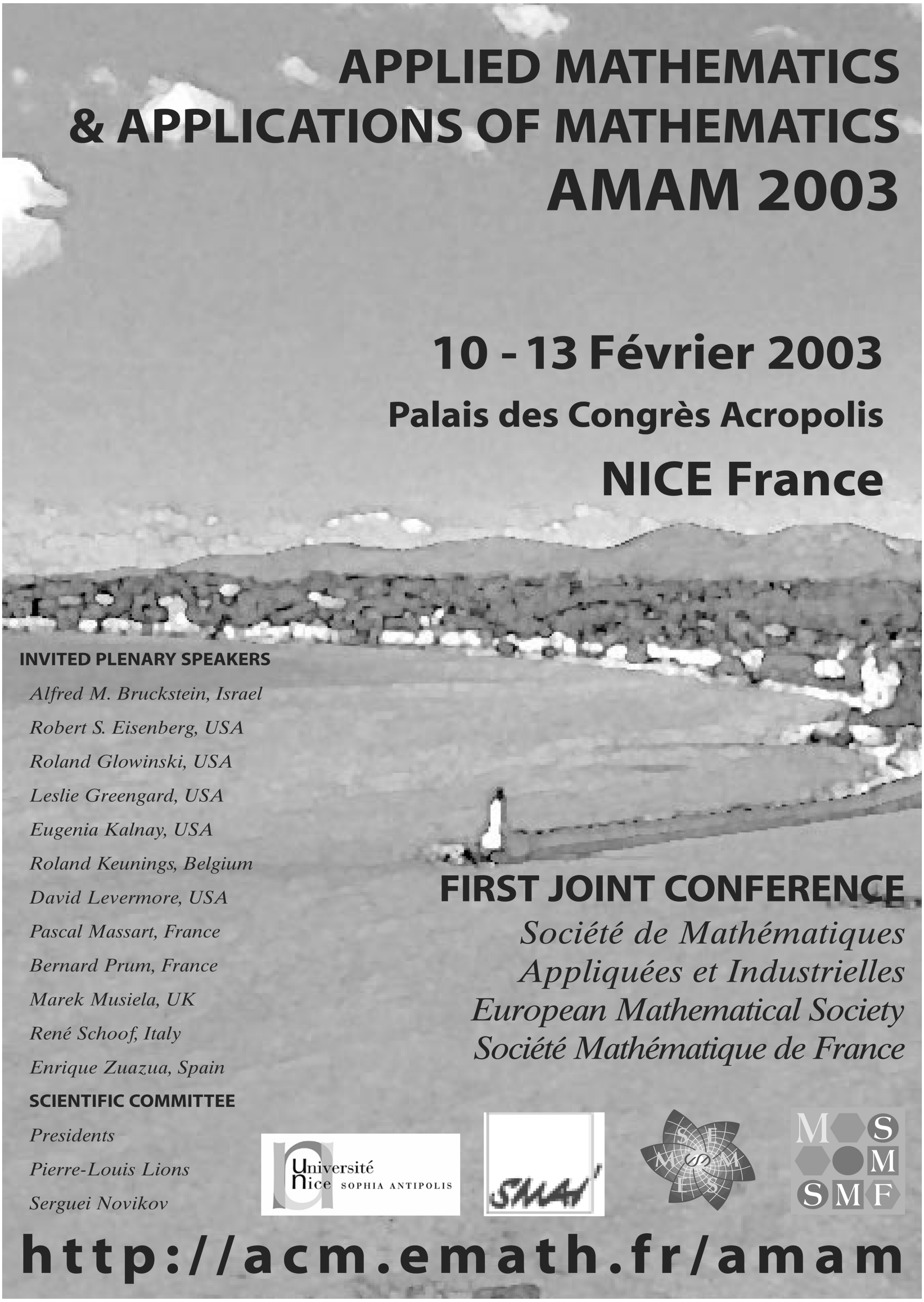
SOMMAIRE

Date limite de soumission des textes pour le Matapli 71 : 25 janvier 2003.

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05
Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 07 03 64
`smai@ihp.jussieu.fr` – `http ://smai.emath.fr`


APPLIED MATHEMATICS
& APPLICATIONS OF MATHEMATICS
AMAM 2003
10 - 13 Février 2003
Palais des Congrès Acropolis
NICE France
INVITED PLENARY SPEAKERS
Alfred M. Bruckstein, Israel
Robert S. Eisenberg, USA
Roland Glowinski, USA
Leslie Greengard, USA
Eugenia Kalnay, USA
Roland Keunings, Belgium
David Levermore, USA
Pascal Massart, France
Bernard Prum, France
Marek Musiela, UK
René Schoof, Italy
Enrique Zuazua, Spain
SCIENTIFIC COMMITTEE
Presidents
Pierre-Louis Lions
Serguei Novikov
FIRST JOINT CONFERENCE
Société de Mathématiques
Appliquées et Industrielles
European Mathematical Society
Société Mathématique de France
Université Nice SOPHIA ANTIPOLIS
SMAI
SMF
http://acm.emath.fr/amam

ÉDITORIAL
par Brigitte Lucquin

Avec l'année nouvelle, Matapli change de mains... Il est désormais confié à UN rédacteur en chef (et non une) : c'est une première ! Il fallait le souligner... L'heureux élu, par un vote très officiel de notre conseil d'administration, est Alain Largillier, collègue de l'université de Saint-Etienne. Alain n'est pas nouveau dans l'équipe, puisqu'il avait déjà en charge la rubrique « résumés de thèses ». Pour le moment, nous partageons la tâche liée à ce numéro, mais dès le prochain Matapli, mon nom disparaitra du comité de rédaction.

Comité qui se porte plutôt bien, puisqu'il s'enrichit d'une rubrique supplémentaire consacrée aux écoles d'ingénieurs, dont les problèmes plus spécifiques n'étaient pas bien représentés jusqu'à présent. Vous trouverez dans ce numéro quelques lignes de présentation de cette nouvelle rubrique que se propose d'animer Catherine Bolley, de l'École centrale de Nantes (si vous êtes concernés, n'hésitez pas à prendre contact avec elle). La mise sur le web de Matapli, annoncée dans l'éditorial d'avril 2002, est maintenant bien amorcée. Nous vous incitons à vous connecter et à communiquer à Alain Prignet toutes suggestions utiles pour améliorer le site...

Côté Smai, certaines structures continuent à se mettre en place. Une commission d'enseignement, présidée par Gilles Pagès, est déjà intervenue pour commenter le rapport du CNE à propos des filières en mathématiques appliquées (*cf.* Matapli numéro 69). Un comité chargé de la communication a également été créé. J'en ai accepté tout récemment le pilotage ; une affiche et une carte de voeux (2003 est l'année des 20 ans de la Smai !) sont actuellement en cours. La tâche de coordination des publications de la Smai, autrefois attribuée à Hervé Le Dret, vient d'être confiée à J. Frédéric Bonnans qui souhaite que certaines informations liées aux revues paraissent régulièrement dans Matapli ; nous ne pouvons que nous en réjouir et nous en faire l'écho. Pour ce numéro, vous trouverez ainsi une présentation-bilan de ESAIM : COCV faite par Jean-Michel Coron, qui cède sa place de rédacteur en chef à Enrique Zuazua, mais aussi quelques lignes, écrites par Olivier Pironneau, commentant le numéro d'octobre de M2AN, entièrement consacré au calcul scientifique.

Voilà, pour ma part, une page est tournée : un peu plus de deux années passées à piloter le comité de rédaction de Matapli, qui depuis octobre 2000 s'est enrichi de cinq rubriques (Nouvelles des universités, du CNRS, Du côté de l'histoire, des Écoles d'ingénieurs, Matapli sur le web), avec des départs (R. Abgrall (presse), M. Ahues (thèses), M. Thera (Vie de la communauté), J. Monnier (Universités)) et de nombreuses arrivées : J. Monnier puis N. Débit (Universités), C. Bernardi (CNRS), G. Tronel (presse), A. Largillier (thèses), R. Touzani (Vie de la Communauté), P. Abgrall et P. Crozet (Histoire), A. Prignet (Web) et C. Bolley (Écoles d'ingénieurs). Mais aussi trois secrétaires, trois imprimeurs et quatre routeurs successifs ; je crois qu'un régime de croisière est maintenant (heureusement !) atteint de ce côté là.

Bon vent à Matapli, à Alain et à toute l'équipe qui navigue autour de Matapli : rédacteurs, correspondants régionaux, membres du bureau et du CA de la Smai, certes, mais aussi Vous, chers lecteurs et adhérents, par vos suggestions et contributions que nous souhaitons toujours plus nombreuses...

LE MOT DU PRÉSIDENT
par Michel Théra

Il y a 20 ans déjà, à l'initiative de Jean-Claude Guillot, Patrick Lascaux, Jean-Claude Nédélec, Pierre-Arnaud Raviart et Roger Temam, naissait la SMAI. À cette époque, le ministère avait décidé de regrouper les mathématiques au CNU dans une seule section, les mathématiques appliquées devenant une sous-section. Ses présidents successifs, Roger Temam, Jean-Claude Nédélec, Adrien Jami, Jean-Pierre Puel, Alain Damlamian et Patrick Le Tallec l'ont nourrie de leur volonté, leurs initiatives et leur passion, lui permettant de grandir sereinement, à son rythme, pour prendre une place qui lui est désormais reconnue dans la communauté mathématique nationale et internationale.

Tout au long de l'année 2003, diverses manifestations seront organisées afin de célébrer l'anniversaire et la réussite de notre société. Bien entendu nous ne manquerons pas de vous en informer.

L'action de la SMAI est multiple comme vous le savez, et se traduit à différents niveaux.

– D'abord nous cherchons à développer nos revues, rapport indispensable à toute bibliothèque, tout laboratoire scientifique. N'oubliez pas que l'information sur nos revues est aussi votre affaire, en particulier à l'occasion des colloques, congrès et autres séminaires auxquels vous participez.
– Ensuite, à partir de cette nouvelle année, nous mettons en place le prix Jacques-Louis Lions de mathématiques appliquées, décerné par l'Académie des sciences, et qui récompensera un chercheur pour un ensemble de travaux de très grande valeur en mathématiques appliquées, et plus particulièrement dans les domaines dans lesquels Jacques-Louis Lions a travaillé et auxquels il s'est intéressé.
– Également nous intervenons pour faire valoir notre conception de l'enseignement des mathématiques. Le rapport du Comité national d'évaluation sur les mathématiques appliquées vient de confirmer la place essentielle de ces dernières dans l'enseignement supérieur. Nous voulons développer l'information à tous les niveaux de la société sur les débouchés des filières de mathématiques appliquées. Nous désirons aussi alimenter la réflexion sur les contenus et les évolutions des enseignements de mathématiques appliquées dans l'enseignement supérieur. Nous le ferons en liaison avec la recherche, mais aussi en tenant compte des besoins de l'industrie et des services. Notre rôle est aussi d'être une force de proposition dans l'élaboration des programmes de mathématiques dans l'enseignement secondaire.
– Nous ne saurions oublier notre participation active à la promotion des mathématiques à travers différents écrits, comme la brochure « l'explosion des mathématique » éditée récemment et qui a connu un grand succès.

– Enfin, nous essayons dans notre action de prendre en compte les besoins des pays en voie de développement, en relation avec d'autres sociétés savantes en attirant l'attention des tutelles sur l'insuffisance des moyens mis à la disposition pour la coopération avec les pays pauvres ou sinistrés dans le domaine des sciences de base et plus particulièrement en mathématiques.

J'espère avoir l'occasion de rencontrer la plupart d'entre vous lors du colloque AMAM 03 à Nice à l'occasion duquel nous tiendrons notre assemblée générale. Je tâcherai également de participer aux colloques organisés par nos différents groupes dont le dynamisme et l'activité fondent l'existence même de la SMAI.

La SMAI sera ce que vous souhaitez qu'elle soit. Sa place et son rayonnement dépendent de vous, de votre soutien au bureau et de votre force de propositions.

Je compte sur vous comme vous pouvez me faire confiance.

Pour terminer, puisque c'est la saison, je souhaite à chacune et à chacun d'entre vous une très bonne année, à la fois sur le plan familial et professionnel.

COMPTES-RENDUS DE LA SMAI

par Ch. Graffigne

Compte-rendu du bureau de la Smai du 21 mai 2002

Présents : Christine Graffigne, Hervé Le Dret, Brigitte Lucquin, Gilles Pagès, Colette Picard, Michel Théra

Invité : Doina Cioranescu

D. Cioranescu fait le point sur l'organisation du colloque AMAM 2003. C. Graffigne enverra sur le serveur de liste électronique de la Smai un rappel pour la soumission des mini-symposia contenant la liste des thèmes retenus. C. Picard accepte de se charger de rassembler les abstracts des conférences invitées.

C. Graffigne reprendra contact avec A. Prignet de manière à ce que, dans la mesure du possible, la nouvelle version du serveur soit active pour le prochain CA (le 7 juin 2002).

Les réactions au rapport du CNE sur les formations en mathématiques appliquées des différents membres de la cellule enseignement seront rassemblées et compilées le 7 juin, juste avant le CA.

Un CA commun avec la SMF devrait avoir lieu le vendredi 4 octobre à 16h, juste après le prochain CA de la Smai qui devrait avoir lieu, lui, le même jour à 14h.

À la demande de B. Lucquin, le renouvellement du rédacteur en chef de Matapli sera discuté lors du CA d'octobre.

Le bureau proposera lors du CA du 7 juin que les tarifs d'adhésion ne soient pas modifiés pour l'année 2003 (ainsi que la création d'un tarif « COPED » de 16 euros).

Compte-rendu CA de la Smai du 7 juin 2002

Présents ou représentés : Jean-Marc Azaïs, Guy Bayada, Maïtine Bergounioux, Frédéric Bonnans, Catherine Bonnet, Jean-Marc Bonnisseau, Mireille Bossy, Marc Briane, Thierry Colin, Christine Graffigne, Jacques Istas, Yvon Maday, Jean-François Maître, Bijan Mohammadi, Jérôme Monnier, Gilles Pagès, Colette Picard, Alain Prignet, Bernard Rousselet, Michel Théra, Jean-Marie Thomas, Bernard Ycart

Invité : Hervé Le Dret

Le bureau composé de Michel Théra (président), Colette Picard (trésorière), Christine Graffigne (secrétaire générale), Frédéric Bonnans (vice-président en charge des publications), Claude Le Bris (vice-président en charge des relations avec l'industrie), Christian Saguez Bris (vice-président adjoint en charge des relations avec l'industrie), Brigitte Lucquin (vice-présidente en charge de Matapli), est élu à l'unanimité des votants (20 votes).

C. Picard fait un bref compte-rendu sur l'EMS : colloque de Berlingen, AG de Barcelone et AG récente d'Oslo.

La Smai sera représentée lors de

l'ICIAM de Sydney par A. Damlamian. Une demande de subvention a été faite pour permettre de financer des déplacements.

M. Théra présente la « cellule communication » qu'il a créée. Elle est composée de Thierry Colin (président) et de Stéphane Cordier, Christine Graffigne, Brigitte Lucquin, Fulbert Mignot, Colette Picard et Alain Prignet. T. Colin présente certains de ses projets : réalisation d'une affiche qui serait affichée dans les labos et divers lieux permettant une bonne diffusion de l'information ; mise à jour de la liste des correspondants régionaux, une liste devrait être proposée lors du CA d'octobre (les correspondants régionaux doivent normalement être désignés par le CA) ; réalisation d'un nouveau site web qui sera très bientôt en activité (à partir de la semaine du 15 juin) ; création d'une adresse électronique (`smai-g1id@acm.emath.fr`) grâce à laquelle tout membre de la Smai pourra poster ses idées concernant l'évolution de la Smai.

Dans le but de mieux faire connaître la Smai, F. Bonnans propose des idées à destination des professeurs de sup et de spé : fournir des supports qui puissent donner lieux à des TIPE ou à des TPE. Autre possibilité : organisation d'un mini-symposium lors des CANUM (là aussi il est possible de fournir une bibliographie lors de ce mini-symposium et qui permettrait d'aider à trouver des idées de TIPE).

M. Théra présente la « cellule enseignement » qu'il a créée. Elle est dirigée par Gilles Pagès et composée de Jean-Marc Bonnisseau, Frédéric Bonnans, Marc Briane, Brigitte Lucquin, Nessim Fintz, Jean-Baptiste Hiriart-Urruty. Cette cellule a réalisé un premier travail qui consiste en une réponse au Comité national d'évaluation sur son rapport concernant les formations en mathématiques appliquées.

Le bureau se trouve confronté depuis le début de l'année à une augmentation des demandes de parrainages. Une procédure plus systématique va être mise en place pour ces demandes. Le CA rappelle et confirme que les colloques parrainés doivent être d'une durée minimale d'une journée et avoir un impact au moins national ou avoir un thème qui semble prioritaire au bureau. De plus, on demandera systématiquement qu'au moins un organisateur soit membre de la Smai et que si une institution est organisatrice, qu'elle soit membre moral de la Smai. A. Prignet accepte de créer un formulaire électronique de demande de parrainage qui sera mis sur le site web. M. Bossy accepte de prendre en charge la gestion et le suivi de ces demandes de parrainage. Le parrainage est toujours décidé au niveau du bureau.

Le CA vote a l'unanimité la reconduite des tarifs d'adhésion avec les seules modifications suivantes : il n'existera plus qu'un seul tarif laboratoire industriel qui est fixé à 500 euros. Il sera accompagné d'une page de publicité gratuite dans Matapli ; un tarif réduit de 16 euros sera proposé pour les adhésions en provenance des pays émergents (le CA propose de reprendre la liste des pays proposée par l'AMS) ; le CA reconduit l'opération thèse-math pour l'année 2003 (adhésion 2003 gratuite pour les doctorants ayant soutenu en 2002). Sur ce dernier point, A. Prignet suggère que soit réalisée une lettre de félicitation accompagnée d'une adhésion gratuite qui serait remise lors de la soutenance.

M. Théra rappelle qu'il est important que le CA et les correspondants régionaux suscitent l'adhésion de leurs laboratoires.

Une « cellule industrie » est en cours de mise en place : J-F. Maître propose deux personnes susceptibles de participer à cette cellule, M. Bossy propose de participer à cette cellule.

J-M. Bonnisseau accepte de représenter la Smai au CA de la SMF.

Le prochain CA de la Smai aura lieu le vendredi 4 octobre de 14h à 16h. Il sera suivi d'un CA commun Smai/SMF.

Compte-rendu du bureau de la Smai du 24 juin 2002

Présents : Frédéric Bonnans, Christine Graffigne, Brigitte Lucquin, Colette Picard, Michel Théra

CNE (Comité National d'Evaluation) : la réponse au CNE sur son rapport sur les mathématiques appliquées est prête. M. Théra remercie la cellule « enseignement » pour son efficacité à ce sujet.

CANUM 2003 : suivant le fonctionnement habituel, le bureau de la Smai propose 4 membres pour le conseil scientifique du CANUM 2003. Un contrat est en cours de signature avec la Grande Motte. La liste des conférenciers invitées devrait être établie pour la mi-juillet.

Matapli : la facture de Vuibert concernant le dernier numéro de Matapli est arrivée, elle correspond exactement à ce qui était prévu. Le bureau décide de changer de routeur pour le numéro d'octobre ce qui permettra de faire des économies sur ce poste.

J-M. Coron souhaitant se retirer du poste d'éditeur en chef de ESAIM : COCV, le bureau discute des candidats susceptibles de prendre sa succession. Un vote à ce sujet sera proposé au CA d'octobre.

Le bureau discute d'actions ayant pour but de renforcer l'assise des mathématiques appliquées : demander des articles de fond sur « ce que sont les mathématiques appliquées » ; construire des pages web sur notre site sur les thèmes des TIPE et des TPE (ceci sera fait en coordination avec la cellule « enseignement » et en collaboration avec l'UPS). Le but de ces pages web sera de faire connaître notre société et notre implication au niveau de l'enseignement en fournissant quelques pages de présentation des thèmes puis des pointeurs sur des travaux de mathématiques appliquées reliés à ces thèmes (`http://smai.emath.fr/tipe.php`).

Une réunion avec EDP Sciences est prévue bientôt, il faudra en particulier discuter du volume horaire nécessaire au niveau du secrétariat éditorial.

Correspondants régionaux : la liste des correspondants régionaux est depuis longtemps gérée surtout au niveau de Matapli or il s'agit des correspondants de la Smai et pas seulement de Matapli. Un effort de mise à jour de la liste des corresponsants régionaux sera fait par la cellule « communication » et une liste devrait être présentée lors du CA d'octobre.

B. Lucquin souhaite se retirer de son poste d'éditeur en chef de Matapli. Le bureau discute de successeurs éventuels. Là aussi ce point sera discuté lors du CA d'octobre.

Compte-rendu du bureau de la Smai du 6 septembre 2002

Présents : Frédéric Bonnans, Christine Graffigne, Claude Le Bris, Hervé Le Dret, Brigitte Lucquin, Gilles Pagès, Colette Picard, Michel Théra

Invité : Alain Largillier, Alain Prignet

Mapapli : A. Largillier est candidat à la succession de B. Lucquin à la direction de Matapli. Sa candidature sera présentée au prochain CA (4 octobre 2002). Quelques remarques et suggestions sont faites sur le fonctionnement de Matapli : développer des rubriques qui puissent intéresser les industriels ; améliorer les liens entre le Matapli version papier et les pages web du site (ceci est en cours de réalisation) ; archiver sur le site web certains des articles de synthèse de Matapli ; développer des rubriques qui soient plus adaptées aux lecteurs de écoles d'ingénieurs ; même remarque pour l'Inria, l'Inserm et l'Inra.

Le point sur les revues électroniques ESAIM : les procédures de soumission doivent être revues et simplifiées au plus vite car les plaquettes 2003 doivent être imprimées par EDP Sciences avant la fin de l'année ; il y a actuellement des incohérences au niveau des noms de domaine. Le bureau souhaite à moyen terme uniformiser cela et proposera à EDP Sciences le nom de domaine « `esaim.emath.fr` ». Une réunion avec des représentants d'EDP Sciences aura lieu à la suite de ce bureau afin de discuter entre autres de ces problèmes.

M. Théra souhaite organiser une manifestation pour célébrer les 20 ans de la Smai (créée en 1983). Une possibilité est évoquée par le bureau mais doit être approfondie. L'AG 2003 pourrait être alors couplée à cette manifestation. Un projet devrait être présenté au CA d'octobre.

Le bureau recherche des volontaires pour représenter la Smai lors du colloque de Besançon organisé par le CNE (Comité National d'Evaluation), quelques noms sont évoqués. Une annonce de cette réunion sera faite via le serveur de liste de la Smai.

Compte-rendu du CA de la Smai du 24 septembre 2002

Présents : Frédéric Bonnans, Christine Graffigne, Brigitte Lucquin, Colette Picard, Michel Théra

Invité : Stéphane Cordier

Le bureau autorise l'ouverture d'un compte chèque pour le CANUM 2003.

ESAIM : le bureau remercie très vivement J-M. Coron pour son travail en tant que rédacteur en chef de COCV. J-M. Coron souhaitant se retirer, la candidature de E. Zuazua à l'édition en chef de COCV sera proposée au prochain CA. Afin d'améliorer la visibilité des revues électroniques, F. Bonnans propose que des articles pour Matapli soient demandés périodiquement aux éditeurs en chef de ces revues. Un article sur le numéro spécial J-L. Lions sera lui aussi prévu, l'insertion d'un encart annonçant ce numéro sera faite lors de l'envoi du prochain numéro de Matapli (janvier).

EDP Sciences : suite au redimensionnement de la charge de travail du secrétariat éditorial effectué en début d'année 2002, le contrat liant la Smai et EDP Sciences est revu à la baisse sur ce point. F. Bonnans fait remarquer à ce propos qu'il serait possible d'alléger sensiblement cette charge de travail en utilisant un logiciel adapté de suivi des relances. Ceci permettrait aussi aux éditeurs en chefs par exemple d'obtenir des statistiques sur les durées de traitement des articles plus facilement.

Opération TIPE : cette opération est destinée à animer le site web en fournissant de nouvelles ressources sur ce site mais aussi à permettre à la Smai de participer à l'organisation de journées en collaboration avec les grandes écoles et l'UPS (Union des Professeurs de Spéciales). Un certain nombre de pages web sont en cours de réalisation, certaines sont déjà disponibles sur le serveur. Il est à noter qu'une opération similaire pourrait être mise en place au niveau des TPE. L'UPS a déjà signalé l'existence de ces pages à ses adhérents.

Le bureau réfléchit à différentes possibilités d'organisation de manifestations pour célébrer les 20 ans de la Smai. Ces différentes possibilités seront présentées au CA du 4 octobre.

Organisation de l'AG 2003 : le bureau proposera lors du prochain CA que l'AG ait lieu lors du colloque AMAM 2003 à Nice entre le 10 et le 13 février. L'AG aurait ainsi lieu un peu plus tôt que les années précédentes mais la difficulté que l'on éprouve à faire venir des participants lors des AG conduit à chercher des dates correspondant à des manifestations d'une certaine importance. C. Picard confirme que la comptabilité devrait être prête à être présentée à l'AG à cette date.

La publication de la brochure « explosion des mathématiques » remporte un franc succès et malheureusement, nous disposerons d'un nombre insuffisant d'exemplaires. Les bureaux de la Smai et de la SMF devront essayer de trouver des financements pour permettre une réédition de cette brochure. La brochure est aussi disponible sur le site web de l'École polytechnique (un pointeur sur la page correspondante a été mis sur notre serveur).

Compte-rendu du CA de la Smai du 4 octobre 2002

Présents ou représentés : Jean-Marc Azaïs, Guy Bayada, Maïtine Bergounioux, Frédéric Bonnans, Mireille Bossy, Catherine Bonnet, Jean-Marc Bonnisseau, Marc Briane, Thierry Colin, Olivier Gibaru, Christine Graffigne, Brigitte Lucquin, Yvon Maday, Jean-François Maître, Bijan Mohammadi, Jérôme Monnier, Gilles Pagès, Colette Picard, Alain Prignet, Bernard Rousselet, Christian Saguez, Michel Théra, Bernard Ycart

Invité : Alain Largillier

Brigitte Lucquin souhaitant se retirer de la rédaction en chef de Matapli, Alain Largillier est candidat à sa suite. Après une présentation brève de ses activités et de ses objectifs en tant que rédacteur en chef de Matapli, A. Largillier est élu à l'unanimité. M. Théra et Colette Picard soulignent en particulier l'importance qu'il y aurait à obtenir des encarts publicitaires payants pour Matapli. Une action a déjà été entreprise en ce sens par B. Lucquin et G. Tronel et les tarifs, jugés trop élevés, ont été revus à la baisse.

La CA remercie très vivement J-M. Coron pour son action en tant que rédacteur en chef d'ESAIM : COCV. J-M. Coron souhaitant se retirer, le CA nomme à l'unanimité Enrique Zuazua nouvel éditeur en chef à compter du 1^er^janvier 2003. Suite à un vote électronique ayant eu lieu dans la semaine suivant la réunion du 4 octobre, le CA nomme aussi rédacteurs en chef adjoint : I. Fonseca, H. Attouch, B. Piccoli.

Le CA vote à l'unanimité une cotisation réduite de 34 Euros pour les adhérents de l'UPS (Union des Professeurs de Spéciales), ce tarif étant le tarif utilisé en règle générale pour les adhésions réduites.

M. Théra présente une possibilité de célébration des 20 ans de la Smai (qui a été créée en 1983). Il n'est pas encore possible de rendre cette possibilité publique pour plusieurs raisons et il n'est pas encore sûr qu'elle puisse se concrétiser ce qui pose des problèmes d'annonce et d'organisation. C. Saguez suggère qu'au lieu de célébrer les 20 ans de la Smai lors d'une seule manifestation, un certain nombre d'événements de différents types soient associés et largement diffusés par l'intermédiaire d'une sorte de dossier de presse. Le CA trouve cette suggestion très intéressante et crée un comité de pilotage pour cette célébration constitué de : T. Colin, Y. Maday, C. Saguez, M. Théra. Ce comité sera au besoin complété en fonction des besoins.

Le CA décide que l'AG 2003 aura lieu le lundi 10 février à 18h30 lors du colloque AMAM à Nice. D. Cioranescu a accepté au nom des organisateurs le principe d'une AG lors de ce colloque. À cause de la date du colloque, l'AG aura lieu plus tôt que les années précédentes, ceci conduit entre autre à fixer une date limite de candidature au CA de la Smai au 20 décembre afin que l'envoi des annonces de l'AG et des bulletins de vote puisse se faire dès la rentrée des vacances de Noël.

M. Théra évoque la possibilité de créer un prix de la Smai « J-L. Lions » : P-L. Lions a donné son accord de principe mais il faut décider de la forme et du mode de financement d'un tel prix.

Questions Diverses :

– B. Ycart, à la demande de M. Théra, décrit la collection « cahier des mathématiques appliquées » créée en Tunisie : chaque livre est constitué de deux cours de mathématiques appliqués de niveau 2^e^ cycle. Un certain nombre de livres existent déjà (voir `www.math-info.univ-paris5.fr/~ycart/cma/`). Ils sont publiés en Tunisie à un tarif très étudié , de l'ordre de 3 dinars (soit 2,30 euros environ). B. Ycart demande le soutient de la Smai sous la forme d'une lettre de son président afin

d'appuyer des demandes de financement auprès de l'AUF et de différents organismes et ambassades le but étant de maintenir un tarif de vente très faible permettant aux étudiants de Tunisie et d'autres pays d'Afrique francophone de se procurer facilement ces livres.
– À la suite du congrès ayant eu lieu en Chine, un congrès international de mathématiques aura lieu dans 4 ans en Espagne.

Le prochain CA aura lieu le vendredi 31 janvier 2003.

Compte-rendu du bureau de la Smai du 15 octobre 2002

Présents : Frédéric Bonnans, Christine Graffigne, Brigitte Lucquin, Gilles Pagès, Colette Picard, Michel Théra

Invité : François Murat, Pierre-Alexandre Bliman, Jan Nekovàr

F. Murat signale que l'association créée pour organiser le colloque pour les 70 ans de J.L. Lions, et qui a aussi organisé le congrès à sa mémoire, va être dissoute et que les membres de cette association souhaiteraient que les fonds restant soient utilisés pour créer un prix en l'honneur de J-L. Lions. Cette idée rejoignant celle de Michel Théra, les membres de l'association seraient donc d'accord pour verser la somme à la Smai si le projet développé leur paraît intéressant. Un certain nombre de possibilités de création de ce prix sont évoquées. Le bureau demande à F. Murat et à J.-P. Puel de bien vouloir étudier les différentes possibilités de gestion et de financement du prix.

P-A. Bliman et J. Nekovàr sont venus présenter une demande d'aide de la bibliothèque de mathématique et d'informatique de l'université Charles de Prague : plus de la moitié du fonds bibliographique a été détruit et il y a donc un énorme besoin d'argent ou de livres et de périodiques afin de reconstituer au moins partiellement le fonds de la bibliothèque. Une collecte de livres va être réalisée au niveau de la SMF puis le transport sera organisé via les ambassades. Le bureau souhaite que la Smai s'associe à la SMF dans cette action. C. Picard, trésorière, va essayer de déterminer s'il est possible de permettre aux membres de la Smai faisant un don en liquide de déduire ce don de leurs impôts ainsi que les contraintes juridiques de gestion des dons dans ce cadre. Le bureau demande par ailleurs qu'un comité soit créé au niveau tchèque afin que l'on puisse préciser dans l'appel comment et par qui seront utilisés les fonds récoltés. L'annonce sera alors diffusée sur papier et jointe à l'envoi du Matapli prochain, il y aura aussi une annonce par courrier électronique.

Le bureau donne son accord pour que « l'appel des scientifiques » soit reproduit sur le site web de la Smai et que l'existence de cet appel soit signalée grâce à la liste de diffusion électronique.

Le bureau décide de soutenir le texte rédigé par l'APMEP, il regrette cependant de n'avoir pas été associé à la rédaction de ce texte.

Le bureau décide que C. Graffigne sera la remplaçante de B. Lucquin au CA de l'IHP.

Suite à la demande faite par l'un des

adhérents, le bureau décide qu'il sera possible de payer pour une durée de trois ans une adhésion au tarif réduit de 16 euros réservé aux ressortissants des pays en développement, soit un tarif de 48 euros pour une adhésion de 3 ans. Afin de simplifier la rédaction des bulletins d'adhésion, il est plus simple de ne pas signaler explicitement cette possibilité qui sera simplement appliquée chaque fois qu'elle sera demandée.

ESAIM : F. Bonnans se charge de rédiger un texte résumant les définitions des mandats des revues ESAIM. Ce texte sera voté lors du prochain CA. Le nouveau board de ESAIM : Proc sera lui aussi présenté au prochain CA.

REVUES DE LA SMAI

par F. Bonnans

ESAIM-COCV CHANGE D'ÉQUIPE DIRECTIONNELLE

Le 4 octobre 2002, sur proposition de J.M. Coron, actuel rédacteur en chef de ESAIM-COCV, le conseil d'administration de la Smai a nommé Enrique Zuazua, professeur à l'Universidad Complutense de Madrid, rédacteur en chef de ESAIM-COCV pour une durée de 3 ans à partir du 1er janvier 2003. Il sera assisté des rédacteurs en chef adjoints H. Attouch (Montpellier), I. Fonseca (Carnegie Mellon) et B. Piccoli (Salerne).
La Smai est reconnaissante à J.M. Coron, fondateur de COCV, qui en a fait une revue de grande qualité. Elle exprime sa confiance à la nouvelle équipe pour franchir de nouvelles étapes dans le développement du journal. Rappelons que chaque membre de la Smai peut contribuer à la réussite de ses journaux, par la soumission d'articles, l'abonnement, et la diffusion de plaquettes lors de conférences.

La série de journaux ESAIM (European Series in Applied and Industrial Mathematics) a été créée en septembre 1995 par la Smai avec le soutien du MENRT. Cette création suivait une idée initiale de Jean Céa et a été rendue possible grâce à l'action constante du dynamique président de la Smai de cette époque, Jean-Pierre Puel. Elle comprend aujourd'hui quatre journaux, ESAIM : Modélisation Mathématique et Analyse Numérique (ESAIM : M2AN), ESAIM : Control, Optimisation and Calculus of Variations (ESAIM : COCV), ESAIM : Probability and Statistics (ESAIM : PS) et ESAIM : Proceedings. Les trois derniers titres ont été créés en même temps que la série ESAIM. M2AN est bien plus ancien. C'était un journal de l'AFCET, qui a rejoint la série ESAIM en 1999. Les rédacteurs-en-chef de chaque revue sont nommés par le CA de la Smai. J'ai été rédacteur en chef d'ESAIM : COCV depuis la création de ce journal. Le CA vient de nommer Enrique Zuazua pour me remplacer à compter de janvier 2003. C'est donc un moment privilégié pour faire un bilan sur ESAIM : COCV.

À l'origine, avec la création de la série ESAIM, il s'agissait de mettre en place des revues de mathématiques appliquées fonctionnant sur le modèle des revues traditionnelles à la différence de taille que ces journaux devaient être des journaux purement électroniques. On pensait alors que l'abandon du support papier permettrait, outre une rapidité de publication et de diffusion accrue, une baisse importante des coûts, voire même pour certains, une gratuité totale.

Pour des raisons surtout financières, on a du revenir à un modèle plus traditionnel avec un accord avec une maison d'édition, EDP Sciences, qui puisse assurer la continuation des revues ESAIM une fois la manne ministérielle tarie, avec comme corollaire des abonnements payants. Il y a aussi maintenant un volume papier annuel qui regroupe en fin d'année l'ensemble des articles parus durant cette année. Cela rassure certains auteurs qui restent sceptiques sur la possibilité de lire dans 50 ans leur article si celui-ci n'est conservé que de façon électronique. EDP Sciences a su proposer des abonnements particulièrement attractifs tant individuels qu'institutionnels. L'abonnement institutionnel permet un nombre illimité de téléchargements, avec accès contrôlé par numéro ou domaine IP (de classe B pour être précis). L'adresse web du journal est `www.edpsciences.org/cocv/`. Cet abonnement offre droit en outre au volume papier. Dès l'année prochaine, deux sortes d'abonnements institutionnels seront proposés : avec ou sans volume papier.

Depuis sa création, ESAIM : COCV a publié plus 160 articles et plus de 5000 pages. Comme pour tout nouveau journal, les débuts ont été un peu difficiles. Mais assez rapidement, grâce aux actions des membres du comité éditorial et aux rédacteurs en chef adjoints (Jacques Blum, Irene Fonseca, Jean-Pierre Quadrat et Enrique Zuazua), auxquels je veux rendre hommage ici, les soumissions se sont faites plus nombreuses. De plus, des auteurs courageux et généreux ont bien voulu offrir à ESAIM : COCV pendant sa phase de démarrage des articles de grande qualité qui auraient été acceptés sans problème dans les revues les plus prestigieuses. Sur le plan scientifique, je crois que l'on peut considérer que l'opération est une réussite. Par contre, il reste encore beaucoup à faire du côté du nombre des abonnements : malgré des progressions assez significatives chaque année, celui-ci reste encore trop faible. Je fais donc un appel pour que vérifiez que votre bibliothèque est bien abonnée à ESAIM : COCV et si cela n'est pas le cas, faire le nécessaire pour que la situation évolue ! Les formulaires de souscription se trouvent à `www.edpsciences.org/cocv/sub-infoCOCV.html`.

Cette année, outre le volume habituel, ESAIM : COCV a publié un volume spécial dédié à la mémoire de Jacques-Louis Lions qui a été un pionnier des mathématiques appliquées contemporaines. Jacques-Louis Lions a profondément influencé de nombreux chercheurs dans les domaines scientifiques couverts par ESAIM : COCV. Il est d'ailleurs auteur du premier article que nous avons publié. Ce volume est un témoignage de reconnaissance.

Je suis très content qu'Enrique Zuazua ait bien voulu être rédacteur en chef à compter de janvier 2003. C'est un mathématicien mondialement connu pour ses travaux sur les équations aux dérivées partielles et le contrôle de ces équations, un des principaux thèmes d'ESAIM : COCV. Par ailleurs, comme j'ai pu en particulier le constater pendant les huit années où nous avons travaillé ensemble pour ESAIM : COCV, il est très dynamique, parfaitement bien organisé et plein d'idées. Sous sa direction, ESAIM : COCV continuera à progresser fortement. C'est un excellent choix fait par le CA de la Smai.

Jean-Michel Coron
Rédacteur en chef d'ESAIM : COCV

NUMÉRO SPÉCIAL DE M2AN

par Olivier Pironneau

Le numéro d'octobre de M2AN est un numéro spécial sur les outils et les logiciels pour le calcul scientifique et plus particulièrement pour les équations aux dérivées partielles. Les auteurs sont des chercheurs venant soit de grands organismes comme l'Inria ou l'Onera, soit de l'université, mais le nombre de chercheurs des grands organismes est plus grand que celui des universitaires. C'est principalement le C++ qui est utilisé, quoique le FORTRAN 90 et le Java soient aussi présents. Nous aurions pu nous attendre à voir aussi des contributions utilisant XML, et plus d'applications GRID mais il y a évidemment un décalage entre les modes et les réalisations.

Cette initiative a pour origine deux journées sur le C++ et le Java pour le calcul scientifique organisées en 2000 et 2001 par l'IUF à la Maison des universités afin de faire le point sur les nouveaux outils que ces langages apportent. Nous pensions plus particulièrement aux *templates* d'expression du C++, aux bibliothèques qui cachent le parallélisme et l'optimisation des caches comme POOMA du Lawrence Livermore Laboratory, à la différentiation automatique de programme et à ce qu'on appelle maintenant la programmation générique. Les participants et les développeurs ayant exprimé leurs difficultés quant à la reconnaissance de leurs travaux par la communauté des mathématiciens appliqués et des informaticiens, nous avions décidé de faire ce numéro spécial. Voilà chose faite.

Le problème se pose maintenant de savoir s'il faut continuer ou recommencer seulement l'expérience de temps en temps. C'est à vous, cher lecteur, de nous donner votre avis, même anonyme.

En effet, il reste d'actualité que

1. de nombreux développements logiciels sont vraiment créatifs et contiennent des idées qui valent la peine d'être connues et sur lesquelles on peut s'appuyer pour de nouvelles constructions ou abstractions ;
2. certains logiciels sont de véritables outils pour la communauté et méritent qu'on en fasse la publicité ;
3. les développeurs sont souvent jeunes, parfois peu compris de leurs collègues (ils communiquent en outre assez mal : en particulier ils publient peu, sauf peut-être dans des actes de colloques). Par ailleurs l'industrie les courtise et l'université pourrait perdre cette compétence.

Ce numéro spécial est donc un essai pour aider la diffusion de certaines de ces innovations. Nous y retrouvons un éventail assez large de contributions, allant de l'implémentation d'algorithmes de l'analyse numérique comme les éléments finis de degré élevé et certains aspects de la méthode des multipoles, jusqu'à des considérations plutôt informatiques comme les techniques de compilation pour la différentiation automatique ou les problèmes posés par le projet GRID.

Toutefois, rappelons le, toutes les contributions sont tournées de près ou de loin vers le calcul scientifique et, de fait, la plupart d'entre elles présente des réalisations logiciels pour la résolution d'EDP et et des techniques informatiques qui ont rendu leur écriture plus simple.

Le succès de cette entreprise n'est pas gagné. Il faut reconnaître que ces textes ne sont pas forcément faciles à lire, mais après tout, une analyse d'erreur n'est-elle pas quelque peu hermétique à celui qui n'en a jamais lue ! À titre personnel, il me semble très important d'encourager les recherches aux frontières de l'analyse numérique et de l'informatique ; un rapport de la NSF a d'ailleurs insisté récemment sur ce point aussi. Depuis le début, les ordinateurs progressent aussi bien sur le plan matériel que logiciels ; certaines idées nouvelles du calcul scientifique sont franchement difficiles à implémenter et les langages de hauts niveaux sont une nécessité. Les industriels, qui doivent s'adapter, reculent pourtant devant le coût et les conflits de générations que cela engendre. Cependant l'évolution se fait lentement mais sûrement par le simple fait que les jeunes chercheurs ont un goût indéniable pour ces nouvelles techniques.

BILAN DU CNU 2002 - SECTION 26

par le bureau de la section 26 du CNU

Le CNU 26e section élu en février 99 a siégé en 2002 dans une composition pratiquement inchangée.

Son bureau est composé d’Alain Rigal (Université Toulouse 3), président, Patrick Cattiaux (Université Paris 10), vice-président A, Dominique Simpelaere (Université Paris 12), vice-président B et Naïma Debit (Université Lyon 1) assesseur. Les sessions plénières du CNU ont eu lieu du 4 au 6 février pour les qualifications et les 6–7 et 16–17 mai pour les promotions (CRCT).

Le bilan ci-dessous se structure donc en deux parties correspondant à chacune de ces missions du CNU.

I — BILAN DES QUALIFICATIONS

1. Qualification aux fonctions de maître de conférences

Le nombre de candidats était de 355 (354 en 2001, 456 en 2000). 61 dossiers ne sont pas parvenus aux rapporteurs (ce nombre est en baisse, le rythme des échéances étant sans doute assimilé : soutenance avant le 6 janvier).

Sur 294 dossiers examinés, 194 candidats ont été qualifiés (66%) et 100 (34%) ne l’ont pas été. La baisse très sensible du nombre de candidats observée en 2001 ne s’est pas poursuivie. Cependant le nombre des candidats issus de champs disciplinaires parfois fort éloignés des mathématiques s’est un peu accru, ce qui explique une certaine augmentation des refus de qualification. L’éventail des disciplines est toujours aussi large : informatique, physique théorique, mécanique, automatique (traitement du signal), sciences de la vie, économie, astrophysique… et l’attitude de la section ouverte aux applications des mathématiques.

Deux repères importants sont utilisés pour l’appréciation des dossiers, en particulier pour les candidats dont le parcours ne s’inscrit pas de façon canonique dans les thématiques de la section :

a) l’aptitude à enseigner les mathématiques générales en DEUG et en tronc commun de Licence de maths : ceci est apprécié à partir de la formation initiale du candidat et de son expérience pédagogique ;
b) l’activité scientifique, dans les domaines d’application, ne doit pas se limiter à une utilisation de méthodes ou d’algorithmes éprouvés. L’évaluation se base alors sur l’apport méthodologique, le développement de nouveaux algorithmes, la validation par des applications réalistes.

À partir de ces repères on peut sérier les candidatures :
- pour les candidats à « dominante » section 25 le point a) ne se discute pas et la qualification 25-26 est envisagée dans un souci de recouvrement des thématiques « pures » et « appliquées » ;
- pour les candidats relevant de l'informatique théorique (section 27) et de la physique théorique (section 29) l'éventualité d'une double qualification est en général plus naturelle avec la section 25 ;
- pour les domaines d'application (autres sections) les repères a) et b) sont le cadre de base de l'analyse des dossiers.

En conclusion la non-satisfaction des critères ci-dessus a conduit au refus de qualification d'environ 80 candidats.

2. Qualification aux fonctions de Professeur

Le nombre de candidats était de 111 (99 en 2001, 142 en 2000). 16 dossiers ne sont pas parvenus aux rapporteurs. Sur 95 dossiers examinés 68 candidats ont été qualifiés (72%) et 27 (28%) ne l'ont pas été. La moitié de ces refus a été motivée par des raisons thématiques ; dans la plupart des cas le positionnement des candidats est assez clair et permet d'attester de leur capacité à encadrer des doctorants en mathématiques appliquées. Pour les candidats ayant fait leur recherche à l'étranger la qualification donne l'équivalence de l'habilitation à diriger des recherches (HDR). D'autre part certaines HDR récentes n'ont pas semblé attester d'une autonomie et d'une maturité scientifiques suffisantes.

Commentaire

La chute significative du nombre des candidats à la qualification aux fonctions de maître de conférences et professeur observée en 2001 ne s'est pas poursuivie. Cependant l'activité scientifique dans le domaine des mathématiques appliquées mesurée par le nombre de thèses et d'HDR est au mieux stationnaire. La diminution constante du nombre des postes de maître de conférences publiés, l'attractivité de disciplines voisines (informatique), les difficultés rencontrées par les maîtres de conférences recrutés dans les années 90 pour mener à terme une HDR en raison de charges pédagogiques et administratives croissantes... sont quelques paramètres conduisant à ce constat. La régression programmée du nombre des allocations et monitorats sera bien évidemment un facteur aggravant.

II — Bilan des promotions

Pour la première fois le CNU a examiné les promotions des maîtres de conférences (MCF) et professeurs (PR) en mai avant les instances locales (conseil d'administration pour les MCF et conseil scientifique pour les PR). D'autre part les promotions en voie 3 (collègues ayant de lourdes charges administratives) sont gérées par une instance *adhoc* pluridisciplinaire — la pluridisciplinarité n'allant pas jusqu' à inclure des membres issus des sections 25 ou 26.

Toutes les sections bénéficient du même taux de promotion global (promotions locales + CNU), y compris pour la voie 2 (établissements à effectif restreint d'enseignants-chercheurs) dont les candidats sont examinés par le seul CNU. Ces taux sont particulièrement éclairants car ils donnent une idée très précise des « chances » de promotion. Pour ce qui concerne le CNU les promotions dont il « disposait » étaient les suivantes :
– 1 promotion pour 31 promouvables en MCF hors classe ;
– 1 promotion pour 32 promouvables en PR 1ère classe ;
– 1 promotion pour 105 promouvables en PR classe exceptionnelle 1er échelon ;
– 1 promotion pour 13 promouvables en PR classe exceptionnelle 2e échelon.

Ces quotas de promotion présentant une régression par rapport à nos 3 premières sessions (1999, 2000 et 2001) ont suscité de très vives réactions : pétitions recueillant de nombreuses signatures, intervention des présidents de section auprès du cabinet du ministre. De nombreuses informations sont disponibles sur la page CNU du serveur de la SMAI.

Promotions sur les contingents réservés aux établissements

MCF hors classe : quatre promus : Gonzalez Pierre-Louis (CNAM Paris), Carbonnel-Leredde Annie (Paris 11), Lethielleux Maurice (Paris 2), Nivet Christine (Bordeaux 2).

PR 1ère classe : sept promus : Blot Joël (Paris 1), Cuer Michel (Montpellier 2), Fort Jean-Claude (Nancy 1), Hennion Hubert (Rennes 1), Liandrat Jacques (Aix-Marseille 2), Maul Armand (Metz), Rusch-Diener Francine (Nice).

PR classe exceptionnelle 1er échelon : trois promus : Florens Jean-Pierre (Toulouse 1), Ghidaglia Jean-Michel (Paris 11), Thivent-Cocozza Christiane (Marne la vallée).

PR classe exceptionnelle 2e échelon : un promu : Gallouët Thierry (Aix-Marseille 1).

Promotions sur le contingent national

Voie 1 (cas général) :
MCF hors classe : huit promus (121 candidats) : Astier Roger (Paris 11 IUT Orsay), Audin-Mac Aleese Jacqueline (Paris 7), Canalis-Durand Mireille (Aix-Marseille 3), Charpentier Rémy (Orléans), Couchouron Jean-François (Metz), Dossou-Gbete Simplice (Pau), Foucart Thierry (Poitiers IUT), Guernalec Noëlle (Aix-Marseille 2), Pratt Élaine (Aix-Marseille 1).

PR 1ère classe : huit promus (161 candidats) : Cerf Raphael (Paris 11), Chrusciel Piotr (Tours), Emamirad Hassan (Poitiers), Iouditsky Anatoli (Grenoble 1), Mas-Gallic Sylvie (Evry), Russo Francesco (Paris 13), Sokolowski Jan (Nancy 1), Vaienti Sandro (Toulon).

PR classe exceptionnelle 1 (CE1) : deux promus (77 candidats) : Komornik Vilmos (Strasbourg 1), Picard Dominique (Paris 7).

PR classe exceptionnelle 2 (CE2) : deux promus (13 candidats) : Le Jan Yves (Paris 11), Maurey Bernard (Paris 7).

Voie 2 (établissements à effectif restreint d'enseignants-chercheurs) :
MCF hors classe : 1 promu (9 candidats) : Barbier Marie-Lise (IUFM Rouen).

PR 1ère classe : 1 promu (8 candidats) : Tahraoui Rabah (IUFM Rouen).

Observation

De façon récurrente, les collègues enseignants-chercheurs relevant de la section 26 sont pénalisés par les difficultés rencontrées pour bénéficier de promotions locales. Depuis plusieurs années, le nombre de promotions au titre local est au mieux égal à celui des promotions octroyées par le CNU. Il en résulte un déficit permanent. La situation très critique en 2001 n'est guère meilleure cette année : quatre promotions locales en MCF hors classe *vs.* neuf promotions nationales et sept promotions locales *vs.* huit promotions nationales en 1ère classe des professeurs.

III — Promotion des assistants

Pour la première année une procédure de promotion des assistants comme maîtres de conférences a été mise en place. Cette procédure est de type « liste d'aptitude », c'est à dire indépendante des concours sur emploi. Cette liste est globale, i.e. toutes disciplines confondues, et est contingentée : 250 promotions pour 1600 candidats potentiels et 1031 candidats effectifs.

Chaque section du CNU émet un avis consultatif et une commission nationale de 32 membres dans laquelle siégeaient Y. Dermenjian et P. Saint-Pierre au titre du CNU 26 a réalisé la « synthèse » de toutes les propositions. Un retour de cette commission est synthétisé à la suite de ce bilan.

IV — Quels enseignements en tirer ?

1. Évolution statutaire et problèmes spécifiques

a) Sur le plan statutaire, l'inversion de l'ordre d'examen des candidatures aux promotions est sans conséquence notable : la situation de blocage atteint de tels seuils que l'interaction national-local ne peut se faire. Comme de plus la section 26 est déficitaire sur le plan des promotions locales…

b) Les candidatures relevant de la voie 3 — fonctions de direction d'établissement, d'UFR… — ont été examinées par une instance nouvelle de 20 membres regroupant TOUTES les disciplines, *i.e.* depuis le droit jusqu'aux activités physiques et sportives. La représentation du CNU est assurée par tirage au sort parmi les membres des bureaux de toutes les sections : sept PR et sept MCF ont ainsi été désignés. Le seul représentant du groupe 5 (sections 25-26-27) dans cette structure est S. Després vice-présidente B de la section 27. Les six autres membres (3 MCF et 3 PR) sont nommés parmi les collègues exerçant ou ayant exercé des fonctions relevant de la voie 3, un de ces nommés est PR en section 27. Doit-on prendre pour une définition de la voie 3 l'assertion figurant dans la circulaire du ministère : « Enseignants-chercheurs qui exercent des fonctions autres que d'enseignement et de recherche » ? Nous n'avons pas eu de retour à ce jour au sujet du fonctionnement de cette instance.

2. Promotions maîtres de conférences hors classe

La situation de la promotion en hors classe par rapport à la qualification aux fonctions de professeur (et aux candidatures sur des postes…) est un point important dans le débat sur ces promotions. Le spectre extrêmement large des activités des candidats à ce niveau de promotion conduit à des regroupements par « profils ». On ne peut en effet comparer des candidats dont le dossier scientifique est solide avec des collègues jouant (ou ayant joué) un rôle important dans diverses charges pédagogiques et/ou administratives sans être en voie 3, voie maintenant réservée à des fonctions bien précises et gérée par une instance spécifique, indépendante du CNU.

3. Promotions professeurs 1ère classe

À ce niveau de promotion on observe chaque année une tension croissante. Le nombre de promotions disponibles résulte uniquement de l'effet mécanique des possibilités offertes par les départs à la retraite (et les rares promotions en classe exceptionnelle…). Le quota annuel de promotions est très inférieur au nombre de collègues recrutés lors de chaque mouvement dans la première moitié des années 90. Il y a donc accumulation de bons candidats et la budgétisation d'un certain nombre de promotions sur les prochaines années est indispensable pour un retour progressif à une évolution de carrière normale. Une « amélioration » est prévue pour 2003…

4. Constitution des dossiers de candidature

Pour ce qui concerne les dossiers de qualification le cadre est assez bien établi et les guides disponibles dispensent informations et conseils pertinents. Nous attirons seulement l'attention sur l'aide à l'évaluation que constituent les pré-rapports de thèse ou d'habilitation, bien qu'ils ne soient pas exigés dans les textes. Il est également très souhaitable que le manuscrit de la thèse fasse partie du dossier.

La constitution des dossiers de promotion est définie de façon assez vague. Le fond de ce dossier doit être un CV et une liste complète des travaux : une limitation aux trois dernières années est un non-sens pour tous les niveaux de promotion. Il est de plus indispensable que le dossier comporte des informations précises et quantifiées (en volume et en durée...) sur les activités pédagogiques (formation initiale et continue), administratives (niveau et importance des responsabilités) et plus généralement au service de la communauté universitaire : relations avec le monde non-universitaire, relations internationales, investissement dans divers organismes et structures... L'administration ne fournissant qu'un seul dossier au CNU, chaque rapporteur duplique ses dossiers et les transmet au second rapporteur également désigné par le bureau.

Le bureau de la section 26 du CNU : Alain Rigal, Patrick Cattiaux, Dominique Simpelaere, Naïma Debit.

ANNEXE : MEMBRES DE LA SECTION 26 DU CNU POUR 2003

Collège A

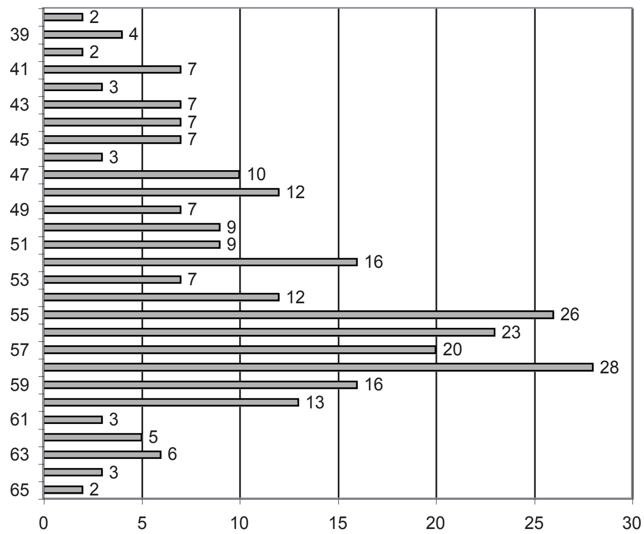
ALLAIRE Grégoire	Université Paris 6
ANTONIADIS Anestis	Université Grenoble 1
AUBERT Gilles	Université Nice - IUT
BACHELOT Alain	Université Bordeaux 1
BLUM Jacques	Université Grenoble 1
BOSQ Denis	Université Paris 6
BOUCHITTÉ Guy	Université Toulon
CATTIAUX Patrick	Université Paris 10
COHEN Albert	Université Paris 6
CROUZEIX Michel	Université Rennes 1
DERMENJIAN Yves	Université Aix-Marseille 1
DERRIENNIC Yves	Université de Brest
DURRANDE-LABORDE Colette	IUFM Grenoble
FABRE Caroline	Université Nice - IUT
GASSIAT Elisabeth	Université Paris 11
GOLSE François	Université Paris 7
GRAFFIGNE Christine	Université Paris 5
GRANIER-GASSIAT Elisabeth	Université Paris 11
JOLY Patrick	INRIA Rocquencourt
LE GALL Jean-François	Université Paris 6
OPPENHEIM Georges	Université Paris 11
PONTIER Monique	Université Toulouse 3
RIGAL Alain	Université Toulouse 3
THÉRA Michel	Université Limoges
TSYBAKOV Alexandre	Université Paris 6

Collège B

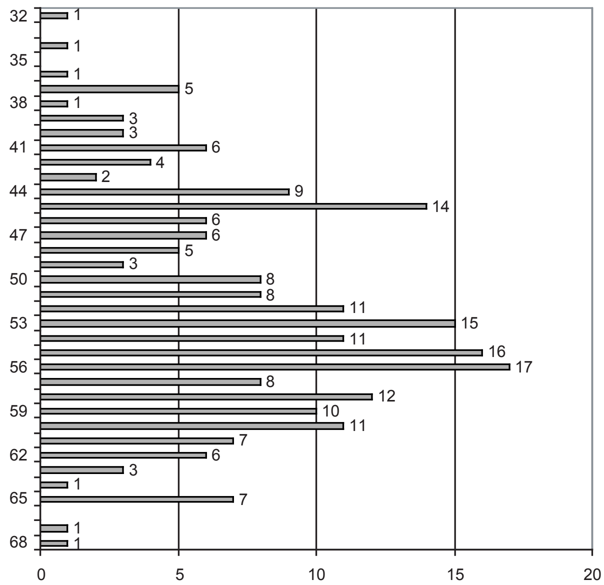
AKESBI Samir	Université de Mulhouse
ASTRUC Thierry	Université Toulon
BERTHET Philippe	Université Rennes 1
BRUNEAU Vincent	Université Bordeaux 1
CATTO Isabelle	CNRS Paris 9
CHAMBOLLE Antonin	CNRS Paris 9
CHAUVEAU Didier	Université Marne la Vallée
CHENIN Patrick	Université Grenoble 1
DE FALGUEROLLES Antoine	Université Toulouse 3
DEBIT Naïma	Université Lyon 1
FABRE Sylvie	ENS Cachan
GAUDRON-TROUVÉ Isabelle	Université Paris 13
GIPOULOUX Olivier	Université Saint-étienne
GLEYSE Bernard	INSA Rouen
GUIONNET Alice	ENS Ulm
HACHEM Ghias	Université Toulouse 3
HUARD Alain	INSA Toulouse
LANGLOIS Philippe	Université la Réunion
PETIT Frédérique	Université Paris 6
PHILIPPE Anne	Université Lille 1
SAINT PIERRE Patrick	Université Paris 9
SIMPELAERE Dominique	Université Paris 12
SOULIER Philippe	Université Evry

Annexe : Répartition des âges des différentes catégories d'enseignants-chercheurs

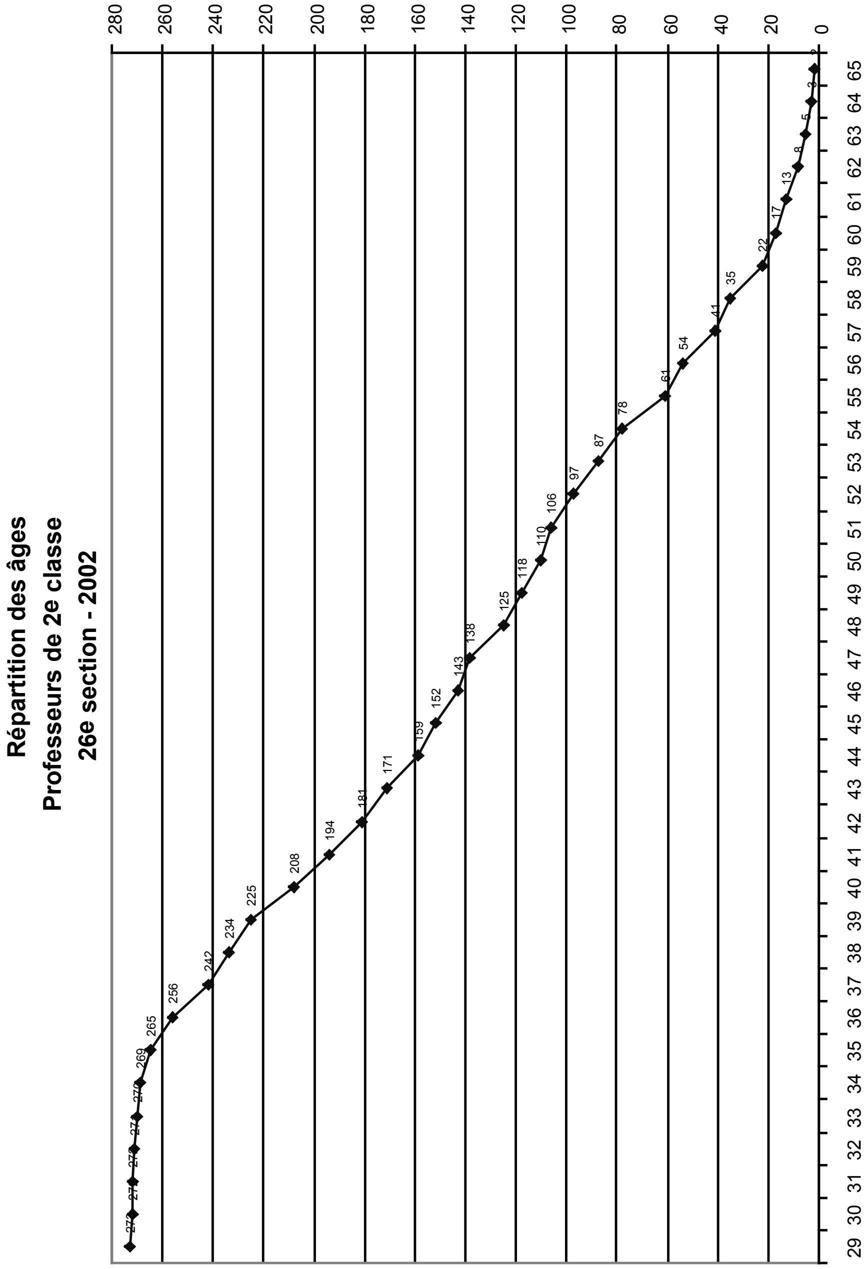
Pour mettre en évidence le déficit chronique du nombre de promotions, Christine Graffigne a pris l'initiative d'établir les pyramides des âges suivantes, qui sont aussi disponibles sur les pages web CNU26. Elles sont très édifiantes pour l'ensemble de la communauté.

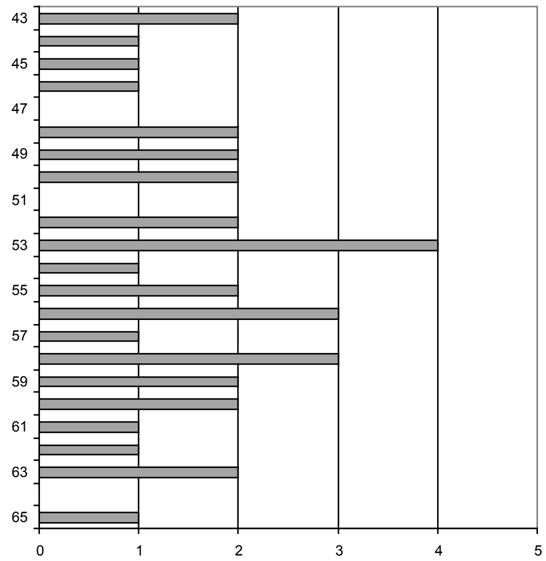


Répartition des âges
MCF échelons 7 à 9
26e section - 2002

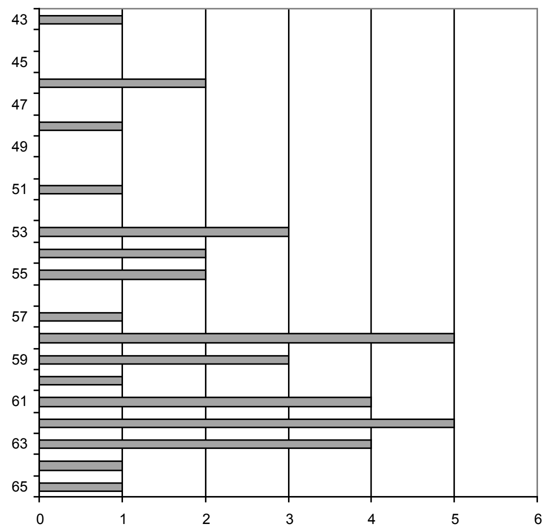


Répartition des âges
Professeurs de 1ere classe
26e section - 2002


Répartition des âges
Professeurs de 2e classe
26e section - 2002



Répartition des âges : Professeurs au 1er échelon de la classe exceptionnelle 26e section - 2002



Répartition des âges : Professeurs au 2e échelon de la classe exceptionnelle 26e section - 2002

Promotion des assistants

par Patrick Saint-Pierre

Pour la première année une procédure de promotion des assistants comme maîtres de conférences a été mise en place : la liste d'aptitude pour l'accès au corps des maîtres de conférences, indépendante des concours sur emploi. Cette liste est globale, toutes disciplines confondues, et contingentée : 250 promotions pour 1029 candidats effectifs. Comme toutes les sections, notre section CNU a émis un avis consultatif et la commission nationale de 32 membres dans laquelle siégeaient nos collègues Y. Dermenjian et P. Saint-Pierre au titre du CNU 26 a réalisé la synthèse de toutes les propositions. Quelques chiffres et indications sont repris ici pour illustrer le travail de cette première session.

Le tableau annexé est extrait du tableau récapitulatif , où les chiffres ne sont détaillés que pour le groupe 5.

Quelques remarques

1. Le classement dans le groupe B a été fait selon la règle de l'âge sauf pour les dix premiers, les seuls qui avaient une probabilité non nulle d'obtenir une transformation par le désistement ou le décès d'une personne classée en A. L'existence de trois candidats qui devaient devenir maître de conférences par la voie normale a été prise en compte.
2. En cas de seconde session, toutes les candidatures à une transformation seront réexaminées et le critère de l'âge sera, comme cela l'a été en juillet, un critère parmi d'autres déterminant le classement.
3. Certaines sections de CNU (droit ou économie) ont été défaillantes et dans certains cas, l'avis du président d'Université laissait transparaître l'existence de conflits localisés. Dans toute la mesure du possible il a été tenu compte de ces distorsions et l'avis des rapporteurs devenait alors déterminant.
4. Dans l'ensemble, sauf en langue qui est un cas particulier où assistanat et monitorat se confondent, les quotas ont été respectés.
5. La présidence de Marie Cottrell a été particulièrement appréciée.

Enfin voici la motion votée à l'unanimité adressée au ministère : la commission nationale chargée de l'inscription des assistants sur la liste d'aptitude pour l'accès au corps des maîtres de conférences a classé les 1029 candidats en utilisant une grille de lecture mettant en valeur les responsabilités suivantes :
- les responsabilités pédagogiques, l'innovation pédagogique, la diversité des enseignements assurés ;
- les activités de recherche, de vulgarisation, d'animation scientifique et leur continuité dans le temps ;

– les responsabilités administratives et électives (direction d'UFR, d'études, de département d'IUT, de service de formation continue, participation à des conseils,...) au service de la communauté universitaire et la durée des mandats effectués.

Plus de 500 dossiers ont reçu un avis très favorable prioritaire et beaucoup d'autres candidats méritent d'être pris en considération.

Conformément à la réglementation pour cette première étape, la commission a établi une liste principale de 250 personnes et une liste complémentaire de 125 personnes.

Les membres de la commission se félicitent de la mise en place de cette procédure qui a permis de résoudre de nombreux problèmes de carrière ; ils insistent pour que cette procédure soit reconduite et que dans l'immédiat au moins 250 nouveaux emplois de maîtres de conférences soient ouverts dès le printemps 2003.

Colonne A : nombre d'assistants retenus pour les 250 transformations de postes prévues ;
Colonne B : nombre d'assistants classés sur la liste complémentaire de 250 noms ;
Colonne C : nombre d'assistants dont la transformation pourrait être envisagée ultérieurement ;
Colonne D : nombre d'assistants dont la transformation n'est pas envisagée.

		A	**B**	**C**	**D**	**Totaux**	**A%**
TOTAL		250	289	333	157	1029	24,30%
Groupe 1	Droit Sc.Pol	59	43	71	81	254	23,23%
Groupe 2	Econ Gestion	50	53	81	30	214	23,36%
Groupe 3	Littér Langues	25	55	40	9	129	19,38%
Groupe 4	Hist Géo Philo	20	32	22	2	76	26,32%
Groupe 5	Math Inf Astro	40	47	54	16	157	25,48%
dont	*section 25*	*6*	*9*	*14*	*5*	*34*	*17,65%*
	section 26	*11*	*13*	*15*	*4*	*43*	*25,58%*
	section 27	*19*	*25*	*23*	*7*	*74*	*25,68%*
	section 34	*1*	*0*	*0*	*0*	*1*	*100,00%*
	section 36	*3*	*0*	*2*	*0*	*5*	*60,00%*
Groupe 6/7	Phys Chimie	9	3	11	1	24	37,50%
Groupe 9	Méca Electr	7	12	11	9	39	17,95%
Groupe 10	Biologie	16	24	23	3	66	24,24%
Groupe 11	Pharmacie	12	9	12	2	35	34,29%
Groupe 12	Sc Educ	12	11	8	4	35	34,29%

Groupe 1 : sections 1, 2, 3, 4 ; groupe 2 : sections 5, 6 ; groupe 3 : sections 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 ; groupe 4 : sections 16, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 ; groupe 6/7 : sections 28, 29, 30, 31, 32, 33 ; groupe 9 : sections 60, 61, 62, 63 ; groupe 10 : sections 41, 64, 65, 66, 67, 68, 69 ; groupe 11 : sections 39, 40 ; groupe 12 : sections 70, 71, 72.

ANALYSE DE LA CAMPAGNE PEDR 2002

par Jean-Marc Deshouillers et Edwige Godlewski*

Les primes d'encadrement doctoral et de recherche (PEDR) ont été instaurées en 1990 (décret n°90-51 du 12 janvier 1990 publié au *JO* du 14 janvier 1990 modifié par le décret 2002-737 du 2 mai 2002). Elles sont attribuées (pour une durée de 4 ans) aux enseignants-chercheurs qui, outre l'exécution de l'intégralité de leurs obligations statutaires d'enseignement, se consacrent particulièrement à leurs activités de recherche et d'encadrement doctoral.

Les enseignants-chercheurs et personnels assimilés titulaires et les chercheurs des EPST et des EPIC en détachement ou candidat à la mobilité dans l'enseignement peuvent également déposer un dossier de demande de PEDR (circulaire DR-C1 n°99-607 du 8 avril 1999 et circulaire DR-C4 n°99-6821 du 21 mai 1999). Les dispositions applicables aux dérogations en cas de cumul de rémunération sont contenues dans la circulaire DR-C4 n°99-852 du 29 décembre 1999. Notons en particulier que les enseignants-chercheurs et assimilés bénéficiant de la PEDR et ayant obtenu une délégation se voient appliquer un nouveau régime plus favorable à la mobilité.

Principes appliqués pour la campagne 2002 en mathématiques

Le jury, nommé par la directrice de la Recherche, se composait de quinze membres : Dominique Azé (PR Toulouse 3), Loïc Chaumont (MC Paris 6), Jean-Yves Chemin (PR École polytechnique, président du jury), Bernard Coupet (PR Aix-Marseille 1), Stephan De Bievre (PR Lille 1), Laurent Desvillettes (PR Ens Cachan), Vincent Franjou (PR Nantes), Guy Henniart (PR Paris 11), Jean-Pierre Labesse (DR CNRS, Paris 7), Fulbert Mignot (PR Paris 11), Annie Millet (PR Paris 10), Valérie Perrier (PR Grenoble 1), Jean-Marc Schlenker (PR Toulouse 3), Alain Trouvé (PR Paris 13), Bernard Ycart (PR Paris 5). Il s'est réuni en septembre.

Les membres du jury ont reçu en juillet 2002 deux jeux de dossiers de candidature (une trentaine de dossiers par jeu en moyenne) et l'analyse de la campagne PEDR 01 avec le texte suivant :

> *Deux jeux de dossiers sont ventilés entre les experts. Le premier jeu est ventilé en fonction des compétences des experts*[1] *et le second jeu est ventilé de telle sorte que les dossiers relevant d'un*

* Mission Scientifique Universitaire — Direction de la Recherche - Direction de l'Enseignement supérieur

[1] Il y a des domaines qui ne sont couverts par aucun expert du groupe ; certains dossiers n'ont pas été attribués à l'expert a priori le plus compétent, soit pour ne pas alourdir la charge de certains, soit en raison d'une mauvaise appréciation de la thématique du dossier (merci de nous indiquer ces cas avec une proposition d'un autre expert du jury), soit en raison de contraintes déontologiques (pas de dossier du même laboratoire, du même établissement).

établissement soient examinés par le même expert. Le premier jeu attribué aux experts MC ne contient que des dossiers de MC.

Critères d'évaluation

Les critères à prendre en compte, avant de les moduler par d'autres éléments du dossier, sont :

MC jeunes	*Qualité scientifique de la production après thèse,*
MC mûrs	*Qualité et quantité de la production, existence d'encadrement (DEA, co-encadrement de thèses),*
PR jeunes	*Qualité et quantité de la production, encadrement de thèses,*
PR mûrs	*Qualité et quantité de la production, thèses soutenues, thèses en cours.*

La production s'analyse essentiellement en termes de publications. Les autres formes de production (logicielle par exemple) sont plus rares dans notre discipline, mais doivent être également prises en compte.

Les autres éléments du dossier concernent notamment la participation à la vie de la recherche mathématique (direction de laboratoire, d'ED, rayonnement,...) ; ces points ne doivent pas être négligés : si les activités d'administration de la recherche ne peuvent être substituées en totalité aux activités de publication et d'encadrement, elles doivent être impérativement prises en compte en complément de ces activités.

Ensuite, les dossiers doivent être classés de façon grosso modo linéaire ; des paquets d'ex æquo peuvent être proposés pour les 40% des meilleurs dossiers et les 25% des dossiers qui paraissent le plus en retrait ; le recours aux ex æquo devrait être d'autant plus limité qu'on se trouve proche de la bande centrale. Il n'y a bien entendu pas de quota par expert, mais il est raisonnable de penser qu'un taux de satisfaction proche de 50% conduise à une satisfaction d'au moins 40% par expert.

Les dossiers du second jeu qui peuvent se situer assez loin du champ disciplinaire du rapporteur sont analysés de façon beaucoup plus sommaire et administrative (analyse « numérique ») ; le rôle de ce second coup d'œil est de pouvoir intervenir en séance si un grand décalage apparaît entre le classement expert et le coup d'œil de contrôle. En outre, le second rapporteur doit s'assurer en séance de la logique locale des classements proposés par les différents premiers rapporteurs : plus tendue est la situation, plus grands sont les risques de décision chamboulant la vie des laboratoires.

Réunion du jury

Le jury s'est réuni les 5 et 6 septembre, sous la présidence de Jean-Yves Chemin. Il a examiné et classé les 470 dossiers en suivant le protocole décrit ci-dessus. À mentionner :

– les pourcentages indiqués dans la procédure provenaient de l'information fournie à la direction scientifique que le taux de satisfaction des demandes serait de l'ordre de 50% ;
– lors d'une première lecture, les dossiers ont été ventilés entre trois catégories A, B et C, la catégorie B étant elle-même ventilée en trois sous-catégories B+, B et B-. Aucun pourcentage n'était indiqué pour ces ventilations, ni globalement, ni par expert ;
– le classement a été affiné de plus en plus, jusqu'à l'obtention d'un classement de tous les candidats (séparé pour les professeurs et les maîtres de conférences) ;
– tout au long de la procédure, les dossiers correspondant aux sections 25 et 26 ont été examinés simultanément ;
– l'interclassement MC / PR a été effectué par le jury ;
– les chercheurs CNRS candidats à un emploi de professeur peuvent candidater avant d'être recrutés. Ils sont comptabilisés dans le bilan ci-dessous avec les professeurs. La PEDR ne leur est attribuée que s'ils sont effectivement recrutés.

Bilan

Le contingentement budgétaire a conduit le ministère à ne retenir que les 251 candidats les mieux classés (tous dans les catégories A , B+ et B). Cela correspond à un taux de satisfaction de 53%, essentiellement égal au taux de satisfaction sur l'ensemble des disciplines (2667 attributions sur 5001 demandes). Ces taux (tout autant le taux global que celui de la DS1) étaient de 52% pour la campagne 1998 et 63% pour la campagne 1999, 66% en 2000, 60% en 2001. Notons qu'en 2001, la part des enseignants chercheurs bénéficiaires de la PEDR en DS1 (mathématiques et informatique) était de 27% = 1542/5653. En 2000, ce pourcentage était de 25% et plus précisément 29% en section 25, 27% en section 26, 22 % en section 27. Les rapports du nombre de primes attribuées sur le nombre de demandes en mathématiques, pour la campagne 2002, sont les suivants :

	MC	PR	Total
25	43 / 106 soit 41%	73 / 112 soit 65 %	116 / 218 soit 53,2%
26	48 / 120 soit 40%	87 / 132 soit 66%	135 / 252 soit 53,6%
Total	91 / 226 soit 40%	160 / 244 soit 66%	251 / 470 soit 53,4%

dont pour les femmes :

25	8 / 21	soit 38%	5 / 8	soit 62%	13 / 29	soit 45%
26	15 / 28	soit 54%	9 / 15	soit 60%	24 / 43	soit 56%

173 sur 220 dossiers « sortants » (*i.e.* qui avaient eu la PEDR en 1998) ont obtenu le renouvellement de la PEDR en 2002. Les résultats de la campagne 2002 ont été annoncés aux établissements en novembre 2002. Les candidats malheureux pouvaient déposer un recours jusqu'au 20 décembre 2002.

Pour les futurs candidats Très peu de dossiers étaient « vides », mais tous n'étaient pas remplis de manière « lisible » pour le rapporteur (article « soumis », revue non précisée,...).

Il est très vivement conseillé aux candidats de joindre un bref CV (3 pages est un maximum raisonnable), mettant notamment en valeur les aspects de leur activité non précisés dans les fiches documentaires individuelles.

ANNEXE : renseignements statistiques sur les dernières campagnes

Bilan de la campagne 1999 (nombre de dossiers retenus sur nombre de dossiers déposés)

	MC	PR	Total
25	50 / 69	63 / 110	113 / 179
26	42 / 95	75 / 91	117 / 186
Total	92 / 164	138 / 201	230 / 365

Bilan de la campagne 2000 (nombre de dossiers retenus sur nombre de dossiers déposés)

	MC	PR	Total
25	42 / 71 soit 59%	65 / 86 soit 75%	107 / 157 soit 68%
26	47 / 86 soit 55%	63 / 87 soit 72%	110 / 173 soit 64%
Total	89 / 157 soit 57%	128 / 173 soit 74%	217 / 330 soit 66%

dont pour les femmes :

25	6 / 12	1 / 3	7 / 15	soit 47%
26	14 / 22	10 / 14	24 / 36	soit 67%

Bilan de la campagne 2001 (nombre de dossiers retenus sur nombre de dossiers déposés)

	MC	PR	Total
25	43 / 103 soit 42%	89 / 114 soit 78%	132 / 217 soit 61%
26	47 / 110 soit 43 %	85 / 113 soit 75%	132 / 223 soit 59%
Total	90 / 213 soit 42%	174 / 227 soit 77%	264 / 440 soit 60%

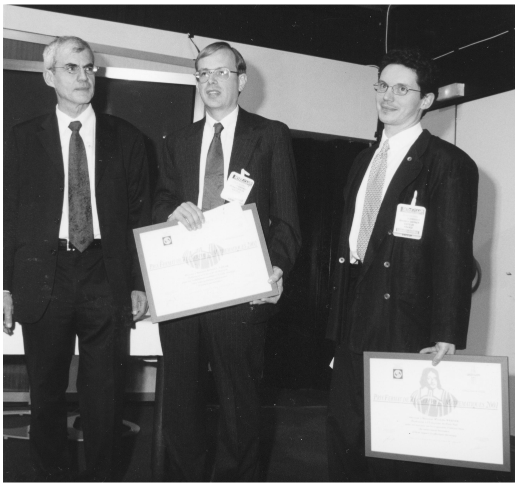
dont pour les femmes :

25	8 / 23	soit 35%	5 / 8	soit 62%	13 / 31	soit 42%
26	14 / 26	soit 54%	9 / 13	soit 69%	23 / 39	soit 59%

Recours 1999, 2000, 2001 (nombre de satisfactions / nombre de recours)

	MCF	PR	Total
1999			
25	1 / 2	2 / 6	3 / 8
26	2 / 7	2 / 11	4 / 18
total	3 / 9	4 / 17	7 / 26
2000			
25	1 / 5	2 / 6	3 / 11
26	2 / 7	3 / 8	5 / 15
total	3 / 12	5 / 14	8 / 26
2001			
25	3 / 10	0 / 6	3 / 16
26	2 / 13	3 / 11	5 / 24
total	5 / 23	3 / 17	8 / 40

Le 24 octobre 2002, dans le cadre du Sitef (Salon international de l’innovation et de la prospective) 2002 à Toulouse, monsieur Jean Broquet, directeur technique d’Astrium, a remis le prix Fermat de recherche en mathématiques (édition 2001) aux professeurs Richard L. Taylor et Wendelin Werner.
Lors de ce salon, le fascicule « L’explosion des mathématiques », édité conjointement par la Smai et SMF, a pu être distribué… Les exemplaires sont partis plus vite que les petits fours du cocktail…



Collection Mathématiques et applications

Drs : X. Guyon, J.-M. Thomas (collection de la Smai)

Aux Éditions Springer-Verlag

Vol. 12	P. Dehornoy, *Complexité et décidabilité* 200 pp., 38,95 €- tarif SMAI : 31,16 €
Vol. 13	O. Kavian,*Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques* 323 pp., 51,95 €- tarif SMAI : 41,56 €
Vol. 14	A. Bossavit, *Électromagnétisme en vue de la modélisation* 174 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 28,76 €
Vol. 15	R. Zeytounian, *Modélisation asymptotique en mécanique des fluides newtoniens* 225 pp., 43,95 €- tarif SMAI : 35,16 €
Vol. 16	D. Bouche et F. Molinet, *Méthodes asymptotiques en électromagnétisme* 416 pp., 71,95 €- tarif SMAI : 57,56 €
Vol. 17	G. Barles, *Solutions de viscosité des équations de Hamilton-Jacobi* 194 pp., 30,95 €- tarif SMAI : 24,76 €
Vol. 18	Q.S. Nguyen, *Stabilité des structures élastiques* 148 pp., 29,95 €- tarif SMAI : 23,96 €
Vol. 19	F. Robert, *Les systèmes dynamiques discrets* 296 pp., 53,95 €- tarif SMAI : 43,16 €
Vol. 20	O. Papini et J. Wolfmann, *Algèbres discrètes et codes correcteurs* 259 pp., 48,95 €- tarif SMAI : 39,16 €
Vol. 21	D. Collombier, *Plans d'expérience factoriels* 194 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 28,76 €
Vol. 22	G. Gagneux, M. Madaune-Tort, *Analyse mathématique de modèles non linéaires de l'ingénierie pétrolière* 187 pp., 35,95 €- tarif SMAI : 31,96 €
Vol. 23	M. Duflo, *Algorithmes stochastiques* 319 pp., 59,95 €- tarif SMAI : 47,96 €
Vol. 24	P. Destuynder et M. Salaun, *Mathematical analysis of thin plate models* 236 pp., 42,15 €- tarif SMAI :33,72 €
Vol. 25	P. Rougée, *Mécanique des grandes transformations* 412 pp., 74,95 €- tarif SMAI : 59,96 €
Vol. 26	L. Hörmander, *Lectures on nonlinear hyperbolic differential equations* 289 pp., 31,60 €- tarif SMAI : 25,28 €
Vol. 28	C. Cocozza-Thivent, *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes* 436 pp., 79,95 €-tarif SMAI : 63,96 €
Vol. 29	B. Lapeyre, E. Pardoux et R. Sentis, *Méthodes de Monte-Carlo pour les équations de transport et de diffusion* 178 pp., 32,95 €- tarif SMAI : 26,36 €
Vol. 30	P. Sagaut, *Introduction à la simulation des grandes échelles pour les écoulements des fluides incompressibles* 282 pp., 53,95 €- tarif SMAI : 43,16 €
Vol. 31	E. Rio, *Théorie asymptotique des processus aléatoires faiblement dépendants* 170 pp., 34,95 €- tarif SMAI : 27,96 €
Vol. 32	P. Cazes, J. Moreau, P.A. Doudin, *L'analyse des correspondances et les techniques connexes* 265 pp., 47,95 €- tarif SMAI : 38,36 €
Vol. 33	B. Chalmond, *Éléments de modélisation pour l'analyse d'images* 331 pp., 63,95 €- tarif SMAI : 51,16 €
Vol. 34	J. Istas, *Introduction aux modélisations mathématiques pour les sciences du vivant* 160 pp., 29,95 €- tarif SMAI : 23,96 €
Vol. 35	P. Robert, *Réseaux et files d'attente : méthodes probabilistes* 386 pp., 63,95 €- tarif SMAI : 51,16 €
Vol. 36	A. Ern, J.- L. Guermond, *Éléments finis : théorie, applications, mise en œuvre* 430 pp., 74,95 €- tarif SMAI : 59,96 €
Vol. 37	S. Sorin, *A first course on zero-sum repeated games* 204 pp., 37,93 €- tarif SMAI : 30,34 €

Le tarif SMAI (20% de réduction) et la souscription (30% sur le prix public) sont réservés aux membres de la SMAI.

Pour obtenir l'un de ces volumes, adressez votre commande à **Springer-Verlag, Customer Service Books/mMe Anja Nickl, Haberstr. 7 - D 69126 Heidelberg/Allemagne** – Tél. 0 800 919 343 – Fax ++ 49 6221 345 229 – e-mail : `Nickl@springer.de`

Paiement à la commande exclusivement par chèque à l'ordre de Springer-Verlag ou par carte de crédit (préciser le type de carte, le numéro et la date d'expiration). Prix TTC en France (5,5% TVA incl.). Au prix des livres doit être ajoutée une participation forfaitaire aux frais de port : 5 €(+ 1,50 €par ouvrage supplémentaire).

LA VIE DE LA COMMUNAUTÉ

par R. Touzani

CHERCHEURS INVITÉS

Université Antilles-Guyane

Julian Revalski,
Institut de Mathématiques et Informatique, Académie bulgare des sciences, Sofia
Novembre 2002 – Octobre 2003
Spécialité : Analyse variationnelle, analyse non linéaire, optimisation, opérateurs monotones, méthodes topologiques en géometrie des Banach
Contact : Marc Lassonde,
`Marc.Lassonde@univ-ag.fr`

Université Blaise Pascal (Clermont-Ferrand II), Laboratoire de Mathématiques appliquées

Gregory Chechkin,
Université de Moscou
Juin 2003
Spécialité : Équations aux dérivées partielles
Contact : Youcef Amirat,
`Youcef.Amirat@math.univ-bpclermont.fr`

B. Nahapetian,
Institut de Mathématiques de l'Académie Nationale des Sciences d'Arménie
Juin 2003
Spécialité : Statistiques
Contact : Sergeï Dachian,
`Serguei.Dachian@math.univ-bpclermont.fr`

P. Secchi,
Université de Breccia (Italie)
15 Juin – 15 Juillet 2003
Spécialité : Équations aux dérivées partielles
Contact : Didier Bresch,
`Didier.Bresch@math.univ-bpclermont.fr`

Y.-G. Wang,
Shangai Jiao Tong University, Chine
Mars 2003
Spécialité : Équations aux dérivées partielles
Contact : Yue Jun Peng,
`peng@math.univ-bpclermont.fr`

Université de Nice, Laboratoire Jean Dieudonné

Luigi Ambrosio,
Scuola Normale Superiore, Pise, Italie
Mars 2003
Spécialité : Calcul des variations
Contact : Luis Almeida,
`luis@math.unice.fr`

Irene Gamba,
University of Texas, Austin,
États-Unis
Juin 2003

Spécialité : Mathématiques des semiconducteurs
Contact : Frédéric Poupaud,
poupaud@math.unice.fr

Laureano Gonzales-Vega,
Université de Cantabria, Santander,
Espagne
15 mars 2003 – 15 mai 2003

Spécialité : Calcul formel, Géométrie réelle, CAO
Contact : André Galligo,
galligo@math.unice.fr

Boris Khesin,
Université de Toronto, Ontario
Février 2003

Spécialité : Systèmes dynamiques et géométrie
Contact : Yann Brenier,
brenier@math.unice.fr

Corrado Lattanzio,
Université de l'Aquila, Italie
Janvier 2003 - Février 2003

Spécialité : EDP d'évolution
Contact : Yann Brenier,
brenier@math.unice.fr

Hans G. Othmer,
University of Minnesota, États-Unis
Mars 2003

Spécialité : Mathématiques pour la biologie
Contact : Michel Rascle,
rascle@math.unice.fr

Jeffrey Rauch,
University of Michigan, États-Unis
Janvier 2003 – Mars 2003

Spécialité : Équations aux dérivées partielles d'évolution
Contact : Yann Brenier,
brenier@math.unice.fr

Enrique Zuazua,
Université Complutense de Madrid,
Espagne
Février 2003

Spécialité : Contrôle
Contact : Denise Chenais,
chenais@math.unice.fr

Université Paris XII – Val de Marne, Laboratoire de Mathématiques Appliquées

Abdelilah Hakim,
Faculté des sciences et techniques,
Marrakech, Maroc
Juin 2003

Spécialité : Équations aux dérivées partielles non linéaires, Fluides viscoélastiques, Simulations numériques
Contact : Colette Guillopé,
guillope@mailhost.univ-paris12.fr

Université Paris Sud, Laboratoire de Mathématiques

Vassili Dougalis,
Université d'Athènes
Février 2003

Spécialité : Équations dispersives, aspects numériques pour équation de KdV
Contact : Jean-Claude Saut,
jean-claude.saut@math.u-psud.fr

Takayoshi Ogawa,
Université de Kyushu, Japon
Avril 2003

Spécialité : Équations de Schrödinger, courbure moyenne
Contact : Jean-Claude Saut,
jean-claude.saut@math.u-psud.fr

Gustavo Ponce,
Université de Californie
Juin 2003
Spécialité : Physique mathématique, équations aux dérivées partielles non linéaires
Contact : Jean-Claude Saut,
jean-claude.saut@math.u-psud.fr

Youssef Saad,
Université du Minnesota
Avril 2003
Spécialité : Résolution de grands systèmes linéaires, algorithmes parallèles
Contact : Fredéric Pascal,
frederic.pascal@math.u-psud.fr

Roland Becker,
Université de Heidelberg, Allemagne
Avril 2003
Spécialité : Éléments finis discontinus, raffinement adaptatif de maillages
Contact : Fredéric Pascal,
frederic.pascal@math.u-psud.fr

Seiji Ukai,
Université de Yokohama, Japon
Novembre 2002
Spécialité : Équations aux dérivées partielles non linéaires
Contact : Jean-Claude Saut,
jean-claude.saut@math.u-psud.fr

Université de Picardie Jules Verne (Amiens)

Vicentiu Radulescu,
Université de Craiova, Roumanie
Février 2003
Spécialité : Équations aux dérivées partielles, Analyse non-linéaire
Contact : Olivier Goubet,
olivier.goubet@u-picardie.fr

Université Pierre et Marie Curie, Laboratoire Jacques-Louis Lions

Faker Ben Belgacem,
Université de Toulouse
Septembre 2002 – Septembre 2003
Spécialité : Méthode des joints, éléments finis, problèmes de contact, électromagnétisme,
Contact : Yvon Maday,
maday@ann.jussieu.fr

Précision concernant le prix D'Alembert 2002 (*cf*. Matapli n°69) : Le prix D'Alembert 2002 a été décerné conjointement à l'association Fermat-Lomagne et à l'association Math 2000. Le Prix D'Alembert a été créé par la Société Mathématique de France (SMF) en 1984 et est attribué tous les deux ans ; l'annonce des résultats de l'édition 2002 a été faite lors de l'assemblée générale de la SMF le 15 juin à l'Institut Henri Poincaré à Paris, en présence de nombreux mathématiciens dont L. Schwartz, G. Choquet, M. Berger, J. Dhombres (président du jury). L'association Fermat-Lomagne a été primée pour ses activités d'animation et de diffusion des mathématiques auprès d'un large public, notamment via l'exposition actuellement en cours à la maison natale de Fermat à Beaumont-de-Lomagne (Tarn-et-Garonne). L'association Fermat-Lomagne a été créée en 1995-1996, son président actuel est J. Aymes, inspecteur pédagogique régional de mathématiques ; parmi les membres du conseil d'administration (7 membres) et membres actifs figurent trois mathématiciens de l'université Paul Sabatier (UPS) : J.-B. Hiriart-Urruty, M. Reversat et M. Spiesser. Ses membres, ainsi que des collègues de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP) comme V. Ducasse et du groupe d'Histoire des mathématiques de l'UFR Math-Info-Gestion de l'UPS comme M. Guillemot, ont apporté leurs conseils et aides à la réalisation des 20 panneaux de l'exposition autour de nombreux thèmes tels que : la vie en province au XVII^{e}siècle, la science au XVII^{e}siècle, les travaux mathématiques de Fermat, l'histoire du théorème de Fermat jusqu'à ses derniers développements, etc. L'association édite depuis décembre 2001 un bulletin intitulé « Fair-Math ». On peut en savoir plus sur l'association via le site `www.info82.com/beaumont`.

NOMINATIONS ET PRIX

Article sur Bruno Després à l'occasion du prix Blaise Pascal 2002

par Patrick Joly

C'est avec un réel plaisir que j'ai appris que le Prix Blaise Pascal 2002 avait été attribué à Bruno Després : pour l'amitié que je lui porte, bien sûr, mais avant tout parce que Bruno est l'un des jeunes chercheurs les plus talentueux que j'aie eu la chance de côtoyer. De l'Inria, théâtre de ses premiers exploits, à l'université Paris VI en passant par le CEA, Bruno Després développe depuis une petite quinzaine d'années une activité de recherche brillante et éclectique, déjà reconnue par le Prix CISI en 1996, qui fait de lui une des personnalités marquantes de l'analyse numérique française.

Je crois qu'on peut attribuer aux travaux majeurs de Bruno Després le qualificatif de pionniers tant il a su, tout en s'appuyant sur des idées simples, faire preuve de créativité, d'originalité dans sa démarche et d'une remarquable capacité à sortir des sentiers battus. Du reste la majorité des voies qu'il a ouvertes ont été par la suite largement exploitées et explorées, en France comme à l'étranger. Par ailleurs, Bruno Després ne s'est jamais départi d'un remarquable sens mathématique : j'avais été frappé par l'élégance avec laquelle, au cours de sa thèse, il avait résolu dans un court laps de temps un problème spectral inverse. Cette élégance, je l'ai régulièrement retrouvée dans plusieurs de ses exposés scientifiques. Enfin, les sujets abordés par Bruno sont intimement liés à des applications dans le domaine de l'industrie et de la physique et les progrès spectaculaires qu'il a amenés dans ces domaines ont déjà débouché sur de vraies utilisations (notamment dans les codes de calcul du CEA).

J'aimerais pour illustrer mon propos retracer les principales étapes de la carrière de Bruno. Dès la fin des années 90 à l'Inria, il a été le premier à s'intéresser aux méthodes de décomposition de domaines pour l'équation de Helmholtz (qui n'est pas coercive !). Après avoir redécouvert un résultat d'isométrie de Nédélec-Planchard, il a alors mis au point une technique de preuve de convergence tout à fait originale fondée sur un concept d'énergie portée par les interfaces entre sous-domaines (concept qu'on retrouvera dans plusieurs de ses travaux ultérieurs).

Au CEA, Bruno s'est d'abord intéressé à des problèmes d'électromagnétisme. Ses travaux sur les méthodes ultra-faibles, développées avec son étudiant O. Cessenat, sont directement inspirés de ceux sur la décomposition de domaine. Apparentées à celles développées indépendamment par I. Babuska (dans le contexte des éléments finis) ou A. De la Bourdonnaye (dans celui des équations intégrales), ces méthodes permettent notamment de casser la traditionnelle barrière des dix points par longueur d'onde. Par ailleurs, la contribution de Bruno sur les équations intégrales associées aux problèmes de diffraction d'ondes a connu un retentissement particulier. Bruno a un peu révolutionné le domaine en concevant une nouvelle formulation relevant de la théorie des problèmes de points-selles coercifs et donc d'algorithmes itératifs performants.

Bruno Després s'est depuis reconverti vers les systèmes hyperboliques et leurs applications en mécanique des fluides et en physique des hautes énergies. Je connais moins cet aspect de ses travaux mais je sais qu'il a frappé les esprits dès ses premières incursions dans ce domaine. Ainsi, avec son étudiant F. Lagoutière, il a conçu un schéma « volumes finis » particulièrement peu dispersif pour l'équation de transport et a inventé un nouveau concept (LVD) pour l'analyse de ce type de schéma, notamment en maillage non structuré. Enfin, en poursuivant l'objectif de contourner les solveurs de Riemann, un cauchemard de la discipline selon lui, il a proposé des schémas dits Lagrangiens pour une classe de systèmes hyperboliques (dont ceux décrivant les écoulements multi-phasiques ou celui de la magnétohydrodynamique).

Je ne pourrais terminer ce petit hommage à Bruno sans évoquer sa personnalité résolument à part (et difficile à décrire), sa constante bonne humeur, son enthousiasme et son optimisme communicatifs. Ce sont là autant de qualités qui en font un collègue avec lequel il est particulièrement agréable de travailler et constituent autant de gages d'avenir. Je souhaite à Bruno une deuxième partie de carrière aussi riche, sinon plus, que la première.

Gilles Francfort et **Jean-Jacques Marigo**, professeurs à l'université Paris XIII, à Villetaneuse ont reçu le **prix Paul Doisteau-Émile Blutet** de l'Académie des sciences pour leur travail sur la rupture fragile. Cette théorie a pour objet de comprendre la naissance et la propagation d’une ou de fisssures en milieu élastique, sans toutefois recourir à une description atomistique. La modélisation utilisée par les mécaniciens est sommairement la suivante.

D’abord on prédétermine un trajet de fissuration Γ et la fissure $\Gamma(l)$ (supposée connexe) est alors paramétrée par sa longueur l. L’énergie élastique W dépend de la longueur de fissuration l et du tenseur linéarisé des déformations $e(u)$. En d’autres termes,

$$W(u,l) = \int_{\Omega\setminus\Gamma(l)} W(e(u)(x))dx - \text{(travail des forces ext.)}.$$

Puis on écrit un critère de croissance de la fissure sous une forme plus ou moins sophistiquée. Si l’on adopte le formalisme développé par GRIFFITH dans le cadre de la mécanique de la rupture, on écrit que le taux de restitution de l’énergie élastique doit rester en dessous d’un seuil critique k,

$$G := -\frac{\partial W}{\partial l}(u,l) \leq k.$$

Cette formulation a remporté de gros succès car la quantité G peut être reliée à des intégrales indépendantes du contour (la fameuse intégrale J de RICE). Cependant elle se révèle déficiente sur plusieurs points. Il lui est impossible de prédire l’initiation de la fissuration. De plus, le trajet de fissuration est déjà prédéterminé et enfin la fissure doit croître régulièrement en fonction du chargement.

Gilles FRANCFORT et Jean-Jacques MARIGO ont proposé une attitude quelque peu différente face à ce type de problèmes. L’idée en est simple. On définit, par analogie, l’énergie élastique $W(u,\Gamma)$, pour toute fissure Γ ainsi que l’énergie de surface associée à la fissure Γ, *i.e.*, $K := k\mathcal{H}^{N-1}(\Gamma)$ (en dimension $N = 1, 2$, ou 3) et on minimise quasistatiquement (à chaque temps t) la somme $W + K$ sur l’ensemble des champs de déplacements cinématiquement admissibles u et des fissures admissibles $\Gamma \supset \Gamma(s)$, fissure trouvée à l’instant s, pour $s < t$, sous une condition supplémentaire de conservation de l’énergie. Ce principe de minimisation qui n’est pas étranger à la mécanique des milieux continus (voir par exemple le principe de dissipation visqueuse maximale pour les mélanges immiscibles de deux fluides visqueux) permet, au prix de détours mathématiques certains, de pallier les difficultés mentionnées plus haut.

Le cadre se prête bien à l’adoption d’autres types d’énergie de surface et il permet, encore au prix de détours non triviaux, une implémentation numérique efficace. Le modèle s’applique à des situations qui sont hors de portée de la mécanique de la rupture classique comme la décohésion et la multi-fissuration.

Ce travail a bénéficié au fil des années de la collaboration de B. BOURDIN, Louisiana State University, de F. BILTERYST, Institut supérieur d’ingénierie de la conception, et de C.J. LARSEN, Worcester Polytechnic Institute.

Par M. Théra

Fabrice Bethuel — Prix Mergier-Bourdeix

Un seul prix Mergier-Bourdeix est décerné chaque année par l'Académie des sciences et la compétition est ouverte à l'ensemble des disciplines scientifiques couvertes par les sections de l'Académie. C'est le plus grand des Grands Prix décernés par l'ensemble des sections. Donc il peu courant que le lauréat soit un mathématicien. Cette année il vient d'être décerné à Fabrice Bethuel, professeur à l'université Pierre et Marie Curie et membre de l'Institut universitaire de France, pour ses découvertes fondamentales à l'interface entre l'analyse, la topologie, la géométrie et la physique.

Fabrice Bethuel a, dès sa thèse, obtenu une condition nécessaire et suffisante pour la densité des fonctions régulières dans des espaces de Sobolev d'applications entre les boules euclidiennes et une variété riemannienne compacte. Il a de plus précisé, quand cette condition n'est pas satisfaite, les obstructions à la densité et la taille des singularités à autoriser pour avoir densité. C'est un résultat remarquable, très souvent cité, déjà un classique et qui a créé tout un domaine de recherches passionnantes à l'interface de la topologie et de l'analyse.

Fabrice Bethuel s'est ensuite intéressé aux applications harmoniques (entre variétés) et en particulier à la régularité des applications harmoniques stationnaires, c'est-à-dire qui sont faiblement harmoniques et points critiques par rapport aux variations sur la variété de départ. Une application harmonique régulière ou minimisante est stationnaire, mais la réciproque est fausse. Fabrice Bethuel a montré que la dimension du lieu singulier d'une application harmonique stationnaire est inférieure ou égale à $m-2$, où m est la dimension de la variété de départ. Sa méthode repose sur des utilisations très originales de formules de monotonicité. Notons aussi qu'on ne peut pas supprimer l'hypothèse stationnaire : T. Rivière, un des brillants élèves de Fabrice Bethuel, a montré qu'il existe, pour $m \geqslant 3$, des applications faiblement harmoniques singulières partout.

Sur les équations de Ginzburg-Landau, Fabrice Bethuel, H. Brezis et F. Hélein, ont obtenu des résultats spectaculaires sur le comportement des vortex quand le paramètre de Ginzburg-Landau est grand. En particulier, ils ont montré que la configuration des vortex est entièrement déterminée par une « énergie renormalisée » explicite. Ce travail pionnier donne une compréhension en profondeur de phénomènes observés en supraconductivité. Il a ouvert un champ considérable de recherches très fertile au confluent des mathématiques et de la physique. Il a permis, par exemple, à Fabrice Bethuel de montrer, en collaboration avec son étudiant L. Almeida, des résultats de multiplicité de solutions de l'équation de Ginzburg-Landau quand le domaine a de la topologie et de montrer, en collaboration avec J.-C. Saut, l'existence d'ondes progressives pour l'équation de Schrödinger bidimensionnelle avec répulsion, c'est-à-dire les équations d'Hamilton quand on prend comme hamiltonien l'énergie de Ginzburg-Landau. L'analyse des vortex en présence d'un champ magnétique extérieur a été ensuite conduite par Fabrice Bethuel, T. Rivière et S. Serfaty, autre brillant élève de Fabrice Bethuel. Elle donne, en particulier, des informations très intéressantes sur les vortex pour des grandes valeurs du champ magnétique.

Les travaux de Fabrice Bethuel lui ont déjà valu de nombreuses distinctions importantes, notamment le prix Fermat, et des invitations dans des congrès prestigieux comme le congès international des mathématiciens et le congrès européen de mathématiques.

Fabrice Bethuel a déjà créé une école dynamique et vivante, avec de nombreux jeunes, comme L. Almeida, T. Rivière, S. Serfaty, qui sont des étudiants qu'il a dirigés en thèse. C'est aussi un jeune père de 39 ans en admiration devant son petit garçon, qu'il trouve toutefois un peu trop dynamique par moments.

J.-M. Coron
Université de Paris-Sud

Paul-Louis Georges, directeur de recherches à l'Inria, a obtenu le **prix Michel Montpetit** de l'Académie des sciences pour son travail « De la notion de maillage saturé à l'adaptation anisotrope de maillages en trois dimensions ».

Les estimations a priori et a posteriori voire la convergence des méthodes d'éléments finis font intervenir quelques propriétés des maillages supports de tels calculs.

La forme (qualité) des éléments tout comme la longueur de leurs arêtes sont des critères pertinents pour ce type d'analyses.

Un contrôle de la taille des arêtes des éléments d'un maillage et un contrôle de leur surface (leur volume) permet de satisfaire à la fois un critère de saturation (le domaine est saturé au sens où il n'est plus utile de rajouter des noeuds) et un critère de qualité (un élément dont les arêtes sont unitaires est, sous quelques précautions, de bonne qualité).

La taille des arêtes est, en général, variable selon les zones du domaine. Toutefois, la notion de longueur unité dans un champ de métrique (isotrope ou anisotrope) permet d'unifier cette notion. Ainsi, en isotrope, une arête de longueur h sera de longueur 1 dans un champ de métrique à définir.

Ces quelques idées conduisent naturellement a la construction automatique de maillages adaptés en trois dimensions. La méthode de construction couple un algorithme de triangulation de type Delaunay (qui permet de connecter les points), avec un algorithme de création de points internes tel que les arêtes des élements soient de longueur unité.

La validation du mailleur ainsi développé (Gamhic3d) est faite en calculant la solution d'un problème de mécanique des fluides modelisé par les équations d'Euler. Les géometries traitées sont des ailes (Onera M6) ou des avions complets (le projet du super jet Falcon (en collaboration avec Dassault Aviation)) où les maillages ont respectivement quelques 800000 tetraèdres et plus de 4 millions. Via l'adaptation, ces calculs sont menés sur une « simple » station de travail.

La mise en oeuvre de tels calculs nécessite pour la phase maillage des outils de maillage (remaillage) de surface étudiés et mis en oeuvre par P. Laug et P. Frey (Inria) et ces outils purement tridimensionnels dus a P.L. George (Inria) en collaboration avec H. Borouchaki (UTT). Pour la phase calcul, les outils utilisés sont les solveurs développés par Bijan Mohammadi (université de Montpellier 2). Une thèse (F. Alauzet) est en cours et a pour but de valider le couple (mailleur-solveur) dans le cadre d'une boucle de calculs adaptatifs avec contrôle d erreur.

L'extension à des problèmes ou des maillages anisotropes (Navier Stokes, couches limites) est en cours et le mailleur correspondant (Gamanic3d) est en développement.

Par Michel Théra

À l'heure ou nous bouclons ce Matapli, nous venons d'apprendre que notre collègue, **Olivier Pironneau**, professeur au laboratoire Jacques-Louis Lions de l'université Pierre et Marie Curie, vient d'être élu membre de l'Académie des sciences, en section mécanique le 19 novembre 2002.

ORGANISER UN CONGRÈS OU UNE RENCONTRE AU CIRM
(CENTRE INTERNATIONAL DE RECHERCHES EN MATHÉMATIQUES)

Le CIRM est un centre de rencontres en mathématiques qui se trouve à Luminy, très près de Marseille.

Le nombre de demandes en mathématiques appliquées est assez faible et il serait bon que notre communauté profite mieux de ce centre qui offre un cadre idéal pour des congrès de taille petite ou moyenne.

Concrètement, qu'offre le CIRM ? Un cadre agréable et bien structuré pour des rencontres de 70–80 personnes maximum ; l'hébergement et la restauration sur place ; une bibliothèque ; des salles de conférences, des ordinateurs, des salles de détente et de discussion ; enfin, une nature très agréable tout autour, avec les Calanques à une demi-heure à pied.

Du point de vue financier, ce que le CIRM peut offrir est une partie des frais d'hébergement, allant de 0 à 50% du total de ces frais ; par contre, pas de financement des frais de transport.

Il y a également la possibilité d'accueillir de tout petits groupes qui souhaitent se réunir pendant quelques jours pour travailler au calme sur un projet précis et qui peuvent être hébergés en même temps qu'un autre groupe.

Pour faire une demande, il suffit de se connecter sur le site du CIRM (`www.cirm.univ-mrs.fr`). Du point de vue des délais, il faut penser à faire les demandes un an et demi voire deux ans à l'avance si les dates souhaitées sont très demandées. Il faut bien préparer la demande, bien expliquer le projet, les thèmes du colloque, donner la liste des conférenciers en précisant ceux qui sont prévus et ceux qui ont déjà confimé. Les demandes vides ou presque vides ne sont pas bien perçues et sont systématiquement renvoyées à une prochaine réunion du conseil scientifique.

Le CIRM reçoit de l'argent du ministère de la Recherche, du CNRS, de la région PACA, de la ville de Marseille et du conseil général des Bouches du Rhône. C'est une unité CNRS associant le ministère et la SMF. Il y a des répresentants de la SMAI aussi bien au conseil d'administration qu'au conseil scientifique du CIRM.

Le public traditionnel du CIRM est plutôt celui des mathématiques pures, mais depuis quelques années le nombre des demandes en mathématiques appliquées augmente. Une opération particulièrement réussie est le CEMRACS, école d'été qui dure plusieurs semaines et qui a lieu en partie au CIRM en juillet–août sur un thème différent chaque année.

Vous pouvez donc penser au CIRM quand vous voulez organiser une rencontre européenne, une réunion de GDR, une petite conférence internationale, etc.

Maria J. Esteban
Représentante de la SMAI au CS du CIRM

PROCESSUS FRACTIONNAIRES : MODÈLES ET IDENTIFICATION

par Albert BENASSI [*], Serge COHEN [†] & Jacques ISTAS [‡]

I — RÉSUMÉ

Le but de cet article est de proposer une synthèse de travaux récents portant sur les processus stochastiques fractionnaires et leurs identifications.

Notre point de départ sera les mouvements browniens fractionnaires, processus gaussiens qui concentrent toutes les propriétés qui vont nous intéresser : auto-similarité, stationnarité, dimension de Hausdorff non entière et régularité hölderienne. Dans un premier temps, nous généraliserons les mouvements browniens fractionnaires au cadre gaussien fractionnaire. Par souci de simplicité, nous avons limité notre généralisation au cas unidimensionnel ; nous ne parlerons notamment pas des processus multidimensionnels anisotropes (*cf.* [23, 1, 10]). La suite de l'article sera consacrée à l'identification des processus gaussiens fractionnaires, pour laquelle les méthodes de variations quadratiques généralisées conduisent à des estimateurs optimaux. Dans le cadre fractionnaire, un unique exposant fractionnaire H régit le comportement des processus. Il est alors naturel d'étendre les résultats du cadre fractionnaire au cadre multi-fractionnaire, i.e. quand H devient une fonction $H(t)$ qui varie le long des trajectoires. Nous esquisserons ce cas uniquement lorsque la fonction $H(t)$ est régulière. En effet, lorsque la fonction $H(t)$ est irrégulière, une synthèse des travaux existants est prématurée.

Enfin, nous présenterons des modèles où l'hypothèse gaussienne est remplacée par une hypothèse de variance finie. Nous verrons que des processus fractionnaires du second ordre peuvent avoir des comportements très différents des mouvements browniens fractionnaires.

Nb : dans cet article, la lettre c désigne une constante dont la valeur peut changer d'une occurence à l'autre.

[*] Université Blaise Pascal (Clermont-Ferrand II) — LaMP, CNRS UPRESA 6016 — 63177 Aubière Cedex

[†] Université Paul Sabatier — UFR MIG — Laboratoire de Statistique et de Probabilités — 118, Route de Narbonne — 31062 Toulouse

[‡] Département IMSS, BSHM — Université Pierre Mendès-France — 38000 Grenoble.

II — Mouvements browniens fractionnaires

1. Changements d'échelles

Une question naturelle consiste à se demander s'il existe des objets qui soient invariants, ou auto-similaires, après une éventuelle renormalisation, par changements d'échelles. Dans le cas du graphe d'une fonction sur $\mathbf{R}^+$, la situation est particulièrement simple. Il s'agit de trouver l'ensemble des fonctions f telles qu'il existe une fonction de changement d'échelles e qui laisse f invariante :

$$f(\lambda t) = e(\lambda) f(t) \ , \forall t, \lambda \geq 0 \ .$$

On vérifie alors facilement que f et e sont égales, à une constante multiplicative près, et vérifient l'équation $f(\lambda t) = f(\lambda) f(t)$. Si l'on suppose, ce qui est légitime pour une fonction de changement d'échelles, qu'elle est borélienne, on en déduit que f et e sont des fonctions puissances :

$$f(t) = ct^H \ ,$$
$$e(\lambda) = c' \lambda^H \ .$$

Les changements d'échelles proposés ici ont favorisé l'origine. Si l'on impose en plus la stationnarité (i.e. $f(t-s) = f(t) - f(s)$), la famille des solutions se réduit aux fonctions linéaires ! Dans le cadre du graphe d'une fonction déterministe, la recherche de fonctions invariantes par changement d'échelles est donc limitée.

2. Auto-similarité et accroissements stationnaires

Reprenons la démarche précédente dans un cadre probabiliste. On recherche des fonctions aléatoires, ou processus, X qui soient invariantes par changements d'échelles effectués à partir d'un point quelconque. Ce qui a été fait pour les fonctions déterministes se généralise aux fonctions aléatoires ([21]), et seules les fonctions puissances sont donc recevables en tant que fonctions de changements d'échelles. Nous demandons donc à la loi de probabilité de X d'être auto-similaire de facteur H :

$$(X(\lambda t))_{t\in\mathbf{R}} \stackrel{\mathcal{L}}{=} \lambda^H \, (X(t))_{t\in\mathbf{R}} \ , \qquad \forall \lambda > 0 \ , \tag{1}$$

et aux accroissements d'être stationnaires :

$$X(t) - X(s) \stackrel{\mathcal{L}}{=} X(t-s) \ .$$

Dans ces deux égalités, $\stackrel{\mathcal{L}}{=}$ désigne l'égalité des lois de probabilité des deux processus, et cette égalité (en loi) n'entraine bien entendu pas d'égalité presque sûre des trajectoires.

Il n'existe pas de classification complète des processus auto-similaires à accroissements stationnaires. Nous allons ici nous limiter au cas où le processus est gaussien, c'est-à-dire que, pour tout entier n, tout n-uplet $(t_1, \ldots, t_n)$, le vecteur $(X(t_1), \ldots, X(t_n))$ est gaussien. On voit que l'espérance de X (i.e. la fonction $t \to \mathbf{E}X(t)$) doit elle-même être une fonction invariante par changement d'échelle

$$\mathbf{E}X(\lambda t) = \lambda^H \mathbf{E}X(t) \ ,$$

et stationnaire

$$\mathbf{E}X(t - t') = \mathbf{E}X(t) - \mathbf{E}X(t') \ .$$

Dans le cas $H = 1$, $X(t)$ est de la forme vt, où v est une variable gaussienne. Si $H \neq 1$, X est d'espérance nulle. La variance des accroissements $\sigma^2(h) = \mathbf{E}(X(t+h) - X(t))^2$, qui ne dépend pas de t puisque X est à accroissements stationnaires, doit, elle, être une fonction invariante par changement d'échelle. C'est donc une fonction puissance $\sigma^2(h) = c|h|^{2H}$. La condition (1) implique en particulier $X(0) = 0$. On en déduit :

$$\mathbf{E}X(t)X(s) = \frac{c}{2}\left(|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t-s|^{2H}\right) \ .$$

Il reste à déterminer si la fonction $(t, s) \to \mathbf{E}X(t)X(s)$ est définie positive, ce qui constitue une condition nécessaire et suffisante à l'existence du processus gaussien X. C'est le cas si et seulement si $0 < H \leq 1$, et X porte le nom de mouvement brownien fractionnaire d'exposant H : il a été introduit par [20]. En particulier, lorsque $H = 1/2$, le mouvement brownien fractionnaire est le mouvement brownien classique. Le cas $H = 1$, sans véritable intérêt pour nous, sera omis dans la suite.

3. Représentations

Nous avons choisi de construire le mouvement brownien fractionnaire par sa fonction de covariance. Nous aurions tout aussi bien pu l'introduire par le biais de l'intégration fractionnaire d'une mesure brownienne. Donnons nous une mesure brownienne W sur $L^2(\mathbf{R})$. L'intégrale stochastique d'une fonction $f \in L^2(\mathbf{R})$ par rapport à cette mesure brownienne, notée $\int f(\lambda)dW(\lambda)$, est une variable gaussienne centrée et de variance $\int_{\mathbf{R}} |f|^2(\lambda)d\lambda$. Notons $k(t, \lambda)$ le noyau d'intégration fractionnaire :

$$k(t, \lambda) = |t - \lambda|^{H-1/2} - |t|^{H-1/2} \ .$$

Un calcul rapide montre que :

$$\int_{\mathbf{R}} k(t, \lambda)k(s, \lambda)d\lambda = c \ \left(|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t-s|^{2H}\right) \ ,$$

d'où la représentation dite *moyenne mobile* du mouvement brownien fractionnaire, introduite par [24] :

$$X(t) = \int k(t, \lambda) dW(\lambda) \; . \tag{2}$$

La transformée de Fourier du noyau k est :

$$\widehat{k}(t, \lambda) = C_H \frac{e^{it\lambda} - 1}{|\lambda|^{H+1/2}} \; , \tag{3}$$

d'où la représentation dite *harmonisable* du mouvement brownien fractionnaire :

$$X(t) = C_H \int \frac{e^{it\lambda} - 1}{|\lambda|^{H+1/2}} dW(\lambda) \; . \tag{4}$$

4. Quelques propriétés

Le mouvement brownien fractionnaire ne dépend que d'un seul paramètre $0 < H < 1$. Toutes ses propriétés découlent donc in fine de H, ce qui n'aide pas toujours à comprendre quel est le rôle joué par ce paramètre.

Nous avons déjà vu que le mouvement brownien fractionnaire est auto-similaire d'exposant H et que la variance de ses accroissements est une fonction puissance d'exposant H.

Le paramètre H définit aussi la régularité höldérienne des trajectoires. Il existe une loi du supremum des accroissements ([25], [26], voir [19] pour des résultats trajectoriels plus fins) :

$$\limsup_{\varepsilon \to 0^+} \sup_{0 \le t \le 1} \frac{|X(t+\varepsilon) - X(t)|}{\varepsilon^H \sqrt{-\log \varepsilon}} \overset{(p.s.)}{=} \sqrt{2} \; .$$

La dimension de Hausdorff du graphe des trajectoires est (p.s) égale à $2 - H$ (e.g. [14]).

III — GAUSSIENS FRACTIONNAIRES

Les contraintes imposées au mouvement brownien fractionnaire sont extrèmement fortes. Par exemple, l'auto-similarité exacte le long de toutes les échelles peut sembler exorbitante. Il est alors tentant d'affaiblir ces contraintes. Commençons par une (mauvaise) façon. Prenons une fonction $\phi \in C^\infty$ à support compact, et dont le support soit inclus dans $]0, +\infty[$. Posons :

$$X(t) = \int \frac{\phi(t\lambda)}{|\lambda|^{H+1/2}} dW(\lambda) \; .$$

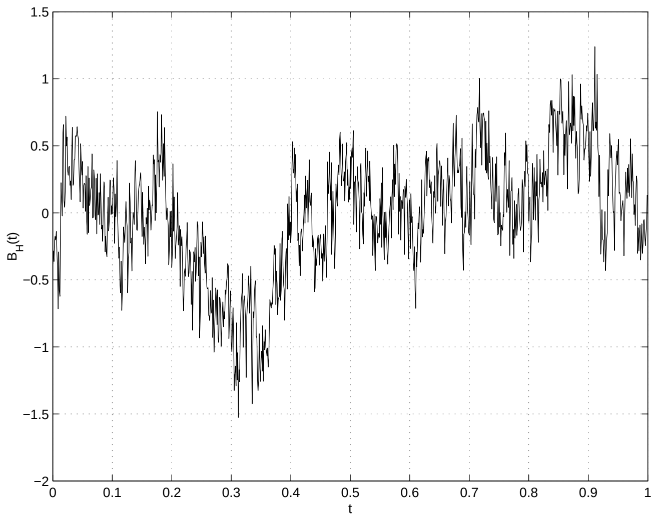


FIG. 1 – Mouvement brownien fractionnaire, exposant $H = 0.2$

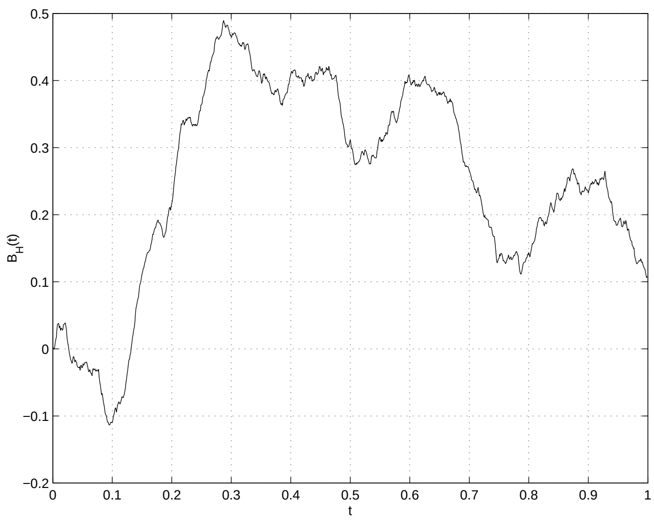


FIG. 2 – Mouvement brownien fractionnaire, exposant $H = 0.8$

On vérifie sans peine que X est gaussien, auto-similaire d'exposant H (sans condition sur H) et C^∞ (sauf en 0). Le processus X n'a plus rien de commun avec un mouvement brownien fractionnaire. L'auto-similarité seule ne suffit donc pas : en négligeant la stationnarité des accroissements, nous avons omis une propriété essentielle.

Il faut donc être prudent si l'on veut relaxer les conditions imposées au mouvement brownien fractionnaire sans en perdre les propriétés essentielles. L'idée centrale consiste à remplacer les conditions d'auto-similarité (globale) et d'accroissements stationnaires par une condition d'auto-similarité locale en tout point. On impose donc au processus X d'admettre un processus tangent :

$$\lim_{h\to 0^+} \left(\frac{X(t+hu)-X(t)}{h^H} \right)_{u\in\mathbf{R}} \overset{\mathcal{L}}{=} (T_t(u))_{u\in\mathbf{R}} \ .$$

Cette propriété, introduite simultanément dans [9] et

[27], porte le nom de *lass*, acronyme de *locally asymptotically self-similar*.

Par des raisonnements élémentaires, on vérifie que T est un processus auto-similaire d'exposant H. Si X est gaussien, T l'est aussi. En particulier, si X est gaussien et dérivable, $H=1$ et $T_t(u)=X'(t)u$.

Nous verrons plus loin que T peut être gaussien sans que X le soit. Il n'est donc pas surprenant de rencontrer des processus dont le processus tangent est un mouvement brownien fractionnaire.

Une classe de processus gaussiens admettant en tout point un mouvement brownien fractionnaire d'exposant H est donné par les bruits blancs filtrés ([8]) dont la construction s'inspire directement de la représentation harmonisable (4). Le noyau de (3) est généralisé

$$\widehat{k}(t,\lambda) = \frac{a(t,\lambda)(e^{it\lambda}-1)}{|\lambda|^{H+1/2}} \ ,$$

où la fonction $a(t,\lambda)$ doit en particulier avoir une limite $a(t)$ quand $\lambda \to +\infty$.

$$X(t) = \int \frac{a(t,\lambda)(e^{it\lambda}-1)}{|\lambda|^{H+1/2}} dW(\lambda) \ . \tag{5}$$

IV — ESTIMATION

Une question naturelle, du moins pour les statisticiens, consiste à se demander si H est identifiable[1] et si oui, avec quel type d'observations.

D'un point de vue pratique, il n'est pas raisonnable de supposer que l'on observe une trajectoire en temps continu. Seules les observations sur une grille

[1]Dans une moindre mesure, il peut être intéressant d'estimer la fonction $a(t,\lambda)$ qui apparaît dans (5), ou plus exactement $\lim_{|\lambda|\to+\infty} a(t,\lambda)$. Nous renvoyons à [16, 8] pour cette étude.

discrète du processus sont recevables. La « surprise » statistique provient ensuite du fait que non seulement il n'est pas nécessaire de supposer que l'on observe plusieurs trajectoires, mais qu'en fait il suffit d'observer une unique trajectoire sur un intervalle borné et non pas sur $\mathbf{R}$.

Pour comprendre ce phénomène, on peut en premier lieu se reporter au résultat classique de P. Lévy sur les variations quadratiques du mouvement brownien :

$$\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=0}^{n-1} \left(X\left(\frac{k+1}{n}\right) - X\left(\frac{k}{n}\right)\right)^2 \overset{(p.s.)}{=} c\ .$$

Les variations quadratiques du mouvement brownien fractionnaire, et plus généralement des bruits blancs filtrés, se conduisent de manière analogue :

$$\lim_{n\to+\infty} n^{2H-1} \sum_{k=0}^{n-1} \left(X\left(\frac{k+1}{n}\right) - X\left(\frac{k}{n}\right)\right)^2 \overset{(p.s.)}{=} c\ .$$

Supposons maintenant que l'on dispose d'une observation discrétisée d'une unique trajectoire sur $[0,1]$. On peut donc calculer la variation quadratique associée :

$$V_n = \sum_{k=0}^{n-1} \left(X\left(\frac{k+1}{n}\right) - X\left(\frac{k}{n}\right)\right)^2\ ,$$

ainsi que la variation quadratique $V_{n/2}$ obtenue en ne gardant qu'un point sur deux. Le quotient $V_n/V_{n/2}$ va converger vers 2^{2H-1} et on établit que l'estimateur

$$\widehat{H}_n = 1 + \frac{1}{2}\log_2 \frac{V_n}{V_{n/2}}\ ,$$

est consistant.

Les problèmes commencent lorsque l'on veut déterminer la vitesse de convergence de cet estimateur. Il est en effet connu ([15]) que les variations quadratiques du mouvement brownien fractionnaire ont le comportement suivant.

– $H < 3/4$. $\sqrt{n}(V_n - \mathbf{E}V_n)$ converge en loi vers une variable gaussienne centrée quand $n \to +\infty$.
– $3/4 < H < 1$. $n^{2(1-H)}(V_n - \mathbf{E}V_n)$ converge en loi vers une variable non-gaussienne quand $n \to +\infty$.

La situation est donc problématique pour $H > 3/4$, en particulier lorsque H se rapproche de 1 puisqu'il n' y a alors plus de vitesse du tout.

Pour sortir de cette impasse, [17, 18] ont proposé la démarche suivante. On choisit une suite $a_k, k = 0, \ldots, K$ telle que :

$$\sum_{k=0}^{K} a_k = 0 \; ,$$
$$\sum_{k=0}^{K} k a_k = 0 \; .$$

La suite $(1, -1)$ ne convient pas, la suite $(1, -2, 1)$ convient. On introduit ensuite les variations quadratiques associées à cette suite (a_k) :

$$V_n(a) = \sum_{p=0}^{n-K} \left(\sum_{k=0}^{K} a_k X \left(\frac{p+k}{n} \right) \right)^2 \; .$$

L'idée peut sembler étrange : la suite (a_k) opère une dérivée discrète d'ordre 2 sur un processus qui n'est pas dérivable. En fait, cette dérivation d'ordre 2 permet de décoreller les accroissements du processus. On retrouve alors un théorème limite centrale classique : $\sqrt{n}(V_n(a) - \mathbf{E}V_n(a))$ converge en loi vers une variable gaussienne centrée quand $n \to +\infty$, et ce pour toute valeur de $0 < H < 1$. L'estimateur de H qui s'en déduit est :

$$\widehat{H}_n = 1 + \frac{1}{2} \log_2 \frac{V_n(a)}{V_{n/2}(a)} \; , \tag{6}$$

il est consistant et asymptotiquement normal avec « vitesse » en $\sqrt{n}$. Notons également qu'il est asymptotiquement efficace au sens de Cramer-Rao ([12], [11]) et dans un cadre minimax ([22]).

V — Gaussiens multifractionnaires

1. Fonctions multifractionnaires régulières

Jusqu'à présent, nous nous sommes restreints au cas où H est constant le long de la trajectoire. Dans certaines applications, il serait souhaitable que H varie le long des trajectoires. Nous allons donc considérer le cas où H est une fonction. Il s'agit d'une problématique particulièrement dynamique en ce moment, et nous ne donnerons qu'un exemple particulièment simple, renvoyant à [2, 3, 4] pour d'autres exemples. Donnons nous une fonction $H(t)$ à valeurs dans $]0, 1[$ et supposons la C^1.

L'idée est de repartir de la représentation harmonisable (4) et d'y injecter la fonction $H(t)$:

$$X(t) = \int \frac{e^{it\lambda} - 1}{|\lambda|^{H(t)+1/2}} dW(\lambda) \ .$$

Le processus X obtenu est gaussien et localement auto-similaire avec un mouvement brownien fractionnaire $B_{H(t)}$ tangent d'exposant $H(t)$:

$$\lim_{h \to 0^+} \left(\frac{X(t+hu) - X(t)}{h^{H(t)}} \right)_{u \in \mathbf{R}} \stackrel{\mathcal{L}}{=} \left(B_{H(t)}(u) \right)_{u \in \mathbf{R}} \ .$$

En d'autres termes, le processus X ressemble localement à un mouvement brownien fractionnaire dont nous avons décidé par avance l'exposant, en fixant la fonction H. On peut se demander si la fonction H est identifiable à partir de l'observation d'une unique trajectoire discrétisée sur un intervalle borné. La réponse est oui, il faut localiser les variations quadratiques $V_n(a)$ autour du point t où l'on veut estimer la fonction $H(t)$. Nous ne détaillerons pas cet estimateur, renvoyant pour cela à [5].

2. Simulations

Voir figures 3–6.

VI — Quelques pas hors du monde gaussien

1. Pourquoi gaussien ?

Depuis le début, nous avons imposé aux processus d'être gaussiens. Il est tout à fait légitime de se poser la question du « pourquoi ? » et il n'y a pas de bonnes réponses à cette question. Il existe néanmoins depuis longtemps des travaux dans le cadre des processus stables [28]. On peut également citer le travail récent [13] sur l'identification des processus stables auto-similaires à accroissements stationnaires. Nous allons nous focaliser ici sur des travaux récents qui portent sur le cas non-gaussien avec variance finie, ce qui exclut donc les processus stables. La question de fond est de savoir si un processus non-gaussien fractionnaire de variance finie va avoir le même comportement qu'un processus gaussien fractionnaire. La réponse est complexe et seule une petite partie de la jungle non-gaussienne du second ordre a été explorée.

2. Retour sur l'isométrie brownienne

Nous avons vu que, en raison de la relation de Parseval, les intégrales stochastiques $\int f(\lambda) dW(\lambda)$ et $\int \widehat{f}(\lambda) dW(\lambda)$ ont la même loi, ce qui explique l'égalité en loi des deux représentations, moyenne mobile (2) et harmonisable (4), du

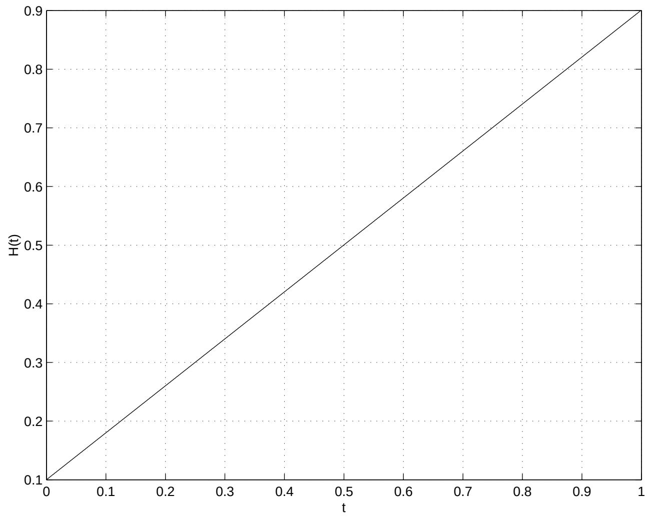


FIG. 3 – Fonction $H(t)$ linéaire

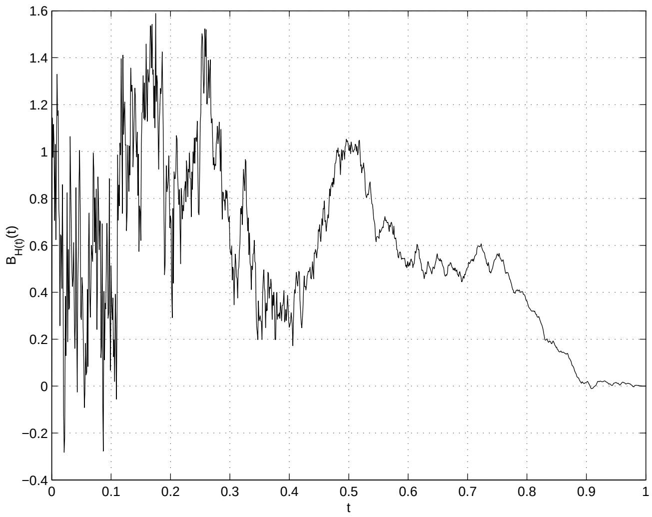


FIG. 4 – Mouvement brownien multifractionnaire, fonction $H(t)$ linéaire *cf.* figure 3.

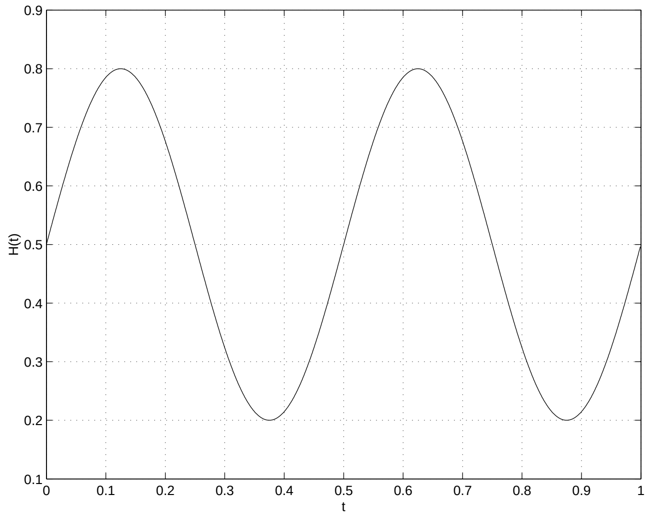


FIG. 5 – Fonction $H(t)$ périodique

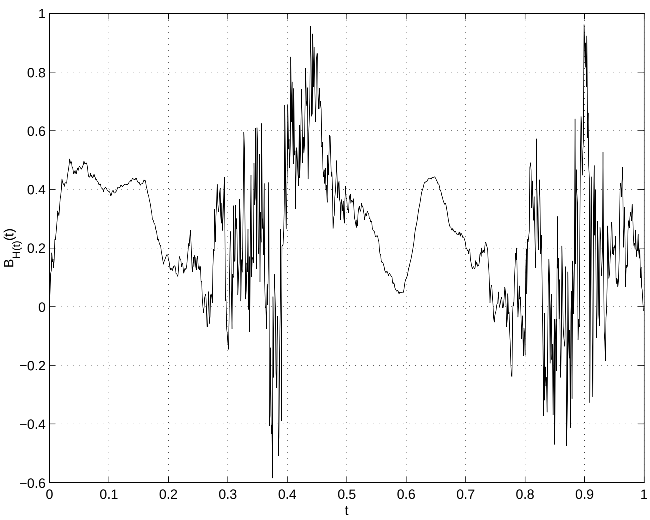


FIG. 6 – Mouvement brownien multifractionnaire, fonction $H(t)$ périodique *cf*. figure 5.

mouvement brownien fractionnaire. Si nous prenons maintenant une mesure stochastique quelconque $dM(\lambda)$, il n'y a plus aucune raison pour que les intégrales stochastiques $\int f(\lambda)dM(\lambda)$ et $\int \widehat{f}(\lambda)dM(\lambda)$ aient la même loi. Les principales différences entre les cas gaussiens et non gaussiens en découlent.

3. Processus de Lévy fractionnaires

Reprenons heuristiquement la construction des représentations moyenne mobile (2) et harmonisable (4) du mouvement brownien fractionnaire. Dans les deux cas, le processus est obtenu par intégration d'un noyau fractionnaire contre une mesure brownienne. Gardons le noyau. La mesure brownienne, elle, est dérivée des accroissements du mouvement brownien, qui est un processus gaussien à accroissements indépendants et stationnaires. L'idée va être de choisir une mesure M dérivée des accroissements d'un processus à accroissements indépendants et stationnaires et dont tous les moments sont finis. M est donc une mesure de Lévy dont les moments sont finis. L'exemple type est construit à partir d'un processus de Lévy dont la hauteur des sauts est bornée par une constante arbitraire. On peut en particulier prendre M construite à partir des accroissements d'un processus de Poisson.

3.*a* *Version harmonisable*

Soit M une mesure de Lévy (complexe) dont tous les moments d'ordre supérieurs à deux sont finis. Le processus de Lévy fractionnaire, version harmonisable, est défini par (cf. [7]) :

$$Z(t) = \int \frac{e^{it\lambda} - 1}{|\lambda|^{H+1/2}} dM(\lambda) \ .$$

En raison de l'isométrie L^2 de la mesure M, Z a la même structure au second ordre que le mouvement brownien fractionnaire :

$$\mathbf{E}(Z(t) - Z(s))^2 = |t-s|^{2H} \ .$$

Z est (p.s.) à trajectoires $C^{H-\varepsilon}$ pour tout $\varepsilon > 0$, la dimension de Hausdorff du graphe de ses trajectoires vaut (p.s.) $2 - H$ et il est localement auto-similaire avec un mouvement brownien fractionnaire d'exposant H comme processus tangent. Enfin, l'estimation de H se fait comme dans le cas gaussien (*cf.* estimateur (6)). Bref, le processus de Lévy fractionnaire harmonisable peut être vu comme un clone non-gaussien du mouvement brownien fractionnaire sauf en ce qui concerne une propriété.

En effet, que se passe-t-il lorsque l'on regarde ce processus aux grandes échelles ? En d'autres termes, y a-t-il une limite (en loi) au processus $Z(Ru)/R^{\widetilde{H}}$ quand $R \to +\infty$? Si Z est un mouvement brownien fractionnaire, en raison de l'auto-similarité globale, cette limite est un brownien fractionnaire de même exposant $\widetilde{H} = H$. Si Z est processus de Lévy fractionnaire harmonisable, cette limite est un processus stable fractionnaire harmonisable (cf. [28]) avec un exposant $\widetilde{H} < H$. Le processus de Lévy fractionnaire harmonisable admet donc deux comportements le long des échelles : mouvement brownien fractionnaire pour les petites échelles, processus stable fractionnaire harmonisable pour les grandes.

3.*b* *Version moyenne mobile*

Le processus de Lévy fractionnaire, version moyenne mobile, est défini par (cf. [6]) :

$$X(t) = \int \left(|t-\lambda|^{H-1/2} - |t|^{H-1/2}\right) dM(\lambda) \ .$$

Comme dans le cas harmonisable, en raison de l'isométrie L^2 de la mesure M, X a la même structure au second ordre que le mouvement brownien fractionnaire. Mais là s'arrête la ressemblance avec le mouvement brownien fractionnaire. X est continu si et seulement si $H > 1/2$, et il est alors (p.s.) à trajectoires $C^{H-1/2-\varepsilon}$ pour tout $\varepsilon > 0$.

Il est bien connu que la transformée de Fourier échange les comportements en 0 et en l'infini des fonctions déterministes. C'est également ce qui se passe pour les processus X et Z, X est localement auto-similaire avec un processus stable fractionnaire harmonisable d'exposant $\widetilde{H} > H$ comme processus tangent. Les deux exposants H et $\widetilde{H}$ peuvent être identifiés à partir de l'observation d'une unique trajectoire discretisée sur un intervalle borné, mais la méthode d'estimation est différente et nous ne la développerons pas ici.

Toujours grâce à l'inversion des comportements par la transformée de Fourier, la limite (en loi) du processus $X(Ru)/R^{\widetilde{H}}$ quand $R \to +\infty$ est un mouvement brownien fractionnaire. Le processus de Lévy fractionnaire moyenne mobile admet deux comportements le long des échelles : mouvement brownien fractionnaire pour les grandes échelles, processus stable fractionnaire harmonisable pour les petites.

Remerciements : Nous tenons à remercier Jean-François Coeurjolly, de Grenoble, et Sébastien Deguy, de Clermont, pour les simulations de cet article.

RÉFÉRENCES

[1] A. Ayache, S. Léger, and M. Pontier. Drap brownien fractionnaire. *Potential Analysis*, 17 :31–43, 2002.

[2] A. Ayache and J. Lévy-Vehel. Generalized Multifractional Brownian Motion : definition and preliminary results. In *M. Dekking, J. Lévy Vehel, E. Lutton and C. Tricot (eds) Fractals : Theory and Application in Engineering. Springer-Verlag*, pages 17–32, 1999.

[3] A. Ayache and J. Lévy-Vehel. The generalized multifractional Brownian motion. *Stat. Inf. Stoc. Proc.*, 3(1–2) :7–18, 2000.

[4] A. Benassi, P. Bertrand, S. Cohen, and J. Istas. Identification of the Hurst index of a Step Fractional Brownian Motion. *Stat. Inf. Stoc. Proc*, 3 :101–111, 2000.

[5] A. Benassi, S. Cohen, and J. Istas. Identifying the multifractional function of a Gaussian process. *Stat. and Proba. Letters*, 39 :337–345, 1998.

[6] A. Benassi, S. Cohen, and J. Istas. Identification and properties of Moving Average Fractional Lévy Motions. Preprint, available on http ://www.lsp.ups-tlse.fr/Fp/Cohen/index.html, 2002.

[7] A. Benassi, S. Cohen, and J. Istas. Identification and properties of Real Harmonizable Fractional Lévy Motions. *Bernoulli*, 8 :97–115, 2002.

[8] A. Benassi, S. Cohen, J. Istas, and S Jaffard. Identification of Filtered White Noises. *Stoch. Proc. Appl.*, 75 :31–49, 1998.

[9] A. Benassi, S. Jaffard, and D. Roux. Gaussian processes and Pseudodifferential Elliptic operators. *Revista Mathematica Iberoamericana*, 13(1) :19–90, 1997.

[10] A. Bonami and A. Estrade. Anisotropic analysis of Gaussian models. J. Fourier Ana. and App. (To appear), 2002.

[11] J-F. Coeurjolly and J. Istas. Cramer-Rao bounds for Fractional Brownian Motions. *Stat. and Proba. Letters*, 53 :435–447, 2001.

[12] R. Dahlhaus. Efficient parameter estimation for self-similar processes. *Ann. Statist.*, 17(4) :1749–1766, 1989.

[13] M-E. Dury. Estimation du paramètre de Hurst de processus stables auto-similaires à accroissements stationnaires. *Cr. Acad. Sc. Paris, Série I*, 333 :45–48, 2001.

[14] K. Falconer. *Fractal Geometry*. Lecture Notes-Monograph Series, Wiley, 1990.

[15] X. Guyon and J. Leon. Convergence en loi des h-variations d'un processus gaussien stationnaire. *Ann. Inst. Poincaré.*, 25 :265–282, 1989.

[16] J. Istas. Estimating the singularity function of a gaussian process with applications. *Scand. J. Statist.*, 23(5) :581–596, 1996.

[17] J. Istas and G. Lang. Variations quadratiques et estimation de l'exposant de Hölder local d'un processus gaussien. *Cr. Acad. Sc. Paris, Série I*, 319 :201–206, 1994.

[18] J. Istas and G. Lang. Quadratic variations and estimation of the Hölder index of a gaussian process. *Ann. Inst. Poincaré.*, 33(4) :407–436, 1997.

[19] D. Khoshnevisan and Z. Zhi. Fast sets and points for Fractional Brownian Motion. In *Séminaire de probabilités XXXIV, Lect. Notes in Math.*, pages 393–416. Springer, 2000.

[20] A. Kolmogorov. Wienersche Spiralen und einige andere interessante Kurven im Hilbertsche Raum. (German). *C. R. (Dokl.) Acad. Sci. URSS*, 26 :115–118, 1940.

[21] J. Lamperti. Semi-stable stochastic processes. *Trans. Am. Math. Soc.*, 104 :62–78, 1962.

[22] G. Lang and F. Roueff. Semi-parametric estimation of the Holder exponents of stationary gaussian processes with minimax rates. *Stat. Inf. Stoc. Proc.*, 4(3) :283–306, 2001.

[23] S. Léger and M. Pontier. Drap brownien fractionnaire. *Cr. Acad. Sc. Paris, Série I*, 329 :893–898, 1999.

[24] B.B. Mandelbrot and J.W. Van Ness. Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications. *SIAM Review*, 10 :422–437, 1968.

[25] M.B. Marcus. Hölder conditions for Gaussians processes with stationary increments. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 134 :29–52, 1968.

[26] M.B. Marcus and J. Rosen. Moduli of continuity of local times of strongly symmetric Markov processes via Gaussian processes. *J. Theoretical Prob.*, 5 :791–825, 1992.

[27] R.F. Peltier and J. Lévy-Vehel. Multifractional Brownian motion : definition and preliminary results. Rapport de recherche de l'INRIA 2645 1995, 1996.

[28] G. Samorodnitsky and M. Taqqu. *Stable non-Gaussian random processes : stochastic models with infinite variance*. Chapman & Hall, New York, 1994.

COMMUNIQUÉ DE PRESSE

UNION MATHÉMATIQUE INTERNATIONALE

L'Union mathématique internationale approuve le texte « Best Practices in Electronic Scholarly Publishing » (Meilleures pratiques pour la publication électronique académique).

Le comité exécutif de l'Union mathématique internationale, lors de sa réunion du 10 mai 2002, a approuvé un large ensemble de recommandations relatives à l'Information et à la communication électroniques.

Ces recommandations, écrites par le comité sur l'information et la communication électroniques (*Committee on Electronic Information and Communication* — CEIC and) proposent des pistes aux mathématiciens, aux bibliothécaires et aux éditeurs pour contribuer à dessiner l'avenir de la communication académique. Le principe sous-jacent à ces recommandations est que ceux qui écrivent, diffusent et archivent la littérature mathématique doivent agir avant tout de façon à servir les intérêts des mathématiques.

Les quinze « meilleures pratiques » concernent presque tous les domaines de la publication académique électronique et elles proposent en particulier : des suggestions pour que les auteurs identifient de manière appropriée les différentes versions de leurs prépublications électroniques, pour qu'ils les mettent à disposition sur des serveurs d'accès public et pour qu'ils prennent conscience des questions relatives au droit d'auteur ; des recommandations pour que les bibliothécaires fondent leurs choix sur le prix et la politique des revues, pour qu'elles (ils) soient attentifs à la différence entre articles publiés et articles référés et pour qu'elles (ils) utilisent les statistiques d'usage avec précaution ; des encouragements pour que les éditeurs fournissent — sans abonnement — les informations clés concernant les articles publiés (notices, résumés et références bibliographiques), ainsi que le texte intégral après un certain laps de temps, et pour qu'ils archivent les documents en utilisant des formats non propriétaires.

Ces recommandations sont destinées à la communauté mathématique, mais presque toutes s'appliquent également aux autres disciplines scientifiques. Elles visent à faciliter la transition vers l'électronique dans la communication académique.

Ces quinze recommandations seront actualisées et complétées ultérieurement. Le texte intégral est disponible sur la Toile .

Contact CEIC : Pierre Bérard, Institut Fourier UMR 5582 CNRS – Université Joseph Fourier, BP 74, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France.
Jonathan Borwein, Mathematics Department, Simon Fraser University, Burnaby, BC, V5A 1S6, Canada

L'Union mathématique internationale est une organisation scientifique internationale, non-gouvernementale, à buts non lucratifs, dont la mission est de promouvoir la coopération internationale en mathématique. Elle est membre de l'ICSU, Internatinonal Council for Science.

RECHERCHE ACADÉMIQUE ET INNOVATION INDUSTRIELLE

Entretien avec Frédéric Guichard, directeur scientifique de Vision IQ

propos recueillis par Bertrand Maury

Fondée en 1995, la société Vision IQ est spécialisée dans la vision par ordinateur et le traitement d'images, dans le but de développer des applications « vidéo intelligentes ». La première application commerciale de Vision IQ, Poséidon™*, est un outil d'aide à la prévention des noyades en piscine. Des caméras sont placées à l'extérieur et à l'intérieur de l'eau, et le flux d'images captées est analysé en temps réel. Les situations critiques (du type corps inerte totalement immergé) sont « reconnues » instantanément, et un signal d'alarme est transmis au maître nageur. Le cœur du système est dans l'identification de situations de danger à partir d'images complexes à forte variabilité (luminosité et propriétés optiques de l'eau non constantes, présence de multiples nageurs, mouvements inévitables des caméras...). Vision IQ n'a pas de véritable concurrent sur ce créneau. Elle regroupe à l'heure actuelle une soixantaine de personnes, dont une moitié d'ingénieurs de recherche, l'autre moitié étant en charge de la gestion et du marketing.*

Frédéric Guichard est ancien élève de l'École normale supérieure. Il a fait le DEA d'Analyse Numérique de l'université Pierre et Marie Curie. Dans l'optique de poursuivre ses études dans un domaine des mathématiques donnant lieu à des applications, il a fait une thèse en traitement d'image sous la direction de Jean–Michel Morel. Par la suite, après un séjour post–doctoral aux États–Unis, il a intégré le corps des Ponts et Chaussées, ce qui l'a amené, notamment lors d'un séjour à l'INRETS (Institut National de Recherche en Transport et Sécurité), à confronter son savoir théorique en traitement d'image à des problématiques concrètes (du type surveillance des routes en temps réel, temps de parcours), en collaboration avec des personnes plus sensibles à la finalité du traitement d'images réelles qu'aux aspects théoriques sous–jacents. Suite à une rencontre, il y a deux ans, avec J. Ménières, fondateur et président de Vision IQ, il a pris en charge la direction scientifique de cette société. Il supervise et coordonne le travail des chercheurs–développeurs, s'assurant du bon accord entre le travail de développement et les besoins réels. L'autre aspect de son travail consiste à maintenir des liens avec le monde académique. Il intervient dans le choix des consultants ou laboratoires extérieurs, puis dans le suivi des relations que Vision IQ entretient avec eux.

B. M. *Sous quelle forme s'opère la collaboration avec l'université et les laboratoires publics ?*

F. G. Cette collaboration peut prendre des formes diverses. Contacts ponctuels en premier lieu avec des consultants extérieurs (une douzaine à l'heure actuelle), qui peuvent apporter leur expertise sur un problème précis. D'autre part, lors de visites sur le site, ils vont recueillir et mettre en forme les interrogations des personnes en charge du développement. Cette écoute active est essentielle car la problématique de l'industriel ne le prédispose pas à formuler des questions directement « digérables » par le monde académique. Les liens avec les laboratoires peuvent aussi prendre la forme de contrats de recherche, sur une base mensuelle, auxquels sont associées des problématiques prédéfinies. Enfin, il arrive que tel ou tel laboratoire de recherche dispose d'emblée d'un outil pouvant être intégré à la technologie que nous développons. Cette situation est évidemment idéale pour l'industriel qui économise du temps de développement, mais elle est assez rare. La plupart du temps, pour disposer d'une « brique technologique » adaptée à nos besoins, une interaction est nécessaire. Même si certains outils déjà existants peuvent sembler répondre précisément à nos attentes, on ne peut en général faire l'économie d'une période de validation, de *bench–marking*, simplement parce que les exigences en termes de robustesse et fiabilité ne sont pas les mêmes, selon que l'on se place dans une optique industrielle ou académique.

B. M. *Les liens de la société avec le monde extérieur, outre les rapports commerciaux avec les clients ou prospects, sont–ils limités à ce que vous venez d'évoquer ?*

F. G. Non. L'activité de veille technologique, essentielle dans un domaine comme le nôtre, ne peut semble–t–il pas être entièrement externalisée. Le chercheur académique n'entend pas tout ce qui peut nous intéresser. Seules des personnes impliquées totalement dans l'entreprise sont susceptibles de recueillir l'ensemble des informations pertinentes, quitte à puiser à des sources dédaignées par les « experts ».

B. M. *À quel niveau dans l'élaboration d'un produit l'apport académique est–il le plus significatif ?*

F. G. Essentiellement dans la phase exploratoire. Le recul du chercheur académique, sa connaissance étendue de l'état de l'art, s'avérent souvent essentiels dans les multiples choix scientifiques que nécessite la démarche d'élaboration. Dans cette phase, une interaction très dynamique est nécessaire du fait de la multiplicité des problèmes nouveaux qui apparaissent à chaque étape de l'élaboration, problèmes qui sont soulevés par la confrontation à un éventail de plus en plus large de cas. Dans la phase de développement, la collaboration est plus délicate à gérer. Créer un outil robuste nécessite de réaliser un grand nombre d'expériences sur situations réelles, qui vont suggérer ou imposer des améliorations de l'outil en cours d'élaboration, améliorations qui devront elles–mêmes être validées en retour. Ce mécanisme de confrontation perpétuelle avec la réalité de l'expérience est assez étranger au monde académique des mathématiques appliquées, dans lequel la « validation » d'un algorithme ou d'un résultat se résume souvent à la réalisation d'un nombre très limité de cas–tests. J'ai moi–même été dans cette situation, ayant acquis le statut d'« expert » sur la base de trois exemples d'images traités dans mon mémoire de thèse.

B. M. *Vous insistez sur le rôle essentiel de la recherche académique dans la partie amont de l'élaboration. Qu'en–est il de la naissance elle–même de l'entreprise ?*

F. G. Dans le cas de Vision IQ, tout est parti de l'identification d'un marché et non pas d'une compétence technique. On pourrait même dire que la forte motivation initiale du fondateur, qui a su identifier le besoin réel, a été confortée par une certaine « naïveté » scientifique. Un chercheur, même très brillant dans un domaine particulier, aurait probablement été découragé par la diversité des problèmes théoriques et techniques à surmonter. La haute qualité scientifique des organismes de recherche contactés (Inria, Ceremade, CNRS, ENS, University of South California, MIT) a joué un rôle primordial et inconstestable dans les premiers pas de l'élaboration du produit, mais la fédération de toutes ces énergies n'a pu se faire que par la volonté d'une personne extérieure à la réflexion scientifique à proprement parler. La croyance française selon laquelle on peut partir de la recherche pour faire un produit nouveau doit sans doute être revisitée, c'est du moins ce que suggère l'expérience de Vision IQ.

B. M. *De façon générale, comment situez–vous la recherche académique française en termes de potentialité de créations de produits nouveaux ?*

F. G. Le niveau académique français, notamment dans le domaine des mathématiques appliquées, est incontestable, et peut–être même son relatif cloisonnement a–t–il permis le développement de théories ou techniques qui n'auraient pas pu être développées dans d'autres circonstances. Néammoins, force est de reconnaître que cet isolement a conduit au développement d'une culture propre au monde de la recherche, relativement déconnectée de la réalité. Ainsi, pour prendre un exemple, il n'est pas naturel pour un chercheur d'orienter ses recherches selon un besoin extérieur. Le mode de fonctionnement le plus naturel, peut–être parce que le plus efficace en termes de carrière académique, consiste à évoluer par proximité : on progresse en étendant le domaine d'application d'une technique existante, sans se préoccuper de savoir si cette extension répond à un réel besoin. Cette situation est d'autant plus regrettable que les problèmes dits concrets, effectivement rencontrés par des gens extérieurs à la communauté, conduisent très souvent à des interrogations passionnantes et fécondes sur le plan théorique. Tout semble à première vue se résumer à un problème de communication : il suffirait de porter à la connaissance des chercheurs les problématiques « porteuses » pour les impliquer dans la genèse de technologies nouvelles. Mais la relative inadéquation entre recherche académique et création de produit nouveau est sans doute plus profonde : en effet, si une rencontre plus ou moins fortuite entre travail de chercheur et besoin réel est concevable, il est beaucoup plus difficile d'imaginer un chercheur qui, se rendant compte qu'il est possible de répondre au besoin sans faire appel à toute la technologie qu'il a développée, y renonce en vue de développer une solution moins coûteuse en temps de développement, mais moins riche sur le plan de l'intérêt scientifique. Pour conclure, je dirais que la viabilité économique d'une entreprise repose notamment sur sa capacité à prendre des décisions sur des critères d'efficacité (réduction des temps de développement, simplicité maximale des outils) et d'adaptation aux besoins du client. Le succès actuel de Vision IQ tient sans doute à la synergie qu'elle a su créer entre des acteurs pleinement conscients des aspects économiques, qui gardent un contrôle absolu sur les choix stratégiques en termes de développement, et les chercheurs qui restent dans le cadre relativement protégé du monde académique.

MULTIPLICATEURS, ANALYSE MARGINALE ET PÉNALISATION

par Jean-Paul Penot*

Mais qu'allait-il donc faire en cette galère ?
Molière

L'origine du texte qui suit réside dans une conversation de quai de gare avec un collègue économiste, bien avant que ne s'ouvre le débat de ces derniers mois sur la place des mathématiques et de la modélisation dans les enseignements d'économie. « Nous sommes loin du campus, me disait ce collègue. Tu peux donc m'avouer que cette méthode des multiplicateurs de Lagrange n'est qu'une petite astuce ». Je lui avais répondu que telle n'était pas mon opinion, bien qu'un multiplicateur puisse apparaître comme un deus-ex-machina artificiel, que l'on s'empresse d'éliminer, comme on le verra dans l'exemple qui suivra relatif à un problème de partage de ressources. Au contraire, je pensais qu'un bon éclairage des multiplicateurs peut les rendre naturels et justifier l'analyse marginale faite par les économistes, à condition de ne pas faire dire aux résultats des mathématiciens plus qu'ils ne peuvent affirmer.

La petite vulgarisation qui suit n'a d'autre but que de faire mieux connaître ce que l'on peut attendre d'une analyse mathématique. L'essentiel des démonstrations est donné, car elles sont simples. Cette introduction ne prétend pas épuiser le sujet ; les aspects particuliers de la programmation linéaire ou quadratique ([22], [23], [28], [29]) notamment ne sont pas examinés et le contrôle optimal n'est abordé que dans la version électronique [1] de ce texte (voir [1], [2], [21]). Pour les questions de décomposition et de décentralisation, on pourra consulter par exemple [22] ; pour la théorie économique on pourra se référer à [14], [24].

Après quelques rappels sur l'utilisation d'un lagrangien et la notion de multiplicateur global qui ne sont donnés que pour éviter une confusion avec la notion de multiplicateur en un point au sens de Lagrange-Karush-Kuhn-Tucker, nous passons à la partie centrale de cet exposé qui concerne les relations entre les multiplicateurs et la dérivée (généralisée) de la fonction valeur. Une rapide application à la théorie de la commande optimale est amorcée dans la version électronique.

Cette introduction à l'optimisation sous contraintes serait incomplète sans une évocation des liens étroits entre la pénalisation et les multiplicateurs. L'idée simple de la pénalisation consiste à infliger une pénalité à un agent

*Université de Pau, jean-paul.penot@univ-pau.fr.

[1] Voir le texte complet à http://smai.emath.fr/matapli/70/

économique qui ne respecte pas les astreintes attendues (pollution, droit social, travail des enfants...). La difficulté consiste à déterminer la hauteur de la pénalité afin que l'astreinte soit respectée. Cette difficulté n'est pas que mathématique : on la retrouve aussi bien à l'échelle d'une petite communauté qu'au niveau planétaire.

I — POINT DE VUE GLOBAL

Considérons un problème de minimisation (dit problème de programmation mathématique)

$$(\mathcal{P}) \qquad \text{minimiser } f(x) \text{ sous les contraintes } \quad g(x) \in C$$

dans lequel X est un ensemble, C un cône convexe fermé d'un espace de Banach Z, de dual Y ; la fonction objectif (ou fonction coût) est $f : X \to \mathbb{R}$ et $g : X \to Z$ est une application. Dans le cas usuel $X = \mathbb{R}^n$, $Z = \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^q$, $C = \mathbb{R}^p_- \times \{0\}$, ce qui signifie que l'ensemble $A := g^{-1}(C)$ des solutions admissibles ou faisables est défini par p inégalités et q égalités. La difficulté du problème provient du fait que A est défini implicitement, donc peu aisé à déterminer. De plus, la formulation précédente se prête à des modélisations dans lesquelles le cône C peut être d'intérieur vide : c'est le cas si C est l'opposé du cône positif d'un espace L_p (cas où l'on a un obstacle ou bien une contrainte à respecter dans tout un intervalle de temps). Dans ce qui suit immédiatement, nous ne faisons pas d'hypothèses de régularité sur f et g, ce qui permet d'englober une contrainte du type $x \in B$ en supposant que f vaut $+\infty$ sur $X \backslash B$; on peut aussi faire figurer B explicitement, en particulier lorsque B est une partie simple de $\mathbb{R}^n$ comme $\mathbb{R}^n_+$ ou un pavé.

Il est classique d'associer à $(\mathcal{P})$ le *lagrangien* $\ell : X \times Y \to \overline{\mathbb{R}}$ donné par

$$\ell(x, y) = f(x) + \langle y, g(x) \rangle \quad \text{pour } (x, y) \in X \times Y_+,$$

$\ell(x, y) = -\infty$ pour $(x, y) \in X \times (Y \backslash Y_+)$, où $Y_+ := C^0 := \{y \in Y : \forall z \in C,\ \langle y, z \rangle \leq 0\}$ est le cône polaire de C dans Y.

On dit que $(\overline{x}, \overline{y}) \in X \times Y$ est un *col* (ou un *point-selle*) du lagrangien ℓ sur $X \times Y$ si $\ell(\overline{x}, \overline{y})$ est fini et si pour tout $(x, y) \in X \times Y$ on a

$$\ell(\overline{x}, y) \leq \ell(\overline{x}, \overline{y}) \leq \ell(x, \overline{y}). \tag{1}$$

Une représentation graphique illustre bien ces terminologies. L'intérêt de ce concept tient essentiellement au résultat élementaire qui suit (qui admet une réciproque sous certaines hypothèses, de convexité, notamment *cf.* [18], [25]) et à ses liens avec les questions de dualité.

Lemme 1 *Si $(\overline{x}, \overline{y})$ est un col de ℓ, alors $\overline{x}$ est une solution de $(\mathcal{P})$, $\overline{y} \in Y_+$ et $\langle \overline{y}, g(\overline{x}) \rangle = 0$.*

En effet, $\overline{y} \in Y_+$ car $\ell(\overline{x}, \overline{y})$ est fini et pour tout $y \in Y_+$ on a $\langle y, g(\overline{x})\rangle = \ell(\overline{x}, \overline{y} + y) - \ell(\overline{x}, \overline{y}) \leq 0$, de sorte que $g(\overline{x}) \in (C^0)^0 = C$, d'après le théorème du bipolaire. Ainsi $\overline{x} \in A := g^{-1}(C)$. De plus,

$$\langle -\overline{y}, g(\overline{x})\rangle = \ell(\overline{x}, 0) - \ell(\overline{x}, \overline{y}) \leq 0,$$

de sorte que $\langle \overline{y}, g(\overline{x})\rangle = 0$. L'inégalité $\ell(\overline{x}, \overline{y}) \leq \ell(x, \overline{y})$ pour tout $x \in X$ et les relations $\langle \overline{y}, g(\overline{x})\rangle = 0 \geq \langle \overline{y}, g(x)\rangle$ pour $x \in g^{-1}(C)$ assurent alors que $f(\overline{x}) \leq f(x)$ pour tout $x \in A$: $\overline{x}$ est bien une solution de $(\mathcal{P})$.□

On dira que $\overline{y} \in Y_+$ est un *multiplicateur* (global) si $\inf_{x\in A} f(x) = \inf_{x\in X} \ell(x, \overline{y})$. Connaissant un multiplicateur, on est ramené à un problème sans contrainte, ce qui est un avantage précieux, en particulier du point de vue algorithmique. La pénalisation exacte réalise aussi cet objectif, mais en général avec une perte de régularité.

Il est facile de caractériser l'ensemble M des multiplicateurs à l'aide de la *fonction performance* $p : Z \to \overline{\mathbb{R}}$ (opposée de la *fonction marginale* m obtenue par maximisation de $-f$) du problème simplement perturbé

$$(\mathcal{S}_z) \quad \text{déterminer } p(z) := \inf\{f(x) : x \in X,\ g(x) + z \in C\}$$

qui s'introduit naturellement si l'on considère que les contraintes dépendent de paramètres $z \in Z$ que l'on peut augmenter ou modifier (stocks, capacités de production, effectifs du personnel...).

Lemme 2 *Si $p(0)$ est fini, l'ensemble M des multiplicateurs coïncide avec le sous-différentiel global $\partial^{glob}p(0)$ (dit aussi de Fenchel-Moreau) de la fonction performance p en 0 :*

$$M = \partial^{glob}p(0) \quad \textit{avec} \quad \partial^{glob}p(0) := \{y \in Y : \forall z \in Z \;\; p(z) \geq p(0) + \langle y, z\rangle\}.$$

Lorsque p est convexe, $\partial^{glob}p(0)$ peut être considéré comme une sorte de substitut de la dérivée de p en 0. Dans le cas général $\partial^{glob}p(0)$ reste une mesure du changement de p, mais une mesure bien imprécise, car $\partial^{glob}p(0)$ est souvent vide, et, même si ce n'est pas le cas, $\partial^{glob}p(0)$ ne peut donner qu'une estimation par en dessous de la variation de la valeur optimale du problème.

Ordonnons Z par $z \leq z'$ si $z - z' \in C$ et munissons Y de l'ordre dual : $y \leq y'$ si $y' - y \in Y_+$. Alors p est croissante car pour $z \leq z'$ les ensembles faisables $F(z) := g^{-1}(C - z)$ et $F(z')$ vérifient $F(z') \subset F(z)$ puisque pour $x \in F(z')$ on a $g(x) + z = g(x) + z' + (z - z') \in C + C \subset C$.

Démonstration. Soit $\overline{y} \in \partial^{glob}p(0)$. Observons d'abord que $\overline{y} \in Y_+ := C^0$. En effet, pour tout $z \in C$ on a $z \leq 0$, donc $\langle \overline{y}, z\rangle \leq p(z) - p(0) \leq 0$; ainsi $\overline{y} \in C^0$ (le sous-différentiel d'une fonction croissante est contenu dans le cône positif). De plus, pour tout $x \in X$, prenant $z := -g(x)$, de sorte que x appartient à l'ensemble $F(z) := g^{-1}(C - z)$, par définition on obtient $f(x) \geq p(z) \geq p(0) +$

$\langle \overline{y}, z\rangle = p(0) + \langle \overline{y}, -g(x)\rangle$, soit $\ell(x, \overline{y}) \geq p(0)$ donc $\inf_{x\in X} \ell(x, \overline{y}) \geq p(0)$. En fait, l'égalité $\inf_{x\in X} \ell(x, \overline{y}) = p(0)$ a lieu si $F(0)$ est vide (car alors $p(0) = +\infty$) tandis que si $F(0)$ n'est pas vide elle découle du fait que pour tout $x \in F(0)$ on a $\ell(x, \overline{y}) \leq f(x)$ car $g(x) \in C$ et $\overline{y} \in C^0$. Ainsi $\overline{y} \in M$.

Inversement, montrons l'inclusion $M \subset \partial^{glob} p(0)$. Soit $\overline{y} \in M$. Pour tout $z \in Z$ et pour tout $x \in F(z) := g^{-1}(C - z)$ nous avons (puisque $\overline{y} \in Y_+$ et $g(x) + z \in C$)

$$p(0) = \inf \ell(X, \overline{y}) \leq \ell(x, \overline{y}) = f(x) + \langle \overline{y}, g(x)\rangle \leq f(x) + \langle \overline{y}, -z\rangle.$$

Passant à la borne inférieure sur $x \in F(z)$ nous obtenons $p(0) \leq p(z) + \langle \overline{y}, -z\rangle$: $\overline{y} \in \partial^{glob} p(0)$.□

On peut déduire de cet énoncé un résultat d'existence.

Corollaire 3 *On suppose que la fonction p est convexe, ce qui est le cas si f et g sont convexes. Pour que l'ensemble M soit non vide il suffit qu'il existe $r > 0$, $c \in \mathbb{R}$ tels que pour tout $z \in Z$ de norme au plus r il existe $x \in X$ vérifiant $f(x) \leq c$, $g(x) + z \in C$.*

En effet, la fonction p est alors majorée par c sur la boule $B(0, r)$ de centre 0 et de rayon r, ce qui, pour une fonction convexe, est un critère pour que le sous-différentiel $\partial^{glob} p(0)$ soit non vide. Cette condition suffisante n'est nullement nécessaire, et d'autres critères existent.

Exemple. Les questions de meilleure approximation jouant un rôle capital dans des domaines variés, considérons le cas où $f(x) := \frac{1}{2}\|x - w\|^2$, $g(x) = x$, pour $w \in Z = X$ fixé, X étant un espace de Hilbert. Alors, $p(z) = \inf\{\frac{1}{2}\|x - w\|^2 : x + z \in C\} = \inf\{\frac{1}{2}\|x' - w - z\|^2 : x' \in C\} =: \frac{1}{2} d_C(w+z)^2$ est convexe continue. Ainsi $\partial^{glob} p(0)$ est non vide. Si $\overline{x}$ est la meilleure approximation de w dans C on a $M = \{w - \overline{x}\}$, où $w - \overline{x}$ est normal à C en $\overline{x}$. Ainsi la connaissance de M détermine la solution et n'est pas indifférente !

Dans le cas convexe, on peut encore identifier l'ensemble M des multiplicateurs avec l'ensemble des solutions d'un problème dual (*cf.* [8], [18], [30]). Dans le cas général on ne peut attendre un tel résultat et il convient de prendre un point de vue moins global.

II — POINT DE VUE PONCTUEL

Supposons désormais que X est un espace de Banach, que $B = X$ et que f et g sont de classe C^1 et intéressons nous à l'interprétation des multiplicateurs de Lagrange-Karush-Kuhn-Tucker en une solution $\overline{x}$ du problème $(\mathcal{P})$ (en bref, des multiplicateurs en $\overline{x}$). Rappelons qu'un élément $\overline{y}$ du dual Y de l'espace Z des contraintes de $(\mathcal{P})$ est un *multiplicateur en* $\overline{x}$ (et nous écrirons $\overline{y} \in M(\overline{x})$)

si les relations suivantes sont vérifiées :

$$f'(\overline{x}) + \overline{y} \circ g'(\overline{x}) = 0, \tag{2}$$

$$\langle \overline{y}, g(\overline{x}) \rangle = 0, \qquad y \in Y_+ = C^0. \tag{3}$$

Ces relations constituent des conditions nécessaires à l'ordre un pour que $\overline{x}$ soit optimal, pourvu qu'une hypothèse technique dite de qualification soit satisfaite (par exemple, la relation (9) donnée plus loin). On voit facilement que si $\overline{x}$ est solution de $(\mathcal{P})$, l'ensemble $M(\overline{x})$ des multiplicateurs ponctuels en $\overline{x}$ contient l'ensemble M des multiplicateurs globaux (et coïncide avec M si $f + \overline{y} \circ g$ est convexe ou pseudo-convexe pour tout $\overline{y} \in M(\overline{x})$). Aussi, nous allons comparer $M(\overline{x})$ à un ensemble plus grand que le sous-différentiel global $\partial^{glob} p(0)$ de p en 0.

Pour cela, il convient d'introduire une notion de sous-différentiel qui généralise la notion de différentielle, et en particulier qui soit locale. Plusieurs choix sont possibles. Celui qui semble le plus approprié est le *sous-différentiel directionnel* ou sous-différentiel d'Hadamard ou de Dini. Pour une fonction $f : X \to \overline{\mathbb{R}}$ finie en $\overline{x} \in X$, ce sous-différentiel est l'ensemble, noté $\partial f(\overline{x})$, des formes linéaires continues $\overline{x}^*$ sur X (appelées sous-dérivées) minorant la dérivée directionnelle inférieure, i.e. telles que pour tout $u \in X$ on ait

$$f'(\overline{x}, u) := \liminf_{(t,v)\to(0_+,u)} \frac{1}{t} \left(f(\overline{x} + tv) - f(\overline{x})\right) \geq \langle \overline{x}^*, u \rangle,$$

soit encore, pour $t \in \mathbb{R}_+$, $u \in X$,

$$f(\overline{x} + tv) \geq f(\overline{x}) + \langle \overline{x}^*, tu \rangle - t\varepsilon(t + \|u - v\|)$$

avec $\varepsilon(r) \to 0$ quand $r \to 0$. Cette notion généralise la notion de dérivée au sens d'Hadamard ; plus précisément, elle est un avatar unilatéral de ce concept. En effet, si f est différentiable au sens d'Hadamard, c'est à dire si la limite $f'(\overline{x})(u)$ de $(1/t)(f(\overline{x} + tv) - f(\overline{x}))$ quand $(t, v) \to (0_+, u)$ existe pour tout $u \in X$ et est linéaire continue en u, on a $\partial f(\overline{x}) = \{f'(\overline{x})\}$. De plus, si $\partial(-f)(\overline{x}) \cap (-\partial f(\overline{x}))$ est non vide, alors f est différentiable au sens d'Hadamard en $\overline{x}$. Si f est convexe, on voit facilement que $\partial f(\overline{x})$ coïncide avec le sous-différentiel global $\partial^{glob} f(\overline{x})$ défini plus haut. Dans les espaces de Hilbert (et aussi dans la classe plus vaste des espaces d'Asplund) le sous-différentiel $\partial f(\overline{x})$ est non vide pour tout $\overline{x}$ d'une partie partout dense du domaine de f pourvu que f soit semicontinue inférieurement. Enfin $\partial f(\overline{x})$ contient le sous-différentiel de Fréchet $\partial^- f(\overline{x})$ de f en $\overline{x}$ défini comme l'ensemble des $\overline{x}^* \in X^*$ tels que pour tout $u \in X$ on ait

$$f(\overline{x} + x) \geq f(\overline{x}) + \langle \overline{x}^*, x \rangle - \varepsilon(\|x\|)\, \|x\|$$

avec $\varepsilon(r) \to 0$ quand $r \to 0$. Ces deux sous-différentiels jouissent de propriétés analogues. Lorsque X est de dimension finie, $\partial f(\overline{x})$ coïncide avec $\partial^- f(\overline{x})$, de même que la dérivabilité au sens d'Hadamard coïncide avec la différentiabilité au sens de Fréchet.

Proposition 4 *Pour toute solution $\overline{x}$ de $(\mathcal{P})$, toute sous-dérivée de p en 0 est un multiplicateur de $(\mathcal{P})$ en $\overline{x}$: $\partial p(0) \subset M(\overline{x})$.*

Démonstration. Soit $\overline{y} \in \partial p(0)$. Posons encore $F(z) := g^{-1}(C - z)$ pour $z \in Z$. Nous avons observé plus haut que $p(z) \le p(0)$ pour tout $z \in C$. Il en résulte que pour tout $z \in C$

$$\langle \overline{y}, z \rangle \le p'(0, z) \le \liminf_{t \to 0_+} \frac{1}{t}\,(p(tz) - p(0)) \le 0,$$

de sorte que $\overline{y} \in C^0 := Y_+$. Soit $\overline{z} := g(\overline{x}) \in C$. Comme pour $t \in [0,1]$ on a $\overline{z} - t\overline{z} \in C$, soit $\overline{x} \in F(-t\overline{z})$ donc $p(-t\overline{z}) \le f(\overline{x}) = p(0)$, nous obtenons $\langle \overline{y}, -\overline{z} \rangle \le \liminf_{t \to 0_+} \frac{1}{t}\,(p(-t\overline{z})) - p(0)) \le 0$, et, puisque $\overline{z} := g(\overline{x}) \in C$ et $\overline{y} \in C^0$, il vient $\langle \overline{y}, g(\overline{x}) \rangle = 0$.

Notons que pour tout $x \in X$ nous avons $x \in F(-g(x))$ donc $p(-g(x)) \le f(x)$. Comme $p(\overline{z} + w) \le p(w)$ pour $w \in Z$ (car $\overline{z} \le 0$), en prenant $w = -g(x)$, nous obtenons

$$p(g(\overline{x}) - g(x)) \le p(-g(x)) \le f(x),$$

avec égalité pour $x = \overline{x}$. Pour $v \in X$, posons $w_t := t^{-1}\,(g(\overline{x}) - g(\overline{x} + tv)) \to -g'(\overline{x})v$. Alors

$$\begin{aligned}\langle \overline{y}, -g'(\overline{x})v \rangle &\le \liminf_{t \to 0_+} \frac{1}{t}\,(p(tw_t) - p(0)) = \liminf_{t \to 0_+} \frac{1}{t}\,(p(g(\overline{x}) - g(\overline{x} + tv)) - p(0)) \\ &\le \liminf_{t \to 0_+} \frac{1}{t}\,(f(\overline{x} + tv) - f(\overline{x})) = f'(\overline{x})v.\end{aligned}$$

Ainsi $f'(\overline{x})v + \langle \overline{y}, g'(\overline{x})v \rangle \ge 0$, et, en changeant v en $-v$, nous obtenons $f'(\overline{x})v + \langle \overline{y}, g'(\overline{x})v \rangle = 0$ pour tout $v \in X$. Nous avons bien obtenu que $\overline{y} \in M(\overline{x})$.□

Corollaire 5 *Si p est différentiable en 0, $p'(0)$ est un multiplicateur en toute solution $\overline{x}$ de $(\mathcal{P})$.*

Exemple (problème de partage d'une ressource comme une surface cultivable ou une production de gaz à transformer en divers composants chimiques). Une ressource de quantité totale $\overline{w}$ doit être partagée en n productions ; chaque quantité x_i affectée à la production i apporte un revenu de $f_i(x_i)$. On suppose f_i différentiable. Tout multiplicateur $\overline{y}$ en une solution $\overline{x}$ du problème

minimiser $-(f_1(x_1) + ... + f_n(x_n))$ sous la contrainte $\overline{w} - (x_1 + ... + x_n) = 0$

vérifie $\frac{\partial}{\partial x_i}\ell(\overline{x}_1, ..., \overline{x}_n, \overline{y}) = 0$ soit $\overline{y} = -f_i'(\overline{x}_i)$ pour $i = 1, ..., n$. Les relations $f_1'(\overline{x}_1) = ... = f_n'(\overline{x}_n)$, $\overline{x}_1 + ... + \overline{x}_n = \overline{w}$ permettent souvent de déterminer $\overline{x}_1, ..., \overline{x}_n$. En particulier, si les fonctions f_i' sont strictement décroissantes, d'inverses g_i on a $\overline{x}_i = g_i(-\overline{y})$ et $\sum_i g_i(-\overline{y}) = \overline{w}$ ce qui peut suffire à déterminer $\overline{y}$ dans bien des cas. Si le revenu total $m(w) := -p(w) = \max\{f_1(x_1) + ... +$

$f_n(x_n) : x_1 + ... + x_n = w\}$ est une fonction dérivable de w en $\overline{w}$, alors on a $m'(\overline{w}) = -\overline{y}$. La connaissance du multiplicateur $\overline{y}$ donne donc une information sur la variation du revenu lorsque la ressource w change (extraction intensifiée ou diminuée, mise en jachère...), même dans l'ignorance de solutions.$\square$

Exemple (détermination de la forme d'un baril de surface donnée S et de volume maximum). En introduisant un multiplicateur, puis en l'éliminant, le lecteur peut montrer que le problème (en (r, h))

$$\text{minimiser } -\pi r^2 h \quad \text{sous la contrainte } S - 2\pi r(r+h) = 0$$

a pour solution $\overline{x} = (r, 2r)$ avec $r = (S/6\pi)^{1/2}$ et sa valeur est $p(S) = -2\pi(S/6\pi)^{3/2}$. La dérivée $p'(S) = -(1/2)(S/6\pi)^{1/2}$ de p coïncide avec le multiplicateur $\overline{y}$.$\square$

Corollaire 6 *Si p est sous-différentiable en 0 (i.e. si $\partial p(0)$ n'est pas vide) et si pour une solution $\overline{x}$ de $(\mathcal{P})$ on a $g'(\overline{x})(X) = Z$, alors $\partial p(0) = M(\overline{x})$ et cet ensemble est un singleton.*

En effet, la surjectivité de $g'(\overline{x})$ assure que $M(\overline{x})$ est un singleton, de sorte que si $\partial p(0)$ n'est pas vide on a $\partial p(0) = M(\overline{x})$. On ne saurait conclure (comme on le fait parfois abusivement) que p est automatiquement (sous-) différentiable en 0.

Exemple. Soient $X = \mathbb{R}^2$, $Z = \mathbb{R}$, $C = \{0\}$, $\overline{x} = (0, 0)$ et soient f et g données par $f(x_1, x_2) := x_1^2 \exp\left(-x_1^2\right) - \frac{2}{\pi} x_2 \arctan x_1$, $g(x_1, x_2) = x_2$. Alors $p(z) = -|z|$, $\partial p(0) = \emptyset$, $M(0) = \{0\}$.$\square$

L'analyse précédente peut être étendue au cas de perturbations plus générales que celle de $(\mathcal{S}_z)$. Présentons une formulation qui permet une application aux problèmes de commande optimale (pour laquelle nous renvoyons à la version électronique). Soit W un espace métrique (espace des paramètres) et soient X, Y, Z des espaces normés, Y étant le dual de Z. Soient $f : W \times X \to \mathbb{R}$, $g : W \times X \to Z$ des applications continues, différentiables par rapport à leur seconde variable et dont les dérivées $D_X f$, $D_X g$ par rapport à X sont continues sur $W \times X$. Considérons le problème

$$(\mathcal{P}_w) \quad \text{minimiser } f(w, x) \quad \text{sous la contrainte } g(w, x) \in C$$

dont nous notons $p(w)$ la valeur. Introduisons le lagrangien $\ell : W \times X \times Y \to \overline{\mathbb{R}}$, par

$$\ell(w, x, y) := f(w, x) + \langle y, g(w, x) \rangle.$$

Considérons $\overline{w} \in W$ et une solution $\overline{x}$ de $(\mathcal{P}_{\overline{w}})$. Supposons qu'il existe $c > 0$ et un voisinage V de $\overline{w}$ tels que pour tout $w \in V$ l'ensemble $S(w)$ des solutions de $(\mathcal{P}_w)$ soit non vide et que

$$d(\overline{x}, S(w)) \leq c\, d(w, \overline{w}) \quad \text{pour tout } w \in V. \tag{4}$$

Pour établir le résultat suivant, connu sous le nom « envelop theorem », les économistes font implicitement l'hypothèse qu'il existe une solution $x(w)$ qui dépend de façon différentiable du paramètre. Dans ce cas, le résultat découle d'une simple application de la règle de composition des différentielles. Mais cette hypothèse est bien restrictive et elle ne peut être employée dans le cas où W n'a pas de structure d'espace normé comme dans l'application au principe de Pontriaguine. En fait, sous des hypothèses de différentiabilité d'ordre deux, la condition (4) peut elle-même être remplacée par une hypothèse plus faible de comportement höldérien, satisfaite si une condition suffisante du second ordre est vérifiée ainsi qu'une hypothèse assurant que les minimiseurs locaux proches de $\overline{x}$ sont des solutions globales (voir [4], [16], [28]). De plus, on peut remplacer l'ensemble des solutions par un ensemble de solutions approchées.

Proposition 7 *(voir [23]) Supposons (4) vérifiée. Soit $\overline{y}$ un multiplicateur en $\overline{x}$, i.e. un élément $\overline{y}$ de Y_+ vérifiant $D_X f(\overline{w},\overline{x}) + \overline{y} \circ D_X g(\overline{w},\overline{x}) = 0$, $\langle \overline{y}, g(\overline{w},\overline{x})\rangle = 0$. Alors la variation de p vérifie*

$$p(w) - p(\overline{w}) \geq \ell(w,\overline{x},\overline{y}) - \ell(\overline{w},\overline{x},\overline{y}) + o(w), \tag{5}$$

avec égalité si $C = \{0\}$, où $o(\cdot)$ vérifie $o(w)/d(w,\overline{w}) \to 0$ quand $w \to \overline{w}$ dans $W\backslash\{\overline{w}\}$.

L'intérêt de cette estimation réside dans le fait que l'on peut évaluer la variation de p avec la seule aide d'un multiplicateur en $\overline{x}$, sans résoudre le problème perturbé.

Corollaire 8 *Si W est un espace normé et si f et g admettent des dérivées partielles par rapport à W en $(\overline{w},\overline{x})$ alors, sous les hypothèses qui précèdent, p est Fréchet-sous-différentiable en $\overline{w}$ et pour tout multiplicateur $\overline{y}$ en $(\overline{w},\overline{x})$ on a $D_W\ell(\overline{w},\overline{x},\overline{y}) \in \partial^- p(\overline{w})$.*

L'inclusion inverse

$$\partial^- p(\overline{w}) \subset \{D_W\ell(\overline{w},\overline{x},\overline{y}) : \overline{y} \in M(\overline{w},\overline{x})\}, \tag{6}$$

a lieu sous une simple hypothèse de qualification comme la surjectivité de la dérivée de g en $(\overline{w},\overline{x})$. Cette dernière condition est satisfaite lorsque l'on considère le problème simplement perturbé $(\mathcal{S}_w)$, i.e. quand f ne dépend pas de w et $g(w,x) = \overline{g}(x) + w$ pour une fonction $\overline{g}$ de classe C^1, avec $W = Z$. Notons que dans ce cas les relations

$$\partial p(\overline{w}) = \partial^- p(\overline{w}) = \{D_W\ell(\overline{w},\overline{x},\overline{y}) : \overline{y} \in M(\overline{w},\overline{x})\} \tag{7}$$

se réduisent aux égalités $\partial p(\overline{w}) = \partial^- p(\overline{w}) = M(\overline{w},\overline{x})$. Dans la version électronique de ce texte, on compare ces égalités simples et frappantes avec le résultat principal du chapitre 6 de [7].

III — Multiplicateurs et pénalisation

Dans cette section finale, nous abordons les relations entre les multiplicateurs et la pénalisation. L'idée générale est commune : remplacer un problème avec contrainte

$$(\mathcal{M}) \qquad \text{Minimiser } f(x) \text{ sous la contrainte } x \in A \subset X$$

par un problème sans contrainte comportant un terme complémentaire. Lorsque f est (localement) lipschitzienne de taux k on voit facilement qu'un minimiseur (local) de f sur A est un minimiseur (local) de $f + kd(\cdot, A)$ sur X ([7]). Ce fait n'est pas d'un grand intérêt pratique lorsque A est déterminé de manière implicite par des égalités ou des inégalités comme dans le problème $(\mathcal{P})$, car si $A = g^{-1}(C)$ est difficile à déterminer, $d(\cdot, A)$ le sera aussi. En revanche, si la contrainte est *métriquement régulière* en ce sens qu'il existe une constante $c > 0$ telle que (au moins localement)

$$d(\cdot, A) \leq cd(g(\cdot), C), \tag{8}$$

on pourra s'intéresser à la minimisation de la fonction pénalisée f_r donnée pour $r \geq ck$ par

$$f_r := f + rd(g(\cdot), C),$$

qui est calculable. Ici, nous ne considérons que le cas où r est fixé (pénalisation « exacte ») tandis que dans les algorithmes on peut être amené à augmenter r au cours des itérations.

Il est clair que tout minimiseur $\overline{x}$ de f_r appartenant à A est solution de $(\mathcal{P})$. On a plus :

Proposition 9 *Pour tout $r \geq 0$, si $\overline{x}$ est un minimiseur de f_r appartenant à $A = g^{-1}(C)$ alors $\overline{x}$ est solution de $(\mathcal{P})$. Si f est lipschitzienne de taux k et si (8) a lieu, alors, pour $r > ck$, tout minimiseur de f_r est solution de $(\mathcal{P})$. Si f et g sont différentiables en un minimiseur $\overline{x}$ de f_r appartenant à A alors l'ensemble $M(\overline{x})$ des multiplicateurs en $\overline{x}$ est non vide et $\overline{r}(\overline{x}) := \inf\{\|y\| : y \in M(\overline{x})\} \leq r$.*

Schéma de la démonstration. La première assertion découle du fait que f et f_r coïncident sur A. Si (8) est satisfaite, si $r > ck$ et si $\overline{x} \in X$ est un minimiseur de f_r alors $\overline{x}$ appartient à $A = g^{-1}(C)$ car sinon on pourrait trouver $a \in A$ tel que $d(\overline{x}, a) < rc^{-1}k^{-1}d(\overline{x}, A)$ et l'on aurait $f_r(a) = f(a) \leq f(\overline{x}) + kd(\overline{x}, a) < f(\overline{x}) + rc^{-1}d(\overline{x}, A) \leq f(\overline{x}) + rd(g(\overline{x}), C) = f_r(\overline{x})$, une contradiction. Supposons f, g différentiables en $\overline{x}$. Alors, pour tout $x \in X$ et pour tout $z \in C$ on a

$$f(\overline{x}) = f_r(\overline{x}) \leq f(x) + r\,\|g(x) - z\|\,,$$

d'où, en prenant $u \in X$, $w \in \mathbb{R}_+(C - g(\overline{x}))$, $x := \overline{x} + tu$ avec $t > 0$ assez petit pour que $z := g(\overline{x}) + tw \in C$, on obtient

$$f'(\overline{x})(u) + r\,\|g'(\overline{x})u - w\| \geq 0.$$

Les règles de calcul de l'analyse convexe fournissent alors $\overline{y} \in rB_Y$ tel que $f'(\overline{x}) + \overline{y} \circ g'(\overline{x}) = 0$ et $0 \in -\overline{y} + N(C, g(\overline{x}))$ où $N(C, g(\overline{x})) = \{y \in C^0 : \langle y, g(\overline{x})\rangle = 0\}$ est le cône normal à C en $g(\overline{x})$, cône polaire du cône tangent radial $\mathbb{R}_+(C - g(\overline{x}))$: on a bien $\overline{y} \in M(\overline{x})$ et $\|\overline{y}\| \leq r$.$\square$

Si la condition de Robinson

$$g'(\overline{x})(X) - \mathbb{R}_+(C - g(\overline{x})) = 0 \tag{9}$$

est satisfaite, ce résultat peut aussi être déduit d'une forme du lemme de Farkas puisque l'on a $f'(\overline{x})(u) \geq 0$ pour tout $u \in X$ tel que $g'(\overline{x})u \in \mathbb{R}_+(C - g(\overline{x}))$. Mais notons qu'une « condition de qualification » comme (9), ou celles de [3] Th. 1, [17] Th. 1 n'est pas indispensable.

Proposition 10 *Si l'ensemble M des multiplicateurs (globaux) n'est pas vide, pour $r > \widehat{r} := \inf\{\|y\| : y \in M\}$ on a $\inf f_r(X) = \inf f(A)$. Si $\overline{x}$ est un minimiseur de f_r avec $r > \widehat{r}$, alors $\overline{x} \in A$ et $\overline{x}$ est solution de ($\mathcal{P}$).*

Démonstration. Soit $\overline{y} \in M$ vérifiant $\|\overline{y}\| < r$. Comme $\overline{y} \in Y_+$, pour $x \in X$, $z \in C$ on a

$$r\,\|g(x) - z\| \geq \langle \overline{y}, g(x) - z\rangle \geq \langle \overline{y}, g(x)\rangle, \tag{10}$$

de sorte que $rd(g(x), C) \geq \langle \overline{y}, g(x)\rangle$ et $f_r(x) \geq \ell(x, \overline{y})$. Ainsi, $\inf f_r(X) \geq \inf \ell(X, \overline{y}) = \inf f(A)$. D'où la première assertion. Pour obtenir la seconde, on observe que si $r > \widehat{r}$, si $\overline{x}$ minimise f_r et si $\overline{x} \notin A$, on a $d(g(\overline{x}), C) > 0$, et l'on peut trouver $\overline{y} \in M$ et $z \in C$ tels que $r > \|\overline{y}\|$ et $rd(g(\overline{x}), C) > \|\overline{y}\|\,\|g(\overline{x}) - z\| \geq \langle \overline{y}, g(\overline{x})\rangle$, d'après (10) de sorte que $\inf f_r(X) = f_r(\overline{x}) > \ell(\overline{x}, \overline{y}) \geq \inf \ell(X, \overline{y}) = \inf f(A) = \inf f_r(A)$, une contradiction. Ainsi $\overline{x} \in A$.$\square$

On trouvera dans [3], [6], [13], [17] par exemple des résultats supplémentaires donnant notamment des conditions suffisantes du second ordre pour qu'un minimiseur local de f sur A soit aussi un minimiseur local de f_r. Notons aussi que les méthodes de pénalisation constituent un moyen classique pour obtenir l'existence de multiplicateurs (Beltrami, Barbu, Hestenes...) et que la théorie des lagrangiens augmentés peut être vue comme une synthèse de ces deux approches, attirante aussi bien du point de vue théorique que du point de vue numérique.

Les références [4], [20] contiennent de vastes bibliographies sur l'utilisation des multiplicateurs pour les questions de sensibilité, la liste suivante étant très limitative ; voir la version électronique pour une liste un peu moins incomplète.

RÉFÉRENCES

[1] M. Bergounioux, *Optimisation et contrôle des systèmes linéaires*, Dunod, Paris (2001).

[2] M. Bergounioux and F. Mignot, Control of variational inequalities and Lagrange multipliers, ESAIM : Control, Optim. and Calculus of Variations, 5 (2000), 45-70.

[3] J.F. Bonnans, Théorie de la pénalisation exacte, Math. Mod. Num. Anal. 24 (2) (1990), 197-210.

[4] J.F. Bonnans and A. Shapiro, *Perturbation analysis of optimization problems*, Springer (2000).

[5] J.-M. Bonnisseau and C. Le Van, On the subdifferential of the value function in economic optimization problems, J. Math. Economics, 25 (1996) 55-73.

[6] J.V. Burke, An exact penalization viewpoint of constrained optimization, SIAM J. Control and Opt. 29 (1991), 968-998.

[7] F.H. Clarke, *Optimization and nonsmooth analysis*, Wiley, New York (1983).

[8] I. Ekeland et R. Témam, *Analyse convexe et problèmes variationnels*, Dunod, Paris (1974).

[9] A.V. Fiacco, *Introduction to Sensitivity and Stability Analysis in Nonlinear Programming,* Academic Press, New York (1983).

[10] A.V. Fiacco, ed.,« *Mathematical programming with data perturbations* », Lectures notes in pure and applied math. No 195, Dekker, New York (1998).

[11] J. Gauvin, *Théorie de la programmation mathématique non convexe/ Theory of nonconvex programming*, Les Publications du CRM, Montréal, (1994).

[12] J.-B. Hiriart-Urruty, Gradients généralisés de fonctions marginales, SIAM J. Control Opt. 16 : 310-316 (1978).

[13] J.-B. Hiriart-Urruty, *Optimisation et analyse convexe*, Presses Universitaires de France (1998).

[14] M.D. Intriligator, *Mathematical optimization and economic theory*, Prentice-Hall, (1971).

[15] R. Janin, Directional derivative of the marginal function in nonlinear programming, Math. Prog. Study 21 : 110-126 (1984).

[16] R. Janin, J.-C. Mado et J. Narayaninsamy, Second order multipliers and marginal function in non linear programs, Optimization 22 : 163-176 (1991).

[17] J.-B. Lasserre, Exact penalty functions and Lagrange multipliers, R.A.I.R.O. 14 (1980), 117-125.

[18] P.-J. Laurent, *Optimisation et Approximation*, Hermann, Paris (1972).

[19] F. Lempio and H. Maurer, Differential stability in infinite dimensional programming, Applied Mathematics and Optimization, 6 : 139-152 (1980).

[20] E.S. Levitin, *Perturbation theory in mathematical programming and its applications,* Wiley (1994).

[21] J.-L. Lions, *Contrôle optimal de systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles*, Dunod, Paris (1971), traduction anglaise, Springer-Verlag (1971).

[22] J.-L. Lions et al, *Sur les méthodes numériques en sciences physiques et économiques*, Dunod (1974).

[23] D. G. Luenberger, *Optimization by vector space methods*, Wiley, New York (1969).

[24] A. MasColell et al., *Microeconomic theory*, Oxford Univ. Press, Oxford (1995).

[25] M. Minoux, *Programmation mathématique. Théorie et algorithmes*, Dunod, Paris (1983).

[26] R. Pallu de la Barrière, *Cours d'automatique théorique*, Dunod, Paris (1966).

[27] J.-P. Penot, Differentiability of relations and differential stability of perturbed optimization problems, SIAM J. Control and Optim. 22 (4) (1984), 529-551.

[28] J.-P. Penot, Central and peripheral results in the study of marginal and performance functions, dans [10], 305-337.

[29] S.M. Robinson, Stability theory for systems of inequalities. Part I :linear systems, SIAM J. Numer. Anal. 12 (5) (1975), 754-769.

[30] R.T. Rockafellar, *Conjugate duality and optimization*, SIAM, Philadelphia (1974).

[31] P.A. Samuelson, *Foundations of economic analysis*, Harvard Univ. Press, Cambridge (1947).

[32] L. Thibault, On subdifferentials of optimal value functions, SIAM J. Control Opt. 29 (1991), 1019-1036.

Méthodologie et environnement de développement orientés objets : de l’analyse mathématique à la programmation

par S. Labbé, J. Laminie et V. Louvet*

Introduction

Le but de ce travail est la réalisation d’un cadre de programmation objet pour le calcul scientifique appliqué à la résolution d’équations ou de systèmes d’équations aux dérivées partielles. Les motivations qui nous ont conduit à concevoir ce projet sont diverses. En premier lieu, la programmation objet est moins directe que la programmation procédurale que permet les langages comme Fortran-77 et C. La complexité des infrastructures informatiques et celle des besoins des utilisateurs/concepteurs de logiciels font qu’il est impératif de changer la technologie de conception, pour prendre en compte de façon efficace des notions comme le travail et le développement coopératif, l’hétérogénéité des matériels... De plus, en tant que laboratoire universitaire, il s’ajoute les besoins d’outils pédagogiques pour la formation des étudiants, les besoins de pérénisation des codes de recherches. . .

La réalisation de codes de calcul scientifique dans le cadre d’un travail de recherche diffère de la situation classique qui demande juste la résolution du problème et l’obtention des quantités souhaitées par l’utilisateur final. La recherche dans le domaine du calcul scientifique se situe à de nombreux niveaux. Outre la résolution du problème, les numériciens travaillent également sur la mathématique des équations du problème, sur la méthodologie de résolution, sur les discrétisations mais aussi sur les outils de plus bas niveau comme l’algèbre linéaire par exemple. Nous nous permettons dans ce cahier des charges d’être relativement ambitieux, pour demander que la conception soit indépendante de la méthode de discrétisation et des techniques de résolutions.

Par ailleurs et d’un point de vue purement informatique, nous sommes conduit à travailler dans un environnement multi-plate-formes et multi-langages. L’analyse des résultats des codes, au niveau souhaité par les numériciens, implique la mise en oeuvre d’outils de développement, d’exploitation et de dépouillement.

*Laboratoire de Mathématique, Analyse Numérique et EDP, Université de Paris Sud et CNRS, Orsay, France

La première section illustre la partie mathématique de ce projet, dont la mise en oeuvre permet de répondre au besoin concernant l'indépendance des objets mathématiques manipulés. La seconde rapporte des éléments de réflexion méthodologique comme aide à la conception objet. La troisième partie présente l'application de la méthodologie au problème mathématique objet décrit en première section.

I — CADRE THÉORIQUE

L'objectif du projet est de résoudre de façon générique, c'est-à-dire quelle que soit la méthode de discrétisation, un système d'équations aux dérivées partielles. Dans ce paragraphe, nous décrivons une représentation unifiée des méthodes de discrétisation usuelles (éléments finis, différences finies et volumes finis). Celle-ci repose sur des opérateurs de plongement et de restriction d'espaces fonctionnels vers des espaces de dimension finie.

Supposons donc que l'on veuille traiter le problème suivant :

$$\text{soit} f \in \mathrm{W}_2, \text{ trouver } u \in \mathrm{W}_1 \text{ tel que } \mathcal{P}u = f, \tag{1}$$

où W_1 et W_2 sont deux espaces fonctionnels (de manière très générale, on peut par exemple dire que ce sont des espaces de Banach séparables), $\mathcal{P}$ représente un opérateur linéaire ou non, u la solution, et f les forces extérieures. Afin de résoudre ce système, il est nécessaire de définir un problème approché c'est-à-dire de réécrire le système dans des espaces de dimension finie sous la forme

$$\text{soit} f_h \in \mathrm{W}_{2,h}, \text{ trouver } u_h \in \mathrm{W}_{1,h} \text{ tel que } \mathcal{P}_h u_h = f_h, \tag{2}$$

où $\mathrm{W}_{1,h}$ et $\mathrm{W}_{2,h}$ sont deux espaces de dimension finie, u_h la solution approchée et f_h l'approximation des forces extérieures.

Considérons les opérateurs de plongement $\mathrm{P}_h^* : \mathrm{W}_{1,h} \mapsto \mathrm{W}_1$ (resp. $\mathrm{Q}_h^* : \mathrm{W}_{2,h} \mapsto \mathrm{W}_2$) et de restriction $\mathrm{P}_h : \mathrm{W}_1 \mapsto \mathrm{W}_{1,h}$ (resp. $\mathrm{Q}_h : \mathrm{W}_2 \mapsto \mathrm{W}_{2,h}$). On obtient alors le diagramme suivant :

$$\begin{tikzcd}
\mathrm{W}_{1,h} \arrow[r, "\mathcal{P}_h"] & \mathrm{W}_{2,h} \arrow[d, "\mathrm{Q}_h^*"] \\
\mathrm{W}_1 \arrow[u, "\mathrm{P}_h"] \arrow[r, "\mathcal{P}"] & \mathrm{W}_2 \arrow[d, "\mathrm{Q}_h"] \\
\mathrm{W}_{1,h} \arrow[u, "\mathrm{P}_h^*"] \arrow[r, "\mathcal{P}_h"] & \mathrm{W}_{2,h}
\end{tikzcd}$$

On peut ainsi définir l'opérateur discret $\mathcal{P}_h$ en fonction des opérateurs de restriction et de plongement et du problème continu $\mathcal{P}$:

$$\forall h \in \mathbb{R}^p, \mathcal{P}_h = \mathrm{Q}_h \circ \mathcal{P} \circ \mathrm{P}_h^*.$$

Ces opérateurs de discrétisation sont construits de façon à vérifier un certain nombre d'hypothèses permettant d'assurer qu'ils sont candidats pour être de « bonnes » discrétisations.

Hypothèse I —.1 *On suppose que les opérateurs P_h, Q_h, P_h^*, Q_h^* sont tels que :*
(i) Pour tout h dans $\mathbb{R}^p$, P_h et Q_h sont des opérateurs linéaires continus.
(ii) On a :

$$\forall u \in W_1, \lim_{|h| \to 0} ||P_h^* \circ P_h\, u - u||_{W_1} = 0,$$
$$\forall u \in W_2, \lim_{|h| \to 0} ||Q_h^* \circ Q_h\, u - u||_{W_2} = 0,$$
$$\forall u \in W_{1,h}, \lim_{|h| \to 0} ||P_h \circ P_h^*\, u - u||_{W_{1,h}} = 0,$$
$$\forall u \in W_{2,h}, \lim_{|h| \to 0} ||Q_h \circ Q_h^*\, u - u||_{W_{2,h}} = 0.$$

Dans le cas, fréquent, où $\mathrm{W}_{1,h}$ est inclus dans W_1 et $\mathrm{W}_{2,h}$ est inclus dans W_2, les deux dernières lignes du point *(ii)* de l'hypothèse (I —.1) sont automatiquement vérifiées.

On démontre alors que les discrétisations ainsi construites sont automatiquement consistantes, la stabilité quant à elle dépend fortement, bien entendu, du problème continu.

Ainsi, afin d'illustrer cela, nous montrons ici deux exemples d'opérateurs : les éléments finis P1 et les différences finies.

En éléments finis, l'espace $\mathrm{W}_{1,h}$ sera celui engendré par les fonctions de base $(\varphi_i)_{i=1,..,N}$, où N est le nombre de sommets de la triangulation (on notera pour la suite que les sommets numérotés entre 0 et N_{int} sont à l'intérieur du maillage et les autres sur le bord du maillage). Dans notre exemple, les fonctions de base sont de type P1, tandis que l'espace $\mathrm{W}_{2,h}$ est celui des fonctions constantes par morceaux sur les cellules du maillage. Ainsi, les opérateurs P_h et P_h^* sont définis comme suit :

$$\forall u \in \mathrm{W}_1,\ \mathrm{P}_h(u) = (\Phi, u).\Phi,$$
$$\forall u_h \in \mathrm{W}_{1,h},\ \mathrm{P}_h^*(u_h) = M^{-1}(\Phi, u_h).\Phi,$$

où $(.,.)$ désigne le produit scalaire dans L^2, $\Phi = (\varphi_1, ..., \varphi_N)^t$ et $M = (\Phi, \Phi^t)$.

En ce qui concerne la méthode des différences finies, on adopte ici une technique de collocation qui est présentée, par soucis de « légèreté » de l'écriture, sur le maillage régulier du carré $[0,1] \times [0,1]$ dont les noeuds sont les points $x_i = (p\ h, l\ h)^t = (x_{i,1}, x_{i,2})^t$ pour $i = (p,l)^t$ et p et l variant entre 0 et N $(h = 1/N)$; de plus, on pose $\omega_i = [(p-1/2)h, (p+1/2)h] \times [(l-1/2)h, (l+1/2)h] \cap [0,1] \times [0,1]$. Considérons la notation suivante

$$\forall i \in \{0,...,N\} \times \{0,...,N\},$$
$$P_i(x) = ((x_1 - x_{i,1})^2, (x_2 - x_{i,2})^2, (x_1 - x_{i,1}), (x_2 - x_{i,2}), 1)^t.$$

Alors on montre qu'il existe une matrice inversible A carrée d'ordre 5 (qui ne dépend pas du point dans le cas exposé ici des maillages réguliers), telle que, pour tout élément u de W_1, $\mathrm{P}_h u$ coïncide avec u aux points du maillage. L'opérateur $\mathrm{P}_h u$ s'exprime sous la forme :

$$\forall u \in \mathrm{W}_1, \forall i \in \{0,...,N\} \times \{0,...,N\}, \forall x \in \omega_i,\ (\mathrm{P}_h(u))(x) = A^{-1} Y_i.P_i(x),$$

où Y_i est le vecteur des valeurs de u sur la maille i et les quatres mailles voisines. Le relèvement $\mathrm{P}_h^* u_h$ d'un élément u_h de $\mathrm{W}_{1,h}$ est quant à lui la fonction de W_1 la plus proche u_h au sens de la norme de W_1 et coïncidant avec u_h aux points du maillage.

Ce travail est présenté dans [6], dans lequel se trouve, sur le même principe, la réécriture des méthodes de volumes finis dans le même cadre.

Les opérateurs pour les cas des méthodes des éléments finis P1 et des différences finies sur un maillage régulier étant définis, nous allons voir comment exploiter ces écritures dans le cadre d'une programmation orientée objet de ces méthodes. Ces deux méthodes serviront d'exemple d'illustration dans la suite.

II — MÉTHODOLOGIE POUR LA CONCEPTION ORIENTÉE OBJET DU PROJET

La conception générale du projet s'appuie sur une approche objet de la problématique globale comprenant la partie calcul scientifique mais aussi l'ensemble des outils d'instrumentation et de développement associés. Elle nécessite la mise en oeuvre d'une méthodologie adaptée à cet objectif.

Toute méthodologie peut être considérée comme la complétion d'un formalisme et d'un processus. Dans le cadre de ce projet, notre méthodologie, basée sur le formalisme UML (Unified Modeling Language) [2], est inspirée du processus UP (Unified Process) [1]. UML est un support graphique et formel pour la modélisation d'un logiciel (notations standardisées avec une sémantique précise). UP définit un ensemble d'étapes permettant de mener à bien l'élaboration d'un logiciel :

1. Conceptualisation des besoins.

2. Analyse et réalisation des fonctionnalités.
3. Prise en compte de l'architecture et des contraintes techniques.
4. Conception.

On présente ici une vue simplifiée de la démarche de conception.

1. Conceptualisation

La première étape du processus consiste à reformuler les besoins et à indiquer de façon claire les fonctionnalités attendues. Pour expliciter ces besoins, exprimés dans la première partie de ce document, on peut utiliser le formalisme des cas d'utilisation d'UML (Use Case) [5]. Chaque fonctionnalité du logiciel correspond donc à un cas d'utilisation. Le scénario principal de chaque cas d'utilisation décrit le déroulement d'un ensemble d'actions permettant d'atteindre l'objectif, c'est à dire de réaliser la fonctionnalité associée.

Conformément aux besoins exprimés, plusieurs fonctionnalités et donc plusieurs cas d'utilisation peuvent être définis :

1. Résoudre un problème de calcul scientifique.
2. Suivre la résolution d'un problème de calcul scientifique.
3. Contrôler la résolution d'un problème de calcul scientifique.
4. Consulter la documentation d'un code de calcul scientifique.
5. Coupler des codes de calcul scientifique.

Le premier cas d'utilisation concerne la partie mathématique du projet. Les autres correspondent plutôt à l'environnement d'exploitation des calculs.

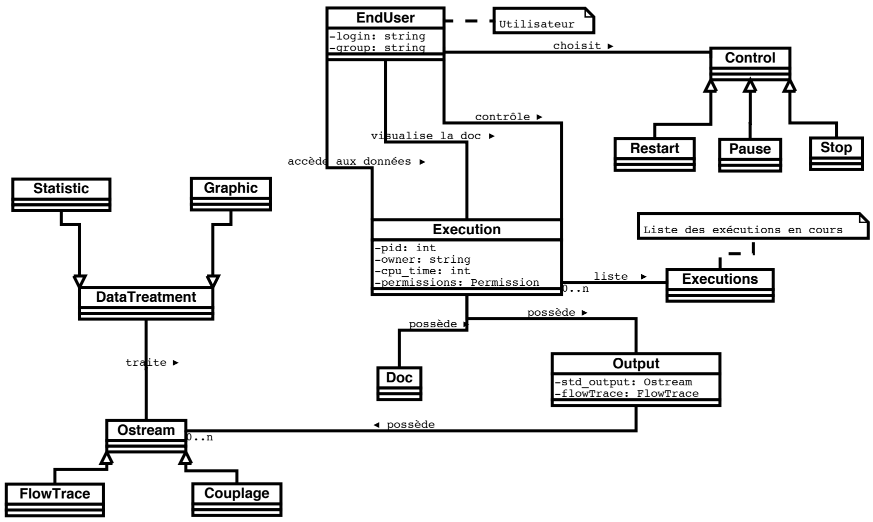
L'élaboration du scénario principal du premier cas d'utilisation fait appel aux connaissances métier relatives à notre domaine d'étude c'est-à-dire de façon générale le calcul scientifique. Cette partie est détaillée en section III —.

La description des scénarii principaux des autres cas d'utilisation permettent de produire un certain nombre de substantifs sur lesquels pourront se baser les classes d'analyse.

2. Analyse

La phase d'analyse commence par recenser et détailler l'ensemble des substantifs apparaissant dans la phase de conception. Il s'agit de représenter tout ce qui est manipulé par le logiciel. L'établissement d'un glossaire est complété par un diagramme de classes UML.

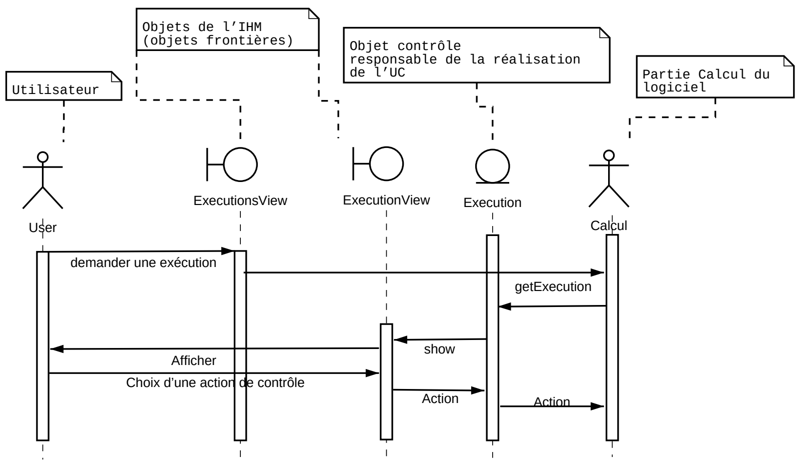
Le diagramme suivant illustre de façon très simplifiée les entités qui sont issues de l'étude des cas d'utilisation de l'instrumentation.



Cette première partie est généralement appelée analyse du domaine. Les classes ainsi définies servent pour l'analyse applicative qui consiste à réaliser les cas d'utilisation grâce à des diagrammes de séquences.

La réalisation, sous forme simplifiée, du cas d'utilisation 3, est illustrée ci-dessous.

On considère comme pré-condition de ce cas d'utilisation que l'utilisateur est identifié au sein du logiciel, qui lui permet l'accès aux données. Cet UC inclut des objets de l'IHM.



Il s'agit de définir les responsabilités de chaque classe et d'identifier les objets de contrôle qui portent en général la responsabilité de réalisation des cas d'utilisation.

3. Architecture

Cette étape permet de prendre en compte l'architecture et les contraintes techniques. On peut considérer que le projet comporte trois grandes parties :

- la présentation, c'est-à-dire l'IHM ;
- les traitements, c'est-à-dire le calcul lui-même ;
- les données, c'est-à-dire tout ce qui doit être conservé pour le suivi du calcul, l'exploitation des résultats…

Chacune d'elles nécessite des besoins techniques particuliers qu'il est important de prendre en compte :

- l'IHM doit être multiplateforme ;
- le calcul demande des performances machines importantes ;
- les données doivent être toujours à disposition.

Pour bénéficier d'une modularité optimale, il faut définir des contrats d'architecture (représentés par des interfaces) sur chacune des parties de l'architecture. Ainsi, chaque section du projet devient indépendante des autres puisqu'elles utilisent leurs contrats respectifs. Leur implémentation peut donc changer sans conséquence pour le reste du logiciel.

Les choix techniques effectués pour la réalisation du logiciel et basés sur cette analyse sont explicites en 5.

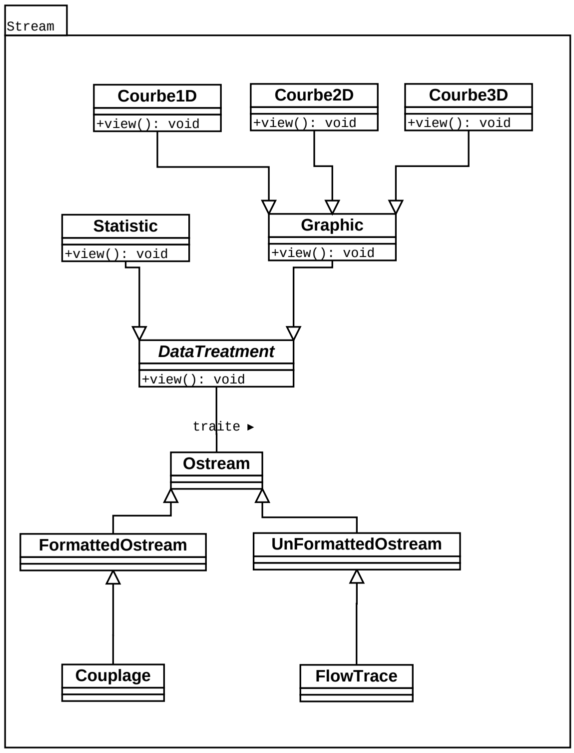
4. Conception

La conception proprement dite consiste à amalgamer les objets et classes d'analyse dans l'architecture technique.

Cela conduit à réaliser des encapsulations (package de classes ayant entre elles des relations fortes — héritage, agrégation) intégrées aux encapsulations architecturales définies en 3. Le diagramme suivant illustre de façon simplifiée (seules les classes relatives aux flux sortants sont indiquées) le découpage de la partie flux de données de l'instrumentation, qui concerne de manière globale les entrées/sorties générées et utilisées par le logiciel, ainsi que les traitements qui y sont associés.

Une fois les packages et les classes bien définis, il faut y associer des besoins techniques précis (cycle de vie des objets, construction, destruction, partage…) qui conduiront à l'implémentation proprement dite. L'utilisation des patrons architecturaux, qui sont des modèles de conception réutilisables, est particulièrement importante pour cette phase du développement [3].

Cette étape nous permet de développer une première version du logiciel. Le cycle complet de conception est itératif et s'améliore et s'enrichit à chaque itération. Ainsi, l'ajout d'une nouvelle fonctionnalité ne remettra pas en cause ce qui a déjà été développé, mais s'intègrera naturellement à l'ensemble du projet.

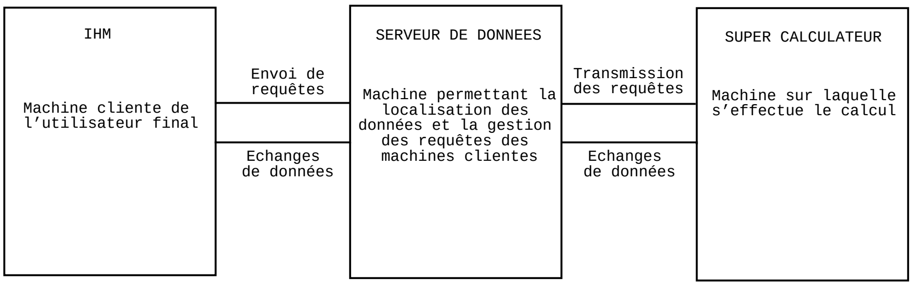


5. Choix techniques et implémentation

Les choix techniques réalisés sont basés sur l'analyse de l'architecture du projet présentée en 3. Une structure architecturale de type 3 tiers paraît adaptée à une utilisation rationnelle des moyens informatiques. Ainsi, il est cohérent de prévoir, pour l'implémentation du logiciel les points suivants :

– L'IHM s'exécute sur la machine de l'utilisateur final. Pour assurer un portage maximal, le choix du langage Java paraît adapté, de même qu'une utilisation du langage HTML pour la visualisation de la documentation des codes. Afin d'assurer une mise à jour permanente, celle-ci est intégrée aux sources et générée à la volée grâce à un script perl.
– Le calcul est effectué sur une machine dédiée de type supercalculateur. Le langage d'implémentation doit être performant et objet, d'où le choix actuel du C++.
– Les données sont distribuées aux machines d'exploitation. Celles-ci doivent donc avoir connaissance de la localisation du stockage de ces données. La mise en place d'un modèle d'architecture distribuée a donc été nécessaire. Le middelware CORBA [4] nous a semblé le plus adapté compte tenu de

notre environnement de travail. Un serveur CORBA fait donc le lien entre le lieu de stockage des données et la machine sur laquelle elles sont exploitées.



III — Structure des classes et présentation d'un exemple

Comme l'explique la méthodologie de conception de la section précédente, la clef de l'analyse objet est de bien discerner les structures de données indépendantes pouvant avoir leur propre existence et comportement. Ainsi, dans un problème classique de la forme donnée par (1) avec une discrétisation (2), la première remarque est que le système continu existe indépendemment du système discret, la réciproque étant fausse. De même, on peut appliquer un raisonnement identique entre le système discret et les systèmes algébriques qu'il génère.

Nous venons donc de définir trois couches de classes : le continu, le discret et l'algébrique. Ces couches peuvent être associées à trois métiers différents : l'analyse numérique, la construction de schémas de discrétisation et la résolution de grand systèmes linéaires. Enfin, entre ces couches, afin de conserver la souplesse de la structure, il faut imposer des transferts d'adresses d'informations et non de données proprement dites. D'autre part, une couche connaît toutes les couches inférieures mais ignore les couches supérieures. Cette structure peut être illustrée grâce au diagramme (1).

Chacune de ces couches comporte une structure de classes. Nous la présentons en parallèle de l'exemple que nous nous sommes fixés : l'équation de Laplace :

$$\begin{cases} \triangle u = f, \text{ dans } \Omega, \\ u = g, \text{ sur } \partial\Omega. \end{cases} \tag{3}$$

1. Structure générale des couches

Chaque couche correspond donc à la résolution d'un problème donné. Au substantif problème, sont associés les substantifs opérateurs, variables et do-

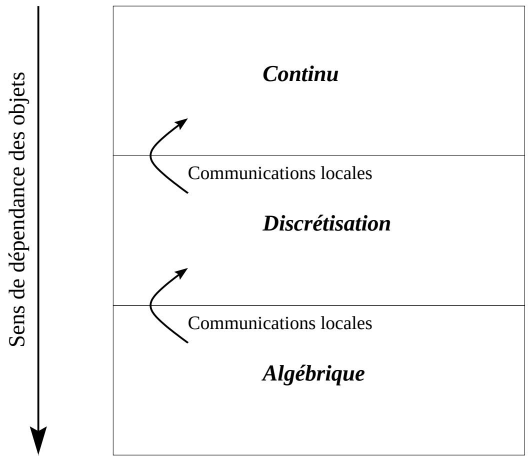


FIG. 1 – Structure en couches ou en métiers du code.

maines. Par conséquent, à chaque niveau de programmation, nous définissons un objet de type classe *problème*. Cette classe est l'élément distributeur d'informations dans la couche. Il est, en général, unique par couche. Il est lié par agrégation propriétaire à la classe *problème* de la couche précédente et possède l'objet instancié à partir de la classe *problème* de la couche suivante. La durée de vie d'un *problème* est donc limitée à la durée de vie du *problème* de la couche précédente s'il existe.

Les deux autres objets qui apparaissent lors de l'analyse sont les objets *variables* et *opérateurs*. Les premiers contiennent par exemple les solutions des problèmes, des conditions initiales…, les suivants sont, comme leur nom l'indique, des opérateurs agissant sur une ou plusieurs variables et restituant une ou plusieurs variables. La plupart du temps, les *variables* et *opérateurs* sont liés au problème par une agrégation, propriétaire ou non, mais sont également composants de l'objet de philosophie identique de la couche supérieure et possèdent un objet de philosophie identique de la couche inférieure.

Enfin, on trouve les objets *domaines*, qui regroupent les informations éventuelles sur la topologie continue ou discrète des domaines sur lesquels les problèmes sont résolus.

Le schéma (2) illustre cette approche en utilisant les conventions UML. Les flèches à pointe diamant noires indiquent les agrégations propriétaires (la classe pointée possède un ou plusieurs objets de la classe pointant, le crée et le détruit). Les autres flèches, à pointe diamant blanches, représentent les agrégations non propriétaires (la classe pointée ne possède qu'une référence d'un ou plusieurs objets de la classe pointant).

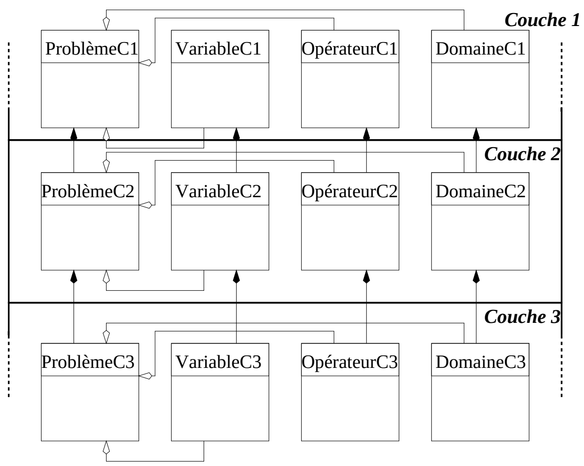


FIG. 2 – Structure de classes génériques internes aux couches.

2. Couche « Continu »

Considérons maintenant plus particulièrement la couche « continu ». Le problème doit être relié à trois classes. Nous sommes ici dans la première couche de notre empilement. Les relations entre classes de la figure (2) à l'intérieur de la couche sont donc de type propriétaire. Le *Problème* déclaré au niveau continu possède donc tous les objets de toutes les couches. Son instanciation entraîne donc la création de tous les autres objets et sa destruction correspond à la fin du programme.

Pour traiter notre exemple de l'équation (3), nous allons spécialiser les classes de base citées plus haut, excepté, en général, les classes de type *Problème*.

Les *variables* sont de deux types, les unes définies sur le bord du domaine et les autres à l'intérieur du domaine. Cela amène naturellement à spécialiser également le domaine qui est une composition de domaine dont l'un est de type « bord » et l'autre de type « volume ». Enfin, les opérateurs que nous appliquons sont linéaires, principalement le laplacien et l'identité. Ils agissent sur deux variables, l'une définie sur le bord du domaine et l'autre définie sur l'intérieur du domaine et renvoient deux variables de même type. Le schéma (3) représente le diagramme de cette hiérarchie.

3. Couche « Discrétisation »

Dans la couche « Discrétisation », on retrouve l'équivalent de toutes les classes présentées pour la couche « Continu ». Par contre, on voit apparaître un pa-

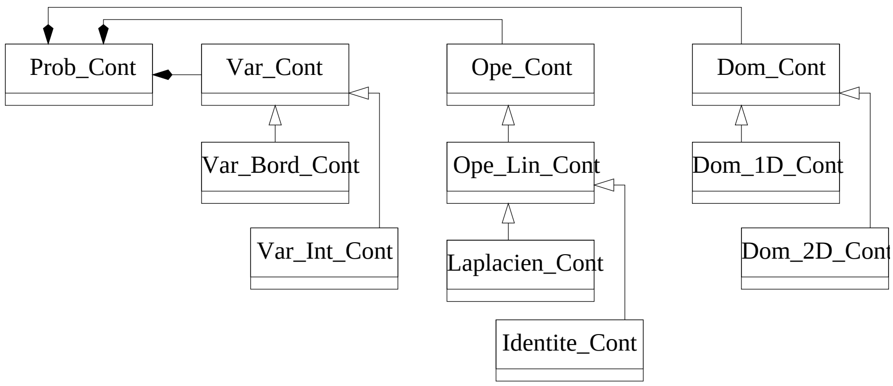


FIG. 3 – Structure des classes dans la couche « Continu ».

ckage supplémentaire contenant des classes décrivant le fonctionnement des releveurs et opérateurs permettant de passer des espaces de dimension finie aux espaces de dimension infinie et inversement. Ce package est accessible via une interface *Discrétisation* qui se spécialise éventuellement en d'autres classes (pour notre cas, celle des éléments finis P1 et des différences finies sur un maillage régulier). Elle est agrégée propriétairement à la classe *Problème* de la couche discrète et possède la référence sur le domaine discret (figure (4)). Les opérateurs, variables et problèmes de la couche « Discrétisation » n'obtiennent d'informations sur le maillage qu'au travers du filtre de la méthode. En effet, un même maillage peut être utilisé pour les éléments finis P1 ou P2 mais les degrés de liberté, par exemple, ne sont pas les mêmes.

Considérons la classe *Discrétisation* : quelles sont les fonctionnalités attendues des instances (polymorphes) de cette classe ? Elles doivent tout d'abord pouvoir décrire le maillage, c'est-à-dire :
✓ parcourir les mailles,
✓ parcourir les degrés de liberté,
✓ repérer les bords du domaine,
mais elles doivent également permettre de :
✓ calculer « localement »(sur une maille) l'identité,
✓ calculer « localement »(sur une maille) le laplacien,
pour des fonctions définies dans l'espace de dimension finie sur lequel est projeté le problème continu. Jusqu'ici, nous n'avons toujours pas évoqué la méthode de discrétisation choisie. En effet, avec cette méthodologie, il est aisé de changer la méthode sans pour autant avoir à modifier la nature des *opérateurs*, des *variables* ou encore de *problème*, que ce soit au niveau « Continu » ou au niveau « Discrétisation ». Ainsi, la classe *Discrétisation* est spécialisée, dans notre cas, en deux classes *EFP1* et *DFMR*, correspondant respectivement aux éléments finis P1 et aux différences finies sur un maillage

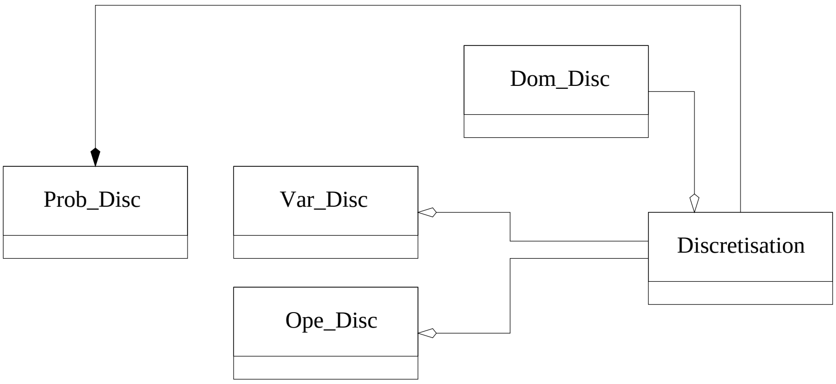


FIG. 4 – Lien entre la discrétisation et les autres classes de la couche « Discrétisation ».

régulier. Le polymorphisme permet alors de manipuler l'objet réel par l'intermédiaire d'une référence générique de type *Discrétisation*.

Prenons l'exemple du calcul du laplacien. Quand l'opérateur discret veut créer son équivalent algébrique, il va créer une matrice. Cette matrice va être assemblée en construisant des sous-matrices , élément du maillage par élément du maillage. Ainsi, pour les éléments finis, la fonction retournera la matrice :

$$A_k = -(\nabla\varphi_i, \nabla\varphi_j)_{(i,j)\in\mathcal{V}_k},$$

pour tous les élément k du maillage et où l'on note $\mathcal{V}_k$ l'ensemble des indices des degrés de liberté dépendant de k.

En ce qui concerne les différences finies, la matrice est simple car indépendante de la maille. Sur les points intérieurs, elle s'écrit :

$$A = \frac{1}{h^2}(1, 1, -4, 1, 1),$$

les coordonnées des sommets correspondants du maillage sont, comme pour les éléments finis, disponibles par le biais de la classe *Discrétisation*.

4. Couche « algébrique »

Dans la couche algébrique, la plus simple, la structure est identique à celle des couches supérieures, exceptée la disparition de la notion de domaine géométrique. Par contre, un package, très similaire dans l'esprit à celui de la discrétisation, permet de gérer de la façon la plus transparente possible les problèmes de stockage.

IV — CONCLUSION

Cette étude a été menée dans le laboratoire de mathématique de l'université Paris Sud, au sein de l'équipe Analyse Numérique et EDP, dans le cadre d'un groupe de travail (`www.math.u-psud.fr/\~~gtoocs`). Ce projet est actuellement appliqué sur le terrain par des chercheurs (permanents ou doctorants) pour développer leurs propres codes de calculs en utilisant une philosophie de méthodologie et de développement orientée objet. Une analyse détaillée pourra être trouvée dans [7].

RÉFÉRENCES

[1] P. Roques et F. Vallée. *UML en action*. Eyrolles, 2000.

[2] P.A. Muller et N. Gaertner. *Modélisation objet avec UML*. Eyrolles, 2000.

[3] E. Gamma, R. Helm, R. Johnson, and J. Vlissides. *Design Patterns*. Addison Wesley, 1999.

[4] M. Henning and S. Vinoski. *Advanced CORBA Programming with C++*. Addison Wesley, 1999.

[5] I. Jacobson, M. Christerson, P. Jonsson, and G. Overgaard. *Object Oriented Software Engineering : A Use Case Driven Approach*. Addison Wesley, 1992.

[6] S. Labbé. Discrétisation des équations aux dérivées partielles : Analyse numérique orientée objets. En préparation.

[7] S. Labbé, J. Laminie, and V. Louvet. Méthodologie et environnement de développement orientés objets : de l'analyse mathématique à la programmation. Technical Report RT 2001-01, Université Paris-Sud, Laboratoire de Mathématique, 2002.

LIVRE REÇUS

par Gérard Tronel

I — PREMIER CYCLE

1. J. Grifone : Algèbre linéaire (2e édition). Éditeur : Cepadues-Editions, 2002, 416 p. Broché. ISBN :2.85428.569.7.
2. A. Larroche & P. Laurent : Les Mathématiques de A à Z ; 280 concepts fondamentaux, exemples et contre-exemples. Éditeur : Dunod. Sciences Sup 2002, 316 p. Broché. ISBN : 2 10 005145 8.
3. J. Badrikian : Mathématiques pour téléinformatique, Codes correcteurs, Principes et exemples. Éditeur : ellipses, Technosup 2002, 182 p. Broché. ISBN : 2-7298-0910-4.

II — DEUXIÈME CYCLE

1. D. Foata & A. Fuchs : Processus Stochastiques ; Processus de Poisson, chaînes de Markov et martingales (Cours et exercices corrigés). Éditeur : Dunod. 2e cycle. Agrégation. Écoles d'ingénieurs, 2002, 236 p. Broché. ISBN :2 10 006501 7.
2. B. Garel :Modélisation, Probabilités et Statistiques. Éditeur : Cepadues-Editions, Collection Polytechnique, 2002, 204 p. Broché.
ISBN :2.85428.590.5.
3. H. Stocker : Toutes les Mathématiques et les bases de l'informatique (Traduit de l'allemand par V. Bosser & S. Marcello). Éditeur : Dunod. Sciences Sup 2002, 1164 p. Broché. ISBN : 2 10 004745 0.
4. V. Komornik : Précis d'analyse réelle ; Analyse fonctionnelle, Intégrale de Lebesgue, Espaces fonctionnels. Éditeur : ellipses. Mathématiques 2e cycle 2002, 248 p. Broché. ISBN : 2-7298-1067-6.
5. G. Demengel : Transformations de Laplace ; Théorie et illustrations par les exemples. Éditeur : ellipses, Universités, Mathématiques, 2002, 288 p. Broché. ISBN : 2-7298-1144-3.
6. El Haj Laamri : Mesures, intégration, convolution et transformée de Fourier des fonctions, Rappels de cours et exercices corrigés. Éditeur : Dunod. 2eme cycle, Écoles d'ingénieurs, Agrégation, 2001, 340 p. Broché. ISBN : 2 10 005700 6
7. M.Moltron & J. Wigniolle : Concours blancs mathématiques ; 14 sujets inédits d'entraînement aux concours. Éditeur Dunod, j'intègre 2001 ; 264 p. Broché. ISBN :2 10 005342 6.

8. F. Bories-Longuet, A. Decombes-Guilloux, P. Jarraud, S. Méléard & C. Piquet ; Nos 20 sujets préférés. Éditeur : Dunod, CAPES de mathématiques, 2000, 374 p. Broché. ISBN : 2 10 004642 2.
9. C. Delode : Géométrie affine et euclidienne. Éditeur Dunod, CAPES de mathématique, 2000, 246 p. Broché. ISBN 2 10 004643 8.

III — Culture générale, niveau 3e cycle

1. Sous la direction de J.-M. Kantor : Où en sont les mathématiques ? (Société Mathématique de France). Éditeur : Vuibert. 2002, 440 p. Cartonné. ISBN : 2 7117 8994.
2. B. H. Yandell : The Honors Class, Hilbert's Problems and Their Solvers. Éditeur : A K Peters LTD 2002, 486 p. Cartonné. ISBN : 1-56881-141-1.

IV — Mathématiques pour tout public

1. Les mathématiques de la vie quotidienne, brochure éditée à l'occasion de l'année 2000, Année Mondiale des Mathématiques, 48 p. Broché.
2. L'explosion des Mathématiques, brochure éditée par la SMAI et la SMF, 2002, 104 p. Broché. ISBN :2-85629-120-1.

   (Ces deux dernières brochures sont distribuées, la première par WMY 2000 et la seconde par la SMAI et la SMF.)

La SMAI est à la recherche de volontaires pour la rédaction de *notes de lecture* pour les livres très spécialisés figurant dans cette rubrique, toutes les candidatures sont les bienvenues et conserveront, en récompense, le ou (les) livre(s) dont ils auront bien voulu se charger.

CRITIQUE DE LIVRES

PAR J.-F. BONNANS

J. F. MAURRAS : *Programmation linéaire, Complexité*
Éditeur : Springer, 2002, collection « Mathématiques et Applications », numéro 38.

Le livre est une introduction à l'analyse de complexité des algorithmes, ou plus exactement des problèmes que l'on se propose de résoudre à l'aide de ces algorithmes. Le modèle de calcul est celui de la machine de Turing, qui à chaque étape de temps effectue une opération élémentaire sur des nombres binaires. Une question importante est de savoir quels problèmes peuvent se résoudre en temps polynomial.

Prenons l'exemple de la résolution d'un système linéaire par la méthode de Gauss. Nous savons tous que celle-ci nécessite de l'ordre de n^3 opérations arithmétiques, où n est la taille de la matrice. Si les données sont entières (on se ramène à ce cas si elles sont fractionnaires), le procédé d'élimination fait que la taille mémoire des élements des facteurs de Gauss peut être très grande par rapport à celle de la matrice initiale. Un décompte précis des opérations arithmétique, dont la durée dépend de la taille des nombres, fait alors apparaître que la factorisation de Gauss a une complexité exponentielle, par rapport à la taille du problème qui est la quantité de mémoires nécessaire pour stocker la matrice. Une modification de l'algorithme due à Edmonds permet de se ramener à une complexité polynomiale.

Cet exemple, qui fait l'objet d'un des chapitres de ce livre, illustre à quel point le modèle de machine de Turing fait voir les algorithmes classiques sous un autre œil. Le livre commence donc, après quelques rappels d'algèbre linéaire, par la présentation des machines de Turing, et des classes de complexité, celle-ci étant évaluée comme le temps passé par une machine de Turing pour le résoudre avec le meilleur algorithme possible, en fonction de la taille mémoire nécessaire pour décrire le problème, dans le pire des cas. Il introduit donc les problèmes à complexité polynomiale $\mathcal{P}$, la classe $\mathcal{NP}$ des problèmes consistant à trouver un élément d'un ensemble ayant une certaine propriété, tels qu'on peut tester en temps polynomial si un élément donné est bien solution du problème (la définition est en fait un peu plus générale). Trouver un cycle hamiltonien dans un graphe est un exemple de tels problèmes. Enfin la classe $co\mathcal{NP}$ est celle pour laquelle la négation de la propriété cherchée appartient à la classe $\mathcal{NP}$. Un problème P est dit $\mathcal{NP}$-difficile si tout problème de la classe $\mathcal{NP}$ se ramène polynomialement à lui. Si de plus ce problème P est lui même dans $\mathcal{NP}$, il est dit $\mathcal{NP}$-complet. On ne sait pas si les classes $\mathcal{P}$ et $\mathcal{NP}$ coïncident, et c'est sans doute le plus grand problème ouvert de la théorie de la complexité.

Dans la suite du livre, l'auteur étudie divers problèmes $\mathcal{NP}$-complets, puis aborde la programmation linéaire. Pendant longtemps la seule méthode effective pour résoudre des programmes linéaires a été celle du simplexe, or celui-ci a une complexité polynomiale comme le montre un contre exemple dû à Klee et Minty. J.-F. Maurras a énoncé en 1978 un algorithme polynomial pour la classe des programmes linéaires de matrices totalement unimodulaires, et en 1979 Khachiyan a montré que les méthodes d'ellipsoïdes sont polynomiales, quoique lentes en pratique, pour un programme linéaire quelconque. Le livre reprend en détail l'algorithme du simplexe et celui de Khachiyan, et se termine par l'analyse des relations entre le problème de séparation d'un point et d'un polyèdre, et celui de la minimisation d'une fonction linéaire sur un polyèdre.

Il est dommage que ce livre ne donne pas au moins quelques indications bibliographiques sur les développements plus récents en algorithmes de points intérieurs, qui ont amélioré les bornes de complexité, et ont aussi abouti à des implémentations efficaces. Par contre, il permet d'avoir une présentation simple des outils de base pour aborder les questions de complexité algorithmique ; il sera donc très utile à tous ceux qui veulent découvrir ce domaine, et j'en recommande sa lecture.

NOTES DE LECTURE

PAR G. TRONEL

H. STOCKER : *Toutes les mathématiques et les bases de l'informatique (Traduit de l'allemand par V. Bosser & S. Marcello)*
Éditeur : Dunod. Sciences Sup 2002, 1164 p. Broché. ISBN : 2 10 004745 0.

Il faut être optimiste pour accepter de publier un livre aussi gros : 1164 pages qui plus est une traduction, mais il me semble que le pari de trouver des lecteurs francophones devrait pouvoir se gagner ; comme l'annonce la quatrième de couverture, cet ouvrage est un « best-seller » traduit en plusieurs langues. Son contenu est impressionnant, même si le titre paraît un peu exagéré, car je ne sais pas très bien ce que sont « toutes les mathématiques », il ne contient pas le théorème de Fermat ! Il me semble que le titre français ne soit pas la traduction du titre original allemand ; c'est un tout petit reproche qui n'enlève rien aux qualités de ce livre qui contient beaucoup de résultats utiles, voire indispensables aux mathématiciens, notamment ceux qui utilisent les mathématiques comme outils en vue d'applications. Le premier chapitre est élémentaire et il est consacré à l'arithmétique élémentaire. Il est suivi par un chapitre d'algèbre un peu curieusement titré : équations et inégalités ! Dans la suite on trouve plusieurs chapitres consacrés à la géométrie sous toutes ses formes : plane, spatiale, vectorielle, analytique, différentielle ; toutefois cette partie est entre-coupée de chapitres qui traitent des fonctions, des matrices, déterminants et des systèmes d'équations linéaires — contrairement à la tradition française l'algèbre linéaire n'est pas introduite dans un cadre formel dans lequel on fait rentrer toutes les applications et les techniques de calcul. On trouve aussi un chapitre 16 consacré à « l'algèbre de Boole ; application à l'algèbre de la commutation ». Pourquoi dans les chapitres suivant traiter séparément du calcul différentiel et de la géométrie différentielle limitée à quelques éléments sur les courbes et les surfaces en oubliant les variétés ! Pourquoi aussi séparer le calcul intégral des transformations de Fourier et de Laplace ? Il s'agit sans doute là de choix pédagogiques, peut-être discutables, l'important est que les notions fondamentales soient traitées. Enfin cette première partie, que l'on pourrait qualifier de classique, s' achève par un chapitre intitulé : « Théorie des probabilités et statistique mathématique ».

La partie la plus originale de ce livre est, sans doute, la dernière qui me semble justifier pleinement le sous-titre de l'ouvrage : « les bases de l'informatique » : on y trouve des parties non toujours traitées dans des ouvrages de mathématiques de base : logique floue, réseaux de neurones, ordinateurs. Enfin le livre se termine par des introductions au PASCAL, au C, au C++, au Fortran et au calcul formel.

Pour certains lecteurs pressés et peu intéressés par les calculs classiques et répétitifs des intégrales des tableaux fournissent certains résultats qui peuvent être utiles. Pour un tel ouvrage l'absence de bibliographie se comprend, car sa présence aurait pu facilement doubler le nombre de pages. Il faut signaler l'index très complet et facile à consulter.

En conclusion ce livre peut servir de référence et, à ce titre, figurer dans la bibliothèque de l'ingénieur, du mathématicien tourné vers les applications et de l'informaticien qui souhaiterait acquérir de bonnes bases en mathématiques sans aller fureter dans des ouvrages trop spécialisés.

V. KOMORNIK : *Précis d'analyse réelle ; Analyse fonctionnelle, Intégrale de Lebesgue, Espaces fonctionnels.*
Éditeur : Ellipses. Mathématiques 2e cycle 2002, 248 p. Broché. ISBN : 2-7298-1067-6.

Ce livre est écrit en suite logique d'un premier volume de la même série qui traitait de topologie et de calcul différentiel et il est une excellente introduction à l'étude des équations aux dérivées partielles sous la forme contemporaine qui fait une grosse consommation d'espaces fonctionnels : espaces de Sobolev, espaces de distributions, etc.

La lecture de cet ouvrage est intéressante et agréable, même si on peut avoir l'impression de relire un nouveau livre sur des sujets connus, la présentation est très pédagogique et montre que l'auteur ne s'est pas lancé dans la rédaction sans avoir testé ce cours auprès de ses étudiants de second cycle. Il était bien difficile de faire cadrer l'essentiel des trois parties — Analyse fonctionnelle, Intégrale de Lebesgue, Espaces fonctionnels — en respectant les contraintes imposées par l'éditeur.

Une originalité de ce livre est la bibliographie assez riche mais répartie en quatre parties : une première, placée au début du livre, composée d'ouvrages très généraux, les autres sont placées à la fin de chacune des trois parties et contiennent des ouvrages en liaison directe avec les sujets traités.

On peut recommander cet ouvrage aux étudiants de second cycle qui souhaitent poursuivre leurs études en analyse réelle ; il constitue également une bonne base de révision générale des trois thèmes pour les candidats au CAPES et à l'agrégation.

G. DEMENGEL : *Transformations de Laplace ; Théorie et illustrations par les exemples.*
Éditeur : Ellipses, Universités, Mathématiques, 2002, 288 p. Broché.
ISBN : 2-7298-1144-3.

Décidément G. Demengel est dans une période faste pour produire un livre par an et, cet fois-ci, il est seul auteur. Il est vrai qu'actuellement, la transformation de Laplace ne semble pas avoir la faveur des mathématiciens surtout des jeunes qui ne l'utilisent guère, alors qu'elle reste un outil puissant pour résoudre des équations fonctionnelles, notamment lorsqu'elles sont parties intégrantes de problèmes aux limites pour des équations différentielles et aux dérivées partielles. De plus la transformation de Laplace est une occasion d'utiliser les notions fondamentales introduites en analyse classique -distributions, espaces fonctionnels de Lebesgue, de Sobolev, etc. Une fois de plus, il faut souligner ici les qualités pédagogiques de l'auteur qui fait, comme toujours, un effort de clarté, de précision et de rigueur, qualités déjà relevées dans la revue faite de son précédent ouvrage (voir Matapli N° 67, janvier 2002).

Ce livre est à recommander à tous ceux, étudiants et enseignants, qui voudraient aborder la transformation de Laplace de manière sérieuse et agréable. Un petit regret toutefois, l'absence d'un index qui permettrait au lecteur pressé de trouver rapidement ce qu'il cherche sans lire tout ; en effet un livre de cette nature devrait pouvoir être lu localement et pour ce faire un index est bien commode !

EL HAJ LAAMRI : *Mesures, intégration, convolution et transformée de Fourier des fonctions, Rappels de cours et exercices corrigés.*
Éditeur : Dunod, 2e cycle, Écoles d'ingénieurs, Agrégation, 2001, 340 p. Broché. ISBN : 2 10 005700 6.

Dans les études universitaires enseignants et étudiants savent que la partie du programme de mathématiques qui porte sur l'intégration s'avère la plus difficile et chaque fois qu'elle revient à différents niveaux des cursus, premier, deuxième, troisième cycles, il reste toujours une double impression de "déjà vu" ou de "jamais fini". Pourquoi rencontre tant de gêne devant ces notions cachées derrière les mots 'mesures', 'intégrales' - de Riemann, de Lebesgue, de Denjoy, de Radon d'Ito, etc. - 'probabilités' ? Et puis ces notions qui viennent se nicher partout en théorie du potentiel qui apparaît quelques fois comme un sous-produit de la théorie de la mesure ou qui, d'autres fois sert de motivation à l'introduction des mesures abstraites ; Et puis sans calcul intégral pas de théorie moderne d'études des équations aux dérivées partielles. La liste des applications ne saurait se limiter à ces deux domaines, mais les applications justifient la profusion de livres sur l'intégration.

Cette introduction ne clôt pas les discussions sur les mérites, les défauts et les lacunes de tel ou tel ouvrage ; un grand spécialiste du calcul variationnel et des équations aux dérivées partielles disaient un jour que tous les livres qu'il connaissait traitant de l'intégration étaient mauvais et que le seul qui pourrait trouver grâce à ses yeux serait celui qu'il écrirait. Malheureusement ce livre n'est pas encore écrit !

Alors revenons à notre ouvrage dont la structure est bien classique : des rappels sur les notions fondamentales et de nombreux exercices corrigés pour illustrer ces notions et constituer un entraînement à leurs utilisations. Les dix chapitres portent sur : les espaces de fonctions mesurables, les mesures positives, l'intégrale de Lebesgue par rappoert à une mesure positive, les intégrales de Lebesgue et de Riemann sur R, l'intégration sur un espace produit, les espaces de Lebesgue, produit de convolution et applications, transformation de Fourier dans les espaces de Lebesgue, espaces de Schwartz. Cet ensemble représente un bon programme pour aborder les applications soulignées ci-dessus. La dernière partie de l'ouvrage comporte une bibliographie de 50 titres et un index. Comme tout ouvrage de ce type, c'est un outil ; seule les réactions des lecteurs pourra permettre de se forger un jugement et justifier les efforts de l'auteur ; mais quel qu'en soit son devenir il faut répéter que la lecture de cet ouvrage ne dispensera pas de l'étude fouillée d'un bon cours d'intégration.

Journées savoisiennes de Mathématiques appliquées

CALCUL DES VARIATIONS

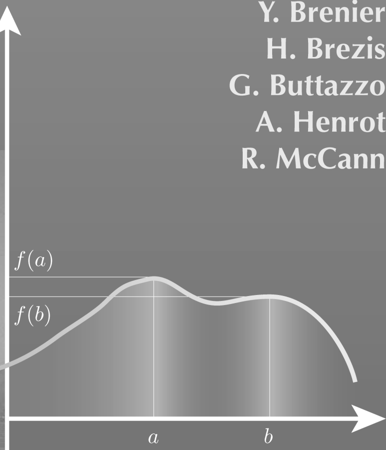
TRANSPORT OPTIMAL, OPTIMISATION SOUS CONTRAINTES, OPTIMISATION DE FORMES, APPLICATIONS

10 – 13 JUIN 2003
LE BOURGET DU LAC, SAVOIE

ABBAYE DE HAUTECOMBE, PHOTO JEAN THEVENET

Comité scientifique

Y. Brenier
H. Brezis
G. Buttazzo
A. Henrot
R. McCann



Conférenciers invités

G. Allaire (Polytechnique)
H. Attouch (Montpellier)
M. Belloni (Parma)
G. Bouchitté (Toulon)
Y. Brenier (Nice)
D. Bucur (Metz)
B. Buffoni (Lausanne)
G. Buttazzo (Pisa)
P. Cardaliaguet (Brest)
P.-L. Combettes (Paris VI)
L. De Pascale (Pisa)
I. Ekeland (Paris IX)
A. Henrot (Nancy)
C. Larsen (Worcester, MA)
B. Lemaire (Montpellier)
P. Marcellini (Firenze)
R. McCann (Toronto)
M. Théra (Limoges)
A. Wagner (Aachen)

Organisation

G. Carlier **M. Comte**
M. Gisclon **I. Ionescu**
T. Lachand-Robert

www.lama.univ-savoie.fr/CV2003

UNIVERSITE CHAMBERY ANNECY DE SAVOIE

CNRS CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Laboratoire de Mathématiques
CNRS — UMR 5127

INTÉGRATION NUMÉRIQUE DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES : INFLUENCE DES INSTRUMENTS ET DES PRATIQUES DE CALCUL

par Dominique Tournès*

Dans les logiciels de calcul symbolique (MATHEMATICA, MAPLE, etc.), on trouve deux sortes d'algorithmes pour le traitement des équations différentielles ordinaires (EDO) : des algorithmes formels, qui produisent, pour certains types d'équations, une solution explicite à l'aide des fonctions élémentaires ou de certaines fonctions spéciales, et des algorithmes numériques, qui fournissent des valeurs approchées de la solution en un nombre fini de points, ce qui permet ensuite, éventuellement, de définir une solution globale approchée par interpolation.

Je me propose ici de présenter les origines historiques des principaux algorithmes numériques utilisés actuellement pour les problèmes différentiels de conditions initiales. Le développement de ces algorithmes ne s'est pas fait de manière continue. On observe des avancées rapides à certains moments, suivies de longues périodes d'oubli ou de stagnation. Je souhaite illustrer dans quelle mesure cette évolution irrégulière est liée aux instruments auxiliaires disponibles et aux pratiques de calcul en vigueur aux différentes époques.

I — SCHÉMA GÉNÉRAL DES ALGORITHMES

Considérons un problème différentiel de conditions initiales mis sous la forme la plus générale

$$y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0$$

(dans cette écriture, y peut représenter une fonction vectorielle en dimension p, ce qui permet de ramener à la même forme un système différentiel de p équations d'ordre 1 ou une équation différentielle scalaire d'ordre p), et supposons qu'on veuille calculer une valeur approchée de la solution y pour une autre valeur x_N de la variable indépendante x. Pour cela, on discrétise l'équation en prenant une subdivision

$$x_0 < x_1 < \cdots < x_{n-1} < x_n < x_{n+1} < \cdots < x_N$$

de l'intervalle $[x_0, x_N]$, et on se propose de calculer de proche en proche des valeurs approchées $y_1, \ldots, y_N$ de la solution y aux points $x_1, \ldots, x_N$. Si les

*Maître de conférences à l'IUFM de la Réunion et chercheur associé au CNRS (équipe REHSEIS, UMR 7596). Adresse électronique : `tournes@univ-reunion.fr`.

points de la subdivision sont équidistants, on dit que la méthode est *à pas fixes*, sinon qu'elle est *à pas variables* ; dans le cas d'une méthode à pas fixes, la longueur $(x_N - x_0)/N$ du pas sera notée h. Lorsque le calcul de y_{n+1} ne fait intervenir que la valeur précédente y_n, on dit que la méthode est *à un pas* (ou *à pas séparés*) ; lorsque ce même calcul utilise plusieurs des valeurs précédemment obtenues, on dit que la méthode est *multipas* (ou *à pas liés*). Enfin, on dit que la méthode est *explicite* ou *implicite* selon que la valeur de y_{n+1} est déterminée par une équation explicite ou implicite. Le tableau suivant résume les quatre possibilités qui découlent de ces définitions :

- $y_{n+1} = \Phi(y_n)$: méthode à un pas, explicite ;
- $y_{n+1} = \Phi(y_n, y_{n+1})$: méthode à un pas, implicite ;
- $y_{n+1} = \Phi(y_{n-k+1}, \ldots, y_{n-1}, y_n)$: méthode multipas ($k \geq 2$), explicite ;
- $y_{n+1} = \Phi(y_{n-k+1}, \ldots, y_{n-1}, y_n, y_{n+1})$: méthode multipas ($k \geq 2$), implicite.

Les méthodes à un pas n'ont besoin que de la valeur initiale pour démarrer, alors qu'une méthode à k pas nécessite la connaissance de k valeurs de démarrage, qu'il faut donc déterminer au préalable par un autre procédé.

II — LES MÉTHODES DE RUNGE-KUTTA (JUSQU'EN 1960)

Les méthodes à un pas sont souvent désignées sous le nom générique de *méthodes de Runge-Kutta*, en l'honneur des deux mathématiciens qui ont, les premiers, entrepris leur étude systématique. Nous allons parcourir l'histoire de ces méthodes, en la décomposant assez naturellement en trois périodes.

De Descartes à Cauchy, en passant par Euler. La *méthode d'Euler*, telle que nous la connaissons aujourd'hui, a été décrite par Leonhard Euler dans les deux premiers volumes de ses *Institutiones Calculi Integralis*, parus en 1768 [22, chap. 7] et en 1769 [23, chap. 12]. C'est une méthode à un pas, explicite, définie par

$$y_1 = y_0 + hf(x_0, y_0)$$

et par une formule analogue pour chacun des pas suivants (dans le cas des méthodes à un pas, il suffit de décrire ce qui se passe pour le premier pas). Si l'on écrit le problème de Cauchy sous la forme intégrale

$$y(x_1) = y_0 + \int_{x_0}^{x_1} f(x, y(x))\, dx,$$

cela revient à calculer une valeur approchée de $y(x_1)$ en évaluant l'intégrale du second membre par la méthode des rectangles à gauche. On pourrait également utiliser la formule des rectangles à droite pour obtenir une autre méthode à un pas qu'on appelle *méthode d'Euler implicite* :

$$y_1 = y_0 + hf(x_1, y_1).$$

Contrairement à ce qu'on lit parfois, Euler n'est pas le premier à avoir utilisé cette méthode [42, chap. 3]. Lui-même, de surcroît, la connaissait bien avant 1768. En fait, le procédé est inséparable des origines du calcul infinitésimal et de la conception d'une courbe en tant que polygone à une infinité de côtés, chacun de ces côtés s'identifiant à une tangente. Quoi de plus naturel, lors d'un calcul approché, que de remplacer l'infinité inaccessible des côtés infiniment petits de la courbe par un nombre fini de petits segments de tangentes ? Déjà, en 1639, lorsque René Descartes [15] résout le fameux deuxième problème de Debeaune — une des premières équations différentielles de l'histoire —, il utilise un procédé qu'il appelle *méthode des deux tangentes*. Si on analyse ce procédé de près, tout revient à encadrer la courbe cherchée par deux lignes polygonales formées à l'aide de segments de tangentes, lignes polygonales dans lesquelles on reconnaît, sous une forme géométrique, les méthodes d'Euler implicite et explicite. De façon analogue, en 1694, à l'occasion du problème de l'isochrone paracentrique (trouver la courbe décrite par un corps pesant qui s'éloigne à vitesse constante d'un point donné), Gottfried Wilhelm Leibniz [30] imagine une construction approchée de la courbe, construction qui équivaut à la méthode d'Euler implicite. Enfin, dans leurs recherches sur la gravitation, conduites pendant les années 1679-1685, Isaac Newton et Robert Hooke emploient eux aussi des constructions géométriques qui ne sont pas sans rappeler la méthode d'Euler, notamment pour déterminer la trajectoire d'un corps soumis à une force centrale donnée [19, 20].

Dans ces exemples anciens que nous venons de citer, la résolution du problème différentiel se fait sous forme géométrique : on construit directement la courbe sur une feuille de papier, chaque point étant obtenu à partir du précédent par un programme de construction à la règle et au compas. On conçoit que ces méthodes graphiques aient eu du succès à une époque où le calcul numérique n'était pas encore facilité par la généralisation de l'emploi des tables de logarithmes. Avec les besoins croissants de précision, notamment dans les calculs astronomiques, on s'est tourné de plus en plus vers des calculs numériques, mais les méthodes graphiques n'ont pas disparu pour autant : jusqu'à l'apparition des calculateurs électroniques vers le milieu du XX^e^ siècle, elles ont été abondamment utilisées, essentiellement dans le domaine technique et dans celui des sciences de l'ingénieur, où l'on se contente souvent de résultats comportant peu de chiffres significatifs.

Dans ce contexte, on situe mieux l'apport d'Euler : en 1768, il est le premier à rédiger un exposé didactique complet de la méthode polygonale sous une forme purement numérique. On est à l'époque où l'analyse se dégage de la géométrie (le traité d'Euler ne comporte pas de figures), où l'on n'étudie plus des courbes mais des fonctions, où les méthodes graphiques cèdent le pas à des méthodes numériques plus performantes. Dans ses recherches appliquées, Euler n'a d'ailleurs pas utilisé la méthode décrite en 1768, car cette méthode d'ordre 1 est trop peu précise ! Que ce soit en balistique (en 1753, pour le calcul de la courbe balistique [21]) ou en mécanique céleste (en 1774, pour l'étude de la trajectoire d'une comète [24]), il a imaginé des méthodes d'ordre 2 qui sont des variantes de la méthode des trapèzes

$$y_1 = y_0 + h\,\frac{f(x_0, y_0) + f(x_1, y_1)}{2}\,.$$

Chez Euler, il y a donc une distinction claire entre la méthode explicite d'ordre 1, qui est une méthode didactique bonne pour un traité d'analyse, et des méthodes d'ordre 2 réservées à une utilisation effective dans le cadre de problèmes réels de mathématiques appliquées.

Les travaux d'Euler ont été poursuivis au début du XIX^e siècle par Augustin-Louis Cauchy et son disciple Gaspard-Gustave Coriolis. En 1824, dans ses cours à l'École Polytechnique, Cauchy [7] se sert de la méthode d'Euler pour prouver l'existence de la solution du problème différentiel avec conditions initiales (appelé depuis *problème de Cauchy*) : il montre que, sous l'hypothèse que le second membre f soit de classe C^1, la solution approchée fournie par la méthode d'Euler converge, lorsque le pas de la subdivision tend vers 0, vers une fonction qui est solution exacte du problème. La démarche est exemplaire des rapports entre calcul numérique et analyse théorique : c'est par idéalisation d'un procédé de calcul numérique pratiqué depuis longtemps, par passage contrôlé du fini à l'infini, que Cauchy prouve un des premiers grands théorèmes d'existence de l'analyse ; en retour, la preuve de la convergence fournit *a posteriori* une évaluation concrète de l'erreur commise. Dans cet esprit, Cauchy et, après lui Coriolis [10] étudient d'un point de vue pratique les méthodes d'Euler explicite et implicite, ainsi que diverses méthodes d'ordre 2 (toujours des variantes de la méthode des trapèzes), en tentant systématiquement de calculer des bornes d'erreur. On franchit là une étape dans la façon d'aborder les problèmes numériques : à la suite de Cauchy et, à la même époque, de Joseph-Louis Lagrange l'idée fait peu à peu son chemin qu'un calcul numérique approché n'a de valeur scientifique que s'il est accompagné d'une estimation de l'erreur.

Dans la seconde moitié du XVIII^e siècle et tout au long du XIX^e siècle, ces méthodes d'ordre 1 et 2 ont été peu utilisées. Le seul domaine où elles ont reçu les faveurs des praticiens est la balistique, avec la mise en œuvre concrète des idées d'Euler et de diverses variantes peu significatives dues à Adrien-Marie Legendre [31] ou au général Isidore Didion [16]. Pour la mécanique céleste, qui était de loin la source des calculs les plus volumineux, ces méthodes à pas séparés n'étaient pas suffisamment précises et, comme nous le verrons plus loin, les astronomes préféraient presque toujours recourir aux méthodes multipas. On assiste ainsi à une longue période de stagnation avant que, au tournant du XX^e siècle, les méthodes à un pas fassent soudain un saut qualitatif entre les mains d'un groupe de mathématiciens appliqués allemands.

Runge, Heun, Kutta, Nyström. Carl Runge, élève de Leopold Kronecker et de Karl Weierstrass, fait d'abord des recherches en mathématiques pures. En

1886, il obtient un poste de professeur à l'Institut technique de Hanovre, ce qui le conduit à s'intéresser à l'application des mathématiques à la physique et aux problèmes techniques. En 1905, il devient professeur de mathématiques appliquées à l'université de Göttingen (c'est la première chaire de ce type en Allemagne). Par son enseignement et par la publication d'ouvrages de référence, il a beaucoup contribué à la constitution et à la reconnaissance de l'analyse numérique en tant que discipline autonome. C'est en 1895 que Runge publie son célèbre article dans les *Mathematische Annalen* [37]. Il s'inspire du calcul approché des quadratures (méthodes des rectangles, des trapèzes, du point milieu, de Simpson) pour mettre au point des méthodes numériques pour le problème de Cauchy. Runge montre aisément, au moyen d'un développement de Taylor, qu'une adaptation convenable des méthodes des trapèzes et du point milieu conduit à des méthodes explicites d'ordre 2 (Runge définit l'ordre d'une méthode comme étant le nombre de termes qui coïncident dans les développements de Taylor de la vraie valeur $y(x_1)$ et de la valeur approchée y_1) :

$$\begin{aligned}
y_1 &= y_0 + h\,\frac{f(x_0,y_0)+f(x_0+h,y(x_0+h))}{2} \\
&\approx y_0 + h\,\frac{f(x_0,y_0)+f(x_0+h,y_0+hf(x_0,y_0))}{2}\ ; \\
y_1 &= y_0 + hf\left(x_0+\frac{h}{2}, y\left(x_0+\frac{h}{2}\right)\right) \\
&\approx y_0 + hf\left(x_0+\frac{h}{2}, y_0+\frac{h}{2}f(x_0,y_0)\right).
\end{aligned}$$

Par contre, la méthode de Simpson lui résiste : la simple traduction de la formule utilisée pour les quadratures n'aboutit qu'à une méthode d'ordre 2, au lieu de l'ordre 4 espéré. Finalement, après une légère modification, Runge parvient à atteindre l'ordre 3.

Runge avait « deviné » ses formules de manière inductive. En 1900, Karl Heun [28] propose une investigation plus systématique, en s'inspirant du travail de Carl Friedrich Gauss sur la recherche de formules optimales de quadrature. L'idée est d'introduire des points intermédiaires entre x_0 et x_1 et d'évaluer les valeurs de f en ces points intermédiaires par des applications répétées de la formule d'Euler. En emboîtant m formules d'ordre 1, on conçoit qu'on puisse aboutir à une formule d'ordre m car, à chaque étape, il y a une multiplication par h. Heun introduit une formule très générale avec des coefficients indéterminés, fait un développement de Taylor et obtient les conditions algébriques que doivent satisfaire ces coefficients pour que la formule soit d'un ordre donné. Il obtient ainsi des formules jusqu'à l'ordre 4, la plus célèbre étant une formule d'ordre 3 qui a reçu son nom. Le travail de Heun, qui constitue le point de départ d'une exploration organisée qui s'est poursuivie jusqu'à nos jours, est relativement méconnu. Il serait plus juste de parler des *méthodes de Runge-Heun-Kutta*.

Wilhelm Kutta, qui travaille à partir de 1894 à l'Institut technique de Munich, lit avec attention les articles de Runge et de Heun, ce qui l'incite à publier en 1901 ses propres travaux sur la question [29]. Il introduit des formules plus générales que celles de Heun, en faisant intervenir pour chaque nouveau point d'évaluation toutes les dérivées précédemment calculées et pas seulement la précédente. Son schéma d'approximation prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(x_0, y_0) \\
k_2 &= f(x_0 + c_2 h, y_0 + a_{21} h k_1) \\
k_3 &= f(x_0 + c_3 h, y_0 + a_{31} h k_1 + a_{32} h k_2) \\
&\vdots \\
k_s &= f\left(x_0 + c_s h, y_0 + h \sum_{i=1}^{s-1} a_{si} k_i\right) \\
y_1 &= y_0 + h \sum_{i=1}^{s} b_i k_i \,.
\end{aligned}$$

Avec les notations modernes introduites par John Charles Butcher dans les années 1960, on présente ce schéma sous forme d'un tableau (s est appelé le nombre d'*étages*) :

$$\begin{array}{c|ccccc}
0 & & & & & \\
c_2 & a_{21} & & & & \\
c_3 & a_{31} & a_{32} & & & \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & & \\
c_s & a_{s1} & a_{s2} & \cdots & a_{s,s-1} & \\
\hline
 & b_1 & b_2 & \cdots & b_{s-1} & b_s
\end{array}$$

Le grand nombre de degrés de liberté ainsi introduits permet de satisfaire les conditions d'ordre issues du développement de Taylor. Kutta détermine toutes les méthodes jusqu'à l'ordre 4, ainsi que deux méthodes d'ordre 5 qui, malheureusement, sont erronées. Parmi les méthodes d'ordre 4, deux ont été principalement retenues : une méthode des trois-huitièmes, qui avait la faveur de Kutta, et une méthode très simple du point de vue de la pratique du calcul, qui a été popularisée par Runge (c'est cette dernière qui est le plus souvent désignée sous le nom de *méthode de Runge-Kutta*) :

$$\begin{array}{c|cccc}
0 & & & & \\
1/3 & 1/3 & & & \\
2/3 & -1/3 & 1 & & \\
1 & 1 & -1 & 1 & \\
\hline
 & 1/8 & 3/8 & 3/8 & 1/8
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{c|cccc}
0 & & & & \\
1/2 & 1/2 & & & \\
1/2 & 0 & 1/2 & & \\
1 & 0 & 0 & 1 & \\
\hline
 & 1/6 & 2/6 & 2/6 & 1/6
\end{array}$$

Une synthèse sur les méthodes de Runge-Kutta se trouve dans un article de Evert Johannes Nyström de 1925 [36], qui constitue, de manière plus générale l'état de l'art à cette époque pour l'intégration numérique des EDO. Nyström fait une analyse complète des méthodes du cinquième ordre (en corrigeant notamment une des méthodes d'ordre 5 de Kutta), et met au point une méthode spécifique pour les systèmes du second ordre (fréquents en dynamique), qui nécessite moins d'appels à la fonction f que si on transformait ces systèmes en systèmes du premier ordre. Des estimations explicites de l'erreur des différentes méthodes sont établies par Runge [38] pour l'ordre 4, dans un article peu connu de 1905, puis, à partir de 1923, par Ludwig Bieberbach [2, 3] au moyen d'une démarche différente, mais ces estimations de l'erreur n'ont guère d'intérêt pratique puisqu'elles nécessitent le calcul et la majoration des dérivées partielles de f.

Malgré les avancées théoriques considérables de cette période qui va de l'article de Runge de 1895 jusqu'à celui de Nyström en 1925, les méthodes de Runge-Kutta ne connaissent pas d'application pratique d'envergure avant la Seconde Guerre mondiale. Par contre, le premier calculateur électronique numérique, l'ENIAC, qui entre en service en 1945, à la fin de la guerre, est programmé avec une méthode de Heun du second ordre à trois étages. Il sert notamment à des calculs de balistique, pour la production de tables de tir.

Les années 1950-1960. Si les méthodes de Runge-Kutta « décollent » véritablement avec l'avènement des premiers calculateurs électroniques, c'est tout simplement parce que ceux-ci disposent d'une mémoire très restreinte. Dans une méthode à pas séparés le calcul à effectuer pour chaque pas est indépendant des calculs antérieurs. On peut donc effacer au fur et à mesure les résultats intermédiaires, alors que, dans une méthode multipas, il faut conserver les résultats obtenus pour plusieurs pas précédents. À partir des années 1950, les méthodes de Runge-Kutta sont utilisées de manière importante. On assiste alors à un va-et-vient entre théorie et pratique, l'objectif principal étant la production de programmes de calcul simples, peu coûteux et efficaces, compte tenu des possibilités limitées des machines disponibles.

En 1951, Stanley Gill [27] met au point une démarche pour l'analyse complète des conditions d'ordre. Son but est très pratique : choisir les coefficients d'une méthode de Runge-Kutta à quatre étages de sorte qu'elle soit d'ordre 4 et que, de plus, elle nécessite le minimum de registres de mémoire. Dans la méthode classique d'ordre 4, on a besoin de quatre registres de mémoire pour organiser le calcul. Gill montre qu'on peut choisir des coefficients pour que les quatre quantités qui interviennent deviennent linéairement dépendantes, ce qui permet de s'en sortir avec trois registres de mémoire seulement. Cette préoccupation est typique de l'époque 1950. Les premiers ordinateurs avaient très peu de mémoire : l'EDSAC disposait de 512 mots de 17 bits, et le premier ILLIAC de 1024 mots de 40 bits. Là dedans, il fallait caser le programme lui-même tout en gardant assez de place pour le stockage des résultats intermédiaires ! La recherche de Gill constitue ainsi un exemple significatif montrant comment les contraintes d'un instrument de calcul entraînent un approfondissement théorique.

En 1957, R. H. Merson [32] a lui aussi une motivation pratique : produire, tout au long du calcul d'une solution, une estimation de l'erreur de troncature commise à chaque étape, et s'en servir pour réduire le volume de calcul. L'idée de Merson consiste à chercher deux méthodes de Runge-Kutta emboîtées l'une dans l'autre : à partir des mêmes valeurs de la fonction f (donc sans coût supplémentaire important, ni en volume de mémoire, ni en temps de calcul), on calcule une valeur approchée d'ordre 4 qui sert à poursuivre le calcul, et une valeur approchée d'ordre 5, dont la différence avec la précédente sert à évaluer l'erreur locale pour un pas. L'avantage est de pouvoir comparer à chaque pas l'erreur locale à un certain seuil de tolérance, et de pouvoir éventuellement modifier automatiquement la longueur du pas. On utilise donc à chaque étape un pas aussi grand que possible compte tenu de la précision souhaitée, ce qui minimise le temps de calcul. La méthode de Merson a été utilisée pour la production de nombreux programmes pendant de nombreuses années et sert encore de nos jours.

Dans les années 1960, les travaux de Merson sur la recherche des conditions d'ordre ont été repris essentiellement par Butcher, qui a établi que l'ordre d'une méthode de Runge-Kutta et le nombre d'étages utilisé à chaque pas sont soumis à certaines contraintes (qu'on appelle *barrières de Butcher*). C'est ainsi, par exemple, qu'il n'existe pas de méthode d'ordre 5 à cinq étages (et c'est pour cela que Kutta, malgré ses efforts, n'en avait pas trouvé et qu'il avait dû passer à six étages). À l'ordre 6, il faut utiliser au minimum sept étages. En 1956, Anton Huťa a construit effectivement une méthode d'ordre 6 à huit étages, puis, en 1964, Butcher en a trouvé une à sept étages, soit le nombre optimal.

III — LES MÉTHODES D'ADAMS (JUSQU'EN 1960)

Parallèlement aux méthodes de Runge-Kutta, et de manière à peu près indépendante, se sont développées des méthodes numériques d'un autre type, essentiellement pour les besoins de la mécanique céleste et de quelques problèmes très particuliers de physique mathématique [42, 43]. Il s'agit des méthodes que nous avons qualifiées plus haut de « multipas ».

De Clairaut à Adams. On situe classiquement l'origine des méthodes multipas dans un traité du physicien Francis Bashforth [1] sur la capillarité (plus précisément sur la forme des gouttes de liquide reposant sur un plan horizontal). Ce traité, publié en 1883, récapitule en fait des travaux qui ont été entrepris à partir des années 1850. Bashforth, ayant besoin d'une méthode d'intégration numérique pour l'équation différentielle à laquelle il était parvenu, s'était adressé au célèbre astronome John Couch Adams, calculateur de génie et co-découvreur avec Urbain Leverrier de la planète Neptune. On sait de manière certaine qu'Adams a mis au point la méthode demandée avant 1855. Adams propose deux méthodes pour passer d'un pas au pas suivant (nous gardons les notations introduites plus haut). Son idée pour évaluer

$$y_{n+1} = y_n + \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x, y(x))\, dx$$

revient à remplacer la fonction à intégrer par le polynôme d'interpolation de Lagrange qui coïncide avec elle en un certain nombre de points. Si l'on utilise les points x_{n-k+1}, …, x_{n-1}, x_n, on obtient une formule explicite à k pas du type

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=0}^{k-1} b_i f(x_{n-i}, y_{n-i})\ ;$$

si, par contre, on utilise les points x_{n-k+1}, …, x_{n-1}, x_n, x_{n+1}, la formule est implicite à k pas :

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=0}^{k-1} b_i^* f(x_{n-i}, y_{n-i}) + hb^* f(x_{n+1}, y_{n+1}).$$

On remarquera la différence fondamentale avec les méthodes de Runge-Kutta. Alors que dans celles-ci on faisait une combinaison de plusieurs valeurs de la fonction prises à l'intérieur du segment (c'est pour cela que les méthodes de Runge-Kutta sont parfois appelées méthodes *des pas divisés*), maintenant on fait une combinaison des valeurs de la fonction aux pas précédents de la subdivision, valeurs qui ont été déjà calculées. Cette remarque permet déjà de comprendre pourquoi les méthodes de Runge-Kutta n'ont pas été utilisées pour des calculs numériques d'envergure avant l'apparition des calculateurs électroniques. À chaque pas, elles nécessitent le calcul de plusieurs valeurs de la fonction f (autant qu'il y a d'étages), alors que les méthodes d'Adams n'introduisent qu'une seule nouvelle évaluation de f. Or, l'évaluation de f est, en général, la seule partie coûteuse du calcul (une fois qu'on connaît toutes les valeurs de f dont on a besoin, les algorithmes ne font appel qu'à des additions et à des multiplications par des coefficients rationnels simples).

Pour revenir à Adams, ce dernier n'a pas écrit ses formules comme nous. Selon une tradition remontant à Newton, le polynôme d'interpolation de Lagrange s'exprimait à l'aide des différences finies régressives

$$\begin{array}{ccccccccc}
\cdots & & f_{n-2} & & f_{n-1} & & f_n & & f_{n+1} \\
& \cdots & & \nabla f_{n-1} & & \nabla f_n & & \nabla f_{n+1} & \\
\cdots & & \nabla^2 f_{n-1} & & \nabla^2 f_n & & \nabla^2 f_{n+1} & & \\
& \cdots & & \nabla^3 f_n & & \nabla^3 f_{n+1} & & &
\end{array}$$

et de la série d'interpolation de Gregory-Newton, qui s'écrit, pour la méthode explicite :

$$p(x) = p(x_n + th) = f_n + \frac{t}{1!}\nabla f_n + \frac{t(t+1)}{2!}\nabla^2 f_n + \frac{t(t+1)(t+2)}{3!}\nabla^3 f_n + \cdots,$$

et pour la méthode implicite :

$$\begin{aligned} p^*(x) &= p^*(x_n + th) \\ &= f_{n+1} + \frac{t-1}{1!}\nabla f_{n+1} + \frac{(t-1)t}{2!}\nabla^2 f_{n+1} + \frac{(t-1)t(t+1)}{3!}\nabla^3 f_{n+1} + \cdots . \end{aligned}$$

En intégrant ces séries entre 0 et 1 (séries arrêtées où l'on veut compte tenu de la précision souhaitée), Adams obtient les fameuses formules

$$y_{n+1} = y_n + h\left(f_n + \frac{1}{2}\nabla f_n + \frac{5}{12}\nabla^2 f_n + \frac{3}{8}\nabla^3 f_n + \cdots\right) ;$$

$$y_{n+1} = y_n + h\left(f_{n+1} - \frac{1}{2}\nabla f_{n+1} - \frac{1}{12}\nabla^2 f_{n+1} - \frac{1}{24}\nabla^3 f_{n+1} + \cdots\right) .$$

On voit ici une seconde différence essentielle avec les méthodes de Runge-Kutta : on peut construire très facilement des méthodes d'un ordre aussi élevé que l'on veut (il suffit d'ajouter des termes dans la série d'interpolation de Gregory-Newton). Enfin, ces méthodes d'Adams sont parfaitement adaptées aux techniques de calcul en usage jusque dans la première moitié du XX^e^ siècle. La plus grande partie de l'activité des calculateurs (notamment dans les bureaux de calcul des observatoires) consistait à dresser les tables de certaines fonctions utiles (pour l'astronomie, la navigation, la balistique, etc.). Dans ce contexte, une fonction est connue à travers une table de ses valeurs numériques, et c'est avec les différences finies de ces valeurs que l'on fait les calculs les plus variés (interpolation, dérivation, intégration, etc.). C'est ce que j'appelle le *concept tabulaire de fonction*. Ce concept a prévalu jusque vers 1950, c'est-à-dire jusqu'à l'apparition des premiers calculateurs électroniques, car il était parfaitement adapté au calcul à la main. Tous les calculs étaient ramenés à des additions et des soustractions grâce aux tables de différences, et les calculs auxiliaires étaient eux-mêmes ramenés à des additions et des soustractions grâce à l'emploi des tables de logarithmes.

L'usage des différences finies pour l'intégration des équations différentielles n'a pas commencé avec Adams. C'était déjà la pratique courante des astronomes, lorsqu'ils avaient à intégrer numériquement les grands systèmes différentiels de la mécanique céleste. Le premier à procéder ainsi fut Alexis-Claude Clairaut [8, 9], pour sa prédiction du retour de la comète de Halley en 1759. Malheureusement, il n'utilise pas les différences finies régressives comme Adams, mais les différences finies progressives, ce qui a l'inconvénient de faire intervenir des valeurs qu'on n'a pas encore calculées. Il en résulte un immense système d'équations implicites qu'il faut résoudre par approximations successives. Clairaut détermine la trajectoire de la comète pour deux révolutions consécutives, afin de déterminer leur différence de durée. Pour chacune des révolutions, le calcul se fait de degré en degré ; il s'agit donc de dresser une table à 720 entrées. Les valeurs initiales sont celles de la trajectoire elliptique qui avait été déterminée par Halley à partir des observations de 1682. Le calcul, extrêmement lourd, a duré deux ans et a occupé plusieurs personnes (Clairaut, Jérôme de La Lande, Nicole-Reine Lepaute et d'autres arithméticiens). Un peu plus tard, vers 1812, Gauss [25] perfectionne la méthode de Clairaut pour l'étude des astéroïdes qui gravitent entre Mars et Jupiter. Il utilise des formules de quadrature (Newton-Stirling et Newton-Bessel) plus rapidement convergentes que celles qui sont issues de la série de Gregory-Newton, mais le même problème subsiste : ces formules conduisent encore à des équations aux différences qui sont implicites. Les méthodes de Gauss seront popularisées auprès des astronomes par son élève Johann Franz Encke [17, 18] et seront utilisées, principalement sur le continent, jusqu'au début du XX^e siècle.

Darwin, Sheppard, Størmer. En Angleterre, à côté des méthodes de Gauss, d'autres méthodes voient le jour, analogues à celles d'Adams. Les découvertes semblent indépendantes les unes des autres. Chacune d'entre elles, enfouie au sein d'un mémoire de mathématiques appliquées, a été conçue pour les besoins d'un problème particulier avant d'être apparemment oubliée. On peut citer George Howard Darwin [14] (un des fils du célèbre naturaliste) qui, en 1897, retrouve et utilise la formule implicite d'Adams pour la détermination des orbites périodiques du problème restreint des trois corps, William Fleetwood Sheppard [39] qui, en 1899, réintroduit de son côté la formule explicite d'Adams pour construire des tables numériques de fonctions définies par des équations différentielles, et le physicien norvégien Carl Størmer [40, 41] qui met au point une méthode analogue pour les équations différentielles du second ordre qu'il rencontre dans son étude des aurores boréales, conduite entre 1904 et 1907.

Dans les cas d'Adams, Darwin et Størmer, on retrouve les caractéristiques des calculs de Clairaut : calculs de tables au moyen des différences finies ; calculs qui durent plusieurs années, qui mobilisent plusieurs personnes quasiment à temps plein et qui demandent des financements importants. Nous sommes là à l'apogée du calcul à la main. Les méthodes multipas sont parfaitement adaptées à cette organisation du travail, telle qu'elle a été mise au point dans les bureaux de calcul des observatoires. Le monde du calcul à la main était un monde dans lequel les multiplications et divisions étaient très coûteuses (tout était fait pour les éviter, grâce aux différences finies et aux tables de logarithmes), mais dans lequel le stockage des informations était peu onéreux (il suffisait de feuilles de papier pour noter les résultats intermédiaires). Avec l'apparition des premiers calculateurs électroniques, comme l'ENIAC, qui avaient de toutes petites mémoires, la situation s'est soudain inversée : les multiplications et divisions devenaient économiques, alors que le stockage des résultats intermédiaires devenait la principale difficulté. C'est pour cela qu'à partir des années 1940, les algorithmes utilisés par les calculateurs ont dû être réexaminés. C'est alors que les méthodes multipas ont régressé et que les méthodes de Runge-Kutta sont devenues populaires.

Nyström, Moulton, Milne. Forest Ray Moulton, professeur d'astronomie à l'université de Chicago, passe le printemps 1918 à calculer des trajectoires de projectiles pour dresser des tables de tir à l'intention de l'U. S. Army. Il en résulte la publication, en 1926, d'un livre intitulé *New methods in exterior ballistics* [35]. Dans ce livre, Moulton décrit avec beaucoup de détails des méthodes numériques pour les équations différentielles de la balistique. On y retrouve une synthèse des idées et des techniques d'Adams et Darwin.

Moulton présente notamment une méthode de *prédiction-correction* qui a reçu le nom de *méthode d'Adams-Moulton* : cette méthode utilise la formule d'Adams implicite du 4^e ordre, avec la formule explicite du 4^e ordre comme prédicteur. Le pas est modifié au fur et à mesure en fonction de la différence entre la valeur prédite et la valeur corrigée, différence qui sert donc à estimer l'erreur. Pour la modification du pas, Moulton utilise des techniques de doublement ou division par deux déjà présentes chez Darwin.

Toujours en 1926, en s'inspirant du mémoire de Nyström [36] déjà cité plus haut, dans lequel était introduite une nouvelle classe de méthodes multipas à partir de l'équation intégrale

$$y_{n+1} = y_{n-1} + \int_{x_{n-1}}^{x_{n+1}} f(x, y(x))\, dx,$$

William Edmund Milne [33] développe différentes idées issues des quadratures numériques. En particulier, il dégage la formule bien connue dite *de Milne-Simpson*, formule implicite du 4^e ordre qui est une généralisation directe — immédiate sous forme multipas, alors que Runge et Kutta avaient eu beaucoup de mal à l'adapter avec un seul pas — de la méthode de quadrature de Simpson :

$$y_{n+1} = y_{n-1} + h\left(\frac{1}{3}f_{n+1} + \frac{4}{3}f_n + \frac{1}{3}f_{n-1}\right).$$

Milne emploie également une technique de prédiction-correction, la prédiction se faisant à l'aide d'une formule analogue mais explicite :

$$y_{n+1} = y_{n-3} + h\left(\frac{8}{3}f_n - \frac{4}{3}f_{n-1} + \frac{8}{3}f_{n-2}\right).$$

Un multiple approprié de la différence entre prédicteur et correcteur est prise comme estimation de l'erreur locale de troncature. Cette méthode a eu un grand succès jusqu'à ce que des calculs à grande échelle révèlent son instabilité numérique.

Méthodes de différentiation rétrograde. Les méthodes de *différentiation rétrograde* ont été introduites en 1952 par Charles F. Curtiss et Joseph O. Hirschfelder [11] et, l'année suivante, par Andrew R. Mitchell et James W. Craggs

[34]. Au lieu d'interpoler la fonction $x \mapsto f(x, y(x))$ et de déterminer la nouvelle valeur y_{n+1} par intégration, on interpole la fonction y par le polynôme

$$\begin{aligned} q(x) &= q(x_n + th) \\ &= y_{n+1} + \frac{t-1}{1!}\nabla y_{n+1} + \frac{(t-1)t}{2!}\nabla^2 y_{n+1} + \frac{(t-1)t(t+1)}{3!}\nabla^3 y_{n+1} + \cdots \end{aligned}$$

et on détermine la nouvelle valeur y_{n+1} directement avec l'équation différentielle, c'est-à-dire par la condition $q'(x_n) = f(x_n, y_n)$ pour les formules explicites, et par la condition $q'(x_{n+1}) = f(x_{n+1}, y_{n+1})$ pour les formules implicites.

La synthèse de Dahlquist. Une théorie générale des méthodes multipas a été entreprise par le suédois Germund Dahlquist à partir de 1956 [12]. Au début des années 1950, on avait observé qu'un ordre élevé et une erreur locale petite ne suffisaient pas pour rendre efficace une méthode multipas. La solution numérique peut être instable, même si le pas de subdivision est pris très petit. Ce phénomène n'avait pas été découvert avant l'utilisation des ordinateurs car, dans le calcul à la main, les calculateurs avançaient d'un pas à la fois en prenant soin de surveiller l'évolution de leur table de différences, en particulier des différences d'ordre élevé, et avaient l'habitude, en cas d'apparition de variations brusques, de procéder à un lissage de ces différences. Le calculateur humain contrôlait chaque résultat partiel au fur et à mesure et savait réagir en fonction de son expérience. Avec l'ordinateur, au contraire, on lance la totalité du calcul et on n'observe que le résultat final. C'est apparemment cette différence de pratique qui a fait découvrir les phénomènes d'instabilité numérique ! La raison de cette instabilité est que, lorsqu'on remplace l'équation différentielle par une équation linéaire aux différences finies d'ordre plus élevé, cette équation peut avoir des valeurs propres qui engendrent des solutions parasites prépondérantes en valeur absolue.

Dahlquist a étudié une classe générale de méthodes linéaires à k pas

$$y_{n+1} + \alpha_1 y_n + \cdots + \alpha_k y_{n-k+1} = h(\beta_0 f_{n+1} + \beta_1 f_n + \cdots + \beta_k f_{n-k+1})$$

qui comprend à la fois les méthodes d'Adams, de Nyström et de différentiation rétrograde, qu'elles soient explicites ($\beta_0 = 0$) ou implicites ($\beta_0 \neq 0$). Dahlquist a prouvé son fameux théorème de convergence : il y a convergence si, et seulement si, la méthode est au moins d'ordre 1 et si les racines de l'équation

$$x^k + \alpha_1 x^{k-1} + \cdots + \alpha_k = 0$$

sont à l'intérieur du disque unité, celles situées sur le cercle unité étant simples. Dahlquist a aussi établi un théorème de barrière : s'il y a convergence, l'ordre p doit vérifier

$$\begin{array}{ll} p \leq k+2 & \text{si } k \text{ est pair,} \\ p \leq k+1 & \text{si } k \text{ est impair,} \\ p \leq k & \text{si } \beta_0 \leq 0. \end{array}$$

IV — LES RECHERCHES RÉCENTES EN ANALYSE NUMÉRIQUE DES EDO

Dans les années 1960 ont paru des travaux sur l'analyse numérique des EDO, notamment ceux de Butcher, Dahlquist et Peter Henrici, qui semblaient faire définitivement le point sur toutes les questions théoriques intéressantes, à tel point que Gene H. Golub a pu déclarer que tous les problèmes importants avaient été résolus et que le domaine était épuisé. En 1981, Charles William Gear [26] lui a répondu par un article intitulé « Numerical solution of ordinary differential equations : is there anything left to do ? ».

En fait, la recherche a été relancée, une nouvelle fois, par l'évolution des instruments de calcul (essentiellement l'augmentation rapide des capacités des ordinateurs), mais il est difficile pour l'historien d'analyser ce qui s'est passé dans la période la plus récente, car le nombre de publications portant sur l'analyse numérique des EDO est devenu considérable (environ 15 000 depuis 1960). En dehors de quelques notes historiques écrites directement par les spécialistes du domaine [4, 5, 6, 13], il y a encore peu de travaux de synthèse fournissant des points de repère clairs. Je me contenterai donc d'esquisser les grandes orientations des recherches actuelles.

Les méthodes à pas variables. Les algorithmes modernes de résolution des EDO sont écrits avec pas variables, avec un double but : minimiser le coût de la résolution pour une précision donnée ; détecter les éventuelles singularités. Dans le cas de systèmes différentiels, on essaie aussi de mettre au point des méthodes qui utilisent un pas différent pour chacune des équations du système, en fonction de la spécificité de l'équation en question. La difficulté est d'interpoler les valeurs manquantes pour les équations qui sont traitées avec un pas plus grand que les autres, mais, dans certains cas, il peut en résulter de substantielles économies.

L'analyse de la stabilité et l'étude des problèmes mal conditionnées ou *raides*. La stabilité signifie qu'une petite perturbation sur les données du schéma numérique n'entraîne qu'une petite perturbation de la solution, ce qui, du fait de l'existence des erreurs d'arrondi, est absolument nécessaire pour le traitement numérique du problème.

Les problèmes *raides* sont ceux qui, mathématiquement ou numériquement, sont très sensibles aux perturbations sur les données ou à celles dues aux arrondis. Ces problèmes ont souvent une grande importance pratique ; on les rencontre par exemple en cinétique chimique (réactions très rapides, réactions nucléaires...), dans l'étude des circuits électriques (transistors à haute vitesse...), dans la discrétisation des équations aux dérivées partielles (équation de la chaleur, équation des ondes, équation de Schrödinger...). Des méthodes numériques adaptées (méthodes de Runge-Kutta implicites, méthodes de différentiation rétrograde...) ont été mises au point depuis une trentaine d'années.

La recherche d'algorithmes parallèles. La recherche d'algorithmes parallèles vient de la nécessité de résoudre des problèmes de condition initiale plus rapidement que par le passé. C'est en particulier le cas lorsqu'on a affaire à un système d'un très grand nombre d'équations (grands circuits électriques, systèmes issus de la discrétisation d'équations aux dérivées partielles), ou lorsque la solution doit être calculée en temps réel (simulateurs de vol, systèmes de contrôle). Dans le cas des systèmes de calcul ou de simulation en temps réel, il est clair que le calcul d'une seconde de temps simulé doit nécessairement prendre moins d'une seconde de temps réel ! La possibilité d'algorithmes parallèles est offerte par l'apparition d'ordinateurs bon marché faisant fonctionner plusieurs processeurs en parallèle. Il faut alors distribuer le calcul entre les différents processeurs. La difficulté est la synchronisation, car on perd du temps chaque fois qu'un processeur doit s'arrêter pour attendre des informations venant des autres.

Par exemple, dans les méthodes de Runge-Kutta, comme il y a plusieurs évaluations de la fonction f à faire à chaque pas, une possibilité est d'attribuer chaque évaluation à un processeur différent. Une autre possibilité, dans les méthodes implicites, est d'utiliser les processeurs pour le calcul vectoriel servant à la résolution itérative du système qui se présente à chaque étape.

L'intégration numérique géométrique. Depuis une vingtaine d'années, en mécanique céleste, on tente d'étudier à l'aide de méthodes numériques le comportement à long terme du système solaire. On remplace ainsi un système dynamique continu par un système dynamique discret. Dans ce que l'on observe, la difficulté est de faire le tri entre ce qui résulte des propriétés du système dynamique initial et ce qui provient des approximations numériques. On a donc développé une intégration numérique *géométrique*, c'est-à-dire dans laquelle le système dynamique discret a les « mêmes » propriétés géométriques que le système initial. On impose, par exemple, qu'il y ait conservation des intégrales premières du système, en particulier celle du hamiltonien. Cette voie de recherche semble très active et traduit la nécessité ressentie d'un retour vers la théorie pour contrôler la force brute du calcul.

De façon plus générale, je crois que cet aperçu historique de l'intégration numérique des équations différentielles met en évidence une interaction permanente et féconde entre plusieurs éléments : besoins des utilisateurs des mathématiques, instruments de calcul disponibles, mise au point d'algorithmes, avancées théoriques. S'il souhaite parvenir à une certaine vérité, l'historien des mathématiques appliquées est amené à prendre en compte tous ces éléments.

RÉFÉRENCES

[1] Francis BASHFORTH, *An attempt to test the theories of capillary action by comparing the theoretical and measured forms of drops of fluid, with an explanation of the method of integration employed in constructing the tables which give the theoretical forms of such drops, by J. C. Adams*, University Press, Cambridge, 1883.

[2] Ludwig BIEBERBACH, *Theorie der Differentialgleichungen*, Springer, Berlin, 1923 ; 2e éd., 1926 ; 3e éd., 1930.

[3] Ludwig BIEBERBACH, On the remainder of the Runge-Kutta formula in the theory of ordinary differential equations, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, **2** (1951), p. 233-248.

[4] John Charles BUTCHER, A history of Runge-Kutta methods, *Applied Numerical Mathematics*, **20** (1996), p. 247-260.

[5] John Charles BUTCHER, Numerical methods for ordinary differential equations in the 20th century, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **125** (2000), p. 1-29.

[6] John Charles BUTCHER et Gerhard WANNER, Runge-Kutta methods : some historical notes, *Applied Numerical Mathematics*, **22** (1996), p. 113-151.

[7] Augustin-Louis CAUCHY, *Équations différentielles ordinaires. Cours inédit (fragment)*, introd. de C. Gilain, Études vivantes, Paris, 1981.

[8] Alexis-Claude CLAIRAUT, Mémoire sur la comète de 1682, *Journal des Sçavans*, janvier 1759, p. 38-45.

[9] Alexis-Claude CLAIRAUT, *Théorie du mouvement des comètes, dans laquelle on a égard aux altérations que leurs orbites éprouvent par l'action des planètes, avec l'application de cette théorie à la comète qui a été observée dans les années 1531, 1607, 1682 et 1759*, Lambert, Paris, 1760.

[10] Gaspard-Gustave CORIOLIS, Sur le degré d'approximation qu'on obtient pour les valeurs numériques d'une variable qui satisfait à une équation différentielle, en employant pour calculer ces valeurs diverses équations aux différences plus ou moins approchées, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, **2** (1837), p. 229-244.

[11] Charles F. CURTIS et Joseph O. HIRSCHFELDER, Integration of stiff equations, *Proceedings of the National Academy of Sciences of U. S. A.*, **38** (1952), p. 235-243.

[12] Germund DAHLQUIST, Convergence and stability in the numerical integration of ordinary differential equations, *Mathematica Scandinavica*, **4** (1956), p. 33-53.

[13] Germund DAHLQUIST, 33 years of numerical instability, part I, *BIT*, **25** (1985), p. 188-204.

[14] George Howard DARWIN, Periodic orbits, *Acta mathematica*, **21** (1897), p. 99-242.

[15] René DESCARTES, Lettre à Debeaune du 20 février 1639, dans *Œuvres de Descartes. Correspondance*, vol. 2, C. Adam et P. Tannery (éds), Vrin, Paris, 1975, p. 510-523.

[16] Isidore DIDION, *Traité de balistique*, Leneuveu, Paris, 1848 ; 2e éd., Dumaine, Paris, 1860.

[17] Johann Franz ENCKE, Über mecanische Quadratur, *Berliner Astronomischen Jahrbuch*, 1837, p. 251-287.

[18] Johann Franz ENCKE, Ueber eine neue Methode der Berechnung der Planetenstörungen, *Astronomische Nachrichten*, **33** (1852), p. 377-398.

[19] Herman ERLICHSON, Newton's 1679/80 solution of the constant gravity problem, *American Journal of Physics*, **59** (1991), p. 728-733.

[20] Herman ERLICHSON, Hooke's september 1685 ellipse vertices construction and Newton's instantaneous impulse construction, *Historia mathematica*, **24** (1997), p. 167-184.

[21] Leonhard EULER, Recherches sur la véritable courbe que décrivent les corps jetés dans l'air ou dans un autre fluide quelconque, *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin*, **9** (1753), 1755, p. 321-352 ; *Opera omnia*, s. 2, vol. 14, Teubner, Leipzig, 1922, p. 413-447.

[22] Leonhard EULER, *Institutionum calculi integralis volumen primum in quo methodus integrandi a primis principiis usque ad integrationem aequationum differentialium primi gradus pertractatur*, Saint-Pétersbourg, 1768 ; *Opera omnia*, s. 1, vol. 11, Teubner, Leipzig, 1913.

[23] Leonhard EULER, *Institutionum calculi integralis volumen secundum in quo methodus inveniendi functiones unius variabilis ex data relatione differentialium secundi altiorisve gradus pertractatur*, Saint-Pétersbourg, 1769 ; *Opera omnia*, s. 1, vol. 12, Teubner, Leipzig, 1914.

[24] Leonhard EULER, Commentatio hypothetica de periculo a nimia cometae appropinquatione metuendo, *Novi commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, **19** (1774), 1775, p. 499-548 ; *Opera omnia*, s. 2, vol. 29, Füssli, Zürich, 1961, p. 293-335.

[25] Carl Friedrich GAUSS, Exposition d'une nouvelle méthode de calculer les perturbations planétaires avec l'application au calcul numérique des perturbations du mouvement de Pallas, s. d., dans *Werke*, vol. 7, Olms, Hildesheim-New York, 1981, p. 439-472.

[26] Charles William GEAR, Numerical solution of ordinary differential equations : is there anything left to do ?, *SIAM Review*, **23** (1981), p. 10-24.

[27] Stanley GILL, A process for the step-by-step integration of differential equations in an automatic digital computing machine, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **47** (1951), p. 95-108.

[28] Karl HEUN, Neue Methode zur approximativen Integration der Differentialgleichungen einer unabhängigen Veränderlichen, *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, **45** (1900), p. 23-38.

[29] Wilhelm KUTTA, Beitrag zur näherungsweisen Integration totaler Differentialgleichungen, *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, **46** (1901), p. 435-453.

[30] Gottfried Wilhelm LEIBNIZ, Constructio propria problematis de curva isochrona paracentrica…, *Acta Eruditorum*, août 1694 ; *Mathematische Schriften*, C. I. Gerhardt (éd.), 2e éd., vol. 5, Olms, Hildesheim-New York, 1971, p. 309-318. Trad. fr. par M. Parmentier, dans *Naissance du calcul différentiel*, Vrin, Paris, 1989, p. 282-305.

[31] Adrien-Marie LEGENDRE, *Dissertation sur la question de balistique proposée par l'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres de Prusse*, Berlin, 1782.

[32] R. H. MERSON, An operational method for the study of integration processes, dans *Proceedings Symposium on Data Processing*, Weapons Research Establishment, Salisbury, Australia, 1957, p. 110-1 à 110-25.

[33] William Edmund MILNE, Numerical integration of ordinary differential equations, *American Mathematical Monthly*, **33** (1926), p. 455-460.

[34] Andrew R. MITCHELL et James W. CRAGGS, Stability of difference relations in the solution of ordinary differential equations, *Mathematical Tables and Other Aids to Computation*, **7** (1953), p. 127-129.

[35] Forest Ray MOULTON, *New Methods in Exterior Ballistics*, University Chicago Press, Chicago, 1926.

[36] Evert Johannes NYSTRÖM, Über die numerische Integration von Differentialgleichungen, *Acta Societatis scientiarum Fennicae*, **50** (1925), n° 13, p. 3-56.

[37] Carl RUNGE, Ueber die numerische Auflösung von Differentialgleichungen, *Mathematische Annalen*, **46** (1895), p. 167-178.

[38] Carl RUNGE, Ueber die numerische Auflösung totaler Differentialgleichungen, *Nachrichten von der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, 1905, p. 252-257.

[39] William Fleetwood SHEPPARD, A method for extending the accuracy of certain mathematical tables, *Proceedings of the London Mathematical Society*, **31** (1900), p. 423-448.

[40] Carl STØRMER, Sur les trajectoires des corpuscules électrisés dans l'espace sous l'action du magnétisme terrestre avec application aux aurores

boréales, *Archives des sciences physiques et naturelles*, **24** (1907), p. 1-18, 113-158, 221-247, 317-364.

[41] Carl STØRMER, Méthode d'intégration numérique des équations différentielles ordinaires, dans *Comptes rendus du Congrès international des mathématiciens (Strasbourg, 22-30 septembre 1920)*, H. Villat (éd.), Toulouse, 1921, p. 243-257.

[42] Dominique TOURNÈS, *L'intégration approchée des équations différentielles ordinaires (1671-1914)*, Presses universitaires du Septentrion, Villeneuve d'Ascq, 1997.

[43] Dominique TOURNÈS, L'origine des méthodes multipas pour l'intégration numérique des équations différentielles ordinaires, *Revue d'histoire des mathématiques*, **4** (1998), p. 5-72.

BIENTÔT UNE NOUVELLE RUBRIQUE DANS MATAPLI

DU CÔTÉ DES ÉCOLES D'INGÉNIEURS

par Catherine Bolley

L'hétérogénéité des recrutements, les « priorités » ou les centres d'intérêt des élèves vous ont entrainés à revoir votre enseignement ?
à faire des expériences pédagogiques dans les cours de mathématiques ?

Les promotions augmentent, les heures de mathématiques diminuent, le tutorat se développe… et vous vous inquiétez des disparitions de postes d'enseignants-chercheurs de mathématiques au profit d'autres disciplines ?

Des actions pluridisciplinaires (enseignement ou recherche) ont été mises en place dans votre établissement ?

Vos élèves ont fait un super projet d'analyse numérique ?

Alors, n'hésitez pas !

Envoyez-moi vos textes sur les écoles d'Ingénieurs à l'adresse suivante : `Catherine.Bolley@ec-nantes.fr`

Erratum

Contrairement à ce qui a été annoncé dans le Matapli n°69 — octobre 2002 p 118, dans la rubrique : *DEA et DESS de Mathématiques appliquées*, le DEA Analyse et Systèmes aléatoires est sous la tutelle de l'université de Marne-la-Vallée.

Les informations relatives à ce DEA ainsi les coordonnées pour tout contact à Marne-la-Vallée sont rappelées ci-après.

Marne-la-Vallée DEA Analyse et Systèmes aléatoires (Marne-la-vallée, Val de Marne, ENPC, Evry-Val-d'ESSONNE, ESIEE) `math.univ-mlv.fr/math/dea.html`

Responsable du DEA : Damien Lamberton `dlamb@math.univ-mlv.fr` (Tél. : 01 60 95 75 20, Fax : 01 60 95 75 45)

Laboratoire d'analyse et de mathématiques appliquées, Université de Marne-la-Vallée, 5 Boulevard Descartes, Cité Descartes, Champs-sur-Marne, 77454 Marne-la-Vallée CEDEX 2

COMPTE-RENDU DES JOURNEES DE L’APMEP

par Marc Briane

Les discussions échangées à la réunion de bureau de l’Association des Professeurs de Mathématiques de l’Enseignement Public (APMEP) du samedi 26 octobre font ressortir que l’enseignement des mathématiques dans le secondaire (collèges et lycées confondus) est en pleine crise.

Les enseignants se plaignent de l’inadéquation entre les programmes, jugés plutôt satisfaisants, et les horaires qui sont par contre trop légers. On est ainsi passé de 9h de maths dans l’ancienne terminale C à 5h1/2 dans l’actuelle terminale S. A partir de la rentrée 2003, le volume hebdomadaire des maths en classe de quatrième tombera à 3h1/2. Le grignotage des horaires de maths par demi-heure semble efficace et ravageur !

Les enseignants déplorent le « gavage » en terminale. Il y a trop de matières et pas assez d’approfondissement. Par exemple, une seconde langue est devenue obligatoire en terminale il y a quelques années. Ils regrettent l’ancienne division en terminales C, D et E qui leur semblait plus satisfaisante, pour acquérir des bases solides, que le survol actuel de trop nombreuses matières en terminale S.

Les ateliers de mathématiques, qui ont obtenu l’accord au niveau de l’inspection générale, leur semblent une illusion pour masquer les déficiences du système. Ces ateliers, d’un volume hebdomadaire de 3h, ne sont pas prévus dans l’emploi du temps des élèves et ne seront donc pas attractifs, en particulier pour les nombreux provinciaux qui sont tributaires du ramassage scolaire.

De manière plus générale, ils déplorent le manque d’enseignements fondamentaux et constatent que les « pédagogies de détours » comme les Travaux Personnels Encadrés (TPE), même si elles comportent des aspects positifs, ne remplacent pas un solide enseignement de base.

Les enseignants s’inquiètent également de la désaffection générale des élèves, et non plus seulement des filles, pour les filières scientifiques. Une des explications avancées est que les disciplines scientifiques sont jugées par eux trop exigeantes. Ainsi, un futur professeur des collèges ne se dirigera pas vers une licence scientifique dans le but d’entrer à l’IUFM, d’autres licences se révélant plus aisées à obtenir ; le cercle vicieux est alors formé car ce même enseignant ne sera donc pas en mesure, à supposer qu’il le souhaite, d’intéresser ses élèves aux sciences. Cette désaffection prend même parfois la forme d’une autocensure de certains bons élèves qui hésitent à s’orienter vers la première S à l’issue de la seconde.

Les enseignants s’inquiètent aussi de l’augmentation des inégalités sociales à l’école. Les statistiques sont saisissantes. L’école ne joue plus le rôle d’ascenseur social qu'elle avait dans les années 70 et 80. Le contenu des enseignements varie ainsi d'un endroit à un autre selon le contexte social.

Les enseignants soulignent le manque de concertation entre le secondaire et le supérieur. Par exemple, les calculatrices sont systématiquement utilisées dans le secondaire alors qu'elles sont prohibées à l'université.

De façon plus générale et pour conclure, les enseignants du secondaire affirment souffrir d'un manque de considération de la part du ministère et de leurs collègues du supérieur. Le président de l'APMEP a souhaité voir relayer auprès de la SMAI et d'autres sociétés savantes ce constat qu'il regrette amèrement : les enseignants du supérieur ont leur mot à dire pour l'établissement des programmes du secondaire mais, à l'inverse, les enseignants du secondaire sont écartés des discussions au niveau du supérieur. Pour lui, comme pour tous ses collègues présents lors de cette assemblée, ce manque de cohérence nuit gravement à la communauté mathématique. Enfin, ces enseignants très impliqués comptent sur les sociétés savantes comme la SMF ou la SMAI pour appuyer leurs revendications.

RÉSUMÉS DE THÈSES

par Alain Largillier

Il est rappelé aux personnes qui souhaitent faire apparaître un résumé de leur thèse ou de leur HDR que celui-ci ne doit pas dépasser une vingtaine de lignes. Le non-respect de cette contrainte conduira inexorablement à un retard important de leur parution voire à un refus de publication.

HABILITATIONS À DIRIGER DES RECHERCHES

Laurent Miclo

Quelques considérations (hasardeuses ?) relatives à l'étude de processus markoviens.

Soutenue le 19 décembre 2001
à l'université Paul Sabatier de Toulouse 3

Les travaux présentés dans cette habilitation se répartissent principalement entre trois domaines :

– Etude approfondie du recuit simulé ; généralisé (la fonction de coût ne découle pas d'un potentiel donné a priori), partiel (la température n'est évanescente que sur une composante, afin de permettre l'optimisation globale de fonctions non explicites) ou sous-admissible (comportement en loi quand la température décroit trop rapidement). Obtention d'un théorème de sortie précis (pour le couple formé du temps convenablement renormalisé et de la position de sortie à basse température) et de comportements ergodiques trajectoriels inhabituels (loi des grands nombres avec limite non déterministe) dûs à l'inhomogénéité temporelle.
– Comparaison de différents coefficients ergodiques tels que la constante de Dobrushin, la constante isopérimétrique, le trou spectral ou les valeurs singulières, les constantes de Sobolev logarithmiques classiques ou modifiées et les inégalités de Hardy. Leur applications dans un contexte de temps ou d'espace discret.
– Systèmes de particules en interactions et filtrage non linéaire. Conception d'algorithmes en temps continu et discret, preuve de leur convergence en différentes acceptations et estimation des erreurs. Elaboration de cadres minimaux et nouvelle approche pour la propagation forte du chaos. Utilisation de processus généalogiques pour les problèmes de lissage en filtrage non linéaire.

Pierre Saramito

Algorithmes et logiciels pour la simulation numérique en fluides non-newtoniens.

Soutenue le 21 février 2002
à l'université de Grenoble — IMAG

Les sujets abordés, qui peuvent a priori sembler disparates, sont tous liés à la modélisation numérique, et les applications concernent principalement les matériaux non-newtoniens. Deux classes de lois de comportement très différentes sont abordées : les fluides viscoélastiques et les fluides à seuil, appelés également fluides viscoplastiques. L'étude de ces deux classes constitue les deux premières parties de ce travail. Après avoir présenté l'algorithmique numérique de ces modèles, j'aborde dans une troisième partie l'aspect lié au génie logiciel : la spécification et le développement de librairies pour ce type de problèmes.

Les calculs numériques des écoulements de fluides viscoélastiques rencontrent de fortes difficultés lorsque le nombre de Weissenberg, lié à l'élasticité du fluide, devient grand. Je propose une méthode de décomposition d'opérateur qui permet de contourner les principales difficultés dans ce type de simulation. Les applications concernent des fluides viscoélastiques d'Oldroyd et de Phan-Thien et Tanner, pouvant représenter des polymères en solution ou bien des mélanges de polymères. Je montre que j'ai pu atteindre pour la première fois le comportement asymptotique pour les grands nombres de Weissenberg dans un écoulement en contraction brusque.

La détermination précise des zones rigides dans les problèmes de viscoplasticité est un problème délicat. Les erreurs de calcul peuvent provenir de la perte de régularité de la solution à la traversée de la surface libre enveloppant les zones rigides, ou bien de la régularisation du modèle. En combinant deux méthodes classiques, à savoir une méthode de Lagrangien augmenté et l'adaptation de maillage pour capturer l'enveloppe des zones rigides, je montre qu'il est possible de résoudre à présent avec précision cette classe de problèmes.

Enfin, je présente la spécification et la réalisation d'une librairie pour les méthodes variationnelles de type éléments finis. Cette librairie intègre notamment les concepts précédents d'adaptation de maillage.

THÈSES DE DOCTORAT D'UNIVERSITÉ

Mostafa Laklach
Directeur de thèse : M. Adimy

Contribution à l'étude des équations aux dérivées partielles à retard et de type neutre.

Soutenue le 17 septembre 2001
à l'université de Pau et des Pays de l'Adour

Dans ce travail, nous étudions des équations aux dérivées partielles à retard et de type neutre de domaine non dense. Dans une première partie, nous considérons une classe d'équations aux dérivées partielles à retard. Nous étudions le problème d'existence locale et globale, l'approche du semi-groupe (non linéaire) par la formule de Crandall-Liggett et la bifurcation de Hopf locale dans le cas où la partie linéaire est de domaine dense.

Dans la deuxième partie, qui est le centre des motivations de cette thèse, on s'intéresse à une classe d'équations aux dérivées partielles de type neutre. Nous généralisons les résultats d'existence de la première partie et nous traitons la décomposition spectrale de l'espace d'état. Enfin, dans le cas hyperbolique, nous cherchons, grâce à une formule de variation de la constante, l'existence des solutions bornées, périodiques et presque-périodiques.

Laurent Pujo–Menjouet
Directeurs de thèse : M. Adimy & O. Arino

Contribution à l'étude d'une équation de transport á retards décrivant une dynamique de population cellulaire.

Soutenue le 17 septembre 2001
à l'université de Pau et des Pays de l'Adour

Nous présentons un modèle de division de cellules sanguines basé sur la présence d'un facteur appelé *maturation* et le partage du cycle en une *phase de prolifération* et une *phase de repos*. Il est représenté par un système S de deux équations de transport structuré en âge et maturité.

En intégrant par rapport à l'âge, S devient un système d'*équations aux dérivÇes partielles à retards* structuré en maturité. Dans le chapitre 1, nous introduisons le contexte biologique, et nous présentons notre modèle. Dans le chapitre 2, nous étudions le modèle quand la phase de prolifération est fixe et la division est égale. Nous montrons l'existence et l'unicité puis un résultat liant les solutions aux cellules souches ainsi qu'un résultat d'invariance, de comportement asymptotique et d'instabilité. Dans le chapitre 3, nous supposons que la phase de prolifération varie suivant la maturité des cellules. Nous prouvons des résultats analogues au chapitre 2. Dans le chapitre 4, la phase de prolifération est fixe mais nous supposons la division inégale. En utilisant la théorie des opérateurs de

Markov, nous prouvons un résultat de stabilité globale.

Valérie Calaud
Directeur de thèse : O. Arino

Étude analytique et numérique d'un modèle forcé atmosphérique–océan–plancton.

Soutenue le 31 octobre 2001
à l'université de Pau et des Pays de l'Adour

L'océan permet à des espèces de taille microscopique et sans mouvement propre de se développer. Elles constituent le plancton, dont le rôle est central aussi bien pour la dynamique des populations marines que pour les recyclages gazeux. L'océan est ici décrit par la vitesse de ses courants, modèlisés par des équations aux dérivées partielles de type Navier-Stokes incompressible avec des termes de bord de type Neumann-Dirichlet prenant en considération les effets dus au vent.
Trois équations d'évolution rendent compte de l'activité du plancton — soumis aux courants — réduit à trois densités : le zooplancton, le phytoplancton et le nutriment. L'existence et l'unicité des solutions pour chacun des systèmes sont ensuite établies, ainsi que la positivité des densités biologiques. Des propriétés sur la dynamique globale du système sont ensuite démontrées : existence d'attracteurs maximaux, leur connexité, leur compacité ainsi que des majorations de leurs dimensions fractales et de Haussdorff.
Les théorèmes établis pour le modèle de plancton ne font pas apparaître l'importance des courants : leur influence est exhibée grâce à des simulations numériques portant sur l'étude d'un attracteur trivial. Cette partie repose sur la définition d'un algorithme dont la stabilité est étudiée mathématiquement, étape souvent omise, ainsi que sur son implémentation sur ordinateur. Ces dernières font apparaître l'importance de la diffusion et tendent à montrer que le temps d'entrée du système planctonique dans son attracteur ne dépend pas de la forme du profil du vent mais de son travail.
En adaptant des résultats mathématiques à des notions souvent employées en océanographie de manière non rigoureusement justifiée et en considérant des modèles utilisables sans être trop abstrait, l'intérêt de ces deux disciplines est toujours gardé en vue.

Karine Pichard
Directeur de thèse : S. Gautier

Équations différentielle dans les espaces métriques. Applications à l'évolution des domaines.

Soutenue le 30 novembre 2001
à l'université de Pau et des Pays de l'Adour

Le but de cette thèse est de présenter des modèles d'évolution de domaines dont le comportement de type différentiel dépend de la forme globale de la zone étudiée, comme, par exemple, les incendies. Le cadre est donc les parties de $\mathbb{R}^n$.
Le premier chapitre est consacré au calcul différentiel dans les espaces

métriques via le calcul mutationnel. Une étude d'existence, d'unicité, de stabilité et de viabilité a été menée pour les équations mutationnelles à retard.

Les opérations sur les parties de $\mathbb{R}^n$ constituent le deuxième chapitre. Une nouvelle différence ensembliste a été introduite. D'autre part, un résultat sur les propriétés de Lipschitz de l'application qui, à deux ensembles, associe leur différence de Minkowski a été établi dans le cadre général des parties convexes d'un espace vectoriel normé de dimension quelconque.

Les applications sont développées dans le troisième chapitre dans lequel sont présentés des modèles d'évolution de domaines, en utilisant comme champs d'évolution les opérations décrites auparavant. Se basant sur une étude numérique de la différence de Minkowski, nous avons pu représenter numériquement un modèle dont le champ d'évolution utilise cette différence.

Jean-Claude Jolly
Directeur de thèse : J.-J. Loeb

Solutions méromorphes sur $\mathbb{C}$ des systèmes d'au moins deux équations aux différences à coefficients constants et à deux pas récurrents (première partie). Solutions à epsilon près de systèmes d'équations aux dérivées partielles non linéaires de type mixte posées sur des ouverts non bornés (deuxième partie).

Soutenue le 11 décembre 2001 à l'université d'Angers

Dans la première partie, on s'intéresse aux solutions méromorphes sur $\mathbb{C}$ d'un système de deux équations aux différences à coefficients constants et à deux pas récurrents. Lorsqu'on fait varier ce système, les solutions décrivent une certaine algèbre $D[s, t]$ en rapport avec les fonctions elliptiques habituelles et celles de deuxième espèce de Hermite, ainsi que la fonction Z de Jacobi. Pour un système donné, les solutions trouvées forment sur le corps des fonctions elliptiques un espace vectoriel de dimension finie, en rapport avec les ordres des deux courbes algébriques issues du système. On détermine celles de ces solutions qui sont entières ; elles forment un espace vectoriel sur $\mathbb{C}$ de dimension inférieure ou égale à la précédente. Un exemple est traité, dans le cadre méromorphe, à l'aide du logiciel de calcul formel Maple6. Dans la deuxième partie, on s'intéresse à la résolution de systèmes d'EDP non linéaires, de type mixte, dans des ouverts non bornés. Cet aspect non borné est un thème important de l'étude. Le cas significatif considéré est celui d'un modèle d'écoulement transsonique. Le cadre hilbertien d'espaces de Sobolev permet de ramener le problème à l'annulation d'une fonctionnelle. Cette annulation est obtenue à epsilon près à l'aide d'un algorithme de type gradient. La prise en compte d'une condition d'entropie supplémentaire est traitée par une méthode de pénalisation des fonctionnelles considérées. L'encadrement à epsilon près de leurs bornes inférieures donne des solutions généralisées à epsilon près.

Samuel Biton
Directeur de thèse : G. Barles

Semi-groupes monotones non-linéaires, équations géométriques et solutions de viscosité des équations quasilinéaires paraboliques.

Soutenue le 13 décembre 2001 à l'université de Tours

Dans la première partie de cette thèse, nous montrons que tout semi-groupe défini sur un espace de fonctions continues sur $\mathbb{R}^N$ est, sous des hypothèses de régularité et de localité, un semi-groupe associé à une équation aux dérivées partielles du second ordre parabolique.

Dans la deuxième partie, nous étudions les propriétés d'existence et d'unicité pour les solutions de l'équation d'évolution des graphes par courbure moyenne ainsi que d'équations quasilinéaires plus générales posées dans tout l'espace.

Dans un premier article, nous utilisons l'approche par ensemble de niveau pour obtenir des bornes L^∞ locales et des conditions d'unicité pour les solutions d'une classe d'équations quasilinéaires. L'application majeure de cette méthode étant un résultat complet d'existence et d'unicité sans condition de croissance à l'infini dans le cas d'une donnée initiale convexe.

Dans un second article, nous montrons, dans le cas particulier de la dimension 1, un résultat d'unicité sans restriction sur le comportement à l'infini de la donnée initiale ni des solutions. Ce résultat est généralisé à une classe d'équations posées dans $\mathbb{R}^N$.

Enfin, dans un troisième article, nous prouvons un résultat de comparaison dans la classe des fonctions à croissances polynomiales. Celui-ci est obtenu sous condition de croissance de type polynomial sur les gradients de la donnée initiale et pour une large classe d'équations quasilinéaires incluant celle d'évolution des graphes par courbure moyenne indépendemment de la dimension.

Nabil Atallah
Directeur de thèse : A. Rigal

Analyse des méthodes itératives par points pour les problèmes de Diffusion-Convection approchés par les schémas compacts.

Soutenue le 18 février 2002 à l'université Paul Sabatier

Cette thèse a pour cadre l'étude des problèmes de Diffusion-Convection modélisés par les équations de Navier-Stokes linéarisées, et plus précisément l'approximation par différences finies des problèmes fortement convectifs.

À ce propos, les limites d'utilisation des schémas de base, centré d'ordre 2 instable, décentré d'ordre 1 qui présentent une forte viscosité artificielle nous ont conduit à l'étude des schémas compacts d'ordre 4 (à 3 points en 1D et 9 points en 2D). L'objectif principal est l'étude et la résolution des systèmes linéaires associés.
La première partie concerne des problèmes monodimensionnels. Dans ce contexte, nous avons obtenu de nouveaux résultats : estimation du conditionnement des systèmes

linéaires associés, conditions suffisantes de convergence de la méthode SOR et mise en évidence du rôle du sens de parcours en liaison avec les caractéristiques de propagation du modèle. Pour les études d'erreur, comme pour la résolution des systèmes linéaires, le paramètre de référence est le nombre de Reynolds discret, rapport entre le pas de discrétisation h et le coefficient de diffusion ε.

La deuxième partie concerne les problèmes bidimensionnels discrétisés à l'aide du schéma compact à 9 points, d'ordre 4 et les systèmes linéaires associés. L'extension de résultats classiques pour la méthode SOR appliquée aux schémas à 9 points pour le Laplacien a été réalisée pour les problèmes de diffusion-convection. La mise en œuvre numérique des schémas étudiés a ensuite été réalisée. Les tests implémentés mettent en évidence le lien entre le sens de parcours et le phénomène de propagation. Enfin, comme dans le cas 1D, le comportement de l'erreur globale des schémas a été étudié numériquement pour des valeurs du coefficient de diffusion ε entre 10^{-1} et 10^{-5}.

Délia Jiroveanu
Directeurs de thèse : G.-H. Cottet, B. Michaux &
G. Constantin (Université de l'ouest de Timisoara)

Analyse mathématique et numérique de certains modèles de viscosité turbulente.

Soutenue le 8 mars 2002
à l'université Joseph Fourier

La compréhension des phénomènes turbulents représente un des problèmes majeurs actuels. Bien que les équations qui décrivent ces phénomènes soient bien connues (les équations de Navier-Stokes), leur résolution analytique ou numérique reste limitée à des écoulements en géométries simples et à des nombres de Reynolds faibles. La méthode de Simulation des Grandes Echelles (LES) est bien adaptée pour la prédiction des écoulements turbulents, sans faire appel à des moyens informatiques prohibitifs. Cette méthode consiste à ne calculer que les grandes structures d'un écoulement turbulent, l'influence des petites structures étant prise en compte via un modèle de turbulence.

Trois principaux objectifs ont déterminé l'orientation de ce travail : l'étude théorique du modèle de Smagorinsky, le développement de modèles de turbulence et l'étude numérique du comportement de quelques modèles sous-maille dans deux configurations — la reconnection des deux tubes de vorticité et la turbulence homogène et isotrope — . Sur la base de résultats théoriques dus à P. Constantin et Ch. Fefferman, on s’intéresse à une variante sélective du modèle de Smagorinsky et à un modèle anisotrope sélectif. Nous évaluons les forces et les faiblesses de ces modèles par des comparaisons avec des résultats obtenus pas des simulations numériques directes ou utilisant d’autres modèles (le modèle de Smagorinky classique et un modèle de type différentiel).

Eric Landes
Directeur de thèse : G. Authie

Allocation de ressources de télécommunications dans une constellation de satellites à orbite basse.

Soutenue le 4 avril 2002
à l’université Paul Sabatier

Dans le cadre de la fourniture de services haut-débit (transfert de fichiers, images ou vidéos, visioconférence,...) pour des utilisateurs répartis dans le monde entier, de nouveaux systèmes basés sur des constellations de satellites à orbite basse ont été imaginés. L’intérêt de tels systèmes est de permettre aux utilisateurs de disposer d’un accès haut-débit direct en s’affranchissant du réseau téléphonique. La faible altitude des satellites permet également de diminuer fortement le temps de propagation des données par rapport à des systèmes géostationnaires. L’étude réalisée dans cette thèse s’intéresse au problème de la planification de l’utilisation de ressources dans une constellation de satellites à orbite basse : antennes des stations au sol, antennes des satellites défilants, fréquences dans les liens entre les stations au sol et les satellites. Elle a été appliquée au système SKYBRIDGE dont le maître d’œuvre est ALCATEL SPACE INDUSTRIES.

La première partie de la thèse décrit l’architecture d’une constellation de satellites, et plus particulièrement les spécifications de la constellation SKYBRIDGE. A partir de ces spécifications, une formulation mathématique du problème de planification est proposée. La complexité du problème nous a conduit à en proposer une résolution séquentielle : allocation de liens entre les stations au sol et les satellites, puis allocation de fréquences dans les liens choisis.

La deuxième partie de la thèse présente deux modèles d’allocation de liens. Le premier modèle, qui ne permet pas de prendre en compte l’ensemble des contraintes du système, est basé sur une discrétisation temporelle. Il se ramène à la résolution d’une succession de problèmes classiques de flots maximaux. Le deuxième modèle, qui prend en compte l’ensemble des contraintes du système, se ramène à la recherche de chemins dans des graphes d’intervalles. Des méthodes de résolution utilisant des métaheuristiques sont présentées et testées sur des jeux de données de taille réelle.

La troisième partie de la thèse traite enfin du problème de l’allocation de fréquences. Plusieurs modèles classiques d’allocation de fréquences sont adaptés au cas du système SKYBRIDGE. Ils s’expriment de façon équivalente sous la forme de programmes linéaires en variables $0, 1$ ou de coloration dans des graphes d'interférences. Ces modèles ont été également testés sur des jeux de données de taille réelle. Certains problèmes peuvent être résolus de manière exacte. Pour les problèmes difficiles, des méthodes de résolution basées sur des méta-heuristiques ont été développées.

Bruno Carpentieri
Directeur de thèse : M. Dayde

Préconditionneurs creux pour systèmes linéaires denses dans des applications en électromagnétisme.

Soutenue
à l'université Paul Sabatier

Dans cette thèse, nous étudions des préconditionneurs creux par inverse approché pour la résolution de systèmes linéaires denses issus d'applications en électromagnétisme en formulation intégrale.

L'objectif de ce travail était le développement de préconditionneurs robustes et parallèles pouvant être intégrés ultérieurement dans des codes de simulation capables de traiter des géométries industrielles de très grandes tailles.

Dans un premier temps, nous avons réalisé une étude comparative des divers préconditionneurs initialement développés en algèbre linéaire creuse en les adaptant au traitement de matrices denses. En particulier, nous avons proposé une stratégie efficace permettant de définir a priori la structure creuse d'un préconditionneur base sur un inverse approché minimisant la norme de Frobenius.

Cette approche a été implémantée par un autre doctorant dans un code parallèle qui exploite une méthode « fast multipole » pour le calcul de l'opération produit matrice-vecteur dans les méthodes de Krylov. Ce code nous a permis d'évaluer l'évolution de notre préconditionneur lors de la résolution de systèmes linéaires de taille croissante et d'en caractériser les limites. Afin de repousser ces limites, nous avons proposé un schéma numérique basé sur des itérations emboîtees qui nous a permis d'améliorer notablement la robustesse de notre préconditionneur sur des problèmes de grande taille. Cette technique nous a permis de réduire les coûts de calcul ainsi que de pouvoir traiter des géometries complexes comme celle d'un avion avec plus d'un million de degrés de liberté.

Enfin, nous avons également réalisé une étude préliminaire sur des préconditionneurs à deux niveaux spectraux qui exploitent des propriétés spectrales du système préconditionné.

Karim Chaib
Directeur de thèse : F. de Thelin

Quelques résultats sur les systèmes d'équations aux dérivées partielles faisant intervenir l'opérateur p-Laplacien.

Soutenue
à l'université Paul Sabatier

Cette thèse concerne l'étude de systèmes d'équations aux dérivées partielles faisant intervenir le p-Laplacien ($\Delta_p u = div(|\nabla u|^{p-2}\nabla u)$).

Cet opérateur elliptique dégénéré apparaît dans de nombreux problèmes aussi bien en mathématiques fondamentales qu'en sciences expérimentales. Nous avons étudié certaines propriétés des solutions de tels systèmes comme l'existence, l'unicité, la régularité, la positivité,.... Nous avons généralisé au cas des domaines non bornés des outils très utilisés dans l'étude de ces équations. Une partie de cette thèse a été aussi consacrée à l'étude du comportement asymptotique des solutions de systèmes paramétrés.

Jean-Christophe Rioual
Directeur de thèse : P. Amestoy

Solving linear systems for semiconductor device simulations on parallel distributed computers.

Soutenue le 23 avril 2002
à l'université Paul Sabatier

Dans cette thèse, nous étudions différentes implémentations de la résolution des systèmes linéaires dans le cadre de la simulation 2D de semiconducteurs sur des machines parallèles distribuées. Les semiconducteurs sont modélisés en utilisant les équations de dérive-diffusion avec le potentiel électrostatique et les quasi-niveaux de Fermi comme inconnues.

L'objectif principal de ce travail est de développer à partir d'un code séquentiel préexistant une version parallèle dans un environnement à mémoire distribuée en utilisant MPI comme bibliothèque d'échange de messages. La principale difficulté réside dans l'implémentation efficace de solveurs linéaires parallèles. Les systèmes linéaires à résoudre sont creux et peuvent être symétriques définis positifs ou bien non symétriques. Afin de résoudre ces systèmes, nous étudions des méthodes directes parallèles ainsi que des méthodes de décomposition de domaines sans recouvrement. Nous utilisons intensivement le logiciel MUMPS qui est une implémentation parallèle de la méthode multifrontale pour la factorisation des systèmes linéaires creux. Ce logiciel peut-être utilisé comme boîte noire ou bien comme outil pour l'implémentation de méthodes de sous-structuration itérative ou directe.

Dans le cas itératif nous utilisons des solveurs de Krylov préconditionnés pour résoudre les systèmes de Schur. Plusieurs préconditionneurs sont testés, y compris des préconditionneurs à deux-niveaux comme le préconditionneur « Balanced Neumann-Neumann » dans le cas SPD. Nous testons également plusieurs méthodes de scaling pour le système de Schur. Nous présentons une comparaison en termes de performance des méthodes directes et parallèles sur des problèmes issus d'applications.

Pour conclure, nous présentons une étude préliminaire d'un préconditionneur à deux niveaux qui exploite des propriétés spectrales du système préconditionné.

Julien Pommier
Directeur de thèse : M. Masmoudi

L'asymptotique topologique en électromagnétisme.

Soutenue le 24 mai 2002
à l'Insa de Toulouse

Des techniques d'optimisation de forme, dites « classiques » sont couramment utilisées dans l'industrie. Elles se fondent sur une hypothèse a priori sur la forme optimale souhaitée. L'objectif de ce mémoire est de s'intéresser à une autre approche de l'optimisation de forme, dite topologique, où aucune hypothèse n'est faite sur la forme optimale recherchée. La technique présentée ici, l'asymptotique topologique, se base sur la sensibilité de la fonction coût par rapport à l'introduction de trous infinitésimaux dans le domaine de calcul. Le contexte considéré sera celui des équations de Maxwell.

Dans un premier temps, le cadre théorique général de l'asymptotique topologique est mis en place. Une expression asymptotique est obtenue pour les équations de Maxwell. On montre ensuite comment généraliser cette idée à des problèmes discrets. On s'intéresse ensuite aux techniques de résolution des équations de Maxwell basées sur les différences finies. La construction d'un code différences finies (FDTD), gérant de manière optimale les différentes hiérarchies de mémoires est considérée, ainsi que sa parallélisation. Dans un second temps, une technique basée sur les dérivées d'ordre élevé est présentée. Son intérêt est d'être construite « au-dessus » d'un code FDTD classique, transformant celui-ci en un solveur éléments finis.

Enfin, on présente des exemples numériques d'application de l'asymptotique topologique sur des problèmes d'inversion de forme à partir de données sur le champ diffracté. Ces résultats s'appuient largement sur le code FDTD développé à l'occasion de cette thèse. Les problèmes traités sont la détection d'objets enfouis, l'identification d'objets métalliques en espace libre et dans des cavités métalliques.

Victor filipe Martins da Rocha
Directeur de thèse : B. Cornet

Équilibre général avec une double infinité d'agents et de biens.

Soutenue le 3 juin 2002
à l'université Paris 1
Pathéon-Sorbonne

Nous proposons une nouvelle approche pour démontrer l'existence d'équilibres de Walras pour des économies avec un espace mesuré d'agents et un espace des biens de dimension finie ou infinie. Dans un premier temps (chapitre 1) on démontre un résultat de discrétisation des correspondances mesurables, qui nous permettra de considérer une économie avec un espace mesuré d'agents comme la limite d'une suite d'économies avec un nombre fini d'agents. Dans le cadre des économies avec un espace mesuré d'agents, on applique tout d'abord (chapitre 2) ce résultat aux économies avec un nombre fini de biens, puis (chapitre 3) aux économies avec des biens modélisé par un Banach séparable ordonné par un cône positif d'intérieur non vide, et finalement (chapitre 4) aux économies avec des biens différenciés. On parvient ainsi à généraliser les résultats d'existence de Aumann (1966), Schmeidler (1969), Hildenbrand (1970), Khan et Yannelis (1991), Rustichini et Yannelis (1991), Ostroy et Zame (1994) et Podczeck (1997) aux économies avec des préférences non ordonnées et un secteur productif non trivial.

Jean-Marie Buchot
Directeurs de thèse : J. P. Raymond & P. Villedieu

Stabilisation et contrôle optimal des équations de Prandtl.

Soutenue le 10 juin 2002
à l'Ensae — Toulouse

Nous étudions la stabilisation d'un écoulement 2D, incompressible, sur une plaque plane par un contrôle feedback correspondant à une vitesse d'aspiration pariétale située près du bord d'attaque. Dans la couche limite laminaire, l'écoulement est modélisé par les équations de Prandtl. Une perturbation d'un écoulement stationnaire étant donnée, nous recherchons une loi de contrôle permettant de stabiliser les variations de la position de transition du régime laminaire au régime turbulent. Cette loi est calculée par résolution d'un problème LQR posé en horizon infini. A l'aide de la transformation dite de Crocco, le système de Prandtl se réduit à une équation parabolique fortement dégénérée. Nous montrons l'existence et l'unicité d'une solution faible pour l'équation parabolique dégénérée linéarisée (l'équation d'état du problème LQR). Dans ce contexte, l'étude de l'équation de Riccati algébrique du problème de contrôle n'est pas standard. Nous avons développé un schéma *Différences finies–Volumes finis* pour résoudre les modèles non linéaires et linéarisés. Différents tests numériques permettent de mesurer l'efficacité de la loi de feedback appliquée au modèle non linéaire, dans le cas d'observations partielles et bruitées du système.

Nadjombé Faré
Directeurs de thèse : A. Brillard & E. Maitre

Modélisation mathématique et simulation numérique du drapé d'un textile.

Soutenue le 26 juin 2002
à l'université de Haute Alsace de Mulhouse

L'origine de ce travail est l'étude de la déformation d'un textile déposé sur un support (bi et tri-dimensionnel) et soumis à son propre poids. Le travail présenté dans cette thèse comprend deux parties essentielles :

– Dans la première partie, nous établissons les équations d'équilibre dans le cas général et introduisons deux modèles mathématiques décrivant le comportement du drapé du tissu. Le premier est un modèle membranaire non-linéaire dont l'analyse mathématique conduit au calcul de l'enveloppe quasi-convexe de la densité d'énergie qui y est associée. Le deuxième modèle (modèle

membrane-flexion non-linéaire) est construit par ajout d'un terme régularisant à une fonctionnelle énergie non-coercive. Nous prouvons l'existence d'au moins une solution pour ce modèle de minimisation en utilisant les techniques du calcul des variations. Enfin l'existence de solutions pour le problème de drapé tri-dimensionnel (nappe posée sur une sphère) est établi au chapitre 4.
- La seconde partie est consacrée à l'analyse numérique des différents modèles élaborés dans la première partie. Nous utilisons une méthode itérative de descente couplée avec une méthode multigrille afin d'accélérer la convergence de l'algorithme. D'autre part, nous effectuons l'analyse numérique du problème en utilisant la méthode des éléments finis. Nous montrons que le problème discret admet une solution. Enfin la convergence théorique d'une sous-suite de solutions discrètes vers une solution du problème continu est examinée.

Troisième congrès international
MULTIVARIATE APPROXIMATION : THEORY AND APPLICATIONS
Cancun (Mexique), 24–29 avril 2003
http://lmi.insa-rouen.fr/~mata2003

Thème
Ce congrès est consacré aux différents aspects de l'approximation à plusieurs variables : Méthodes d'interpolation et d'approximation utilisant des fonctions splines, des ondelettes, des fonctions radiales ou des polynômes orthogonaux,. . . ; Imagerie mathématique ; Dessin et géométrie assistés par ordinateur, ainsi que leurs applications, par exemple dans les domaines suivants : lissage de données quelconques, de courbes et de surfaces, modélisation géométrique, de solide, de terrain, « offsets » de surfaces, traitement d'image, surfaces obtenues par subdivision météorologie, hydrologie, robotique, prédiction de trajectoires,. . .

Conférenciers invités
Claude Brézinski (France), Eduardo Bayro Corrochano (Mexique), Costanza Conti (Italie), Gerald Farin (Etats Unis), Mariano Gasca (Espagne), Sonia Gomez (Brésil), Klaus Gürlebeck (Allemagne), Quiaode Jeffrey Ge (Etats Unis), Victoria Hernandez (Cuba), Angela Kunoth (Allemagne), Will Light (Angleterre), Marie-Laurence Mazure (France), F. J. Narcowich (Etats Unis), Gregory Nielson (Etats Unis), Marco Paluszny (Venezuela), Robert Schaback (Allemagne).

Comité scientifique
Dominique Apprato (Pau), Claude Brézinski (Lille), Mariano Gasca (Saragosse), Tim Goodman (Dundee), Christian Gout (Rouen), Tom Lyche (Oslo), Gregory Nielson (Tempe), Allan Pinkus, (Tel Aviv), Christophe Rabut (Toulouse), Robert Schaback (Göttingen), Leonardo Traversoni (Mexico).

Communications et inscriptions
Les propositions de communication doivent être envoyées à l'un des organisateurs avant le 31 janvier 2003 (voir détails sur la page Web). Les inscriptions sont souhaitées avant le 15 février 2003.

Actes : Publiés dans un numéro spécial de « Numerical Algorithms ».

Organisateurs
Christian Gout (INSA, Rouen, France), Christophe Rabut (INSA, Toulouse, France), Leonardo Traversoni (UAM, Mexico, Mexique).

Précédents congrès
« First International Conference on Scattered Data Fitting », Cancun, Mexique, 2-8 mars 1995.
« Second International Conference on Multivariate Scattered Data Fitting », Puerto Vallarta, Jalisco, Mexique, 15-20 Avril 1999.

Soutiens scientifiques
Les organismes suivants apportent leur soutien scientifique à ce congrès : l'Association Française d'Approximation (AFA-SMAI) le ministère de l'Éducation nationale et de la Recherche, France la Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI), la Sociedad Matematica Mexicana (SMM), la Universidad Autonoma Metropolitana (Iztapalapa) (UAM).

RAPPORT SUR LE CANUM 2002

par Chérif Amrouche et Robert Luce

Le 34e Congrès National d'Analyse Numérique (Canum 2002) a eu lieu du 27 au 31 mai 2002 au VVF d'Anglet, dans les Pyrénées Atlantiques. Il a été organisé par le laboratoire de Mathématiques appliquées de l'université de Pau et des Pays de l'Adour et la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI), avec le soutien du GDR 2290 du CNRS qui a apporté une contribution financière importante. Le congrès a reçu le soutien financier de nombreux et généreux sponsors tant publics que privés (voir le site web pour plus de détails : `http://canum2002.univ-pau.fr`). Cette manifestation a rassemblé 220 participants, dont un grand nombre de jeunes chercheurs, avec une présence moyenne de 180 chaque jour. Ce niveau de participation est plus faible que celui attendu. Plusieurs annulations, lors des deux semaines précédant le congrès, ainsi que la proximité en temps du colloque en la mémoire de Jacques-Louis Lions peuvent expliquer cette relative faiblesse de participation. Pour mémoire, le congrès SMAI 2001, qui recouvrait tous les aspects des mathématiques appliquées et industrielles, a réuni un peu moins de 300 personnes et le Canum 2000 environ 270 participants.

Le programme scientifique de la manifestation comprenait neuf conférences plénières d'une heure couvrant un domaine très large en analyse numérique, dont une ouverture vers les probabilités avec la conférence de C. Cocozza (voir le site web). Une demi-journée « ibérique », animée par J.I. Diaz et trois conférenciers, a permis de faire le point sur certaines questions d'actualité intéressant la communauté scientifique ibérique. Pour des raisons personnelles, une semaine avant le début du congrès, D. Arnold a dû annuler sa participation. Six mini-symposiums, de deux heures chacun ont donné un aperçu des progrès récemment obtenus dans des domaines très pointus. La « demi-journée industries et services » a été coordonnée par Robert Eymard et Roland Masson sur le thème : *Modèles mathématiques et numériques de remplissage des bassins sédimentaires*.

Par ailleurs, notons que parmi les communications soumises au comité scientifique, 60 communications orales (25 minutes chacune) et 46 murales ont été sélectionnées. Elles sont réparties en dix sessions orales et deux sessions murales respectivement. La bonne organisation de ces sessions a permis de montrer que la présentation d'un poster était une alternative intéressante à la communication orale. En effet, une communication murale permet souvent de susciter des discussions plus approfondies entre les participants et les auteurs. La présentation d'un poster doit donc être considérée comme l'« équivalent » d'une communication orale. Les deux sessions murales organisées ont été très suivies par les congressistes et on peut remarquer la grande qualité scientifique et la bonne présentation de l'ensemble des posters. Afin d'animer ces sessions, l'idée du concours du « meilleur poster » a été reconduite et avec la générosité des éditeurs scientifiques (EDP Sciences, Oxford University Press et Springer), nous avons pu offrir des bons d'achat de livres d'une valeur d'environ 150 euros à chacun des quatre lauréats. Les critères de sélection des posters ont été les suivants : intérêt scientifique, capacité de l'auteur à présenter son travail, qualité « esthétique » du poster (on a pu remarquer de très bons posters qui n'ont pas nécessité des moyens onéreux pour leur réalisation).

Cette année encore, les éditeurs de logiciels (Comsol, Minitab) et les éditeurs scientifques (EDP Sciences, Dunod, Elsevier, Oxford University Press et Springer) ont répondu présents, par la tenue de stands ou par des plaquettes publicitaires. Et comme il est maintenant de coutume au Canum, une session a été réservée à des présentations de logiciels ; ce sont le projet Salome d'Open Cascade et le logiciel Femlab de Comsol qui ont été présentés.

Une trentaine de bourses jeunes chercheurs d'une valeur de 150 euros chacune ont été attribuées (sur 45 demandes) allégeant ainsi les charges de certains laboratoires.

Coté réjouissances, essentielles comme chacun en conviendra, un apéritif a été organisé le lundi soir pour célébrer les retrouvailles des « amis de trente et un ans » : Michel Brauner, Jean-François Maître,. . . Dans le même lieu, s'est tenu en effet en 1971 le 31^{e} Canum organisé par Toulouse . Dans un magnifique cadre naturel, au bord de l'océan atlantique, l'atmosphère agréable de ce moment s'est retrouvée pendant toute la semaine, même si le beau temps, commandé pourtant trois ans auparavant !, ne s'est manifesté que pendant les deux derniers jours. Comme d'habitude, l'après-midi du mercredi a permis aux congressistes de se détendre (nous avons noté une assiduité particulière dans l'ensemble des sessions, à l'exception du vendredi matin : le mondial de football qui débutait dans l'après-midi est-il le principal responsable ?). Deux excursions étaient programmées : une visite à San-Sebastian et une autre pour découvrir les villages pittoresques basques. Enfin, un groupe folklorique a fait la joie des congressistes, pendant près d'une heure et demie, avec des très beaux chants et danses basques avant le repas de gala et la soirée dansante jusqu'au petit matin.

En conclusion, le 34e Congrès National d'Analyse Numérique s'est déroulé dans de très bonnes conditions. La variété, la qualité et le choix des conférenciers invités (dont six étrangers : cinq européens, un américain), tous de niveau international ont été très appréciés par l'ensemble des participants. Le niveau scientifique, sur des problèmes physiques essentiels, des conférences et des communications démontrent la bonne santé de la recherche française dans le domaine de l'analyse numérique et plus généralement des mathématiques appliquées. Le nombre de jeunes participants (50% environ) et la qualité de leurs communications démontrent, si besoin était, la vitalité de la communauté et du domaine scientifique.

Les actes du congrès seront publiés sous forme électronique dans la revue de la SMAI Esaim : Proc. éditée par EDP Sciences. Ils seront disponibles gratuitement sur le site `www.emath.fr/proc/`.

DEMI-JOURNÉE INDUSTRIELLE DU CANUM 2002 MODÈLES MATHÉMATIQUES ET NUMÉRIQUES DE REMPLISSAGE DES BASSINS SÉDIMENTAIRES

par Robert Eymard, Roland Masson

L’objectif de cette demi-journée était d’ouvrir une fenêtre sur les enjeux industriels et scientifiques de la modélisation stratigraphique qui sont encore largement méconnus de la communauté des mathématiques appliquées.

Didier Granjeon (IFP) a d’abord présenté les *Enjeux industriels de la modélisation stratigraphique*.

Dans l’industrie pétrolière, la modélisation stratigraphique est utilisée comme outil de prédiction de la nature du sous-sol. Le lien entre le modèle d’évolution du relief et le principe de conservation de la masse nous permet en effet de reconstituer progressivement le dépôt ou l’érosion des couches sédimentaires, et ainsi de caractériser l’évolution en espace et en temps du sous-sol. Cette caractérisation va nous permettre par exemple de prédire la nature des sédiments déposés dans des milieux difficiles d’accès, telle que le domaine marin profond au large du Brésil. Au large du Brésil, sous une tranche d’eau de plus de 1000 mètres, et sous une couverture sédimentaire également supérieure au kilomètre, l’imagerie sismique montre en effet des corps sédimentaires avec une structure chaotique, laissant supposer une origine gravitaire (avalanche sédimentaire marine). Un forage dans de tels environnements est extrêmement coûteux, et représente des investissements de l’ordre de quelques centaines de millions de dollars. Un tel forage ne peut pas être sec, c’est-à-dire ne pas trouver de pétrole. Une modélisation stratigraphique, permettant d’imager le sous-sol, est donc un moyen sûr de réduire les incertitudes sur la nature des couches géologiques, et de réduire les risques liés à un tel investissement. A l’opposé, le Moyen-Orient est la zone la plus riche en pétrole. Mais cette ressource n’est pas inépuisable, et la récupération du pétrole piégée dans les sédiments n’est pas une chose aisée. Ainsi grâce aux nombreux puits disponibles, un modèle géologique qualitatif assez précis de la région a pu être obtenu. Cependant, l’optimisation des ressources pétrolières ne peut se faire que par le biais d’un modèle numérique 3D du sous-sol fourni par la modélisation stratigraphique.

En résumé, la modélisation stratigraphique, discipline naissante dans le domaine des géosciences, est appelée à devenir un outil essentiel dans le monde pétrolier.

La modélisation stratigraphique pose de nombreux problèmes ouverts de modélisation, de mise à l'échelle et de couplage de phénomènes physiques agissant à des échelles de temps et d'espace très hétérogènes. Dans le domaine pétrolier, elle est appliquée sur des durées géologiques (un bassin sédimentaire a une histoire pétrolière sur une durée de l'ordre de la centaine de millions d'années) et sur des échelles « bassin » (de l'ordre de plusieurs centaines de kilomètres). Elle doit donc résoudre les interactions entre déformation, apports et transports avec des échelles de temps de l'ordre de la centaine de milliers d'années et des échelles d'espace de l'ordre du kilomètre. Or, cette interaction fait appel à des processus allant du microscopique (comment un grain de sable ou une particule d'argile sont-ils transportés par l'eau), au macroscopique (comment la croûte terrestre réagit-elle à un flux thermique, ou à un étirement), en passant par une échelle intermédiaire (quelle est l'influence relative des tempêtes par rapport au régime de houle permanent sur un rivage).

En plus de cet exposé d'introduction, la demi-journée a comporté trois présentations : *Simulations de l'enregistrement sédimentaire 3D des marges continentales à partir de modèles diffusifs ou diffusifs-particulaires basés sur des schémas aux différences finies* par Amélie Quiquerez (lab. Biogéosciences, Dijon) ; *Modèle diffusif multilithologique sous contrainte de taux d'érosion maximal* par Véronique Gervais (IFP) et *Modélisation couplée d'évolution des bassins sédimentaires* par Evgenii Burov (lab. Tectonique, UPMC).

Le premier exposé est parti des observations de terrain du géologue pour aboutir à deux types de modèles de transport des sédiments « diffusif » et « particulaire » en milieux marin. La problèmatique du couplage et de mise à l'échelle de ces deux modèles qui agissent à des échelles de temps différentes est ouverte. La seconde présentation a détaillé l'écriture mathématique des modèles de type diffusifs comportant plusieurs lithologies (sable, argile,...) et couplés avec un modèle de limitation du taux d'érosion des sédiments. Ces problèmes apparaissent originaux et restent ouverts sur le plan de l'analyse mathématique. La troisième présentation traitait du couplage des modèles de déformations thermomécaniques avec les modèles d'érosion.

Ces exposés ont permis une première sensibilisation de la communauté des mathématiques appliquées et de l'analyse à des problèmes importants sur le plan industriel et encore très mal étudiés. Ces problèmes devraient cependant attirer prochainement de nombreux chercheurs, compte tenu des possibilités offertes d'étude de problèmes originaux.

POINT DE VUE D'UN PARTICIPANT DE BASE

par Bijan Mohammadi

En tant que futur organisateur, je dois saluer l'organisation efficace et détendue de nos collègues Palois. J'espère que les Montpelliérains feront aussi bien l'année prochaine à la Grande Motte. Le centre VVF était très agréable et pratique. Il permettait notamment de rester à l'intérieur, ce qui a été très utile vu les conditions météo. Les deux derniers jours, on a pu quand même se mesurer à l'océan, sous la surveillance étroite des CRS.

En tant que numéricien, j'ai vraiment apprécié l'évolution de la vision de la communauté sur ce qu'est un outil numérique et sa déviation inévitable par rapport aux modèles théoriques qui ont été à la base de son développement. Sur ce thème, j'ai particulièrement apprécié les présentations de T. Gallouët et J. Blum qui ont mis en évidence de telles situations.

Je voudrais profiter aussi de ces quelques lignes pour citer quelques remarques relevées lors de discussions avec les collègues pendant le congrès. Tout d'abord, celle, récurrente, sur la participation des membres confirmés de la communauté au Canum.

En fait, le manque de participation le plus sensible concerne les collègues de 35-45 ans. Autre remarque concernant la participation : certains laboratoires de mathématiques appliquées n'avaient aucun représentant, et pourtant le Canum reste un lieu privilégié pour récupérer de l'information et développer des contacts.

La jeunesse du public a peut être été la cause d'un déficit de questions posées, en particulier aux conférenciers invités.

C'est vrai que dans une grande salle on n'ose pas prendre le micro et poser une question que l'on a du mal à formuler. Il faudrait que les membres les plus expérimentés donnent l'exemple. Ce qui, en plus, détendrait l'ambiance.

Il faut réfléchir à des Canum plus faciles d'accés pour que les gens qui veulent ou peuvent venir uniquement deux jours puissent le faire. Je préfère une participation large mais partielle dans le temps plutôt qu'une absence totale.

Je pense qu'il serait bon dans le futur, et c'est ce que j'essaierai de mettre en place au prochain congrès, d'avoir une représentation systématique des GDRs dans les minisymposia. Au GDR « Optimisation et contrôle actif de formes », j'avais remarqué que souvent ces structures pouvaient amener leurs membres à fonctionner dans une communauté séparée. Et pourtant le Canum est une occasion évidente d'élargir les participations au GDR. Il serait bon que le CNRS donne une indication dans ce sens.

COMPTE-RENDU DU CONGRÈS DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES À LA MÉMOIRE DE JACQUES-LOUIS LIONS

par François Murat & Jean-Pierre Puel

Le *Congrès de mathématiques appliquées à la mémoire de Jacques-Louis Lions* a été organisé au Collège de France du 1er au 5 juillet 2002 à l'initiative de ses anciens élèves et avec l'accord de la famille.

Jacques-Louis Lions, qui fut entre autres professeur à l'université Paris 6, à l'École polytechnique et au Collège de France et président de l'Académie des sciences, fut un grand scientifique et professeur, et également un acteur important dans de grands organismes aux confins de la Science et de l'Industrie : il fut président de l'Inria puis du CNES et président ou membre de nombreux conseils scientifiques de grandes entreprises. Le congrès organisé pour honorer sa mémoire portait sur les différents aspects des mathématiques appliquées auxquels il s'était intéressé, qui ont été présentés par des conférenciers invités du meilleur niveau international.

Le congrès était placé sous le parrainage de l'Union mathématique internationale et de l'Académie des sciences, et avait reçu les soutiens de la SMAI et la SMF. Son comité d'honneur était constitué d'Enrico Magenes (président), Hubert Curien, Hiroshi Fujita, Peter Lax et Guri Marchuk.

L'organisation du congrès n'a été possible que grâce aux généreux soutiens matériels du ministère de la Recherche, du CNRS, du CNES, de l'Inria, du Collège de France, de l'École polytechnique, de l'université Pierre et Marie Curie et du ministère des Affaires étrangères, que nous tenons à remercier ici une fois encore. L'accès au congrès était gratuit sur inscription, et près de 500 personnes y ont participé effectivement, venant de toutes les parties du monde. Les magnifiques locaux du Collège de France et en particulier l'amphithéâtre Marguerite de Navarre se sont prêtés admirablement à cette manifestation et ont contribué à sa haute tenue ; l'affluence a été nombreuse à toutes les conférences tout au long de la semaine.

Les 26 conférences de 50 minutes ont porté sur un très large spectre de sujets à la pointe de la recherche en mathématiques appliquées. Elles ont été données par des conférenciers reconnus comme les meilleurs spécialistes internationaux de leur discipline [1]. Nous tenons à les remercier ici encore d'avoir accepté si spontanément de participer au congrès.

Une brève séance d'ouverture s'est tenue le lundi 1er juillet en présence de madame Andrée Lions et de Pierre-Louis Lions, avec des interventions

[1] On trouvera la liste des conférenciers et des titres de leurs conférences sur le site web `http://acm.emath.fr/congres-jllions/`.

de MM. Enrico Magenes, Jacques Glowinski, Hubert Curien, Jacob Palis, Antonio Valle, Robert Dautray, et de madame Claudie Haigneré qui nous a fait l'honneur de venir prendre la parole lors de cette séance d'ouverture [2].

Malheureusement, nous avons appris et annoncé au cours du congrès le décès de monsieur Laurent Schwartz. Celui-ci, qui fut le directeur de thèse de J.-L. Lions, avait prévu de venir dire quelques mots lors de la séance d'ouverture...

Le mardi soir 2 juillet, une cérémonie a été organisée à l'université Pierre et Marie Curie, à l'occasion du congrès, pour inaugurer une plaque au nom du laboratoire Jacques-Louis Lions, anciennement laboratoire d'analyse numérique, que Jacques-Louis Lions a fondé et dont il fut le premier directeur. Tous les directeurs successifs du laboratoire ainsi que madame Andrée Lions et Pierre-Louis Lions étaient présents à cette cérémonie au cours de laquelle MM. Yvon Maday, Enrico Magenes, Gérard Mégie et Gilbert Béréziat ont pris la parole. C'est Pierre-Arnaud Raviart, successeur de J.-L. Lions à la direction du laboratoire, qui a dévoilé la plaque. Cette cérémonie a été suivie d'un cocktail offert aux nombreux invités parmi lesquels les participants du congrès.

Ce congrès a aussi été l'occasion de plusieurs initiatives de publications :
- un numéro spécial en deux volumes du journal ESAIM : COCV dédié à la mémoire de Jacques-Louis Lions a été publié par EDP Sciences (les conférenciers du congrès avaient été invités à écrire un article pour ce numéro spécial) ;
- les Éditions Dunod ont republié en fac-similé le célèbre livre de J.-L. Lions de 1969 intitulé « Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires » ;
- le dernier volume des Séminaires du Collège de France organisés par J.-L. Lions a été publié par North-Holland ;
- la publication d'Œuvres choisies de J.-L. Lions a été annoncée ; elles paraîtront chez EDP Sciences sous l'égide de la SMAI au début de l'année 2003, grâce au généreux soutien de Brigitte Vogler, chef de la Mission de la culture et de l'information scientifiques et techniques et des musées du ministère de la Recherche.

Jacques-Louis Lions a marqué son temps par son immense influence sur les mathématiques appliquées et leur liaison avec les autres sciences et l'industrie. Ce congrès a été un témoignage de scientifiques envers l'un de leurs maîtres.

[2]On trouvera le texte du discours de madame Claudie Haigneré dans ce numéro de Matapli.

FIG. 1 – La cour du Collège de France

FIG. 2 – L'amphithéâtre Marguerite de Navarre pendant l'une des conférences

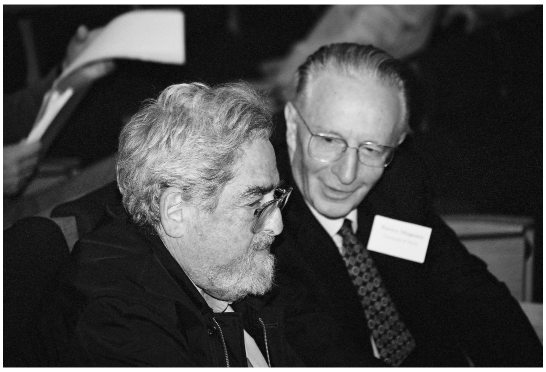


FIG. 3 – Louis Nirenberg et Enrico Magenes

DISCOURS DE CLAUDIE HAIGNERÉ
MINISTRE CHARGÉE DE LA RECHERCHE ET DES NOUVELLES TECHNOLOGIES
LE 26 JUIN 2002

LORS DE LA SÉANCE INAUGURALE
DU **CONGRÈS DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES,**
À LA MÉMOIRE DE JACQUES-LOUIS LIONS

Monsieur l'Administrateur,
Monsieur le Président de l'Académie des sciences,
Mesdames et Messieurs,

Voici quelques jours, à peine engagée dans l'exercice de mes nouvelles responsabilités ministérielles, j'ai pris connaissance avec grand intérêt de votre aimable invitation à m'exprimer lors de cette séance inaugurale du « Congrès de mathématiques appliquées » à la mémoire du grand mathématicien français, Jacques-Louis Lions.

C'est bien volontiers que j'ai répondu de manière positive à cette sollicitation de participer personnellement, dans cette prestigieuse enceinte du Collège de France, à la célébration d'un homme de science et d'action exceptionnel qui fait honneur à notre pays.

La vie du professeur Jacques-Louis Lions a été entièrement consacrée aux mathématiques et au développement de leurs interfaces avec les autres domaines du savoir. Il fut à la fois un universitaire, un artisan du développement de l'informatique, un responsable de l'aventure spatiale française et européenne, un scientifique présent dans le monde industriel, un académicien engagé, un moteur du développement des relations internationales. C'est cet homme, multiple dans ses engagements, cet esprit ouvert, ce pionnier de l'inter-disciplinarité que nous honorons aujourd'hui.

Il fut d'abord un chercheur et un universitaire. Après sa formation à l'Ecole normale supérieure, il fut chercheur au CNRS, puis successivement professeur à la faculté des sciences de Nancy et de Paris, avant d'enseigner à l'Ecole polytechnique et au Collège de France. C'est incontestablement ce couplage au plus niveau entre recherche et formation qu'il nous faut maintenir pour assurer de manière durable le rang scientifique auquel aspire notre pays.

Mathématicien de renommée mondiale, Jacques-Louis Lions a consacré l'essentiel de ses travaux aux équations à dérivées partielles et à la théorie du contrôle des systèmes. Au début des années cinquante, les équations aux dérivées partielles étaient déjà un des domaines d'excellence des mathématiques françaises avec Laurent Schwartz et Jean Leray. Jacques-Louis Lions a donné rapidement, à partir des années soixante, une orientation nouvelle au domaine. Il exercera une grande influence sur la communauté mathématique française, particulièrement dans le domaine de l'analyse numérique, de l'informatique, de la théorie du contrôle, en liaison, par exemple, avec le guidage des lanceurs spatiaux. Il consacra une partie de son activité de chercheur à l'étude du système d'équations régissant les mouvements de l'atmosphère, de l'océan et de leur couplage. Jacques-Louis Lions est à ces titres divers le père de toute une école mathématique.

Sa conception des mathématiques est illustrée par une déclaration faite en 1991 :

> Ce que j'aime dans les mathématiques appliquées, c'est qu'elles ont pour ambition de donner du monde des systèmes une représentation qui permette de comprendre et d'agir. Et, de toutes les représentations, la représentation mathématique, lorsqu'elle est possible, est celle qui est la plus souple et la meilleure. Du coup, ce qui m'intéresse, c'est de savoir jusqu'où on peut aller dans ce domaine de la modélisation des systèmes, c'est d'atteindre les limites.

Jacques-Louis Lions fut aussi l'artisan du développement de l'informatique. Il était convaincu que l'ordinateur changerait tout. A la tête de l'Inria de 1980 à 1984, il insiste sur l'aspect concret de la science et sur les relations qu'elle doit obligatoirement entretenir avec le monde de l'industrie.

Il se révèle alors être un manager remarquable tant au niveau de l'organisation que de la direction scientifique de l'INRIA. Les critères qu'il proposait pour juger de la qualité d'un projet : « excellence scientifique, potentiel d'application, coopération internationale », sont d'une actualité permanente pour toutes les recherches que souhaite soutenir l'État.

Jacques-Louis Lions fut également un des responsables de l'aventure spatiale européenne. C'est en 1984 que Jacques-Louis Lions prend en effet la tête du CNES, au moment de son essor avec le programme Ariane notamment. Il occupera cette haute fonction jusqu'en 1992. Ce fut un homme de conviction qui sut convaincre les ministres de la nécessité de développer des programmes ambitieux. Il a joué un rôle essentiel, en tant que négociateur, tant dans la signature des accords franco-américains avec la NASA que dans celle des accords franco-soviétique, puis franco-russe avec la deuxième mission de J.L. Chrétien et la mission de M. Tognini.

En 1985, rejoignant moi-même le CNES, j'eus la chance de connaître Jacques-Louis Lions. Je veux témoigner ici de ses qualités humaines, en même temps que du grand respect qu'il inspirait à chacun pour cette raison en même temps que pour son œuvre et son appartenance à l'Académie des sciences.

Quatre ans après son départ du CNES, il fut d'ailleurs appelé, dans une situation critique, à présider avec succès le comité constitué pour analyser l'échec de la mission d'Ariane 501. Et son diagnostic s'est révélé sûr.

Jacques-Louis Lions fut enfin un académicien engagé. Membre de l'Académie des sciences depuis 1973 au titre de la mécanique, Jacques-Louis Lions en fut président de 1996 à 1998, où il dirige notamment le Comité 2000, constitué à la demande du président Jacques Chirac pour, au seuil du XXI^{e} siècle, « faciliter l'accès de tous à la connaissance, contribuer à la préservation du cadre de vie et améliorer la santé de chacun ». Jacques-Louis Lions a lancé la réforme de l'Académie des sciences, qui a, en particulier, pour objectif de réaffirmer son rôle vis-à-vis de la société. Il jouera un rôle important dans la création d'une Académie des technologies.

Cet « homme sans frontières » initia la coopération franco-italienne, la coopération franco-espagnole, la coopération franco-chinoise et bien sûr la coopération franco-russe. Il me plaît de saluer ici quelques-uns uns des plus éminents membres de ces pays. Il a également apporté son soutien à des opérations en faveur du développement de la recherche en Afrique et plus généralement à l'action du Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées (CIMPA).

Jacques-Louis Lions nous laisse un héritage considérable, et aussi des repères pour l'avenir. Il a publié 20 livres et plus de 500 articles relatifs aux équations aux dérivées partielles sous leurs divers aspects : recherche fondamentale, applications, mises en oeuvre numérique, modélisation. Parmi tous ces livres, on ne peut passer sous silence le célèbre « Lions-Magenes » en trois volumes sur les problèmes aux limites et le traité collectif en 9 volumes « Analyse mathématique et calcul numérique pour les sciences et les techniques » qu'il publia avec Robert Dautray.

Le ministère de la Recherche et des nouvelles technologies est heureux de pouvoir contribuer à l'édition d'une sélection de ses œuvres en trois volumes.

Jacques-Louis Lions a fait preuve d'un très haut sens du service de l'État. Il laisse le souvenir d'un grand scientifique généreux et entièrement dévoué à la science et à la société. C'est un scientifique exemplaire qu'il me plaît d'honorer.

La vie de Jacques-Louis Lions montre la voie pour les mathématiques françaises : d'une part, rester au meilleur niveau d'excellence et d'autre part, poursuivre l'ouverture de l'École mathématique aux autres sciences, et plus généralement développer sa capacité de réponse aux besoins de la société.

Beaucoup d'indicateurs confirment la haute place qu'a acquise l'École mathématique française et qu'elle doit conserver. Songeons aux sept médailles Fields dont la France peut s'enorgueillir avec, en particulier, celles décernées en 1994 à Jean-Christophe Yoccoz qui présentera une communication à ce colloque et à Pierre-Louis Lions, que je salue ici. Songeons au nombre de conférenciers français invités au prochain congrès international des mathématiciens de Pékin, qui place la France au deuxième rang mondial.

Le passé a montré l'interaction profonde et permanente de la science mathématique avec la physique et la mécanique. Nous avons rappelé qu'elle avait été à la source du développement de l’informatique et qu’elle a joué un rôle essentiel dans le développement de la recherche spatiale. L’avenir doit montrer qu’elle est capable, tout en continuant de briller dans les travaux fondamentaux, de relever d’autres défis, dans les sciences de la vie bien sûr, mais aussi dans les nouvelles technologies, l’environnement, l’économie...

Le ministère de la Recherche que j’ai l’honneur de diriger encourage sans réserve la communauté des mathématiciens français à s’engager résolument dans ces directions, dans le droit fil de l’héritage de Jacques-Louis Lions.

Je vous souhaite de belles journées de travail, et je vous remercie de votre attention.

La bibliothèque mathématique de l'université Charles à Prague dévastée par les inondations

La ville de Prague a subi en août 2002 sa plus importante inondation depuis l'année 1845. Tout le monde se souvient des images télévisées de la douzaine de stations de métro englouties, mais la disparition du quartier entier de Karlin sous trois mètres d'eau est passée inaperçue à l'étranger. C'est dans ce quartier pourtant que, parmi d'autres, travaillent la plupart des mathématiciens de la faculté de Mathématiques et de Physique de l'université Charles, c'est également là qu'est située la bibliothèque de mathématiques.

La bibliothèque Václav Hlavatý contenait la totalité des livres et périodiques consacrés aux mathématiques et à l'informatique appartenant à la faculté de Mathématiques et de Physique de l'université Charles. C'était également la plus vaste bibliothèque consacrée aux mathématiques et à l'informatique de toute la République tchèque. Elle contenait près de 400 revues, 12000 monographies, 6500 *Lecture notes* et 4500 manuels, Le fonds bibliographique comprenait également plus de 7000 livres anciens rares, dont nombre constituaient l'unique copie en République tchèque. Ainsi les premières éditions des œuvres complètes de Cauchy, Weierstrass et Riemann ont disparu dans la catastrophe.

Un aperçu tristement éloquent de l'étendue du désastre peut être obtenu en consultant la page `www.mff.cuni.cz/fakulta/lib/voda/pryc.htm`, à laquelle nous empruntons le tableau suivant, récapitulatif des pertes de la seule bibliothèque Václav Hlavatý :

	sauvés	détruits
Livres	9.960	13.398
Revues	190	468
Livres de cours	1.965	2.487
Manuscrits	2.522	4.354
Diplômes, thèses, etc	19	1.995

Dans cette situation, une aide à la communauté scientifique internationale est demandée par la faculté de Mathématiques et de Physique de l'université Charles et son recteur I. Netuka.

La SMF et la SMAI s'associent pour un appel commun à la solidarité en faveur de nos collègues pragois. Elles se sont engagées à remplacer des périodiques perdus, tels que *Astérisque*, le *Bulletin de la Société Mathématique de France* ou la revue *Control, Optimisation and Calculus of Variations*, ainsi qu'un certain nombre d'ouvrages. Les deux associations ont pris la décision d'organiser une collecte d'argent destiné à reconstituer le fonds bibliographique. Vous pouvez y souscrire en envoyant vos dons à SMF, 11 rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris cedex 05 ; CCP Paris n°5215 Z. Merci de porter au verso du chèque la mention « FBUC » (Fonds Bibliographique Université Charles). Ces dons étant déductibles des impôts, un reçu vous sera delivré par la SMF.

La SMF et la SMAI invitent par ailleurs tous ceux qui voudraient contribuer directement par des dons au remplacement des ouvrages perdus, à contacter préalablement les coordinateurs du projet, qui ensuite organiseront le dépôt des dons. La liste complète des publications perdues peut être consultée à partir de l'adresse indiquée plus haut. L'ambassade de France à Prague et l'ambassade de la République Tchèque à Paris ont toutes deux proposé de prendre en charge le transport des livres de Paris à Prague. Les ouvrages peuvent également être adressés directement à l'adresse :

Charles University, Faculty of Mathematics and Physics,
Ke Karlovu 3, 121 16 Praha, République Tchèque.

La communauté sera tenue informée de l'avancement et des résultats de cette campagne.

Les coordinateurs du projet :

– P.-A. Bliman (Inria, `pierre-alexandre.bliman@inria.fr`),
– J. Nekovář (Université Paris VI, `nekovar@math.jussieu.fr`)

Le CEMRACS (Centre d'Été de Mathématiques et Recherches Avancées en Calcul Scientifique) aura lieu au CIRM (Centre International de Rencontres Mathématiques) du 21 juillet au 29 août 2003 sur des thèmes proches de ceux du CEMRACS 99 :

Méthodes numériques pour les problèmes hyperboliques et cinétiques

Adresse web : `http://smai.emath.fr/cemracs/`
Adresse mel : `cemracs@acm.emath.fr`

Organisateurs : S. Cordier (Univ. Orlans), T. Goudon (Univ. Nice), E. Sonnendrucker (Univ. Strasbourg)

COMPTE RENDU DU CEMRACS 2002

par Albert Cohen[*] & Patrick L. Combettes[†]

I — LA SEPTIÈME ÉDITION DU CEMRACS

L'édition 2002 du Centre d'Été de Mathématique et de Recherches Avancées en Calcul Scientifique (CEMRACS) s'est tenue du 8 au 12 juillet au laboratoire Jacques-Louis Lions à Paris 6 et du 21 juillet au 30 août au Centre International de Recherches Mathématiques (CIRM) à Luminy.

Le CEMRACS a été créé en 1996 par Yvon Maday. Son premier objectif est de stimuler au niveau européen les interactions entre les laboratoires universitaires et les centres de recherche et de développement de l'industrie afin de promouvoir des collaborations durables entre les différents partenaires. Il s'agit également de former de jeunes chercheurs, doctorants ou jeunes ingénieurs diplômés, aux méthodes numériques les plus récentes pour le calcul intensif. Par sa volonté d'ouverture, le CEMRACS a l'ambition de rassembler des scientifiques d'horizons différents, physiciens, mathématiciens appliquées et informaticiens dont la conjugaison des efforts s'avère indispensable à l'aboutissement de travaux aujourd'hui par définition pluridisciplinaires. Sur des thèmes plus prospectifs, le but du CEMRACS est de susciter l'émergence de nouveaux problèmes d'intérêts communs où la synergie des compétences entre physiciens, mathématiciens appliqués et informaticiens devient la règle générale.

Les thématiques des six premiers CEMRACS ont été le couplage d'équations (1996), l'optimisation de formes (1997), la décomposition de domaines et les ondelettes (1998), l'écoulements de fluides compressibles complexes (1999), la combustion et le stockage des déchets (2000), les problèmes multi-échelles (2001).

L'édition 2002 a été consacrée aux méthodes mathématiques du traitement de l'image. La thématique du traitement de l'image, déjà présente depuis une trentaine d'années dans la vie scientifique, a réellement explosé au cours de la dernière décennie. On a assisté à une diversification importante des domaines d'application et, parallèlement, à une sophistication des techniques sans précédent, où l'analyse mathématique, et de ce fait les mathématiciens, jouent un rôle croissant. Les deux facteurs principaux qui ont contribué à cette évolution sont d'une part les progrès technologiques des calculateurs et des outils d'acquisition, de stockage, et de visualisation, et, d'autre

[*]Laboratoire Jacques-louis Lions, Université Pierre et Marie Curie – Paris 6, 75005 Paris. albert.cohen@math.jussieu.fr

[†]Laboratoire Jacques-louis Lions, Université Pierre et Marie Curie – Paris 6, 75005 Paris. plc@math.jussieu.fr

part, les avancées théoriques dans diverses branches des mathématiques appliquées. Du point de vue de la recherche, le domaine du traitement de l'image est extrêmement dynamique et il bénéficie de l'intérêt croissant que lui portent des mathématiciens provenant d'horizons très variés (théorie de la mesure géométrique, théorie des graphes, analyse non-lisse, morphologie mathématique, statistique non paramétrique, analyse harmonique, théorie de l'approximation, topologie, etc). Ces différentes approches sont en général développées par des groupes de recherche disjoints, mais il est clair qu'à l'heure actuelle les chercheurs en pointe dans le domaine du traitement mathématique de l'image doivent maîtriser les bases de ces techniques nouvelles.

II — L'École d'été à Chevaleret

L'école d'été s'est tenue du 8 au 12 juillet 2002 au laboratoire Jacques-Louis Lions de Paris 6 (Centre de mathématique de Jussieu-Chevaleret). Six conférenciers ont donné un cours de base de six heures chacun :

- J. F. Cardoso (ENST), Notions d'inférence statistique illustrées par la géométrie de l'information ;
- A. Cohen (Paris VI), Analyse harmonique, ondelettes et traitement d'image ;
- L. Cohen (Paris IX), Modèles déformables et chemins minimaux en analyse d'images ;
- P. L. Combettes (Paris VI), Méthodes de projection pour la restauration et la reconstruction d'images ;
- P. Maréchal (Montpellier II), Problèmes inverses linéaires dans les espaces de Hilbert et applications en science de l'image ;
- L. Moisan (ENS Cachan), Modèles morphologiques, itératifs et variationnels en traitement d'images.

Ces cours ont attiré une cinquantaine d'étudiants et de chercheurs venus de France et de divers pays de la communauté européenne. Ils ont permis aux participants d'acquérir un point de vue panoramique sur les techniques modernes de traitement de l'image et se sont déroulés dans une atmosphère très conviviale et studieuse. Nous remercions les orateurs pour la qualité de leur cours et les participants pour leur remarquable assiduité et leur participation active.

III — Le centre de recherche au CIRM

Les projets de recherche se sont tenus au CIRM à Luminy du 21 juillet au 30 août 2002. Environ quatre-vingt chercheurs ont participé à ce centre de recherche (universitaires, industriels, doctorants, post-doctorants).

Chaque journée de travail au CIRM débutait par un ou deux séminaires de recherche. Les participants se regroupaient ensuite par équipes et travaillaient sur leur projet pendant le reste de la matinée, l'après-midi et souvent dans la soirée. Le cadre particulièrement agréable du CIRM et une météo clémente ont aussi offert aux participants des bons moments de détente. La présence journalière moyenne était d'une trentaine de participants.

1. Les projets de recherche

Nous résumons ci-dessous les projets de recherche qui ont ont été lancés au CEMRACS et les principaux résultats obtenus.

1.*a* *Projet RP (restitution de phase)*

Intervenants : H. H. Bauschke, O. Chau, P. L. Combettes, D. R. Luke, P. Maréchal.

Le problème de la restitution de phase consiste à reconstruire un signal x dans un espace fonctionnel hilbertien convenable à partir du module $|\widehat{x}|$ de sa transformée de Fourier et de certaines informations *a priori* sur x dans le domaine « objet » (support, positivité). Depuis une quarantaine d'années ce problème suscite beaucoup d'intérêt en raison de son omniprésence dans plusieurs domaines de la physique appliquée et de l'ingénierie (cristallographie, astronomie, microscopie électronique, acoustique, électromagnétisme). Il se pose naturellement comme un problème d'admissibilité avec des contraintes spatiales et des contraintes fréquentielles (module de Fourier). Le plupart des algorithmes actuels procèdent par approximations successives et se heurtent à des problèmes de convergence en raison de la non-convexité de la contrainte fréquentielle. L'état de l'art se résume à un ensemble de méthodes *ad hoc*, dont l'efficacité dépend fortement du problème considéré. Nous avons montré que les meilleures méthodes itératives (dont la méthode HIO) possèdent en fait une remarquable structure commune qui permet en partie d'expliquer leur relatif succès. Dans un deuxième temps, cette analyse nous a permis de développer une nouvelle technique itérative de restitution de phase. Ce nouvel algorithme (HPR : hybrid projection-reflection) donne des résultats nettement meilleurs que HIO et ses concurrents. En particulier, HPR évite les problèmes de stagnation constatés dans HIO et peut être doté d'un critère d'arrêt robuste.

1.*b* *Projet LISA (détection d'ondes gravitationnelles)*

Intervenants : E. Chassande-Mottin, P. Flandrin, A. Fraysse et C. Melot.

Ce projet concerne la détection d'ondes gravitationnelles par l'interféromètre spatial LISA (Laser Interferometer Space Antenna) qui est en cours de développement, conjointement par l'ESA et la NASA. Notre but est d'étudier les signaux reçus dans la fenêtre d'observation de LISA. Il s'agit de traiter une onde gravitationnelle et d'en extraire les données astrophysiques. Nous cherchons aussi à séparer les différents types de sources et à estimer le bruit de confusion généré par les naines blanches. En adaptant les résultats de Y. Meyer sur la transformée en ondelettes à support compact de certains signaux oscillants, nous obtenons une caractérisation de la transformée en ondelettes du signal grâce à laquelle on peut retrouver les différents paramètres correspondants à notre signal. Nous avons effectué les tests numériques qui montrent que la méthode peut s'appliquer à l'étude d'un signal de coalescence de binaires de naines blanches. Une autre partie de notre travail a porté sur les estimations statistiques du bruit de confusion. Pour cela, on fait des simulations des différents paramètres. Les temps de coalescence sont simulés par un processus de Poisson et les masses des systèmes par une distribution de type Scalo, c'est à dire une distribution en loi de puissance. Le bruit est alors représenté par une somme indépendante d'un grand nombre de signaux suivant la même loi.

1.*c* *Projet LMC-TIMC (radiologie interventionnelle)*

Intervenants : Anne Bilgot - Olivier Le Cadet - Sylvain Meignen - Valérie Perrier.

Le vissage pédiculaire (insertion d'une vis dans une vertèbre) est une intervention délicate en chirurgie orthopédique, pour laquelle une connaissance tridimensionnelle précise des structures opérées est cruciale. Classiquement, on effectue un examen scanner avant l'opération, mais un tel recours est contesté : on souhaiterait pouvoir s'appuyer sur des images obtenues pendant l'intervention elle-même, et au prix d'une irradiation moindre. La reconstruction de la surface 3D de la vertèbre d'intérêt du patient est obtenue en déformant un modèle statistique de vertèbre en fonction de deux radiographies orthogonales du patient acquises pendant l'opération. L'objectif de notre projet est d'automatiser la segmentation des radiographies dans ce processus de reconstruction.

Notre algorithme se déroule en cinq étapes, l'idée directrice étant d'effectuer une segmentation par une méthode de type contours actifs, initialisée avec un contour obtenu par projection du modèle statistique de vertèbre placé dans les conditions de l'acquisition de la radiographie à segmenters :

Étape 1 : Segmentation non supervisée ;
Étape 2 : Sélection de contours pertinents par le chirurgien ;
Étape 3 : Recalage du modèle déformable de vertèbre ;
Étape 4 : Projection du modèle déformable ;
Étape 5 : Contours actifs.

1.*d* *Projet IAN (tatouage d'images)*

Intervenants : S. Bertoluzza, A.S. Piquemal, O. Le Cadet.

Le but de ce projet est de définir une nouvelle méthode de protection ou de marquage d'images (autrement appelée *tatouage* (*watermarking* en anglais)), basée sur la théorie des *ondelettes*, et utilisant des méthodes de *détection de contour*. Les techniques de fusion en ondelettes sont basées sur une décomposition discrète en ondelettes de l'image et de la marque, permettent d'insérer la marque en prenant en compte les caractéristiques locales de l'image, c'est-à-dire d'ajouter le plus d'information possible aux gros coefficients d'ondelettes. Cependant, le principal désavantage de ce type de méthode repose sur le fait que les coefficients d'ondelette les plus importants peuvent correspondre soit aux contours, soit à de la texture. Néanmoins, un changement dans les contours reste imperceptible, alors qu'une modification des coefficients d'ondelette liés à la texture peut entraîner une modification visible de la partie correspondante de l'image. Notre but est de remédier à ce désavantage en essayant de ne modifier que les coefficients d'ondelette correspondant aux contours. Olivier Le Cadet a défini un algorithme de détection de contours d'une image, basé sur les travaux réalisés par S. Mallat, ainsi que sur un chaînage à travers les échelles des points de plus grands modules. Cette image de contour nous sert de carte de tatouage de notre image. Nous avons développé plusieurs algorithmes à partir de cette carte et les testons actuellement.

1.*e* *Projet AGI (appariement géométrique d'images)*

Intervenants : F. Cao, Y. Gousseau, P. Musé et F. Sur.

Ce projet propose une approche originale du problème de la comparaison et de la mise en correspondance d'images. L'approche retenue repose sur une représentation d'une image par sa carte topographique, constituée de l'ensemble des lignes de niveau organisées hiérarchiquement. Nous proposons le développement de modèles statistiques des lignes de niveau lissées tenant compte des dépendances à longue distance, ce qui devrait nécessiter une approche multi-échelles. À ce stade, plusieurs représentations des lignes sont possibles en fonction des invariances géométriques requises (euclidienne ou affine). Le critère de ressemblance envisagé reposera sur une approche du type principe de Helmoltz, déjà utilisée en détection d'alignement ou en extraction de lignes significatives. L'idée est ici de quantifier la pertinence de la ressemblance entre formes distribuées selon le modèle retenu. Le but recherché est l'obtention d'un critère de décision quant à la mise en correspondance de formes qui évite la multiplication des paramètres.

1.*f* *Projet CNES (restauration d'images satellitaires)*

Intervenants : Andrés Almansa, Nathalie Camlong, Julie Delon, Pierre Dhérété, Sylvain Durand, Erwan Lepenec, François Malgouyres, Mila Nikolova, Bernard Rougé.

Nous avons étudié plusieurs méthodes récentes de restauration d'image basées sur la minimisation de la variation totale sous contraintes et, d'autre part, sur les techniques de seuillage des coefficients de la décomposition en paquets d'ondelettes. On a examiné les techniques de décomposition en bandelettes, la méthode FCNR (Fixed Chosen Noise Restauration). Une méthode hybride de restauration d'images avec variation totale et paquets d'ondelettes a été présentée par François Malgouyres. Une méthode variationelle sur des données discrètes qui généralise celle de la variation totale qui sert à enlever les échantillons aberrants a été présentée par Mila Nikolova.

Un deuxième aspect de la restauration d'images satellitaires, étudié par A. Almansa et B. Rougé, est celui de la restauration sur une grille régulière d'une image à bande limitée échantillonnée sur un réseau régulier légèrement perturbé. Dans ce cadre notre approche a consisté à comparer diverses méthodes numériques. L'étude s'est concentrée sur les méthodes de Gröchenig, Strohmer et Rauth, et des nouvelles méthodes proposées par Aldroubi et Feichtinger, ainsi qu'une nouvelle méthode pseudo-inverse. Nous avons également étudié les méthodes basées sur les projections convexes. Finalement, A. Almansa et F. Cao ont découvert des nouveaux liens entre des méthodes d'EDP et des distances géodésiques pour l'interpolation de modèles d'élévation de terrain et propose une nouvelle méthode qui combine les avantages du modèle AMLE et du Kriging.

1.*g* *Projet MAC (Multirésolution Adaptée aux Contours)*

Intervenants : P. Arandiga, J. Baccou, A. Belda, A. Cohen, M. Doblas Exposito, R. Donat, I. Machecler, B. Matei.

Ce projet se situe dans le contexte du codage bas débit d'images fixes. On s'est penché sur une nouvelle méthode qui combine les techniques multirésolution avec des techniques de détection de contours et de reconstruction non-oscillantes introduites dans les années 90 dans le contexte de la simulation numériques des ondes de choc. Cette méthode dite ENO-EA (essentially non-oscillatory and edge-adapted) semble surpasser les méthodes classiques BWT (biorthogonal wavelet transform) pour les images géométrique, la texture représentant alors l'essentiel de l'information coûteuse. On cherche alors à séparer au préalable la géométrie de la texture afin de coder séparément ces deux composantes.

Nous avons proposé une méthode de séparation d'images fixe, basée sur une décomposition en une partie géométrique et une partie texturée, le but étant de tirer de plus grand bénéfice des propriétés de chacune de ces deux composantes en les approchant avec un nombre réduit de coefficients. Nous avons exploré un ensemble de filtres classiques dont la particularité est de respecter les contours et leurs jonctions. L'étape suivante a été de sélectionner l'opérateur le mieux adapté à une telle décomposition et la méthode multirésolution permettant une représentation satisfaisante des parties géométrique et texturée en utilisant le moins possible de coefficients significatifs. La dernière étape de notre travail a eu pour but de trouver la répartition optimale du nombre de coefficients à accorder à chaque catégorie d'images. Les résultats obtenus indiquent que cette stratégie est plus performante que l'approximation directe de l'image I dans une représentation fixée.

2. Liste des séminaires

22-07 : Séance d'ouverture par A. Cohen et présentation des projets de recherche par F. Cao, A. Cohen, P. L. Combettes, J. Delon, A. Fraysse, O. Le Cadet, A.S. Piquemal et B. Rougé.

23-07 : P. Derethé « Image restoration software presentation » et A. Cohen « Comparison of total variation and wavelet methods »

24-07 : E. Le Pennec « Compact image representation using bandlets, applications to deconvolution » et A. Cohen « Edge-adapted multiresolution transforms »

25-07 : A. Almansa « Image restoration and irregular sampling » et M. Barlaud « Image and video segmentation with active contours »

26-07 : S. Masnou « An overview on the theory and algorithms for inpainting »

29-07 : A. Almansa, F. Cao et F. Sur « Computational Gestalt theory : detection by Helmoltz principle - shape clustering »

30-07 : Y. Gousseau « The dead leaves model for natural images » et M. Nikolova « Critical features of the minimizers of non-smooth cost functions »

31-07 : N. Dyn « Subdivision schemes in geometric modelling - an overview »

1-08 : R . Donat et F. Arandiga « Building multiresolution within Harten's framework »

2-08 : T. Feldman « Statistical texture analysis - from Julesz to large deviations » et N. Dyn « Thinning algorithms for scattered data compression »

5-08 : M. Chapron « Weed recognition in a maize field »

6-08 : S. Meignen « Unsupervised texture segmentation using texture scale definition »

7-08 : E. Chassande-Mottin « Using supernovae simulations to design optimal gravitational wave transient detectors »

8-08 : O. Le Cadet, V. Perrier et A. Bilgot « Wavelets and 3D reconstruction in medical imaging »

9-08 : R. Luke « Point source method in inverse scattering »

12-08 : O. Chau « Evolution equations and applications »

13-08 : J.-F. Cardoso « Looking for independent components in signals and images »

14-08 : P. Maréchal « Surprise examination »

15-08 : A. Hero « Entropic graph theory »

16-08 : A. Hero « Applications of entropic graphs to pattern matching »

19-08 : M. Farge and A. Azzalini « Analysis of fully developped turbulence and coherent vortex simulation »

20-08 : P. Flandrin « Chirps - theory and applications »

21-08 : A. Cohen « From image compression to adaptive numerical simulation »

22-08 : E. Sonnendrucker « Numerical simulation of plasmas and beams »

23-08 : R. Baraniuk « Multiscale statistical signal and image processing »

26-08 : S. Bertoluzza « Multiscale stabilization of non-coercive problems » et S. Falletta « The mortar method »

27-08 et 28-08 : Pas de séminaire - préparation des exposés de présentation des résultats des projets

29-08 : Présentations des résultats de projets par A. Belda Garcia, A. Bilgot, M. Doblas Exposito, A. Fraysse, O. Le Cadet et C. Melot

30-08 : session de cloture et départ des participants.

IV — CONCLUSIONS

La formation de chercheurs de haut niveau en traitement mathématique de l'image est une nécessité dans le contexte actuel du développement des sciences et technologies de l'information. Une centaine d'experts internationaux et d'étudiants européens ont participé à cette manifestation, qui a regroupé dans un forum unique industriels, physiciens, mathématiciens, statisticiens, numériciens, ingénieurs et informaticiens. En marge de son but formateur, ce CEMRACS a permis de faire des avancées importantes sur les projets de recherche retenus et de tisser des nouveaux liens au sein de la communauté scientifique et, notamment, entre universitaires et industriels. Il a enfin permis d'apprécier la grande vitalité du domaine du traitement de l'image et l'importance des contributions des mathématiques et des techniques numériques à son remarquable essor au cours des dix dernières années.

V — Remerciements

Nous remercions pour leur soutien financier et leur participation aux projets de recherche la DGA, le CNES, les firmes Thales et Schlumberger, le ministère de la recherche et de la technologie, ainsi que les laboratoires ASCI, IMATI, CMLA, IRISA, LMC, LAMFA-CREA et Jacques-Louis Lions.

Nous remercions également toute l'équipe du CIRM pour la qualité de son acceuil, M. Butin (laboratoire ASCI) qui a assuré le secrétariat, M. Postel (Paris 6) qui a developpé le site internet du CEMRACS 2002 (`www.ann.jussieu.fr/cemracs`), P. Joly, S. Kaber et S. Masnou pour le soutien logistique, et enfin S. Del Pino et P. Havé pour la mise en place et l'administration du réseau informatique au CIRM.

ANNONCES DE COLLOQUES

par Boniface Nkonga

Janvier 2003

15e SÉMINAIRE SUR LA MÉCANIQUE DES FLUIDES NUMÉRIQUE.SYMPOSIUM

Du 28 au 30 janvier, ISTN, CEA Saclay
Mme Lahitette — Tél. : 01 69 08 49 47 — Fax : 01 69 08 85 68
mecaflu@soleil.serma.cea.fr
www.cea.fr/conferences/MecaFluide/seminaire2003.html

Février 2003

FIRST JOINT CONFERENCE EMS–SMAI–SMF.

Du 10 au 13 février , Nice SMAI
amam@acm.emath.fr
acm.emath.fr/amam/index.php

SIAM CONF. ON COMPUTATIONAL SCIENCE AND ENGINEERING

Du 10 au 13 février , Hyatt Regency Islandia Hotel and Marina
San Diego, Canada — SIAM Conference Department, 6
600 University City Science Center, Philadelphia, PA 19104-2688.
meetings@siam.org
www.siam.org/meetings/cse03

Mars 2003

SIAM CONF. ON MATHEMATICAL AND COMPUTATIONAL ISSUES IN THE GEOSCIENCES.

Du 17 au 20 mars , Austin, Texas (USA)
SIAM Conference Department, 6
600 University City Science Center, Philadelphia, PA 19104-2688.
meetings@siam.org
www.siam.org/meetings/gs03

Avril 2003

4TH INT. CONF. ON THE ANALYTIC ELEMENT METHOD IN MODELING GROUNDWATER FLOW.

Du 1 au 5 avril, Saint-Etienne, France
4th ICAEM — École nationale supérieure des mines
158, cours Fauriel - 42 023 Saint-Etienne
ICAEM@emse.fr
site.emse.fr/ICAEM/

7TH INTERNATIONAL PARALLEL AND DISTRIBUTED PROCESSING SYMPOSIUM.

Du 22 au 26 avril, Nice, France
Jack Dongarra — Comp. Science Dep. Univ. of Tennessee
1122 Volunteer Blvd, Knoxville, TN 37996-3450.

dongarra@cs.utk.edu
www.ipdps.org/ipdps2003/2003_cfp.htm

THIRD INT. CONF. ON MULTIVARIATE APPROXIMATION : THEORY AND APPLICATIONS.

Du 24 au 29 avril, Cancun, Mexique
Congres Multivariate Approximation, Laboratoire de Mathematiques de l'Iinsa, Insa Rouen, Place E. Blondel, BP 08, 76131 Mont St Aignan cedex

Christian.Gout@insa-rouen.fr
lmi.insa-rouen.fr/~mata2003/

Date limite de soumission : 31 janvier 2003.

Juin 2003

CALCUL DES VARIATIONS

Du 10 au 13 juin, Le Bouget du Lac, Savoie
Université de Savoie — Laboratoire de mathématiques — LAMA

Thomas.Lachand-Robert@univ-savoie.fr
www.lama.univ-savoie.fr/CV2003/

Date limite de soumission : 1 mars 2003

SIAM CONF. ON MATHEMATICS FOR INDUSTRY : CHALLENGES AND FRONTIERS.

Du 23 au 25 juin, The Metropolitan Hotel Toronto, Canada
SIAM Conference Department, 6 600 University City Science Center
Philadelphia, PA 19104-2688

meetings@siam.org
www.siam.org/meetings/mi03/

Juillet 2003

ICIAM 2003, 5TH INTERNATIONAL CONGRESS ON INDUSTRIAL AND APPLIED MATHEMATICS

Du 7 au 11 juillet à Sydney (Australie)
Professor David Hunt — University of New South Wales

iciam@icmsaust.com.au
www.austms.org.au/iciam2003/

Date limite de soumission : 31 janvier 2003.

Cette rubrique est actualisée sur la page Web :
www.math.u-bordeaux.fr/~nkonga/Matapli.Confs.html
L'agenda des conférences (ACM) est toujours à l'adresse : http://acm.emath.fr

INDEX DES MATAPLI N°61 À 69

Éditoriaux

Smai infos

Nouvelles des mathématiques appliquées

Nouvelles des universités

Nouvelles du CNRS

Prix scientifiques

Vie de la communauté, hommages et nécrologies

Articles scientifiques

Du côté des industriels

Info-chronique

Mathématiques appliquées et application des mathématiques

En direct de l'histoire

Enseignement et vie doctorale

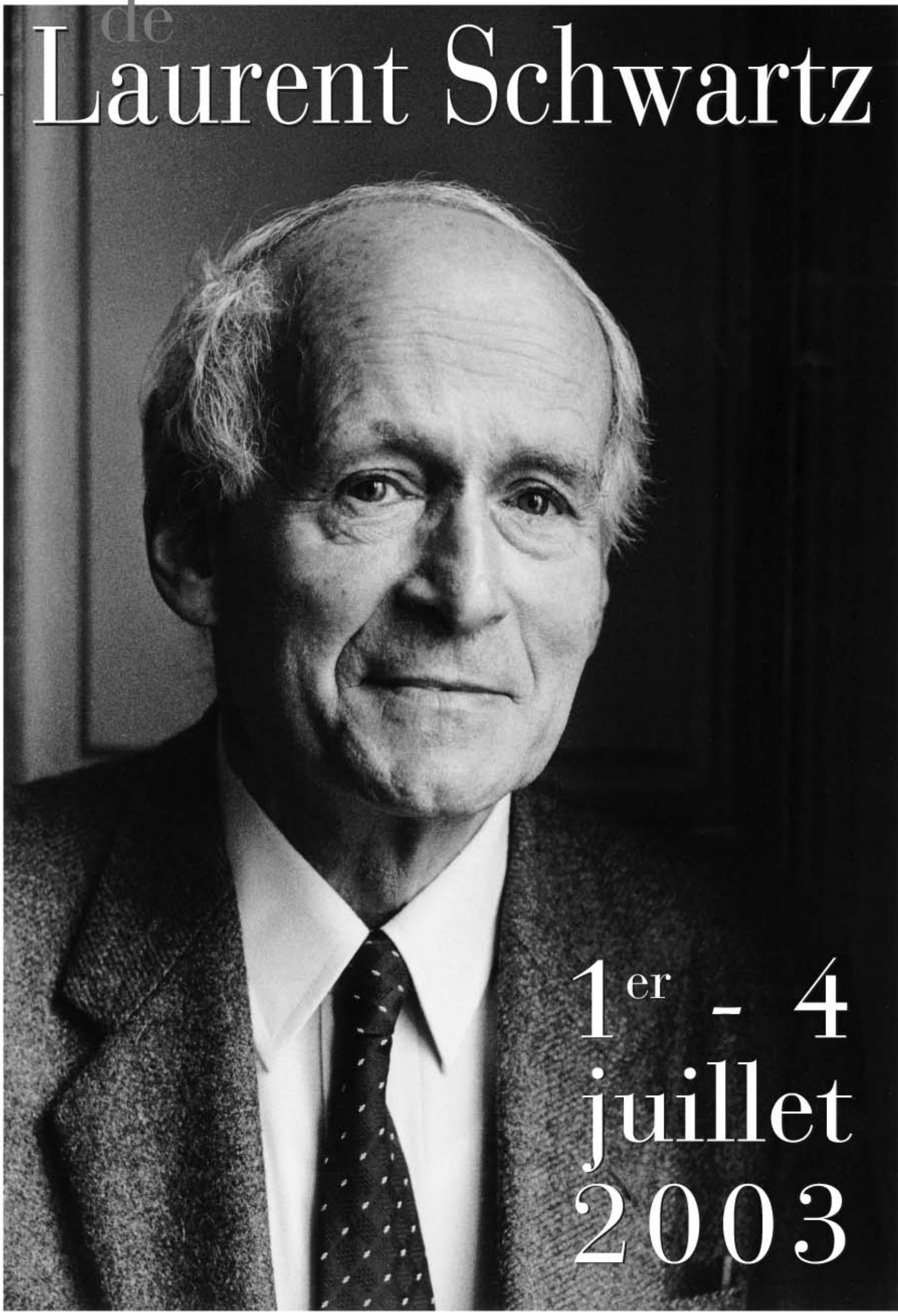
Revue de presse (y compris « Critique de livre »)

Congrès et colloques

Tribune libre

Auteurs

Hommage à la mémoire



à l'École polytechnique Palaiseau, FRANCE

Renseignement : Centre de Mathématiques
École polytechnique - 91128 Palaiseau cedex - France
hls@math.polytechnique.fr – www.math.polytechnique.fr/~hls

IMPRIMERIE ÉCOLE POLYTECHNIQUE • Photo : M. Schmitt • 2002 •

SMAI

Bulletin d'adhésion 2003 - Personnes morales

L'adhésion est valable pour l'année civile 2003

Institution : _
Nom : _
Sigle : _
Service ou département : _
Site web : _
Représentée par : M., Mme, Melle,
Prénom, NOM : _
Titre ou fonction : _
Adresse : _
_ _
Téléphone : _ Télécopie : _
Adresse électronique :
Votre adresse peut-elle être communiquée à des annonceurs ? ❍ oui ❍ non
Serveur de liste électronique. Souhaitez-vous que votre adresse électronique soit ajoutée à la liste d'envoi de la SMAI ? ❍ oui ❍ non

Tarif des cotisations : *(ne cochez qu'une seule case)*

❍ Cotisation SMAI laboratoire industriel (LI) 500 €
Ce tarif permet d'obtenir gratuitement un jeu d'étiquettes des adhérents de la SMAI
❍ Cotisation SMAI laboratoire universitaire (LU) 150 €

Montant de la cotisation [€]

Suppléments éventuels : *(cochez la/les case(s) de votre choix)*

❍ Soutien à la participation de la SMAI à l'EMS 40 €
Ce soutien comprend une cotisation EMS et permet de recevoir EMS Newsletter

❍ Soutien à la participation du GAMNI/SMAI à ECCOMAS 40 €
Ce soutien permet de recevoir ECCOMAS Newsletter

Montant des suppléments [€]

Total de la cotisation et des suppléments [€]

Modalités de règlement :
❍ Par chèque bancaire ou postal, ci-joint, à l'ordre de la SMAI
❍ Par bon de commande ci-joint

Factures : nombre d'exemplaires désiré : _
Adresse de facturation : _
_ _

Fait à _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ le _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 2002

Signature

SMAI

Bulletin d’adhésion 2003 - Personnes physiques

L’adhésion est valable pour l’année civile 2003

M., Mme, Melle, Prénom, NOM :

Titre ou fonction :

Établissement de fonction ou de rattachement :

Adresse professionnelle :

Société ou université :

Service ou département :

Adresse :

Téléphone professionnel :

Télécopie :

Adresse électronique :

Adresse personnelle :

Téléphone personnel :

Page web personnelle :

Adresse de correspondance : *(indiquez l’adresse à laquelle vous désirez recevoir votre courrier)*

❍ adresse professionnelle ❍ adresse personnelle

Votre adresse personnelle peut-elle figurer dans l’annuaire de la SMAI ? ❍ oui ❍ non

Votre adresse de correspondance peut-elle être communiquée à des annonceurs ? ❍ oui ❍ non

Serveur de liste électronique :

Souhaitez-vous que votre adresse électronique apparaisse dans la liste d’envoi de la SMAI ? ❍ oui ❍ non

Groupes permanents de la SMAI :

Si vous désirez appartenir à un ou plusieurs de ces groupes, cochez la/les case(s) correspondante(s)

❍ GAMNI Groupe pour l’Avancement des Méthodes Numériques de l’Ingénieur
❍ MAS Modélisation Aléatoire et Statistique
❍ MODE Mathématiques de l’Optimisation et de la Décision
❍ AFA Association Française d’Approximation

Merci de renvoyer ce bulletin accompagné de votre règlement à :
SMAI, Institut Henri Poincaré, 11 rue Pierre et Marie Curie, 75231 PARIS Cedex 05

Voir au dos pour les tarifs

Tarifs des cotisations 2003 - Personnes physiques

L'adhésion est valable pour l'année civile 2003

Cotisation SMAI ***(ne cocher qu'une seule case)***

❍ Cotisation SMAI simple		45 €
❍ Cotisation SMAI jeune (né(e) après le 1er janvier 1973, joindre un justificatif)*		16 €
❍ Adhésion SMAI dans le cadre de l'opération Thèse-Math-2003		gratuit
Date de la thèse et URL du résumé :		
❍ Cotisation SMAI retraité		34 €
❍ Cotisation spéciale (pays en développement)		16 €
❍ Cotisations jumelées :		
SMAI + SFdS	(34 + 38)	72 €
SMAI + SMF	(34 + 44)	78 €
SMAI + SMF jeune (*cf* *)	(16 + 30)	46 €
SMAI + SMF retraité	(34 + 30)	64 €
SMAI + SFdS + SMF	(34 +38 + 44)	116 €
❍ Autres cotisations jumelées (part SMAI)		34 €

Pour bénéficier de ce tarif, vous devez déjà être membre pour 2003 d'une des associations : AMS (USA), GAMM (D), SEMA (E), SIMAI (I), UMI (I), "Femmes & Math" (F) ou UPS (F) et joindre un justificatif

Montant de la cotisation €

Suppléments éventuels *(cocher la/les case(s) de votre choix)*

Ces suppléments ne peuvent être souscrits qu'en complément d'une cotisation SMAI ci-dessus

❍ Abonnement à l'Officiel des Mathématiques pour 2003
- adresse en Europe 22 €
- adresse hors Europe 26 €

❍ Soutien à la participation du GAMNI/SMAI à ECCOMAS 10 €

Ce soutien permet de recevoir ECCOMAS Newsletter

❍ Cotisation European Mathematical Society (EMS) 20 €

Cette cotisation permet de recevoir EMS Newsletter

❍ Soutien aux fonds de l'International Mathematical Union (IMU)
- Commission pour le Développement et les Echanges €
- Fonds Spéciaux de Développement €
- Fonds de Solidarité de l'ICMI €

Montant des suppléments €

Total de la cotisation et des suppléments €

Modalités de règlement

❍ (1) Par chèque postal ou chèque bancaire sur une banque française.
Joindre à ce bulletin le chèque du montant total ci-dessus, à l'ordre de la SMAI.

❍ (2) Par carte bancaire ❍ Visa ❍ Mastercard Banque :
n carte |__|__|__|__| |__|__|__|__| |__|__|__|__| |__|__|__|__| Date d'expiration |__|__| |__|__|

❍ (3) Par bon de commande, par virement ou par chèque sur une banque étrangère.
Dans ce cas ajouter 10 € pour frais de dossier.
Joindre à ce bulletin le bon de commande ou le chèque à l'ordre de la SMAI.

Frais de dossier (si modalité (3)) 10 €

Total à payer €

Factures : nombre d'exemplaire désiré : _
adresse de facturation : _
_ _
_ _
_ _

Fait à _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ le _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ 2002

Signature

CORRESPONDANTS RÉGIONAUX

Aix-Marseille *Jacques Liandrat*
IRPHE-Chateau Gombert. UMR 594, La Jetée.
Technopole de Chateau Gombert.
38 rue Frédéric Joliot Curie,
13451 MARSEILLE Cedex 20
Tél. : 04 91 11 85 40/04 - Fax : 04 91 11 85 02
`liandrat@marius.univ-mrs.fr`

Amiens *Alberto Farina*
LAMFA
Université de Picardie Jules Verne
33 rue Saint Leu
80039 AMIENS Cedex
Tél. : 03 22 82 75 88 - Fax : 03 22 82 75 02
`Alberto.Farina@u-picardie.fr`

Antilles-Guyane *Marc Lassonde*
Mathématiques
Université des Antilles et de la Guyane
97159 POINTE A PITRE
`Marc.Lassonde@univ-ag.fr`

Avignon *Alberto Seeger*
Département de Mathématiques
Université d'Avignon
33 rue Louis Pasteur - 84000 AVIGNON
Tél. 04 90 14 44 93 - Fax 04 90 14 44 19
`alberto.seeger@univ-avignon.fr`

Belfort *Michel Lenczner*
Laboratoire Mécatronique3M
UTBM
90010 Belfort Cedex
Tél. : 03 84 58 35 34 - Fax : 03 84 58 31 46
`Michel.Lenczner@utbm.fr`

Bordeaux *Ahrned Noussair*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université de Bordeaux I
351 cours de la Libération - 33405 TALENCE Cedex
Tél. : 05 56 84 60 52 - Fax : 05 56 84 69 55
`noussair@math.u-bordeaux.fr`

Brest *Marc Quincampoix*
Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université de Bretagne Occidentale
BP 809 - 29285 BREST Cedex
Tél. : 02 98 01 61 99 - Fax : 02 98 01 67 90
`Marc.Quincampoix@univ-brest.fr`

Cachan ENS *Sylvie Fabre*
CMLA-ENS Cachan
61 avenue du Président Wilson
94235 CACHAN Cedex
`fabre@cmla.ens-cachan.fr`

Clermont - Ferrand *Rachid Touzani*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université Blaise Pascal,
BP 45 - 63177 AUBIERE Cedex
Tél. : 04 73 40 77 06 - Fax : 04 73 40 70 60
`Rachid.Touzani@math.univ-bpclermont.fr`

Compiègne *Véronique Hédou-Rouillier*
Équipe de Mathématiques Appliquées
Departement Génie Informatique
Université de Technologie
BP 20529 - 60205 COMPIEGNE Cedex
Tél : 03 44 23 49 02 - Fax : 03 44 23 44 77
`Veronique.Hedou@dma.utc.fr`

Dijon *Christian Michelot*
UFR Sciences et techniques
Université de Bourgogne
BP400 - 21004 DIJON Cedex
Tél. : 03 80 39 58 73 - Fax : 03 80 39 58 90
`michelot@u-bourgogne.fr`

Evry la Génopole *Bernard Prum*
Département de Mathématiques
Université d'Évry Val d'Essonne
Bd des Coquibus - 91025 ÉVRY Cedex
Tél. : 01 60 87 38 06 - Fax : 01 60 87 38 09
`prum@genopole.cnrs.fr`

Grenoble *Pierre Saramito*
Laboratoire de Modélisation et Calcul - IMAG
Université Joseph Fourier
BP 53 - 38041 GRENOBLE Cedex 9
Tél. : 04 76 51 46 10 - Fax : 04 76 63 12 63
`Pierre.Saramito@imag.fr`

Grenoble 2 *Frédérique Letué*
Bât. des Sciences de l'homme de la société
BP 47 - 38040 GRENOBLE Cedex 9
Tél. : 04 76 82 59 58 - Fax : 04 76 82 56 40
`Frederique.Letue@iut2.upmf-grenoble.fr`

Havre *Adnan Yassine*
IUT du Havre
Place Robert Schuman
BP 4006 - 76610 LE HAVRE
Tél. : 02 32 74 46 42 - Fax : 02 32 74 46 71
`adnan.yassine@iut.univ-lehavre.fr`

Israël *Ely Merzbach*
Dept. of Mathematics and Computer Science
Bar llan University. Ramat Gan. - Israel 52900
Tél. : (972-3)5318407/8 - Fax : (972-3)5353325
`merzbach@macs.biu.ac.il`

La Réunion *Philippe Charton*
Dépt. de Mathématiques et Informatique
IREMIA,
Université de La Réunion – BP 7151
97715 SAINT-DENIS MESSAG Cedex 9
Tél. : 02 62 93 82 81 - Fax : 02 62 93 82 60
`Philippe.Charton@univ-reunion.fr`

Lille *Caterina Calgaro*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université des Sciences et Technologies de Lille
Bat. M2, Cité Scientifique,
59655 VILLENEUVE D'ASCQ Cedex
Tél. : 03 20 43 47 13 - Fax : 03 20 43 68 69
Caterina.Calgaro@univ-lille1.fr

Limoges *Paul Armand*
LACO, ESA 6090 - Univ. de Limoges
123 avenue A. Thomas
87060 LIMOGES Cedex
Tél. : 05 55 45 73 30 - Fax : 05 55 45 73 22
paul.armand@unilim.fr

Lyon *Michèle Chambat*
Laboratoire d'Analyse Numérique
MAPLY – Bat. 10
Université Lyon I
43 bd du 11 Novembre 1918
69622 VILLEURBANNE Cedex
Tél. : 04 72 44 85 25 - Fax : 04 72 44 80 53
chambat@lan.univ-lyonl.fr

Marne La Vallée *Pierre Vandekerkhove*
Equipe d'Analyse et de Math. Appliquées
Univ. de Marne-la-Vallée Cité Descartes
5 bd Descartes - 77454 MARNE-LA-VALLEE Cedex 2
Fax : 01 60 95 75 45 -
vandek@math.univ-mlv.fr

Maroc *Khalid Najib*
École nationale de l'industrie minérale
Bd Haj A. Cherkaoui, Agdal
BP 753, Rabat Agdal 01000 RABAT
Tél. : 00 212 37 77 13 60 - Fax : 00 212 37 77 10 55
najib@enim.ac.ma

Mauritanie *Zeine Ould Moharned*
Équipe de Recherche en Informatique
et Mathématiques Appliquées
Faculté des Sciences et Techniques
Université de Nouakchott
BP 5026 - NOUAKCHOTT-MAURITANIE
Tel : 222 25 04 31 - Fax : 222 25 39 97
zeine@univ-nkc.mr

Metz *Zakaria Belhachmi*
Département de Mathématiques
Université de Metz
Ile du Saulcy - 57 045 METZ Cedex 01.
Tél. : 03 87 54 72 87 - Fax : 03 87 31 52 73
belhach@poncelet.univ-metz.fr

Montpellier *Bruno Koobus*
Laboratoire ACSIOM
Université de Montpellier II, CC51
Place Eugène Bataillon
34095 MONTPELLIER Cedex 5
Tél : 04 67 14 32 58 - Fax : 04 67 14 35 58
koobus@math.univ-montp2.fr

Nantes *Catherine Bolley*
École Centrale de Nantes
BP 92101 - 44321 NANTES Cedex 3.
Tél :02 40 37 25 17 - Fax :02 40 74 74 06
Catherine.Bolley@ec-nantes.fr

Nancy *Didier Schmidtt*
Institut Elie Cartan
Université de Nancy 1
BP 239 - 54506 VANDŒUVRE LES NANCY
Tél. : 03 83 91 26 67 - Fax : 03 83 28 09 89
dschmidtt@iecn.u-nancy.fr

Nice *Stéphanie Lohrengel*
Lab. Jean-Alexandre Dieudonné
UMR Cnrs 6621
Université de Nice, Parc Valrose
06108 NICE Cedex 2
Tél. : 04 92 07 60 31 - Fax : 04 93 51 79 74
lohrenge@math.unice.fr

Orléans *Maitine Bergounioux*
Dépt. de Mathématiques - UFR Sciences
Université d'Orléans – BP. 6759
45067 ORLEANS Cedex 2
Tél. : 02 38 41 71 71 -Fax : 02 38 41 71 93
maitine@labomath.univ-orleans.fr

Paris I *Jean-Marc Bonnisseau*
UFR 27 - Math. et Informatique
Université Paris I - CERMSEM
90 rue de Tolbiac - 75634 PARIS Cedex 13
Tél. : 01 40 77 19 40-Fax : 01 40 77 19 80
jeanmarc.bonnisseau@uni-paris1fr

Paris V *Chantal Guihenneuc-Jouyaux*
Laboratoire de statistique médicale
45 rue des Saints Pères - 75006 PARIS
Tél. : 01 42 80 21 15 - Fax : 01 42 86 04 02
guihenneuc@citi2.fr

Paris VI *Sidi Mahmoud Kaber*
Laboratoire Jacques-Louis Lions,
Boîte courrier 187
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 54 07 - Fax : 01 44 27 72 00
kaber@ann.jussieu.fr

Paris VI *Nathanael Enriquez*
Lab. de Probabilités et Modèles Aléatoires
Univ. Pierre et Marie Curie
4 place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 54 76 - Fax : 01 44 27 72 23
enriquez@crr.jussieu.fr

Paris IX *Céline Grandmont*
CEREMADE - Univ. de Paris Dauphine
Place du Mal de Lattre de Tassiny
75775 PARIS Cedex 16
Tél. : 01 44 05 48 71 - Fax : 01 44 05 45 99
grandmont@ceremade.dauphine.fr