs aux échanges par convection et remarque que, quand un liquide ou un gaz pesant se met en mouvement au voisinage d'un corps chaud, les inégalités de densité dues à la présence de ce corps influent très peu sur la distribution des lignes de flux. Comme nous l'avons déjà noté plus haut, dans le second tome (édité en 1903) de sa *Théorie analytique de la chaleur*, à la page 174, on trouvera un système d'équations approchées qui dcoule d'une discussion des plus pertinente qui se trouve dans la section 261(pp. 172-174), et où apparaît le terme : $\rho g \alpha \theta$, qui exprime, selon Boussinesq, une sorte de pesanteur supplémentaire, proportionnelle à l'échauffement θ, mais dirigée de bas en haut. Toute la vie de Boussinesq fut consacrée à la recherche et à l'enseignement. Il fut pendant 40 ans l'hôte assidu de la bibliothèque de l'Institut quai Conti à Paris. Peu soucieux des honneurs, il ne manquait pas de dire que : *« le savant a tout lieu d'être modeste, humble même, dans son triomphe si péniblement obtenu »* et interprétant à sa manière la fresque de Puvis de Chavannes du grand amphithéatre de la Sorbonne, il écrit : *« l'ensemble de nos connaissances claires se trouve comme perdues au milieu d'un océan de ténèbres »*. Cette note mélancolique complète le portrait de Boussinesq, qui en son temps a honoré, par la noblesse de son caractère et l'importance de son œuvre scientifique, l'Académie des Sciences de Paris. Il est mort le 19 février 1929, âgé 86 ans.

En guise de conclusion

On notera que la mise en évidence du statut asymptotique des équations de Boussinesq (à ce sujet, voir aussi l'article de Bois 1991, qui donne une obtention unifiée pour les gaz et les liquides), aussi bien pour les gaz (l'air) que les liquides (peu dilatables), qui combine la météorologie, l'aéro-hydrodynamique, l'analyse dimensionnelle et les processus limites, est un exemple remarquable qui montre la difficulté de la modèlisation asymptotique. Il me semble que celà devrait inciter les mathématiciens appliqués qui s'intéressent aux problèmes de la mécanique des fluides (en particulier au *passage du compressible à l'incompressible* et à l'obtention de résultats *mathématiquement rigoureux* pour les diverses *équations modèles de la météorologie*) à ne pas considérer ces problèmes comme de simples « exercices d'applications » des techniques mathématiques rigoureuses basées sur l'analyse fonctionnelle moderne abstraite !

Références bibliographiques citées

G.B.Airy. *Tides and waves*. Section 382 in « Encyclopedia Metropolitana », Vol.5.p.(1845).

P.-A.Bois. *Asymptotic aspects of the Boussiesq approximations for gases and liquids. Geophys*. Astro.Fluid Dyn., **58**, 45-55, (1991).

J.Boussinesq. C.R. Acad. Sci., **72**, 755 et **73**, 256, 1871.

J.Boussinesq. Math. Pures et Appl., **17** (2), 55, 1872.

J.Boussinesq. *Essai sur la Théorie des Eaux Courantes*. Mémoires présentés par divers Savants à l'Académie des sciences-Institut de France, série 2, **23**, 1 (1877), **24**, 1, (1877).

J.Boussinesq. *Théorie Analytique de la chaleur*. Gauthier-Villars, Paris, 1903.

H.Bénard. *Les Tourbillons cellulaires dans une nappe liquide*. Revue générale des sciences pures et appliquées, **11**, 1261-71, (1900).

H.Bénard. *Les Tourbillons cellulaires dans une nappe liquide transportant de la chaleur par convection en régime permanent*. Annales de Chimie et de Physique, **23**, 62-144, (1901).

M.J.Block. *Surface tension as the cause of Bénard cells and surface deformation in a liquid film*. Nature, **178**, 650-651, (1956).

S.Chandrasekhar. *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Oxford, at the Clarendon Press, 1961.

P.C.Dauby et G.Lebon. J.Fluid Mechanics, **329**, 25-64, (1996).

P.Germain. *Mécanique*. En 4 tomes, École polytechnique, Département de Mécanique, édition de 1984.

E.Guyon, J.-P.Hulin et L.Petit. *Hydrodynamique Physique*. Nouvelle édition revue et augmentée. Collection Savoirs actuels coéditée avec CNRS éditions, Paris, 2001.

D.J.Korteweg and G. de Vries. Philos. Mag. **39**, 422, (1895).

P.Manneville. Convection de Rayleigh-Bénard. Journée H.Bénard, ESPCI, 25 juin 2001, 15 pages, Paris.

Carl Marangoni. *Sull' espansione delle goccie di un liquido gallggiante sulla superficie die altro liquido*. Pavia, tip. Fusi., Agosto 1865.

Carl Marangoni. *Ueber die Ausbreitung der Tropfen einer Flüssigkeit auf der Oberfläche einer anderen*. Annalen der Physik und Chimie, band **CXLIII**, 337-354, (1871).

J.Mihaljan. *A rigorous exposition of the Boussinesq approximation apllicable to a thin layer of fluid*. Astrophys.J., **136**, 1126-113, (1962).

Y.Ogura et N.A.Phillips. *Scale Analysis of Deep and Shallow Convection in the Atmosphere*. J.Atmosph. Sci., **19**, 173-179, (1962).

J.R.A.Pearson. *On convection cells induced by surface tension*. J.Fluid Mechanics, **4**, 489-500 (1958).

Émile Picard. *La vie et l'œuvre de Joseph Boussinesq*. Lecture faite en la séance annuelle du 11 décembre 1933, 43 pages Gauthier-Villars, Paris, MCMXXXIII.

Lord Rayleigh. *On convective currents in a horizontal layer of fluid when the higher temperature is on the under side*. Phil. Mag. **32**, 529-46, (1916).

J.S.Russell. *Report on waves*. Report of the Fourteenth Meeting of the British Association for the advancement of Science, York 1844, John Murray, London, p. 311, (1844).

E.A.Spiegel and G.Veronis. *On the Boussinesq approximation for a compressible fluid*. Astrophys. J., **131**, 442-447, (1960).

G.G.Stokes. *On the theory of oscillatory waves*. Trans. Cambridge Philos. Soc., **8**, 441-455 (1849) ; voir aussi : Mathematics and Physics Papers, Vol. **1**, p. 197, Cambridge University Press, 1880.

R.Kh.Zeytounian. *Etude des phénomènes d'ondes dans les écoulements stationnaires d'un fluide stratifié non visqueux*. Publication ONERA N° 126 (Février 1969), 94 pages et 18 figures.

R.Kh.Zeytounian. *A rigourous derivation of the equations of compressible viscous fluid motion with gravity at low Mach number*. Archives of Mechanics (Archiwum

Mechaniki Stosowanej), **26**, n° 3, 499-509, (1974).

R.Kh.Zeytounian. *Asymptotic Modeling of Atmospheric Flows*. Springer-Verlag, Heidelberg, 1990.

R.Kh.Zeytounian. *A quasi-one-dimensional asymptotic theory for non-linear water waves*. Journal of Engineering Mathematics, **28**, 261-296 (1994).

R.Kh.Zeytounian. *Nonlinear long waves on water and solitons*. Physics-Uspekhi 38 (12), 1333-1381, (1995).

R.Kh.Zeytounian. *The Bénard-Marangoni thermocapillary instability problem : on the role of the buoyancy*. Int. J.Engng. Sci., Vol. 35, N° 5, 455-466, (1997).

R.Kh.Zeytounian. *The bénard-Marangoni thermocapillary-instability problem*. Physics-Uspekhi **41** (3), 241-267, (1998).

R.Kh.Zeytounian. *Asymptotic Modelling of Fluid Flow Phenomena*. Kluwer Academic Publishers, FMIA **64**, Dordrecht, The Netherlands, 2002.

QUELLES MATHÉMATIQUES ? ET COMMENT ? DANS LES ÉCOLES D'INGÉNIEURS.

par Jean Fabbri *

Il ne s'agit pas ici de revenir sur la longue et minutieuse étude entreprise sous l'égide du CNE[1] qui dresse le panorama critique des lieux, mais bien plutôt de réfléchir au « comment » sont transmises ces connaissances mathématiques, qu'elles apparaissent dans un cycle de formation dite de base, ou dans des cursus plus spécialisés aux thématiques précises tels « traitement du signal », « modélisation mécanique », « fiabilité », « modèles financiers ».

La communauté scientifique reconnaît l'apport indispensable et souvent inattendu des mathématiques au sein de tous les champs disciplinaires. . . mais dès lors qu'il s'agit d'enseigner ces résultats et méthodes mathématiques, il en est beaucoup parmi nos collègues des autres disciplines et directeurs d'écoles pour affirmer que « ce sera aussi bien fait par des non-mathématiciens ». Cette situation est parfaitement illustrée dans plusieurs écoles d'ingénieurs, dans des configurations diverses[2], soit la croissance des effectifs étudiants génère une augmentation des postes d'enseignants, sauf en mathématiques, soit les départs à la retraite de mathématiciens sont l'occasion de redéploiements dans d'autres disciplines, soit encore on privilégie le volume enseigné par des PRAG sur l'installation d'un enseignant-chercheur.

Cette situation tend à devenir la règle, si sont confirmés les propos, rapportés par un directeur d'école après la visite d'un groupe d'experts de la Commission du titre d'ingénieur[3] (CTI) : « la formation d'ingénieurs, doit selon la CTI, reposer sur les disciplines majeures que sont la mécanique, l'électronique, l'automatique, l'informatique, et sur les disciplines d'accompagnement ; pour ce faire, selon les experts, les enseignements de mathématiques dans beaucoup d'écoles sont plus faits par des applicateurs que par des enseignants chercheurs ; par contre l'informatique demande des postes en 27^e^section ».

À court et long termes, de telles décisions seraient graves :
– appauvrissement et à brève échéance inefficacité de techniques mathématiques enseignées hors de tout contexte et culture mathématique ;
– conditions de travail difficiles pour les collègues affectés en école ;
– menaces sur les postes et donc les débouchés des jeunes docteurs en mathématiques, et plus globalement sur le renouvellement de notre communauté scientifique diversifiée ;
– étiolement des liens entre chercheurs et entre disciplines.

À nous de convaincre et d'inverser cette tendance.

*Maître de conférences, université de Tours, EIVL (Blois)
[1]À consulter sur le site www.cne-evaluation.fr
[2]EIVL de Blois, Ireste (devenue EPU de l'université de Nantes)
[3]www.commissions-cti.fr

PÉDAGOGIE POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN ÉCOLE D'INGÉNIEURS

par Pierre Spiteri*

I — INTRODUCTION

L'enseignement des mathématiques a toujours été délicat. Ceci est particulièrement vrai dans les écoles d'ingénieurs, dans la mesure où le public concerné a effectué deux à trois années d'étude en classes préparatoires et qu'il aspire alors à un enseignement moins centré sur les sciences fondamentales largement abordées au cours des années antérieures.

Dans le présent article, nous analysons les difficultés auxquelles sont confrontés les enseignants de mathématiques exerçant en école d'ingénieurs. Ces difficultés sont liées essentiellement, d'une part à l'hétérogénéité du recrutement, et d'autre part, lorsque les écoles visent une formation généraliste, à la lourdeur des programmes d'enseignement. Une particularité de l'enseignement en école d'ingénieurs est que, au niveau national, ni le contenu des programmes d'enseignement, ni les volumes horaires ne sont harmonisés, et ceci pour une même formation.

À partir de ces constatations, nous effectuerons une investigation sur les moyens pédagogiques à mettre en œuvre, moyens qui contribueraient d'une part à prendre en compte les besoins des industriels et d'autre part à rendre acteurs de leur formation les élèves ingénieurs.

II — LE RECRUTEMENT EN ÉCOLE D'INGÉNIEURS

Les élèves ingénieurs sont recrutés soit à partir des classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) pour leur grande majorité, soit à partir du concours DEUG ; ils peuvent être également admis sur titre en première année d'école s'ils sont titulaires d'un DEUG, d'un DUT ou d'un BTS et en seconde année s'ils possèdent une maîtrise. Certaines écoles ont des classes préparatoires intégrées ; c'est typiquement le cas des INSA ; cependant il existe des classes préparatoires intégrées à une école particulière mais il existe également des classes préparatoires intégrées à un réseau d'écoles, comme le Cycle préparatoire polytechnique des Instituts nationaux polytechniques de Grenoble, Nancy et Toulouse. Enfin, il existe des possibilités d'admission en école par le biais de la formation continue, ou d'accords avec des pays partenaires de la France.

*ENSEEIHT - Toulouse

L'hétérogénéité du recrutement en école d'ingénieurs pose, à l'évidence, des problèmes pédagogiques importants, particulièrement en mathématiques. Elle nécessite un effort important d'adaptation des enseignants et en particulier la mise en place d'enseignements de mise à niveau et de soutien en mathématiques. La remise à niveau porte sur des questions de topologie, d'algèbre linéaire, d'intégration ou sur d'autres questions insuffisamment approfondies durant le premier cycle. Le soutien, beaucoup moins pratiqué en école, permet à des élèves ingénieurs soit d'approfondir avec leur enseignant telle ou telle partie du programme, soit d'avoir des séances de travaux dirigés supplémentaires.

Compte tenu encore de l'hétérogénéité du recrutement, il est bien clair que le niveau et la motivation des élèves pour les mathématiques sont inégaux. En général, les élèves ingénieurs recrutés à partir des CPGE suivent bien les enseignements de mathématiques. Par contre, les autres ont plus de mal dans cette discipline, notamment lorsqu'ils sont issus des cycles courts spécialisés (DUT, BTS ou encore voie de la formation continue), dans la mesure où, dans leurs formations, les notions fondamentales de base ont été insuffisamment approfondies au profit d'enseignements technologiques. Cependant, si certains élèves sont peu motivés par les matières abstraites, en particulier les mathématiques, d'autres, a contrario, sont particulièrement intéressés par ces enseignements qu'ils soient de type fondamental ou applicatif. Par exemple, dans les filières de type informatique et mathématiques appliquées qui comportent un nombre élevé d'enseignements de mathématiques, 20% à 25% d'élèves sont très intéressés par les mathématiques ; on retrouve également le même type de motivation pour cette discipline chez des élèves suivant des enseignements dans d'autres filières plus traditionnelles comme les filières de physique fondamentale et appliquée. Par ailleurs, certains anciens élèves ingénieurs obtiennent l'agrégation de mathématiques ou un poste d'enseignant chercheur en mathématiques.

III — Le contenu des enseignements

Les enseignants de mathématiques en poste dans une école d'ingénieurs ont à leur charge une culture à transmettre, tout en prenant en compte les besoins des futurs ingénieurs lorsque ces derniers seront employés. La culture mathématique à transmettre est composée pour partie par un complément aux résultats fondamentaux acquis durant le premier cycle qu'il convient de consolider voire d'enrichir et, pour l'autre partie, par les enseignements de mathématiques appliquées.

Ainsi, dans toutes les écoles, on retrouve enseignées les mêmes têtes de chapitre. Par exemple, compte tenu des progrès de la modélisation et de la simulation numérique, on trouvera, dans pratiquement toutes les filières, des enseignements d'optimisation et d'algèbre linéaire, éléments de base pour déterminer une loi d’identification d’une série de mesures. De même, les probabilités et les statistiques sont enseignées dans la plupart des filières d’ingénieurs.

Cependant, le besoin de connaissance en mathématiques doit s’adapter le plus harmonieusement possible aux besoins de la filière et en conséquence elles sont enseignées à des niveaux différents, avec des volumes horaires distincts suivant l’école et sa spécialité.

Par exemple, dans les filières de biologie et d’agronomie, l’accent est mis en particulier sur les techniques statistiques incluant l’apprentissage d’analyse en composante principale ainsi que l’identification et l’optimisation de processus linéaires et non linéaires.

Dans les écoles de chimie, les connaissances de probabilités et statistiques sont appliquées pour l’analyse des structures moléculaires en utilisant les résultats de physique statistique. En cinétique chimique, il est également indispensable de maîtriser la résolution d’équations différentielles ordinaires (EDO), y compris par voie numérique. De même, la solution de l’équation de Shrődinger, en chimie générale, ne peut être obtenue que si les élèves savent résoudre, numériquement ou non, des équations aux dérivées partielles (EDP). De même, certaines écoles de chimie sont spécialisées en génie des procédés et/ou en génie chimique, ce qui nécessite la maîtrise de la résolution numérique d’autres types d’EDP.

Dans les écoles dispensant une spécialité en physique fondamentale ou appliquée (électronique, électrotechnique, mécanique des fluides ou du solide, micro mécanique, etc), sont abordées des questions relatives à l’algèbre linéaire en particulier la résolution numérique de grands systèmes linéaires, l’analyse numérique, la résolution numérique d’EDO et d’EDP, l’optimisation et le contrôle optimal, les systèmes dynamiques, la variable complexe, la transformation de Fourier et de Laplace, ainsi que des questions relevant également des probabilités — statistiques et du traitement du signal.

Enfin, dans les filières spécialisées en informatique et mathématiques appliquées, les besoins sont identiques à ceux recensés à l’alinéa précédent, quoique nettement plus approfondis ; ces enseignements sont également complétés par des cours d’analyse, d’algèbre, de logique et de théorie des graphes. Le cours d’analyse fonctionnelle est un outil indispensable à l’approfondissement des enseignements de calcul numérique et ceux qui relèvent de processus aléatoires. Les structures algébriques interviennent dans les enseignements de théorie des langages. Les autres applications des mathématiques à l’informatique sont relatives à l’intelligence artificielle, à la synthèse d’images, à la vision par ordinateur et plus généralement au traitement du signal.

Cet enseignement amont est complété par un enseignement de base en informatique (apprentissage de commandes d’un ou de plusieurs système(s) d’exploitation, de la programmation et d’au moins un langage de programmation), complété par l'apprentissage d'outils de calcul numérique (Matlab), ou de calcul formel (Mapple, Mathematica, Mathcad,...) ainsi que celui de l'utilisation de logiciels de simulation (Fluent, Ansys, Spice,...) ou de bibliothèques (Nag, S-Plus, Blas,...) et également utilisation du *mail* et du Web, gravage de CD-ROM...

Outre les enseignements nécessaires à dispenser dans la discipline relevant de la formation spécifique, ainsi que des autres domaines scientifiques, les élèves ingénieurs doivent également acquérir des connaissances en gestion, économie, expression écrite et orale ainsi que sur le monde de l'entreprise ; de plus une ou deux langues vivantes sont également enseignées et les élèves pratiquent au moins une séance d'éducation physique et sportive par semaine.

IV — La lourdeur des programmes

À partir des éléments recencés aux paragraphes précédents, on constate que les élèves ingénieurs ont une formation de base acquise en deux ou trois ans d'étude qui leur permet d'acquérir les notions indispensables à une spécialisation dans des domaines aussi diversifiés que ceux allant de la biologie aux télécommunications, en passant par la chimie ou la physique qu'elle soit fondamentale ou appliquée. Ils passent, de plus, en moyenne trois ans dans les écoles. On cherche donc, à leur faire acquérir dans un temps relativement bref, des connaissances scientifiques, techniques et générales considérables. Il faut avoir conscience que c'est de moins en moins possible, d'autant plus que les années de préparation post baccalauréat sont extrêmement dures.

A contrario, actuellement, les écoles cherchent à former des ingénieurs généralistes qui pourront s'adapter le plus facilement possible à des réorientations de carrière dans un monde du travail où on demande une grande polyvalence, en particulier aux cadres, et une migration vers les domaines économiques les plus porteurs. La formation en mathématiques est une des voies pour atteindre cet objectif.

Comme on l'a vu, les besoins culturels en mathématiques dans les écoles sont divers et variés ; cependant, on peut remarquer que d'une filière spécialisée à une autre filière d'ingénieur dispensant une spécialité identique, les programmes ainsi que les volumes horaires des enseignements de mathématiques ne sont pas forcément les mêmes. Ceux-ci sont déterminés par la direction des études de l'école, en concertation avec l'ensemble des enseignants ; en particulier la disparité des volumes horaires d'enseignement, qui peuvent varier du simple au double, est notable pour un même chapitre et une spécialisation identique. On a ainsi assisté, il y a quelques années à une nette diminution dans de nombreuses écoles, des volumes horaires affectés aux enseignements scientifiques, en particulier en mathématiques.

En fait, il serait utile de répertorier le plus finement possible, les notions en mathématiques nécessaires à la formation en fonction de la spécificité de celle-ci (biologie, chimie, électronique, électrotechnique, informatique, mécanique, physique fondamentale..) et définir les volumes horaires suffisants pour enseigner correctement les mathématiques et montrer aux élèves leurs applications,

V — LES DIFFICULTÉS DES ENSEIGNANTS

On a vu aux paragraphes précédents que les élèves ingénieurs avaient des profils de formation initiale en premier cycle différents et que, de plus, ils n'étaient pas forcément tous motivés par les concepts abstraits, en particulier ceux enseignés en mathématiques. A ce stade, il faut prendre conscience qu'on assiste depuis une dizaine d'année à la mise en œuvre de réformes successives dans les lycées qui ont pour effet de diminuer le volume horaire des enseignements, en particulier en mathématiques, et donc de réduire le contenu des programmes. Cet état de fait a des conséquences particulièrement graves dans la mesure où les vertus du raisonnement, de la logique, de la rigueur, de la formalisation et de l'abstraction, évidemment nécessaires à la modélisation, sont sacrifiés au profit, depuis peu de temps, d'une expérimentation à travers des logiciels, sans que les bases théoriques et scientifiques sous jacentes soient réellement exposées.

Cette diminution des volumes horaires d'enseignement de mathématiques est particulièrement visible en école et a les mêmes effets néfastes ; à terme, les indispensables méthodes de travail favorisées par la formation scientifique, encore plus nécessaires aujourd'hui qu'hier, seront sacrifiées. La diminution des volumes horaires d'enseignement de mathématiques en école aura à terme des conséquences certaines et il faut absolument éviter que les enseignants aient tout juste le temps d'exposer à la hâte des recettes de cuisine sans que les résultats fondamentaux ne soient démontrés et sans que l'enseignant n'ait le temps de donner aux élèves le recul nécessaire.

Cette situation est d'autant plus aggravée que le nombre d'enseignants de mathématiques relevant des sections 25 et 26 du CNU est très faible dans les écoles d'ingénieurs. Dès lors, ils se retrouvent isolés, sauf s'ils collaborent de manière pluridisciplinaire avec leurs collègues relevant d'autres sections du CNU aussi bien dans des projets pédagogiques que scientifiques. Ces collaborations scientifiques, quand elles existent, ont d'ailleurs un effet très positif quant à l'intégration des enseignants chercheurs mathématiciens dans les équipes pédagogiques de l'école. La mise sur pied d'équipes pédagogiques pluridisciplinaires comprenant des mathématiciens a pour effet bénéfique de donner une cohérence à la formation et de montrer aux élèves tout l'intérêt de la rigueur apportée par les mathématiques dans les applications. Il permet également aux mathématiciens de mettre en évidence les applications des mathématiques à la formation spécifique d'ingénieur et de montrer, de plus, que les mathématiques constituent un outil universel puissant, ayant une capacité d'appréhender un problème donné, outil qui peut être utilisé dans des applications diverses et variées.

VI — VERS DE NOUVELLES MÉTHODES PÉDAGOGIQUES ?

À ce stade, il convient de se souvenir des besoins des industriels, futurs employeurs des élèves ingénieurs. En effet, depuis quelques années, on assiste à une évolution du métier d'ingénieur car les entreprises utilisent actuellement la modélisation et la simulation numérique de manière intensive et, par conséquent demandent des élèves formés clé en main sachant modéliser, simuler et produire des images numériques pour visualiser et illustrer des phénomènes physiques, chimiques, biologiques, économiques,..etc. Les phases de modélisation, simulation et visualisation demandent à l'évidence des connaissances approfondies en mathématiques et prennent en compte divers aspects pratiques dépendant du type d'ordinateur utilisé et des logiciels mis en œuvre. La demande d'ingénieurs et de scientifiques sur le marché du travail est croissante et va encore s'accentuer dans les prochaines années. Tous les secteurs de l'informatique recrutent près de 25% des jeunes ingénieurs ; de plus, il existe des secteurs en pleine expansion, comme les télécommunications — réseaux et les nouvelles technologies, les nouveaux métiers de la banque et de la finance, qui ont accru le recrutement issu des filières traditionnelles de formation.

Ainsi, la conférence des grandes écoles indiquait, il y a peu de temps, que plus d'un élève ingénieur sur deux trouvait un premier emploi avant la fin de sa scolarité et que, globalement, 80% environ des diplômés des grandes écoles obtenaient un emploi dans les deux mois après la sortie d'école. À cet effet, se superpose une autre observation relative à l'internationalisation du recrutement ; en effet, près de 12 % des jeunes diplomés issus du système des grandes écoles sont embauchés à l'étranger.

Ces chiffres prouvent, si besoin était, la bonne qualité des formations dispensées en France. Les grands chapitres de mathématiques intervenant dans les besoins industriels sont donc divers et variés et correspondent justement à ceux enseignés dans les écoles.

À partir de cette analyse, on peut envisager des moyens pédagogiques à mettre en œuvre pour l'enseignement des mathématiques qui tiennent compte de la réalité liée à la désaffection des jeunes pour l'abstraction, des volumes horaires d'enseignement étriqués et des besoins industriels. Ces moyens doivent également permettre de faire évoluer l'enseignement avec les progrès de la science et de la technologie. En particulier, l'enseignement en école d'ingénieurs devrait permettre aux élèves d'acquérir :

– une bonne culture de base dans le domaine des mathématiques générales,

– une excellente connaissance des domaines d'applications et du traitement mathématique et algorithmique des équations ou systèmes d'équations modélisant ces applications,
– une maîtrise effective de la pratique de l'ensemble des outils informatiques.

Ce challenge est d'autant plus difficile que :
– la motivation des élèves ingénieurs pour la conceptualisation théorique est en forte décroissance, compte tenu des réformes successives dans l'enseignement secondaires et dans les CPGE,
– les élèves répugnent de plus en plus à effectuer des calculs analytiques,
– ils sont par contre de plus en plus friands de systèmes de calcul tout faits et prêts à être utilisés alors même qu'ils ne maîtrisent pas forcément les limites d'utilisation de ces logiciels.

À partir de ce constat, deux idées de solutions peuvent être dégagées ; elles sont basées sur l'utilisation de l'image, animée ou non, ainsi que sur la participation active et effective des élèves, participation toujours motivante. Une des solutions possibles est de projeter aux élèves des résultats de simulation sous forme de films ou de CD-ROM ou en se connectant à un site internet, à l'occasion de la présentation du cours ou pour illustrer tel ou tel point de ce dernier ; on peut également leur faire effectuer une simulation sur des cas d'école simples à l'occasion de bureaux d'études proposés en concertation avec des enseignants des autres disciplines, compte tenu également de la spécificité de la formation dispensée par l'école. Ces derniers bureaux d'études, tout au moins les meilleurs, peuvent d'ailleurs enrichir le site internet de l'école et/ou être gravés sur CD-ROM.

On peut également utilement compléter ces enseignements en invitant des ingénieurs, anciens élèves, à effectuer des conférences sur les applications des notions enseignées durant la scolarité ; il s'agit non pas ici de rentrer dans tous les détails mais de faire un panorama assez général des besoins industriels et de ce qu'apporte la formation à ce sujet. Cette information sera complétée utilement par des stages dans l'industrie durant toute la scolarité.

Il restera tout de même à trouver des moyens pour intéresser les élèves à la partie fondamentale et théorique de l'enseignement. On pourra utilement partir d'applications spécifiques à la formation, puis formaliser sur le plan mathématique en insistant sur le fait que lorsqu'un résultat théorique est établi, il permet une sûreté de fonctionnement pour les nombreuses applications pratiques ; on pourra en lister certaines en fonction du ou des chapitres traités. On pourra également organiser des mini - soutenances de bureaux d'études et aider les élèves à faire ressortir à travers les résultats des simulations numériques l'importance des hypothèses et des résultats vus en cours (régularité des solutions et impact sur les majorations d'erreurs par exemple, stabilité numérique, ..etc..). On pourra choisir des thèmes de projet permettant d'avoir dans certains cas des résultats corrects et dans d'autres cas des résultats incorrects, en fonction de la valeur des paramètres ; cette situation est facile à obtenir en considérant la résolution de problèmes d'évolution par des schémas numériques explicites ou implicites, les premiers pouvant être instables. D'autres exemples classiques d'instabilité existent lorsqu'on considère la résolution du problème de convection - diffusion avec convection prépondérante. A partir de ces constations on peut remonter aux résultats théoriques du cours. Enfin on peut envisager des enseignements de type cours — TD par petit effectif, ce qui peut être favorisé par l'utilisation des TICE (Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement), techniques pédagogiques qui peuvent faciliter la tâche des enseignants.

Par ailleurs, compte tenu de la nécessaire augmentation des programmes d'enseignement dans leur ensemble, il convient d'envisager des enseignements dans le cadre de la formation continue à l'occasion, par exemple, d'échanges écoles - industries.

VII — Conclusion

Ces réflexions n'ont pas vocation à résoudre tous les problèmes liés à l'enseignement des mathématiques en école d'ingénieurs. Elles peuvent contribuer à analyser la réalité des faits, à susciter des réflexions dans la communauté enseignante et scientifique afin de dégager des solutions efficaces.

RÉSUMÉS DE THÈSES

par Alain Largillier

Il est rappelé aux personnes qui souhaitent faire apparaître un résumé de leur thèse ou de leur HDR que celui-ci ne doit pas dépasser une vingtaine de lignes. Le non-respect de cette contrainte conduira inexorablement à un retard important de leur parution voire à un refus de publication.

HABILITATIONS À DIRIGER DES RECHERCHES

Jean-Marc Bardet

Étude de l'autosimilarité, de l'irrégularité locale et de la longue mémoire de processus stochastiques.

Soutenue le 21 novembre 2002
à l'université Paul Sabatier de Toulouse 3

Ce dossier d'habilitation se fait l'échos de différents travaux de recherche dont le thème central est l'étude de processus stochastiques. Cette étude s'articule autour de trois axes principaux. Le premier porte sur l'estimation paramétrique et semi-paramétrique du paramètre de Hurst pour des processus stationnaires à longue mémoire. Les techniques utilisées sont celles de l'analyse par ondelettes et par variations quadratiques. Le deuxième thème porte sur l'étude de l'irrégularité locale de processus et ses conséquences. Ainsi, pour un processus multidimensionnel gaussien ou stable à index, on relie sa dimension de Hausdorff au comportement asymptotique de sa mesure d'occupation d'autointersection. Par ailleurs, on montre que la queue de la loi de distribution du supremum d'un processus gaussien régulier admet un développement asymptotique dépendant uniquement du comportement local du processus sous certaines conditions. Enfin, le troisième thème porte sur les propriétés d'autosimilarité, et recoupe ainsi les deux thèmes précédents. Après avoir construit un test d'autosimilarité pour des processus gaussiens à accroissements stationnaires, on s'intéresse à des processus, les mouvements browniens fractionnaires multi-échelles, qui possèdent des propriétés d'autosimilarité distinctes suivant les échelles considérées. Après une analyse par ondelettes et la détection de ruptures, on aboutit à l'estimation des différents paramètres et à un test d'ajustement.

Francis Ribaud

Sur la résolution de quelques équations d’évolution semi-linéaires.

Soutenue le 16 décembre 2002
à l’université de Marne la Vallée

Ce mémoire est consacré à l’étude de quelques classes d’équations aux dérivées partielles issues de la physique. Nous nous sommes principalement intéressés aux équations d’évolution de type semi-linéaire. De telles équations permettent de décrire l’évolution au cours du temps d’un système physique soumis à une loi d’évolution dont on connaît la configuration initiale au temps $t = 0$. Bien qu’il existe quelques cas exceptionnels où l’on soit en mesure de calculer la solution de telles équations, en général on ne sait pas déterminer celle-ci de manière explicite. On peut tout au plus espérer montrer l’existence d’une solution, éventuellement son unicité, et mettre en évidence quelques propriétés qualitatives de celle-ci. Nous étudions ici quatre classes d’équations d’évolution semi-linéaires.

Dans la première partie, nous étudions une classe d’équations de type parabolique semi-linéaire qui inclut entre autres les équations de Navier-Stokes, les équations de Burgers généralisées avec terme de viscosité et les équations de la chaleur semi-linéaires. Nous donnons des résultats d’existence et d’unicité pour des données initiales dans les espaces de Sobolev, puis, nous étudions le comportement asymptotique de certaines solutions globales. Nous montrons ensuite l’optimalité de certains de nos résultats. Pour finir, nous donnons des critères d’unicité pour les solutions faibles des équations de Navier-Stokes dans l’esprit de ceux de Serrin, Sohr et von Wahl.

La seconde partie est consacrée au problème de l’existence de solutions auto-similaires pour les équations de Schrödinger et des ondes semi-linéaires. Nous introduisons des espaces de résolution non-standards pour ces équations et nous montrons que les données initiales qui génèrent des solutions auto-similaires appartiennent à ceux-ci. Nous obtenons ainsi l’existence de solutions auto-similaires sans hypothèse de symétrie radiale pour une large gamme de non-linéarités. Dans le cas de l’équation des ondes, nous mettons en évidence que les données initiales asymptotiquement homogènes (en espace) génèrent des solutions asymptotiquement auto-similaires (en temps).

Dans la troisième partie, nous considérons des équations dispersives dont les non-linéarités comprennent une dérivée. Il s’agit des équations de Korteweg-de Vries généralisées et de Benjamin-Ono généralisées. Nous étudions le problème de Cauchy associé pour des données initiales de régularité minimale et nous obtenons des résultats optimaux qui généralisent ceux de C. Kenig, G. Ponce et L. Vega sur le sujet.

Dans la quatrième et dernière partie, nous étudions les équations de Korteweg-de Vries-Burgers et de Kadomtsev-Petviashvili-Burgers. Ces équations ont la particularité d'être de type mixte, à savoir qu'elles combinent des propriétés dispersives et dissipatives. Nous proposons une modification de la technique introduite par J. Bourgain pour l'étude des équations purement dispersives. Ceci nous permet de mettre en évidence un phénomène d'addition de ces deux effets de nature différente et d'obtenir des résultats optimaux pour la résolution de telles équations avec des données de régularité minimale.

Hélène Barucq

Conditions micro-différentielles pour la résolution de problèmes de scattering. Analyse numérique d'un problème d'écoulement de fluides.

Soutenue le 20 décembre 2002
à l'université de Pau et des Pays de l'Adour

La construction de conditions micro-différentielles repose sur les techniques issues de la théorie des opérateurs pseudo-différentiells. Ces techniques sont très bien adaptées pour l'analyse des problèmes d'ondes. En procédant à l'analyse micro-locale des opérateurs considérés (onde ou Maxwell), on caractérise finement le comportement du champ acoustique ou électromagnétique à haute fréquence, au voisinage d'une surface. Cette analyse repose sur des théorèmes de factorisation du type Nirenberg pour le cas scalaire et Taylor pour le cas vectoriel. On peut alors en déduire des conditions aux limites du type artificiel et impédance. Si cette approche s'avère beaucoup plus technique que les méthodes usuelles reposant sur des développements en série du champ diffracté, qui sont valides à l'extérieur d'une sphère, elle permet de modéliser la propagation au voisinage de surfaces plus générales. De plus, comme les opérateurs des ondes sont classiques, les calculs peuvent être réalisés via l'utilisation d'un logiciel de calcul formel car ils se prêtent tout particulièrement à une écriture algorithmique. Du point de vue pratique, cet aspect est très intéressant, notamment dans le cas vectoriel où les calculs sont très complexes. Dans une première partie, on développe les techniques pseudo-différentielles pour la construction de conditions aux limites artificielles pour l'équation d'Helmholtz. On s'intéresse ensuite au problème de scattering par un obstacle pénétrable et on construit des conditions du type impédance. On montre ensuite que la méthode de factorisation s'applique pour la construction de conditions artificielles adaptées pour des calculs de modes propres dans des guides d'ondes optiques. On considère enfin le cas du système de Maxwell polarisé qui est analysé comme un exemple de résultats plus généraux obtenus pour des systèmes strictement hyperboliques. Dans une deuxième partie, on procède à l'analyse mathématique de problèmes mixtes transitoires avec des conditions aux limites absorbantes qui ont été développées dans la première partie. On montre que les problèmes sont bien posés et on étudie le comportement en temps long de la solution. On montre l'existence de solutions stationnaires non physiques sur lesquelles la solution peut se stabiliser. Cependant, en changeant de condition absorbante, on peut corriger le comportement en temps de la solution. Dans une troisième partie, on change de thème en étudiant le système de Stokes tridimensionnel en régime stationnaire. Le domaine d’étude est polyédrique, éventuellement non convexe. On construit une formulation mixte qui converge pour les éléments de Nédélec de degré un. On améliore donc les résultats de convergence connus, sans imposer plus de régularité sur la solution ou le domaine de calcul. Cette nouvelle formulation repose sur une perturbation de la formulation mixte standard par une forme bilinéaire positive.

THÈSES DE DOCTORAT D'UNIVERSITÉ

Adrian Zalinescu
Directeur de thèse : R. Buckdahn

Solutions faibles et contrôle optimal des inéquations variationnelles stochastiques.

Soutenue le 6 septembre 2002
à l'université de Bretagne Occidentale (Brest)

Dans ce travail de thèse, on démontre l'existence d'une solution faible d'une inéquation variationnelle stochastique finie dimensionnelle et on considère le problème de contrôle optimal associé à ce type d'équation. Le principal outil pour prouver l'existence d'une solution faible de l'inéquation variationnelle stochastique **IVS**

$$dX_t + \partial\varphi\left(X_t\right)dt \ni b\left(t, X_t\right)dt + \sigma\left(t, X_t\right)dW_t,\; t \in [0,T],$$

dans le cas où les coefficients b et σ sont continues, est l'approche du problème de martingale.

D'autre part, on étudie des systèmes contrôlés d'**IVS** à qui on associe une fonctionnelle de coût. Sous des hypothèses standard, en utilisant de nouveau le problème de martingale, on démontre l'existence d'un contrôle optimal relaxé. Une condition supplémentaire de convexité sur les coefficients b, σ et g, nous assure l'existence d'un contrôle optimal. Ensuite on prouve le principe de programmation dynamique de Bellman et on montre que la fonction valeur du problème d'**IVS** contrôlée avec fonction de coût associée est l'unique solution de viscosité d'une inéquation de Hamilton-Jacobi-Bellman variationnelle.

Finalement, on traduit le principe de maximum stochastique de Pontryagin aux **IVS** pour établir des conditions nécessaires d'optimalité. Ces conditions ressemblent à celles qu'on a pour les équations différentielles stochastiques contrôlées, à une exception près : l'équation duale est une équation différentielle rétrograde dans laquelle entre le temps local du processus d'état.

Pierre-Yves Louis
Directeurs de thèse : P. Dai Pra & S. Rœlly

Automates Cellulaires Probabilistes : mesures stationnaires, mesures de Gibbs associées et ergodicité.

Soutenue le 23 septembre 2002
à l'université de Lille I

Utilisés dans de nombreux domaines scientifiques, les Automates Cellulaires Probabilistes, usuellement abrégés en PCA, de l'anglais « Probabilistic Cellular Automata », constituent, au sein des dynamiques aléatoires à temps discret, une classe de systèmes infinis de particules, c'est-à-dire de processus stochastiques markoviens à valeurs dans un espace infini S^G où S désigne un ensemble fini et G est un graphe infini. On considère ici toujours le cas où $G = Z^d$. La particularité de ces dynamiques est l'évolution en parallèle, ou synchrone, de chacune des coordonnées ou composants élémentaires en interaction. Nous nous intéressons dans un premier temps à l'existence et à l'unicité des mesures stationnaires pour les dynamiques PCA non dégénérées (*i.e.* dont le comportement local n'est jamais déterministe), ainsi qu'à la caractérisation de ces états d'équilibre en tant que mesures gibbsiennes. Nous fondant sur les résultats de Dai Pra, Kozlov, K¸nsch, Lebowitz, Vasilyev et *al.*, nous précisons, pour la classe des dynamiques PCA réversibles, les relations existant entre les mesures stationnaires, les mesures réversibles et les mesures de Gibbs associées à un potentiel dont le lien avec la dynamique est explicité. Pour une famille paramétrée de dynamiques PCA réversibles, nous démontrons l'existence d'un phénomène de transition de phase et explicitons dans ce cas le comportement de différentes mesures de Gibbs sous l'action de ces dynamiques. En particulier, nous exhibons des mesures de Gibbs non-stationnaires. Dans un second temps, nous étudions l'ergodicité, *i.e.* la convergence vers l'équilibre des dynamiques PCA qui sont de plus attractives. Nous construisons à cet effet un couplage de ces dynamiques préservant l'ordre stochastique. En nous référant aux travaux de Martinelli et Olivieri pour les dynamiques de Glauber, nous établissons qu'en l'absence de transition de phase, dès que l'unique mesure de Gibbs vérifie une condition de faible mélange, il y a ergodicité et convergence à vitesse exponentielle vers cet unique état d'équilibre, améliorant en cela grandement les critères d'ergodicité pour les PCA existant dans la littérature. Enfin, nous illustrons ces résultats par la réalisation de simulations numériques de certaines des dynamiques réversibles précédemment étudiées, et présentons un algorithme parallèle convergeant vers les mesures de Gibbs extrémales du modèle d'Ising.

Pascal Hébrard
Directeur de thèse : A. Henrot

Étude de la géométrie optimale des zones de contrôle dans des problèmes de stabilisation.

Soutenue le 8 novembre 2002
à l'université Henri Poincaré
Nancy 1

Dans cette thèse, nous traitons de l'optimisation du taux de décroissance exponentielle uniforme de l'équation des ondes sur un domaine Ω mono ou bidimensionnel. L'amortissement se fait à l'aide d'un feedback en vitesse égal à une certaine constante k sur un sous domaine ω. Ce taux de décroissance est lié à l'abscisse spectrale μ de l'opérateur associé au problème et à une quantité géométrique g, introduite par Bardos, Lebeau et Rauch dans le cas bidimensionnel. On montre que l'abscisse spectrale est dérivable par rapport à k à l'origine, et on étudie cette dérivée J pour approximer μ ; par le produit entre k et J. Dans la première partie de la thèse, nous étudions de faÁon théorique les fonctionnelles J et g. Nous caractérisons les géométries optimales dans le cas d'un intervalle ou d'un carré pour des valeurs particulières de la contrainte d'aire. Dans le cas du carré, nous concevons un algorithme de calcul exact de la quantité géométrique, dans le cas où ω est une réunion de carrés, basé sur un nouveau théorème d'inversion de limites. La seconde partie est dédiée à l'optimisation numérique des quantités J et g à l'aide de différents algorithmes génétiques. Les résultats obtenus ne sont pas intuitifs.

Nadine Ansaldi
Directeurs de thèse : J.-P. Raoult & G. Oppenheim

Contributions des méthodes statistiques à la quantification de l'agrément de conduite.

Soutenue le 22 novembre 2002
à l'université de Marne-la-Vallée

Quantifier ou objectiver une prestation d'agrément de conduite consiste à définir quelles sont les grandeurs mesurables (*critères*) représentatives de l'agrément de la prestation, donnée purement subjective, et à déterminer pour chaque critère une plage de valeurs optimale (*intervalle de tolérance*). Cette thèse présente une méthodologie qui couvre toutes les étapes nécessaires à l'objectivation d'une prestation depuis la planification des essais jusqu'à la validation des critères représentatifs de la prestation et des intervalles de tolérance. La quantification nécessite des mesures physiques. L'agrément résulte de ce qu'a ressenti le conducteur. Les mesures permettent d'avoir un enregistrement des stimuli qu'a reÁus le conducteur. De ces mesures, nous proposons d'extraire une liste de critères potentiels la plus exhaustive possible à l'aide d'un outil qui génère et extrait automatiquement des critères. Parallèlement, la quantification nécessite l'évaluation de l'agrément associé à la prestation. Si les essais sensoriels réalisés suivent un protocole de comparaisons par paires, l'analyse des préférences peut être réalisée à l'aide de modèles dérivés du Multi-Dimensionnal Scaling. Pour déterminer dans la liste des critères (*données quantitatives*) ceux qui sont représentatifs de l'agrément (*donnée qualitative*), nous proposons d'utiliser l'analyse discriminante arborescente par moindres écarts. Cette analyse discriminante est basée sur un critère $L1$ de décision binaire et un traitement arborescent par regroupement de modalités. Une fois les critères représentatifs identifiés, nous proposons un outil de calcul de tolérances qui permet de déterminer quelles valeurs chaque critère doit prendre pour que l'agrément soit le meilleur possible. Nous présentons enfin les résultats de l'application de cette méthodologie à la prestation décollage à plat pour un groupe moto-propulseur à boîte de vitesses robotisée.

Asma El Ayyadi
Directeur de thèse : P. Degond

Couplage des modèles classique-quantique ; simulation de la diode à effet tunnel.

Soutenue le 4 décembre 2002
à l'université Paul Sabatier

L'objectif principal de ce travail de thèse concerne l'étude des modèles qui couplent des équations du type dérive-diffusion avec des équations du type Schrödinger. Ces problèmes sont motivés par des applications à la physique des dispositifs semi-conducteurs. Nous avons dérivé un modèle hybride dérive-diffusion/quantique à partir du modèle cinétique introduit par Ben Abdallah (1998), en supposant que l'opérateur de collisions est linéaire. Une approximation du second ordre conduit à l'introduction des termes correcteurs de couche limite, nécessitant la résolution de problèmes de Milne. La condition aux limites obtenue s'exprime par une relation de proportionnalité entre les niveaux de Fermi et le courant. L'approximation du coefficient de proportionnalité a été faite à partir de deux approches : l'approximation de l'albedo et le schéma itératif introduit par Golse-Klar (1995). L'analyse du modèle est complétée par un travail d'expérimentation numérique. Nous avons généralisé l'approche précédente à une statistique de Fermi-Dirac ; donc l'opérateur de Boltzmann est remplacé par le modèle non linéaire. Dans la dernière partie de la thèse nous avons pris en compte des effets collisionnels dans la zone quantique par l'intermédiaire de l'équation de Pauli. Ainsi nous avons donné des conditions de transmission cinétique/quantique généralisant le modèle de Ben Abdallah. Le modèle fluide est ensuite dérivé comme dans les chapitres précédents. En dernier lieu, nous avons présenté une version transitoire du modèle hybride.

Antoine Mellet
Directeur de thèse : P. Degond

Etude asymptotique des équations cinétiques ; Applications à la modélisation des phénomènes de transport.

Soutenue le 5 décembre 2002
à l'université de Paul Sabatier
(Toulouse)

Nous étudions la limite de diffusion de divers modèles cinétiques décrivant le transport de particules. En particulier, nous modélisons le transport des électrons dans un semi-conducteur satisfaisant la statistique de Pauli (modèle non-linéaire), et celui des neutrons dans un milieu très hétérogène (lorsque homogénéisation et limite de diffusion se combinent à la même échelle). Dans ces deux situations, nous nous affranchissons de l'hypothèse dite d'équilibre détaillé. Nous étudions également l'homogénéisation des équations de transport lorsque les phénomènes de collision sont localisés le long d'interfaces. Finalement, nous dérivons une nouvelle équation multigroupe pour le tranport des neutrons, couplant les niveaux d'énergie à travers le flux. L'intéret de ce modèle est établi par des simulations numériques. Dans une dernière partie, nous nous intéressons à la propagation de flammes en milieu périodique.

AMAM 03
NICE, 10-13 FÉVRIER 2003

par Michel Théra

Les conférenciers ont été accueillis au Palais des Congrès Acropolis par Rolf Jeltsch (ancien président de l'EMS), Michel Théra, Michel Waldschmidt (président de la SMF), les représentants de la mairie et de l'université de Nice, et enfin par Sir John Kingman, président de l'EMS depuis le premier janvier 2003.

Les 500 collègues y avaient fait le choix de se rendre à Nice où leur ont été proposés 10 conférences plénières sélectionnées par le comité scientifique animé par Pierre-Louis Lions et Serguei Novikov :

1. David Lovermore (Maryland) : *Fluid dynamical limits for the Boltzman equation* ;
2. Alfred Bruckstein (Technion, Haifa) : *Why the ant-trails look so straight and nice : or mathematics of multi-agent interaction* ;
3. Robert Eisenberg (Chicago) : *Ion channels as natural nano devices ripe for mathematical analysis* ;
4. Roland Glowinski (Houston) : *Numerical simulation of incompressible viscous flow in regions with moving or free boundary* ;

5. Roland Keunings (Louvain) : *Memory fluids : mathematical and numerical challenges* ;
6. Pascal Massart (Orsay) : *Model selection a non-asymptotic view based on concentration inequalities* ;
7. Marek Musiela (BNP-Paribas, London) : *Linear and nonlinear valuation methods used in finance and insurance* ;
8. Bernard Prum (Evry) : *Statistical analysis of genomics data* ;
9. René Schoof (Rome) : *Algortithms for factoring integers and computing discrete logarithms* ;
10. Enrique Zuzua (Madrid) : *Dynamics, control and numerics*.

Le comité scientifique avait aussi sélectionné 45 minisymposia d'organisés et regroupés suivant les thèmes suivants :

1. Control theory, optimization, operation research and system theory ;
2. Applications of mathematical biology including genomics, medical imaging, models in immunology, modeling and simulation in biological systems ;
3. Financial ingeneering ; Meteorology and climate ;
4. Scientific computing ;
5. Signazl and image processing ;
6. Inverse problems ; Material sciences ;
7. Applied geometry ;
8. Nonlinear dynamics ;
9. Fluid dynamics ;
10. Probability and statistics.

Les participants ont aussi eu la possibilité d'assister à une réunion d'information sur le thème : « Electronic Databnases » qu'avait organisé Rolf Jeltsch, ainsi qu'à deux tables rondes sur les thèmes suivants :

1. Michel Jambu (CIMPA) : *Mathematics in developing countries* ;
2. Gérard Tronel (Paris 6) : *Éducation*.

La Smai a profité du colloque pour tenir son assemblée générale annuelle. Cette dernière a malheureusement été concurrencée par la table ronde sur les mathématiques dans les pays en voie de développement, programmée à la même heure, à cause de l'emploi du temps très serré imposé par le nombre élevé des conférences.

Nous tenons à remercier l'université de Nice pour une réception offerte au château du Parc Valrose, au cours de laquelle a été évoquée la mémoire de Jean Dieudonné. Les participants ont pu ainsi participer à une soirée fructueuse en même temps que conviviale, dans un cadre agréable.

Pour terminer ce bref rapport, il est essentiel de rappeler combien le succès de ce colloque doit à l'implication du coordinateur Alain Damlamian et au partage des rôles et des compétences de Mireille Martin-Deschamps pour la SMF et de Doina Cioranescu pour la Smai. Bien entendu nous disons aussi un grand merci à l'équipe locale du laboratoire Jean Dieudonné qui a accepté de s'investir avec les sociétés savantes organisatrices de ce projet.

Photos : A. Damlamian

Compte-Rendu des quatrièmes journées Franco-Chiliennes d’Optimisation

par Alberto Seeger

L’université Montpellier II a accueilli le 27 janvier 2003 la quatrième version des journées Franco-Chiliennes d’Optimisation. Ces journées ont permis de resserrer les liens entre les équipes françaises et chiliennes travaillant dans le domaine de l’optimisation et les disciplines liées.

Autour de 40 personnes ont assisté aux exposés des 9 conférenciers invités (par ordre alphabétique : F. Alvarez, H. Attouch, A. Cabot, T. Champion, J.N. Corvellec, P. Gajardo, H. Ramirez , A. Seeger et S. Sorin).

Les sujets abordés ont couvert un spectre assez large, mais on a pu remarquer une forte concentration d’exposés autour des méthodes dynamiques en optimisation. Plusieurs débats ont eu lieu à propos des liens entre les modèles continus et discrets.

Sur le plan du financement, ces journées ont pu bénéficier de l’appui de l’université Montpellier II (en particulier, du laboratoire Acsiom) et de l’association des Mathématiciens appliqués Français et Chiliens.

Ces quatrièmes journées ont été très réussies grâce à la participation active de Lionel Thibault, qui a assuré l’intégralité de l’organisation. Qu’il me soit permis, au nom de tous les participants, de le remercier chaleureusement.

Quant à l’avenir, il y a déjà des candidats pour assurer la relève. Nos collègues dijonnais ont manifesté leur volonté d’organiser les cinquièmes journées.

Bon courage et à la prochaine rencontre.

Bulletin d'adhésion 2003 - Personnes morales

L'adhésion est valable pour l'année civile 2003

Institution : _
Nom : _
Sigle : _
Service ou département : _
Site web : _
Représentée par : M., Mme, Melle,
Prénom, NOM : _
Titre ou fonction : _
Adresse : _
_ _
Téléphone : _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ Télécopie : _
Adresse électronique :
Votre adresse peut-elle être communiquée à des annonceurs ? ❍ oui ❍ non
Serveur de liste électronique. Souhaitez-vous que votre adresse électronique soit ajoutée à la liste d'envoi de la SMAI ? ❍ oui ❍ non

Tarif des cotisations : *(ne cochez qu'une seule case)*

❍ Cotisation SMAI laboratoire industriel (LI) 500 €
Ce tarif permet d'obtenir gratuitement un jeu d'étiquettes des adhérents de la SMAI
❍ Cotisation SMAI laboratoire universitaire (LU) 150 €

Montant de la cotisation €

Suppléments éventuels : *(cochez la/les case(s) de votre choix)*

❍ Soutien à la participation de la SMAI à l'EMS 40 €
Ce soutien comprend une cotisation EMS et permet de recevoir EMS Newsletter

❍ Soutien à la participation du GAMNI/SMAI à ECCOMAS 40 €
Ce soutien permet de recevoir ECCOMAS Newsletter

Montant des suppléments €

Total de la cotisation et des suppléments €

Modalités de règlement :
❍ Par chèque bancaire ou postal, ci-joint, à l'ordre de la SMAI
❍ Par bon de commande ci-joint

Factures : nombre d'exemplaires désiré : _
Adresse de facturation : _
_ _

Fait à _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ le _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 2002

Signature

Bulletin d'adhésion 2003 - Personnes physiques

L'adhésion est valable pour l'année civile 2003

M., Mme, Melle, Prénom, NOM : _
Titre ou fonction : _
Établissement de fonction ou de rattachement : _
_ _
_ _

Adresse professionnelle : _
Société ou université : _
Service ou département : _
Adresse : _
_ _
_ _

Téléphone professionnel : _
Télécopie : _
Adresse électronique : _

Adresse personnelle : _
_ _
_ _

Téléphone personnel : _
Page web personnelle : _

Adresse de correspondance : *(indiquez l'adresse à laquelle vous désirez recevoir votre courrier)*
❍ adresse professionnelle ❍ adresse personnelle

Votre adresse personnelle peut-elle figurer dans l'annuaire de la SMAI ? ❍ oui ❍ non

Votre adresse de correspondance peut-elle être communiquée à des annonceurs ? ❍ oui ❍ non

Serveur de liste électronique :
Souhaitez-vous que votre adresse électronique apparaisse dans la liste d'envoi de la SMAI ? ❍ oui ❍ non

Groupes permanents de la SMAI :
Si vous désirez appartenir à un ou plusieurs de ces groupes, cochez la/les case(s) correspondante(s)

❍ GAMNI Groupe pour l'Avancement des Méthodes Numériques de l'Ingénieur
❍ MAS Modélisation Aléatoire et Statistique
❍ MODE Mathématiques de l'Optimisation et de la Décision
❍ AFA Association Française d'Approximation

Merci de renvoyer ce bulletin accompagné de votre règlement à :
SMAI, Institut Henri Poincaré, 11 rue Pierre et Marie Curie, 75231 PARIS Cedex 05

Voir au dos pour les tarifs

Tarifs des cotisations 2003 - Personnes physiques

L'adhésion est valable pour l'année civile 2003

Cotisation SMAI ***(ne cocher qu'une seule case)***

❍ Cotisation SMAI simple		45 €
❍ Cotisation SMAI jeune (né(e) après le 1er janvier 1973, joindre un justificatif)*		16 €
❍ Adhésion SMAI dans le cadre de l'opération Thèse-Math-2003		gratuit
Date de la thèse et URL du résumé :		
❍ Cotisation SMAI retraité		34 €
❍ Cotisation spéciale (pays en développement)		16 €
❍ Cotisations jumelées :		
SMAI + SFdS	(34 + 38)	72 €
SMAI + SMF	(34 + 44)	78 €
SMAI + SMF jeune (*cf* *)	(16 + 30)	46 €
SMAI + SMF retraité	(34 + 30)	64 €
SMAI + SFdS + SMF	(34 +38 + 44)	116 €
❍ Autres cotisations jumelées (part SMAI)		34 €

Pour bénéficier de ce tarif, vous devez déjà être membre pour 2003 d'une des associations : AMS (USA), GAMM (D), SEMA (E), SIMAI (I), UMI (I), "Femmes & Math" (F) ou UPS (F) et joindre un justificatif

Montant de la cotisation [€]

Suppléments éventuels *(cocher la/les case(s) de votre choix)*
Ces suppléments ne peuvent être souscrits qu'en complément d'une cotisation SMAI ci-dessus

❍ Abonnement à l'Officiel des Mathématiques pour 2003
– adresse en Europe 22 €
– adresse hors Europe 26 €

❍ Soutien à la participation du GAMNI/SMAI à ECCOMAS 10 €
Ce soutien permet de recevoir ECCOMAS Newsletter

❍ Cotisation European Mathematical Society (EMS) 20 €
Cette cotisation permet de recevoir EMS Newsletter

❍ Soutien aux fonds de l'International Mathematical Union (IMU)
– Commission pour le Développement et les Echanges €
– Fonds Spéciaux de Développement €
– Fonds de Solidarité de l'ICMI €

Montant des suppléments **€**

Total de la cotisation et des suppléments [€]

Modalités de règlement
❍ (1) Par chèque postal ou chèque bancaire sur une banque française.
Joindre à ce bulletin le chèque du montant total ci-dessus, à l'ordre de la SMAI.
❍ (2) Par carte bancaire ❍ Visa ❍ Mastercard Banque :
n carte |__|__|__|__| |__|__|__|__| |__|__|__|__| |__|__|__|__| Date d'expiration |__|__| |__|__|
❍ (3) Par bon de commande, par virement ou par chèque sur une banque étrangère.
Dans ce cas ajouter 10 € pour frais de dossier.
Joindre à ce bulletin le bon de commande ou le chèque à l'ordre de la SMAI.

Frais de dossier (si modalité (3)) 10 €

Total à payer [€]

Factures : nombre d'exemplaire désiré : _
adresse de facturation : _
_ _
_ _
_ _

Fait à _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ le _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 2002

Signature

CORRESPONDANTS RÉGIONAUX

Aix-Marseille *Jacques Liandrat*
IRPHE-Chateau Gombert. UMR 594, La Jetée.
Technopole de Chateau Gombert.
38 rue Frédéric Joliot Curie,
13451 MARSEILLE Cedex 20
Tél. : 04 91 11 85 40/04 - Fax : 04 91 11 85 02
liandrat@marius.univ-mrs.fr

Amiens *Alberto Farina*
LAMFA
Université de Picardie Jules Verne
33 rue Saint Leu
80039 AMIENS Cedex
Tél. : 03 22 82 75 88 - Fax : 03 22 82 75 02
Alberto.Farina@u-picardie.fr

Antilles-Guyane *Marc Lassonde*
Mathématiques
Université des Antilles et de la Guyane
97159 POINTE A PITRE
Marc.Lassonde@univ-ag.fr

Avignon *Alberto Seeger*
Département de Mathématiques
Université d'Avignon
33 rue Louis Pasteur - 84000 AVIGNON
Tél. 04 90 14 44 93 - Fax 04 90 14 44 19
alberto.seeger@univ-avignon.fr

Belfort *Michel Lenczner*
Laboratoire Mécatronique3M
UTBM
90010 Belfort Cedex
Tél. : 03 84 58 35 34 - Fax : 03 84 58 31 46
Michel.Lenczner@utbm.fr

Besançon *Mihai Bostan*
UFR Sciences et Techniques
16 route de Gray 25030 Cedex Besancon
Tél : 03 81 66 63 38 - Fax : 03 81 66 66 23
mbostan@descartes.univ-fcomte.fr

Bordeaux *Cédric Galusinski*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université de Bordeaux I
351 cours de la Libération - 33405 TALENCE Cedex
Tél. : 05 57 96 21 28 - Fax : 05 56 84 26 26
galusins@math.u-bordeaux.fr

Brest *Marc Quincampoix*
Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université de Bretagne Occidentale
BP 809 - 29285 BREST Cedex
Tél. : 02 98 01 61 99 - Fax : 02 98 01 67 90
Marc.Quincampoix@univ-brest.fr

Cachan ENS *Sylvie Fabre*
CMLA-ENS Cachan
61 avenue du Président Wilson
94235 CACHAN Cedex
fabre@cmla.ens-cachan.fr

Clermont - Ferrand *Rachid Touzani*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université Blaise Pascal,
BP 45 - 63177 AUBIERE Cedex
Tél. : 04 73 40 77 06 - Fax : 04 73 40 70 60
Rachid.Touzani@math.univ-bpclermont.fr

Compiègne *Véronique Hédou-Rouillier*
Équipe de Mathématiques Appliquées
Departement Génie Informatique
Université de Technologie
BP 20529 - 60205 COMPIEGNE Cedex
Tél : 03 44 23 49 02 - Fax : 03 44 23 44 77
Veronique.Hedou@dma.utc.fr

Dijon *Christian Michelot*
UFR Sciences et techniques
Université de Bourgogne
BP400 - 21004 DIJON Cedex
Tél. : 03 80 39 58 73 - Fax : 03 80 39 58 90
michelot@u-bourgogne.fr

Evry la Génopole *Bernard Prum*
Département de Mathématiques
Université d'Évry Val d'Essonne
Bd des Coquibus - 91025 ÉVRY Cedex
Tél. : 01 60 87 38 06 - Fax : 01 60 87 38 09
prum@genopole.cnrs.fr

Grenoble *Pierre Saramito*
Laboratoire de Modélisation et Calcul - IMAG
Université Joseph Fourier
BP 53 - 38041 GRENOBLE Cedex 9
Tél. : 04 76 51 46 10 - Fax : 04 76 63 12 63
Pierre.Saramito@imag.fr

Grenoble 2 *Frédérique Letué*
Bât. des Sciences de l'homme de la société
BP 47 - 38040 GRENOBLE Cedex 9
Tél. : 04 76 82 59 58 - Fax : 04 76 82 56 40
Frederique.Letue@iut2.upmf-grenoble.fr

Israël *Ely Merzbach*
Dept. of Mathematics and Computer Science
Bar llan University. Ramat Gan. - Israel 52900
Tél. : (972-3)5318407/8 - Fax : (972-3)5353325
merzbach@macs.biu.ac.il

La Réunion *Philippe Charton*
Dépt. de Mathématiques et Informatique
IREMIA,
Université de La Réunion – BP 7151
97715 SAINT-DENIS MESSAG Cedex 9
Tél. : 02 62 93 82 81 - Fax : 02 62 93 82 60
Philippe.Charton@univ-reunion.fr

Le Havre *Adnan Yassine*
IUT du Havre
Place Robert Schuman
BP 4006 - 76610 LE HAVRE
Tél. : 02 32 74 46 42 - Fax : 02 32 74 46 71
adnan.yassine@iut.univ-lehavre.fr

Lille *Caterina Calgaro*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université des Sciences et Technologies de Lille
Bat. M2, Cité Scientifique,
59655 VILLENEUVE D'ASCQ Cedex
Tél. : 03 20 43 47 13 - Fax : 03 20 43 68 69
`Caterina.Calgaro@univ-lille1.fr`

Limoges *Paul Armand*
LACO, ESA 6090 - Univ. de Limoges
123 avenue A. Thomas
87060 LIMOGES Cedex
Tél. : 05 55 45 73 30 - Fax : 05 55 45 73 22
`paul.armand@unilim.fr`

Lyon *Michèle Chambat*
Laboratoire d'Analyse Numérique
MAPLY – Bat. 10
Université Lyon I
43 bd du 11 Novembre 1918
69622 VILLEURBANNE Cedex
Tél. : 04 72 44 85 25 - Fax : 04 72 44 80 53
`chambat@lan.univ-lyon1.fr`

Marne La Vallée *Pierre Vandekerkhove*
Equipe d'Analyse et de Math. Appliquées
Univ. de Marne-la-Vallée Cité Descartes
5 bd Descartes - 77454 MARNE-LA-VALLEE Cedex 2
Fax : 01 60 95 75 45 -
`vandek@math.univ-mlv.fr`

Maroc *Khalid Najib*
École nationale de l'industrie minérale
Bd Haj A. Cherkaoui, Agdal
BP 753, Rabat Agdal 01000 RABAT
Tél. : 00 212 37 77 13 60 - Fax : 00 212 37 77 10 55
`najib@enim.ac.ma`

Mauritanie *Zeine Ould Moharned*
Équipe de Recherche en Informatique
et Mathématiques Appliquées
Faculté des Sciences et Techniques
Université de Nouakchott
BP 5026 - NOUAKCHOTT-MAURITANIE
Tel : 222 25 04 31 - Fax : 222 25 39 97
`zeine@univ-nkc.mr`

Metz *Zakaria Belhachmi*
Département de Mathématiques
Université de Metz
Ile du Saulcy - 57 045 METZ Cedex 01.
Tél. : 03 87 54 72 87 - Fax : 03 87 31 52 73
`belhach@poncelet.univ-metz.fr`

Montpellier *Bruno Koobus*
Laboratoire ACSIOM
Université de Montpellier II, CC51
Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER Cedex 5
Tél : 04 67 14 32 58 - Fax : 04 67 14 35 58
`koobus@math.univ-montp2.fr`

Nantes *Catherine Bolley*
École Centrale de Nantes
BP 92101 - 44321 NANTES Cedex 3.
Tél :02 40 37 25 17 - Fax :02 40 74 74 06
`Catherine.Bolley@ec-nantes.fr`

Nancy *Didier Schmitt*
Institut Élie Cartan
Université de Nancy 1
BP 239 - 54506 VANDŒUVRE LÈS NANCY cedex
Tél. : 03 83 91 26 67 - Fax : 03 83 28 09 89
`Didier.Schmitt@iecn.u-nancy.fr`

Nice *Stéphanie Lohrengel*
Lab. Jean-Alexandre Dieudonné
UMR Cnrs 6621
Université de Nice, Parc Valrose
06108 NICE Cedex 2
Tél. : 04 92 07 60 31 - Fax : 04 93 51 79 74
`lohrenge@math.unice.fr`

Orléans *Maitine Bergounioux*
Dépt. de Mathématiques - UFR Sciences
Université d'Orléans – BP. 6759
45067 ORLEANS Cedex 2
Tél. : 02 38 41 71 71 -Fax : 02 38 41 71 93
`maitine@labomath.univ-orleans.fr`

Paris I *Jean-Marc Bonnisseau*
UFR 27 - Math. et Informatique
Université Paris I - CERMSEM
90 rue de Tolbiac - 75634 PARIS Cedex 13
Tél. : 01 40 77 19 40-Fax : 01 40 77 19 80
`jeanmarc.bonnisseau@uni-paris1fr`

Paris V *Chantal Guihenneuc-Jouyaux*
Laboratoire de statistique médicale
45 rue des Saints Pères - 75006 PARIS
Tél. : 01 42 80 21 15 - Fax : 01 42 86 04 02
`guihenneuc@citi2.fr`

Paris VI *Sidi Mahmoud Kaber*
Laboratoire Jacques-Louis Lions,
Boîte courrier 187
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 54 07 - Fax : 01 44 27 72 00
`kaber@ann.jussieu.fr`

Paris VI *Nathanael Enriquez*
Lab. de Probabilités et Modèles Aléatoires
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 54 76 - Fax : 01 44 27 72 23
`enriquez@ccr.jussieu.fr`

Paris IX *Céline Grandmont*
CEREMADE - Univ. de Paris Dauphine
Place du Mal de Lattre de Tassiny
75775 PARIS Cedex 16
Tél. : 01 44 05 48 71 - Fax : 01 44 05 45 99
`grandmont@ceremade.dauphine.fr`

Paris XI *Laurent Di Menza*
Mathématiques Bat. 425
Univ. de Paris-Sud - 91405 ORSAY Cedex
Tél. : 01 69 15 60 32 - Fax : 01 69 15 67 18
laurent.dimenza@math.u-psud.fr

Paris XII *Yuxin Ge*
UFR de Sciences et Technologie
Univ. Paris 12 - Val de Marne
61 avenue du Général de Gaulle
94010 CRETEIL Cedex
Tél. : 01 45 17 16 52 -
ge@univ-paris 12.fr

Pau *Brahim Amaziane*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
IPRA
Université de Pau
Avenue de l'Université
64000 PAU
Tél. : 05 59 92 31 68/30 47- Fax : 05 59 92 32 00
brahim.amaziane@univ-pau.fr

Perpignan *Didier Aussel*
Dépt de Mathématique - Univ. de Perpignan
52 avenue de Villeneuve
66860 PERPIGNAN Cedex
Tél. : 04 68 66 21 48 - Fax : 04 68 06 22 31
aussel@univ-perp.fr

Poitiers *Alain Miranville*
Dépt de Mathématiques - Univ. de Poitiers
Bd Marie et Pierre Curie - BP 30179
86962 FUTUROSCOPE CHASSENEUIL
Cedex
Tél. : 05 49 49 68 91 - Fax : 05 49 49 69 01
Alain.Miranville@mathlabo.univ-poitiers.fr

Polytechnique *Carl Graham*
CMAP, Ecole Polytechnique
91128 PALAISEAU
Tél. : 01 69 33 46 33 - Fax : 01 69 33 30 11
carl@cmapx.polytechnique.fr

Rennes *Nicoletta Tchou*
IRMAR - Campus de Beaulieu
35042 RENNES Cedex
Tél. : 02 99 28 26 19 - Fax : 02 99 28 67 90
Nicoletta.Tchou@univ-rennes1.fr

Rouen *Adel Blouza*
Laboratoire Raphael Salem
Université de Rouen Site Colbert
76821 MONT-SAINT-AIGNAN Cedex
Tél. : 02 35 14 71 15 - Fax : 02 32 10 37 94
Adel.Blouza@univ-rouen.fr

Saint-Étienne *Alain Largillier*
Laboratoire Analyse Numérique
Université de Saint Étienne
23 rue du Dr Paul Michelon
42023 ST ÉTIENNE Cedex 2
Tél : 04 77 42 15 40 - Fax : 04 77 25 60 71
larg@anum.univ-st-etienne.fr

Savoie *Ioan Ionescu*
Université de Savoie
LAMA – UMR CNRS 5127
73376 LE BOURGET DU LAC Cedex
Tél. : 04 79 75 87 65 - Fax : 04 79 75 81 42
ionescu@univ-savoie.fr

Strasbourg *Photis Nobelis*
UFR de Mathématique et Informatique
Université Louis Pasteur
7 rue René Descartes
67084 STRASBOURG Cedex
Tél. : 03 88 41 63 08 - Fax : 03 88 6l 90 69
nobelis@math.u-strasbg.fr

Toulouse *Marcel Mongeau*
Laboratoire MIP Univ. Paul Sabatier
31062 TOULOUSE Cedex 04
Tél : 05 6l 55 84 82 - Fax : 05 6l 55 83 85
mongeau@cict.fr

Tours *Christine Georgelin*
Laboratoire de Mathématiques et
Physique Théorique
Faculté des Sciences et Techniques de Tours
7 Parc Grandmont – 37200 TOURS
Tél. : 02 47 36 72 6l - Fax : 02 47 36 70 68
georgelin@univ-tours.fr

Tunisie *Mohamed Jaoua*
ENIT-LAMSIN
BP37 1002 - TUNIS-BELVÉDERE
Tél : 2161-874700 - Fax : 2161-872729
mohamed.jaoua@enit.rnu.tn

Uruguay *Hector Cancela*
Universitad de la República
J. Herrera y Reissign 565
MONTEVIDEO, URUGUAY
Tél. : + 598 2 7114244 ext. 112 - Fax : + 598 2
7110469
cancela@fing.edu.uy

Zurich *Michel Chipot*
Angewandte Mathematik
Universität Zürich
Winterthurerstr. 190 - CH 8057 ZÜRICH
Tél. : (41) 1 635 58 50 - Fax : (41) 1 635 57 05
chipot@amath.unizh.ch