SOMMAIRE

Date limite de soumission des textes pour le Matapli 69 : 29 mai 2002.

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05
Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 07 03 64
smai@ihp.jussieu.fr – http ://smai.emath.fr

Congrès de Mathématiques Appliquées

à la mémoire de Jacques-Louis Lions

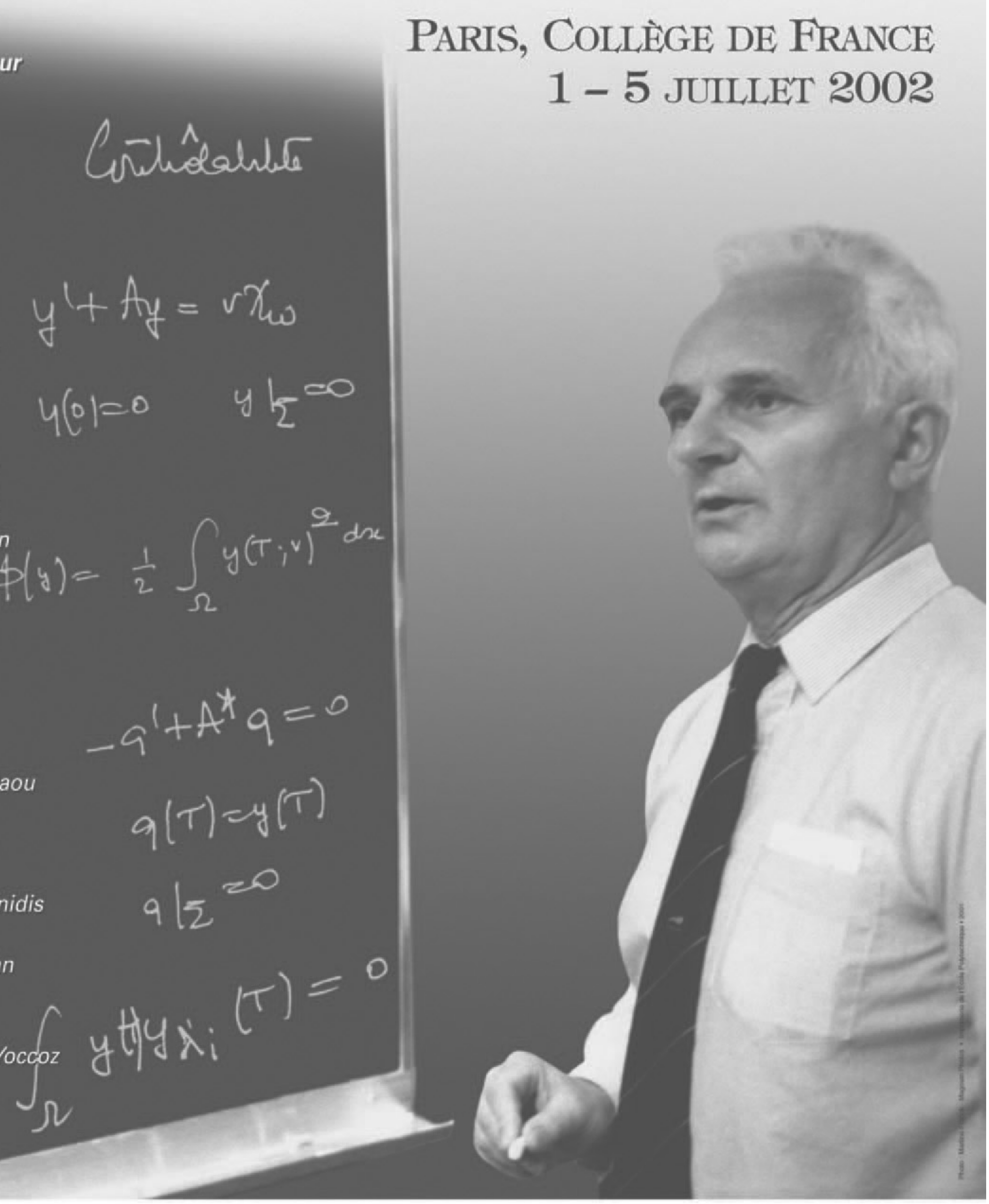
Paris, Collège de France
1 – 5 juillet 2002

Comité d'Honneur

Hubert Curien
Hiroshi Fujita
Peter Lax
Enrico Magenes
Guri Marchuk

Conférenciers

Luigi Ambrosio
François Baccelli
John Ball
Franco Brezzi
Luis Caffarelli
Marie-Paule Cani
Alexandre Chorin
Jean-Michel Coron
Lawrence Evans
Olivier Faugeras
Mathias Fink
Michael Ghil
Thomas Hou
Andrew Majda
Louis Nirenberg
George Papanicolaou
Anthony Patera
Benoît Perthame
Rolf Rannacher
Panagiotis Souganidis
Eitan Tadmor
Srinivasa Varadhan
Cédric Villani
Mark Vishik
Jean-Christophe Yoccoz
Enrique Zuazua



Parrainages : Union Mathématique Internationale et Académie des Sciences.
Soutiens : Ministère de la Recherche, CNRS, CNES, INRIA, Collège de France, École Polytechnique, Université Pierre et Marie Curie, SMAI et SMF.

Contacts :
E-mail : congres.jllions@ann.jussieu.fr
Fax : + 33 1 44 27 72 00
Web : http://acm.emath.fr/congres-jllions

ÉDITORIAL
par Brigitte Lucquin

Voici le deuxième Matapli « nouvelle formule ». Dans le numéro précédent, j'ai volontairement évité un édito vous annonçant ce « relookage » ; j'ai en effet préféré vous laisser l'effet de surprise et le plaisir de la découverte, attendant impatiemment vos remarques et réactions... J'en ai eu (peu, il est vrai), et dans l'ensemble elles furent plutôt positives.

Matapli est désormais confié à la maison d'édition Vuibert, qui assure le suivi complet de Matapli de la saisie des textes à l'expédition finale, en passant par l'impression et le routage. La partie composition et secrétariat de rédaction est sous-traitée à Martine Barbelenet, que nous remercions au passage pour son professionalisme en LaTeX (il paraît que c'est une affaire familiale...).

Comme vous pouvez le constater, chaque numéro se pare à présent d'une couverture différente : une image en couleur illustrant des résultats de calcul y est représentée. Pour le numéro précédent, il s'agissait d'une image due à Pascal Havé, étudiant dans mon laboratoire, représentant un calcul de champ électrique par une méthode multipole rapide appliquée aux équations de Maxwell en formulations intégrales. Faisant suite au groupe Gamni, c'est le groupe Mode qui nous propose l'image suivante. Il s'agit du transfert à poussée faible d'un satellite de la terre vers une orbite géostationnaire proposé par J. B. Caillau, J. Gergaud et J. Noailles.

Et pour les numéros suivants ? Nous souhaiterions si possible que chacun des groupes de la Smai nous propose une image, à tour de rôle, mais nous faisons aussi bien entendu appel à toutes les bonnes volontés !

Côté rubriques, nous accueillons dans l'équipe de rédaction Alain Prignet, qui a en charge la mise progressive sur le web de tout ou partie de Matapli. Nous espérons aussi, à terme, diffuser quelques versions plus longues des articles sur le web, sans alourdir davantage la version papier. Et gagner bien entendu en rapidité pour certaines informations périssables. La rubrique « Nouvelles des universités » changera de « tête » au prochain numéro. Jérôme Monnier ayant quitté les cieux grenoblois pour des contrées lointaines a souhaité céder sa place ; c'est Naïma Débit qui reprendra le flambeau dès notre numéro de rentrée. Et la tribune libre ? Nous avons eu les syndicats, les 35 heures... Et maintenant ? ? ? Ne l'oubliez pas ! Au risque de me répéter : « La parole et l'initiative sont entre vos mains ; c'est à vous d'en décider.... »

Côté Smai, certaines choses se mettent en place, et nous en faisons l'écho ici dans ce numéro ; je pense en particulier aux relations avec les pays en voie de développement qui prennent de plus en plus d'importance, aux initiatives communes qui se multiplient avec la SMF (la table ronde sur l'enseignement, le colloque AMAM 2003 en collaboration avec la Société Mathématique Européenne, le colloque en collaboration avec la Société Mathématique Canadienne et la Société de Mathématiques Appliquées du Canada, prévu à Toulouse en 2004...).

Voilà un petit tour d'horizon rapide pour vous donner de nos nouvelles. Et vous, adhérents de la Smai ? Qu'avez vous à nous dire ? J'attends toujours vos contributions pour que ce Matapli qui est le nôtre soit le réel reflet des activités et des besoins de toute notre communauté. La seule contrainte est, vous le comprendrez bien, d'essayer de respecter au mieux les dates limites de soumission des articles (celles-ci sont communiquées plus d'un mois à l'avance aux correspondants régionaux, responsables de rubriques et membres du bureau de la Smai)[1]. Je rappelle aussi que les textes doivent être envoyés en priorité au responsable de la rubrique concernée, ou, à défaut, à moi-même.

A vos plumes donc (ou plutôt à vos ordinateurs ...) et à très bientôt j'espère.

[1] Pour information, il faut compter 3 semaines pour l'impression et le routage et l'acheminement par la poste peut parfois demander 2 semaines (c'est précisément le temps qu'a mis mon exemplaire de Janvier). Ajoutez y le temps de saisie des textes, de composition puis de relectures, et cela vous donnera une idée plus précise des délais.

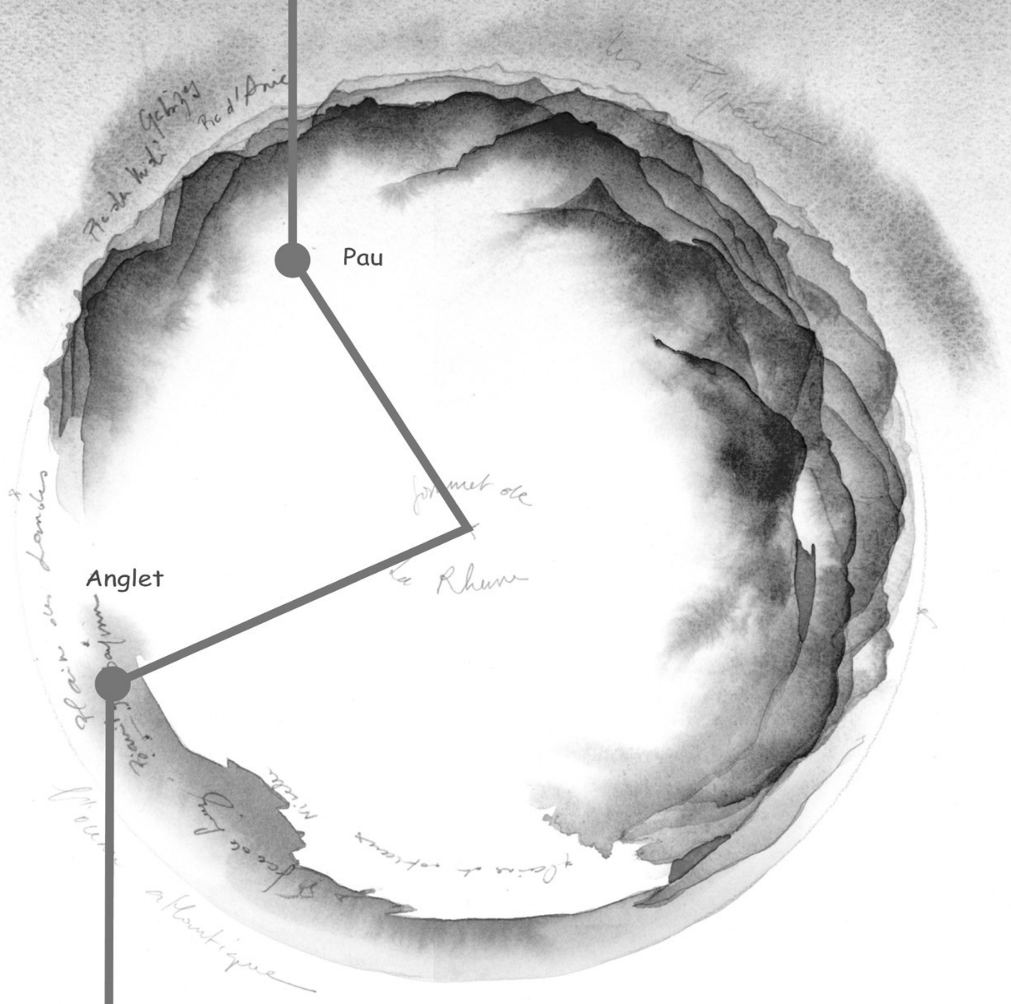
34ème Congrès national d'analyse numérique

Organisé par :
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Université de Pau et des Pays de l'Adour
IPRA BP1155 64013 Pau
& SMAI

CANUM 2002

27 mai – 31 mai 2002

VVF Chambre d'Amour - Anglet



conférenciers invités :

Remi ABGRALL
Douglas N. ARNOLD
Jacques BLUM
Christiane COCOZZA
Jesus Ildefonso DIAZ
Thierry GALLOUET
Karl KUNISCH
Jindrich NECAS
Pierre-Arnaud RAVIART
Mary F. WHEELER

SMAI

http://canum2002.univ-pau.fr
e-mail : canum2002@univ-pau.fr

Dessin H. Sorbé d'après l'orogramme de F. Schrader

COMPTES RENDUS DE LA SMAI

par Christine Graffigne

Compte rendu du bureau de la SMAI du 16 octobre 2001

Présents : Christine Graffigne, Claude Le Bris, Hervé Le Dret, Brigitte Lucquin, Gilles Pagès, Colette Picard, Michel Théra

Invité : Yvon Maday

Hébergement du site web de la SMAI : le bureau décide de transférer l'hébergement de ce serveur à l'institut de mathématiques de Jussieu à Chevaleret. Cette opération devrait nous permettre de retrouver une plus grande flexibilité au niveau de la gestion du site web et en particulier pour le test et l'installation de fichiers script de type perl.

Préparation du CA du 19 octobre : ce CA doit entre autres fixer la date de l'AG et la préparer, le bureau proposera la date du samedi 23 mars 2002. Un compte rendu bref sur l'évolution du secrétariat de rédaction et sur l'impression de Matapli sera fait. Enfin le bureau souhaite trouver des volontaires pour mener à bien certaines missions.

Représentation de la SMAI : M. Théra représentera la SMAI au CA du CIRM et au CA de l'IHP ; C. Picard et G. Pagès pour le CNFM ; et C. Picard et M. Théra pour le CIMPA.

Compte rendu de la réunion du CNFM : le CNFM est une association constitutive de l'IMU. Un congrès aura lieu en 2002 à Pékin et des demandes de subvention pour les invités français a été faite, elle sera redistribuée via la C3I. Doina Cioranescu représentera la SMAI lors de la prochaine AG de l'IMU.

Le bureau accepte de parrainer le colloque à la mémoire de J.-L. Lions qui aura lieu du 1 au 5 juillet 2002.

G. Pagès a fait remarquer qu'il n'existait pas d'ouvrage « grand public » sur les métiers de mathématiques. Il a invité à ce sujet Y. Maday qui a réalisé une enquête auprès des anciens étudiants de Paris 6 afin de présenter les débouchés possibles au niveau d'une réunion de présentation du DEUG de Paris 6. Le bureau demande à Y. Maday son autorisation pour utiliser le questionnaire qu'il a réalisé à cette occasion afin de le diffuser et de demander à nos collègues de le faire remplir par leurs anciens étudiants. Le bureau demande à G. Pagès de suivre ce dossier et propose qu'il soit assisté de Y. Maday, A. Prignet et P. Le Tallec.

Une table ronde organisée par la SMAI et la SMF aura lieu le samedi 12 janvier de 14 à 17h sur « le rôle des mathématiques dans l'enseignement des sciences ».

Compte rendu du bureau de la SMAI du 6 novembre 2001

Présents : Christine Graffigne, Hervé Le Dret, Brigitte Lucquin, Colette Picard, Michel Théra

Invitée : Colette Perrigault

Matapli : le bureau accepte le principe de la nouvelle maquette de Matapli.

Une annonce à propos de ce changement de format sera faite sur la liste d'envoi électronique de la SMAI afin d'informer les adhérents. Ce nouveau format permet d'insérer une image qui peut être modifiée lors de chaque numéro. Le bureau propose de demander aux présidents des groupes de la SMAI de se charger à tour de rôle de la sélection de cette image.

C. Perrigault fait un compte rendu sur la redéfinition du poste de secrétaire éditoriale des revues électroniques et de M2AN. Le bureau décide a priori et sous réserve de la consultation d'un certain nombre de personnes d'équiper le secrétariat éditorial d'un Macintosh G4 et d'un moyen de sauvegarde adéquat. Cet achat de matériel devrait être fait au plus vite et dans tous les cas avant la fin de l'année.

Étant donné la vétusté du Macintosh utilisé par Mme Duneau, secrétaire de la SMAI, sur lequel est géré entre autres la base de donnée des adhérents mais aussi suite à la discussion du point précédent, le bureau décide d'acheter pour ce secrétariat un Macintosh G3 ou G4 ainsi qu'une petite imprimante laser qui fonctionnera sur le réseau de l'IHP. H. Le Dret se charge de suivre ce problème d'achat de matériel pour les deux secrétariats.

Les prochains bureaux sont fixés au : vendredi 7 décembre à 13h (exceptionnellement pour des raisons de disponibilité des membres du bureau), mardi 22 janvier à 11h, mardi 5 février à 12h.

Compte rendu du CA de la SMAI du 19 octobre 2001

Présents : Yves Achdou, Guy Bayada, Maïtine Bergounioux, Doina Cioranescu, Christine Graffigne, Jacques Istas, Claude Le Bris, Hervé Le Dret, Brigitte Lucquin, Yvon Maday, Jean-François Maître, Gilles Pagès, Benoît Perthame, Colette Picard, Alain Prignet, Annie Raoult, Michel Théra, Jean-Marie Thomas, Rachid Touzani, Bernard Ycart

Matapli : le bureau propose d'accepter la proposition de Vuibert pour ce qui concerne le secrétariat éditorial, l'impression et l'envoi des Mataplis, et ce à partir du numéro de janvier 2002. Ce changement d'éditeur entraînera une modification du format de Matapli : deux exemples sont présentés au CA. Les possibilités d'intégration en ligne de parties de Matapli seront étudiées en accord avec Vuibert. Il est à noter par ailleurs qu'il n'y a plus de publicité payante dans Matapli actuellement, le bureau fait appel aux membres du CA pour essayer de trouver des contacts possibles. Le bureau remercie par ailleurs G. Tronel d'avoir bien voulu accepter de se charger de la gestion et de la recherche des annonces publicitaires pour Matapli.

Le colloque AMAM'2003 (Mathématiques appliquées et applications des mathématiques) aura lieu du 10 au 13 février 2003 à Nice, il est co-organisé par l'EMS, la SMF et la SMAI et les organisateurs sont D. Cioranescu et M. Martin-Deschamps. Le comité scientifique sera constitué de 10 personnes désignées par l'EMS et de 5 personnes pour chacune des deux sociétés SMF et SMAI, il sera présidé par P.-L. Lions. Un appel d'offre de mini-symposia devrait être diffusé de manière qu'une liste préliminaire de conférences plénières et de mini-symposia soit disponible en janvier 2002.

La SMAI et la SMF organisent conjointement une table ronde sur « le rôle des mathématiques dans l'enseignement des sciences » le samedi 19 janvier 2002.

Le CA décide que la prochaine assemblée générale de la SMAI aura lieu le samedi 23 mars 2002 à l'IHP. Un certain nombre de possibilités de thèmes scientifiques qui pourraient être associés à cette assemblée générale sont discutés.

M. Théra souligne le besoin de trouver des bonnes volontés pour prendre en charge en particulier la politique de communication de la SMAI et ses relations internationales.

B. Perthame accepte de représenter la SMAI au CA de l'IHP.

J. Istas accepte d'être éditeur en chef de la publication « Image des mathématiques ».

M. Bergounioux accepte d'être corédacteur en chef d'ESAIM : Proc, le bureau souhaite trouver un deuxième rédacteur en chef ayant une thématique proba/stat et un vote formel aura lieu à ce sujet probablement par courrier électronique.

Le prochain CA aura lieu le vendredi 22 mars à 16h, juste avant l'assemblée générale.

Compte rendu du bureau de la SMAI du 7 décembre 2001

Présents : Christine Graffigne, Hervé Le Dret, Brigitte Lucquin, Gilles Pagès, Colette Picard, Michel Théra

CNFM (le CNFM est une association constitutive de l'IMU) : M. Théra représentera la SMAI au CNFM, à la suite de Y. Brenier dont le mandat prend fin. Le bureau remercie Y. Brenier pour son action dans ce comité.

Secrétariat éditorial : Colette Perrigault est remplacée à compter du 1er janvier 2002 par Mme Françoise Breton. Cette dernière sera employée à mi-temps sur un CDI avec une période d'essai de 2 mois. Afin de permettre une mise en place du nouveau secrétariat éditorial dans les meilleures conditions possibles, un achat de matériel neuf est prévu. Simultanément, un achat est prévu aussi pour le secrétariat de la SMAI dont le matériel est largement périmé.

Convention Vuibert/SMAI : la convention destinée à l'édition du Matapli est pratiquement prête. Vuibert a en charge la composition, le secrétariat de rédaction, l'impression et le routage de Matapli. Un index sera réalisé tous les deux ans.

Le point sur l'organisation de la table ronde SMF/SMAI par G. Pagès : 6 invités sont prévus et deux thèmes de débat. Une annonce a été faite via le serveur de liste de la SMAI.

Les CANUM : il y aura une augmentation de l'ordre de 4% pour l'inscription au CANUM 2002 ; une journée industrielle sur le thème « Modèles mathématiques et numériques de remplissage de bassins sédimentaires » est prévue.

AMAM 2003 : le bureau donne son aval à l'accord SMAI/SMF qui doit être joint au contrat de réservation de salles.

AG 2002 : après discussion et premiers contacts, le bureau retient la solution consistant à organiser le matin deux exposés scientifiques sur un thème transversal ondelettes-statistique. Le duo A. Cohen- D. Picard est proposé. C. Lebris accepte d'organiser l'après-midi une discussion sur le thème « Le CEMRACS : bilan et perspectives ».

Transfert du serveur de la SMAI : le transfert d'une machine de EDP Sciences à un serveur se trouvant physiquement à l'institut de mathématiques de Jussieu, en lui-même, est une opération assez simple qui devrait s'effectuer sur une durée d'une semaine, probablement en janvier 2002. Cette opération sera transparente au niveau des utilisateurs et devrait permettre une plus grande liberté dans la gestion du serveur.

Réorganisation du serveur : une réflexion est en cours sur la réorganisation du domaine emath. Un certain nombre de rubriques de Matapli devraient être mises en ligne, pour certaines avec un retard par rapport à la parution du numéro papier, pour d'autres (telle que celle concernant les colloques qui existe déjà en ligne) en temps réel.

Proposition d'indemnisation des candidats au recrutement de maîtres de conférences : les laboratoires qui le souhaitent verseront une contribution de 50 Euros et la somme obtenue sera ensuite distribuée aux candidats qui le demanderont sous forme de bourse. Il s'agit d'un essai de fonctionnement sur une année et ce type de fonctionnement n'est pas destiné à être pérennisé : si l'opération est un succès, un autre mode de fonctionnement devra être trouvé pour l'année prochaine.

BILAN DU CNU 2001 - SECTION 26

par A. Rigal, P. Cattiaux, D. Simpelaere et N. Debit

Le CNU 26[e]section élu en février 99 a été recomposé en décembre 99 lors du remplacement des collègues nommés en 1996 pour 4 ans et a siégé en 2001 dans une composition pratiquement inchangée. Son bureau est composé d'Alain Rigal (Université Toulouse 3), Président, Patrick Cattiaux (Université Paris 10), vice-président A, Dominique Simpelaere (Université Paris 12), vice-président B et Naïma Debit (Université Lyon 1) assesseur. Les sessions plénières du CNU ont eu lieu du 22 au 24 janvier pour les qualifications et du 25 au 27 juin pour les promotions. Le bilan ci-dessous se structure donc en 2 parties correspondant à chacune de ces missions du CNU.

I — BILAN DES QUALIFICATIONS

Qualification aux fonctions de maître de conférences

Le nombre de candidats était de 354 (456 en 2000, 443 en 1999). 78 dossiers ne sont pas parvenus aux rapporteurs (soit plus de 20%, généralement en raison d'une soutenance trop tardive — la date figurant dans l'arrêté : 6 janvier ne facilitant pas les choses...). Sur 276 dossiers examinés 194 candidats ont été qualifiés (70%) et 82 (30%) ne l'ont pas été. La baisse très sensible du nombre de candidats est due en bonne partie à la diminution du nombre des candidats issus de champs disciplinaires parfois fort éloignés des mathématiques. 69 candidats (contre 142 en 2000) à la qualification MCF relevaient de façon plus ou moins marquée d'une (ou de plusieurs) sections autres que la section 25 (mathématiques). La conséquence a été une hausse significative du taux de candidats qualifiés : 70% en 2001 contre 63% en 2000. L'éventail des disciplines reste large : informatique, physique théorique, mécanique, automatique (traitement du signal), sciences de la vie, économie, astrophysique... et l'attitude de la section ouverte aux applications des mathématiques.

Deux repères importants sont utilisés pour l'appréciation des dossiers, en particulier pour les candidats dont le parcours ne s'inscrit pas de façon canonique dans les thématiques de la section :

- *i* l'aptitude à enseigner les mathématiques générales en DEUG et en tronc commun de licence de maths : ceci est apprécié à partir de la formation initiale du candidat et de son expérience pédagogique,
- *ii* dans les domaines d'application l'activité scientifique ne doit pas se limiter à une utilisation de méthodes ou d'algorithmes éprouvés. L'évaluation se base alors sur l'apport méthodologique, le développement de nouveaux algorithmes, la validation par des applications réalistes.

À partir de ces repères on peut sérier les candidatures :
– pour les candidats à « dominante » 25 le point *i* ne se pose pas et la qualification 25-26 est envisagée dans un souci de recouvrement des thématiques « pures » et « appliquées »,
– pour les candidats relevant de l'informatique théorique (27) et de la physique théorique (29) l'éventualité d'une double qualification est en général plus naturelle avec la section 25,
– pour les domaines d'application (autres sections) les repères *i* et *ii* sont le cadre de base de l'analyse des dossiers.

En conclusion la non-satisfaction des critères ci-dessus a conduit au refus de qualification d'une soixantaine de candidats.

Qualification aux fonctions de professeur

Le nombre de candidats était de 99 (142 en 2000, 135 en 1999). 16 dossiers ne sont pas parvenus aux rapporteurs. Cette diminution très importante est, pour une part limitée, due à une régression du nombre de candidats en poste à l'étranger. Sur 83 dossiers examinés 56 candidats ont été qualifiés (67.4%) et 27 (32.6%) ne l'ont pas été. La moitié de ces refus a été motivée par des raisons thématiques ; dans la plupart des cas le positionnement des candidats est assez clair et permet d'attester de leur capacité à encadrer des doctorats en mathématiques appliquées.

Pour les candidats ayant fait leur recherche à l'étranger la qualification donne l'équivalence de l'habilitation à diriger des recherches (HDR). D'autre part certaines HDR récentes n'ont pas semblé attester d'une autonomie et d'une maturité scientifiques suffisantes.

Commentaire

Il faut se garder de tirer des conclusions définitives de cette chute significative du nombre des candidats à la qualification aux fonctions de maître de conférences et professeur. On peut cependant craindre que les prochaines années confirment cette tendance qui traduirait une baisse de l'activité scientifique dans le domaine des mathématiques appliquées. La diminution constante du nombre des postes de maître de conférences publiés, l'attractivité de disciplines voisines (informatique), les difficultés rencontrées par les maîtres de conférences recrutés dans les années 90 pour mener à terme une HDR en raison de charges pédagogiques et administratives croissantes… sont quelques paramètres conduisant à ce constat.

II — BILAN DES PROMOTIONS

La session plénière du CNU traitant les promotions des maîtres de conférences (MCF) et professeurs (PR) s’est tenue du 25 au 27 juin. Elle est complétée par la réunion de groupe qui a eu lieu le 28 juin pour proposer les promotions en voie 3 (collègues ayant de lourdes charges administratives).

Le fait saillant est évidemment la fusion des classes 1 et 2 de MCF en une seule classe normale. Cette mesure supprime un barrage qui n’avait guère de raison d’être mais a été réalisée a minima. L’avancement des MCF, quelle que soit leur activité, se fait avec une sage lenteur. Toutes les sections bénéficient du même taux de promotion global (promotions locales + CNU), y compris pour la voie 2 (établissements à effectif restreint d’enseignants-chercheurs).

Ces taux sont particulièrement éclairants car ils donnent une idée très précise des « chances » de promotion :
- 1 promotion pour 16 promouvables en MCF hors classe,
- 1 promotion pour 13 promouvables en PR 1$^{\text{ère}}$ classe,
- 1 promotion pour 24 promouvables en PR classe exceptionnelle 1$^{\text{er}}$ échelon,
- 1 promotion pour 5 promouvables en PR classe exceptionnelle 2$^{\text{e}}$ échelon.

Après l’examen par les instances locales (CA pour les MCF et CS pour les PR), les dossiers des candidats non promus sont transmis au CNU ce qui a pour effet de diviser par 2 les taux ci-dessus — *cf.* III — pour le changement de procédure en 2002.

Ces quotas de promotion ne présentant aucune amélioration par rapport à nos 2 premières sessions (1999 et 2000) nous a amenés à transmettre au ministère la motion suivante : la section 26 du CNU s’est réunie du 25 au 27 juin 2001 pour examiner les candidatures aux promotions des MCF hors classe et des professeurs en 1$^{\text{ère}}$ classe et classe exceptionnelle.

1. En voie 1, la section disposait de 8 promotions en MCF hors classe pour 250 promouvables et 94 candidatures effectives. Devant cette situation nous demandons que le pourcentage de hors classe dans le corps des maîtres de conférences soit porté de 8 à 15% comme c’est le cas pour les professeurs agrégés.
2. En voie 1, la section disposait de 11 promotions à la 1$^{\text{ère}}$ classe des professeurs pour 232 promouvables et 148 candidatures effectives. L’examen des dossiers a montré que plus de la moitié des candidats méritait une promotion DÈS cette année. Nous demandons donc une réévaluation importante étalée sur plusieurs années des possibilités de promotions à ce grade.
3. Observation : concernant les points ci-dessus, les collègues enseignants-chercheurs relevant de la section 26 sont pénalisés par les difficultés rencontrées pour bénéficier de promotions locales. Depuis plusieurs années, le nombre de promotions au titre local est au mieux égal à celui

des promotions octroyées par le CNU. Il en résulte un déficit permanent. La situation est particulièrement critique cette année : 4 promotions locales en MCF HC *vs.* 8 promotions nationales et 4 promotions locales *vs.* 11 promotions nationales en 1ère classe des professeurs.

Promotions sur les contingents réservés aux établissements

MCF hors classe : 4 promus. Gire Alain (INSA Lyon), Francon-Khalili Elisabeth (Strasbourg 1), Rousseau Bernard (INSA Toulouse), Said Tanios (Paris 13).

PR 1ère classe : 4 promus. Besse Philippe (Toulouse 3), Guerre-Delabrière Sylvie (Paris 6), Michelot Christian (Dijon), Rousselet Bernard (Nice).

PR classe exceptionnelle 1er échelon : 4 promus. Brauner Claude (Bordeaux 1), Cazes Pierre (Paris 9), Comets Francis (Paris 7), Schreiber Michel (Paris 5).

PR classe exceptionnelle 2e échelon : 1 promu. Zmirou-Florens Daniele (Paris 9).

Promotions sur le contingent national

○ *VOIE 1 (cas général)*

MCF hors classe : 8 promus. Bayen François (Paris 6), Bessot Annie (Grenoble 1), Bronner François (Paris 13), Grorud Axel (Aix-Marseille 1), Pavec Raymond (Brest), Roch-Issard Françoise (Paris 11), Simonot François (Nancy 1), Tap Gérard (Toulouse 3).

PR 1ère classe : 11 promus. Achdou Yves (Paris 7), Aubert Gilles (IUT Nice), Bally Vlad (Le Mans), Blanchard Dominique (Rouen), Costa-Genon-Catalot V. (Marne la vallée), Henrot Antoine (INP Nancy), Kabanov Youri (Besançon), Léonard Christian (Paris 10), Noll Dominikus (Toulouse 3), Paumier Jean-Claude (Grenoble 1), Vallois Pierre (Nancy 1).

PR classe exceptionnelle 1er échelon : 5 promus. Barles Guy (Tours), Birgé Lucien (Paris 6), Gauthier Jean-Paul (Dijon), Ledoux Michel (Toulouse 3), Maday Yvon (Paris 6).

PR classe exceptionnelle 2e échelon : 2 promus. Coron Jean-Michel (Paris 11), Le Gall Jean-François (Paris 6).

○*VOIE 2 (établissements à effectif restreint d'enseignants-chercheurs) :*

MCF hors classe : Vidal-Denis Liliane (IUFM Lille).

PR 1ère classe : Grenier Emmanuel (ENS Lyon).

Promotions au titre du groupe 5 (sections 25-26-27)

◦*VOIE 3 (enseignants bénéficiant de contrats pédagogiques ou administratifs) :*

MCF hors classe : Duhamel Christian (Paris 11).

PR classe exceptionnelle 1er échelon : Mérindol Jean-Yves (Strasbourg 1) - section 25.

PR classe exceptionnelle 2e échelon : Méloni Henri (Avignon) - section 27.

III — QUELS ENSEIGNEMENTS EN TIRER ?

1. Évolution statutaire et problèmes spécifiques.

Sur le plan statutaire, outre la suppression du contingentement de la 1ère classe des MCF, il faut noter 2 modifications pour 2002 :

a. le CNU examinera les candidatures aux promotions préalablement aux instances locales (conseil d'administration pour les MCF et conseil Scientifique pour les PR). Commentaire : la question de l'ordre est complètement secondaire en regard du nombre très insuffisant de promotions disponibles.

b. les candidatures relevant de la voie 3 — fonctions de direction d'établissement, d'UFR… — seront examinées par une instance nouvelle de 20 membres regroupant TOUTES les disciplines, i.e. depuis le droit jusqu'aux activités physiques et sportives. La représentation du CNU est assurée par tirage au sort parmi les membres des bureaux de toutes les sections : 7 PR et 7 MCF ont ainsi été désignés. Le seul représentant du groupe 5 (25-26-27) dans cette structure est S. Despré́s vice-présidente B de la section 27. Les 6 autres membres (3 MCF et 3 PR) sont nommés parmi les collègues exerçant ou ayant exercé des fonctions relevant de la voie 3. Doit-on prendre pour une définition de la voie 3 l'assertion figurant dans la circulaire du ministère : « enseignants-chercheurs qui exercent des fonctions autres que d'enseignement et de recherche » ?

Sur les autres plans la motion reproduite plus haut fait le point sur la situation à la fois sur un plan général (insuffisance du nombre de promotions) et sur un plan spécifique concernant la section 26. En effet le principe voudrait que les nombres de promotions locales et nationales soient (à peu près) équivalents. En pratique la gestion de ces promotions ne prévoit pas de compensation dans le quota national en cas de déficit en promotions au niveau local.

2. Promotions maître de conférences hors classe

La situation de la promotion en hors classe par rapport à la qualification aux fonctions de professeur (et aux candidatures sur des postes…) est un point important dans le débat sur ces promotions. Le spectre extrêmement large des activités des candidats à ce niveau de promotion conduit à des regroupements par « profils ». On ne peut en effet comparer des candidats dont le dossier scientifique est solide avec des collègues jouant (ou ayant joué) un rôle important dans diverses charges pédagogiques et/ou administratives sans être en voie 3, voie maintenant réservée à des fonctions bien précises et gérée par une instance spécifique.

3. Promotions professeurs 1ère classe

À ce niveau de promotion on observe chaque année une tension croissante. Le nombre de promotions disponibles résulte uniquement de l'effet mécanique des possibilités offertes par les départs à la retraite (et les rares promotions en classe exceptionnelle...). Le quota annuel de promotions est très inférieur au nombre de collègues recrutés lors de chaque mouvement dans la première moitié des années 90. Il y a donc accumulation de bons candidats et la budgétisation d'un certain nombre de promotions sur les prochaines années est indispensable pour un retour progressif à une évolution de carrière normale. Une « amélioration » est prévue pour 2002...

4. Constitution des dossiers de candidature

Pour ce qui concerne les dossiers de qualification le cadre est assez bien établi et les guides disponibles dispensent informations et conseils pertinents. Nous attirons seulement l'attention sur l'aide à l'évaluation que constituent les pré-rapports de thèse ou d'habilitation. Il est également très souhaitable que le manuscrit de la thèse fasse partie du dossier.

La constitution des dossiers de promotion est définie de façon assez vague. Le fond de ce dossier doit être un CV et une liste complète de travaux : une limitation aux 3 dernières années est un non-sens pour tous les niveaux de promotion. Il est de plus indispensable que le dossier comporte des informations précises et quantifiées (en volume et en durée...) sur les activités pédagogiques (formation initiale et continue), administratives (niveau et importance des responsabilités) et plus généralement au service de la communauté universitaire : relations avec le monde non-universitaire, relations internationales, investissement dans divers organismes et structures... L'administration ne fournissant qu'un seul dossier au CNU, chaque rapporteur a dupliqué ses dossiers et les a transmis aux seconds rapporteurs également désignés par le bureau.

ANNEXE : MEMBRES DE LA SECTION 26 DU CNU

Collège A

ALLAIRE Grégoire	Université Paris 6
ANTONIADIS Anestis	Université Grenoble 1
AUBERT Gilles	Université Nice - IUT
BACHELOT Alain	Université Bordeaux 1
BLUM Jacques	Université Grenoble 1
BOSQ Denis	Université Paris 6
BOUCHITTÉ Guy	Université Toulon
CATTIAUX Patrick	Université Paris 10
COHEN Albert	Université Paris 6
CROUZEIX Michel	Université Rennes 1
DERMENJIAN Yves	Université Aix-Marseille 1
DERRIENNIC Yves	Université Brest
DURRANDE-LABORDE Colette	IUFM Grenoble
FABRE Caroline	Université Nice - IUT
GOLSE François	Université Paris 7
GRAFFIGNE Christine	Université Paris 5
GRANIER-GASSIAT Elisabeth	Université Paris 11
JOLY Patrick	INRIA Rocquencourt
LE GALL Jean-François	Université Paris 6
OPPENHEIM Georges	Université Paris 11
PONTIER Monique	Université Toulouse 3
RIGAL Alain	Université Toulouse 3
THÉRA Michel	Université Limoges
TSYBAKOV Alexandre	Université Paris 6

Collège B

ASTRUC Thierry	Université Toulon
BERTHET Philippe	Université Rennes 1
BRUNEAU Vincent	Université Bordeaux 1
CATTO Isabelle	CNRS Paris 9
CHAMBOLLE Antonin	CNRS Paris 9
CHAUVEAU Didier	Université Marne la Vallée
CHENIN Patrick	Université Grenoble 1
COQUET François	Université Rennes 1
DE FALGUEROLLES Antoine	Université Toulouse 3
DEBIT Naïma	Université Lyon 1
FABRE Sylvie	ENS Cachan
GAUDRON-TROUVÉ Isabelle	Université Paris 13
GIPOULOUX Olivier	Université Saint-Étienne
GLEYSE Bernard	INSA Rouen
GUIONNET Alice	ENS Lyon
HACHEM Ghias	Université Toulouse 3
LANGLOIS Philippe	Université la Réunion
MEDDEB Moncef	Université Paris 1
PETIT Frédérique	Université Paris 6
PHILIPPE Anne	Université Lille 1
SAINT PIERRE Patrick	Université Paris 9
SIMPELAERE Dominique	Université Paris 12
SOULIER Philippe	Université Evry
TROMEUR-DERVOUT Damien	Université Lyon 1

Quelques commentaires à propos des postes en section CNU 25-26

La direction de l'Enseignement supérieur a communiqué un certain nombre de données quantitatives relatives à l'évolution des corps d'enseignants-chercheurs ces dernières années. Ces données n'ayant pas toujours une source unique, une analyse fine peut difficilement être réalisée. Cependant les grandes tendances apparaissent clairement.

Durant la période 1998-2001 le nombre d'enseignants-chercheurs a augmenté de 12% en raison de créations de postes — nombreuses en 1998, beaucoup plus limitées ensuite.

Ce pourcentage global recouvre de grandes disparités : en effet si l'on considère des regroupements thématiques concernant de 3000 a 6000 enseignants l'augmentation des effectifs a été de :

– 5% en maths,
– 1,5% en physique,
– 5% en chimie,
– 7% en biologie,
– 14% en sciences pour l'ingénieur : mécanique, génie des procédés, EEA...
– 19% en sciences humaines et sociales : droit, économie, gestion...
– 26% en informatique.

Les pyramides des âges étant différentes suivant les disciplines, il est difficile de quantifier précisement dans ce bilan les volumes respectifs des créations, des départs à la retraite et des redéploiements disciplinaires effectués par les universités.

Ces redéploiements sont évalués à un peu plus de 5% par la DES. Ceci peut apparaître faible mais il est certain que l'origine des postes redéployés est concentrée sur quelques disciplines (*cf*. pourcentages ci-dessus). À titre d'exemple l'université Paul-Sabatier (Toulouse 3) a redéployé entre 1999 et 2001, six postes libérés par depart à la retraite en section 25 et 26 ; cinq postes ont été en informatique et un en gestion (section 6 du CNU).

ANALYSE DE LA CAMPAGNE PEDR 2001

par Jean-Marc Deshouillers, Edwige Godlewski*

La procédure suivie pour l’examen et le classement des dossiers de prime d’encadrement doctoral et de recherche pour la campagne 2001 était semblable à celle mise en œuvre pour la campagne précédente. Pour cette partie, ainsi que pour les conseils aux candidat(e)s, nous renvoyons au compte rendu précédent, disponible en version papier (Matapli numéro 64 page 11 « *Analyse de la campagne PEDR 2000* ») ou en version électronique `http://smf.emath.fr/RecrutementsCarriere/UniversiteCNU/PEDR2000.html`).

Le jury, nommé par le directeur de la recherche, se composait de quatorze membres : Jean-Yves Chemin (Pr. Paris 6), Bernard Coupet (Pr. Aix-Marseille 1), Stephan De Bievre (Pr. Lille 1), Françoise Dibos (MC. Paris 9), Vincent Franjou (Pr. Nantes), Jean Jacod (Pr. Paris 6), Pascal Massart (Pr. Paris 11), Loïc Mérel (Pr. Paris 7), Fulbert Mignot (Pr. Paris 11), Didier Piau (MC. Lyon 1), Frédéric Poupaud (Pr. Nice), Albert Raugi (Pr. Rennes 1), Jean-Marc Schlenker (Pr. Toulouse 3), Jacques-Malek Tilouine (Pr. Paris 13, président du jury). Le jury s’est réuni les 13 et 14 septembre 2001 ; il a examiné et classé les 440 dossiers.

Tout d’abord, nous souhaitons insister sur la qualité générale des dossiers déposés, et la grande frustration du jury de devoir classer en position non éligible des dossiers de très grande qualité.

La direction scientifique s’inquiète des effets négatifs qui peuvent en résulter :
– découragement et désinvestissement de l’activité de recherche, devant une notification de refus, vécue comme un jugement négatif dans l’absolu,
– démotivation de nombreux collègues à déposer un dossier lors de la prochaine campagne, devant la difficulté du concours.

La communauté mathématicienne doit garder à l’esprit qu’il s’agit d’un concours et non d’un examen, et qu’une autocensure injustifiée ne peut conduire qu’à renforcer encore la difficulté du concours : en effet, **le nombre de dossiers déposés par les mathématicien(ne)s est un paramètre fondamental du calcul du nombre de primes qui leur seront accordées**. Actuellement, le pourcentage d’enseignants-chercheurs bénéficiaires d’une PEDR est différent selon les disciplines ; en particulier elle est significativement moindre en mathématiques que dans la plupart des autres disciplines scientifiques. Nous ne voyons pas d’autre justification de cette discrépance que l’autocensure des mathématicien(ne)s.

*Mission scientifique universitaire, direction scientifique 1, département des mathématiques

BILAN

Le contingentement budgétaire a conduit le ministère à ne retenir que les 264 candidats les mieux classés. Cela correspond à un taux de satisfaction de 60%. Ces taux (tout autant le taux global que celui de la DS1) étaient de 52% pour la campagne 1998, 63% pour la campagne 1999 et 66% en 2000.

Les résultats de la campagne 2001 ont été annoncés aux établissements en novembre 2001. Les candidats malheureux pouvaient déposer un recours jusqu'au 15 décembre 2001. Les candidats dont le dossier n'a pas été retenu sont engagés à déposer un recours. D'une part, la commission de recours est totalement indépendante de la direction scientifique et du jury PEDR ; elle a sa propre appréciation qui peut diverger de celle du jury du concours. D'autre part, le fait de déposer un recours n'a aucune conséquence sur l'examen du dossier à la campagne suivante.

Les rapports du nombre de primes attribuées sur le nombre de demandes en mathématiques, pour la campagne 2001, sont les suivants :

	MC	PR	Total
25	43 / 103	89 / 114	132 / 217
26	47 / 110	85 / 113	132 / 223
Total	90 / 213	174 / 227	264 / 440

soit en pourcentage :

	MC	PR	Total
25	42 %	78 %	61 %
26	43 %	75 %	59 %
Total	42 %	77 %	60 %

dont pour les femmes :

25	8/23	soit 35%	5/8	soit 62%	13/31	soit 42%
26	14/26	soit 54%	9/13	soit 69%	23/39	soit 59%

Annexe : renseignements statistiques sur les dernières campagnes

Bilan de la campagne 1999 (nombre de dossiers retenus sur nombre de dossiers déposés)

	MC	PR	Total
25	50 / 69	63 / 110	113 / 179
26	42 / 95	75 / 91	117 / 186
Total	92 / 164	138 / 201	230 / 365

soit en pourcentage :

	MC	PR	Total
25	72 %	57 %	63 %
26	44 %	82 %	63 %
Total	56 %	69 %	63 %

Bilan de la campagne 2000 (nombre de dossiers retenus sur nombre de dossiers déposés)

	MC	PR	Total
25	42 / 71	65 / 86	107 / 157
26	47 / 86	63 / 87	110 / 173
Total	89 / 157	128 / 173	217 / 330

soit en pourcentage :

	MC	PR	Total
25	59%	75 %	68 %
26	55 %	72 %	64 %
Total	57 %	74 %	66 %

dont pour les femmes :

25	6/12	1/3	7/15	soit 47%
26	14/22	10/14	24/36	soit 67%

Recours 1999, 2000 (nombre de satisfactions / nombre de recours)

	MC	PR	Total
1999			
25	1 / 2	2 / 6	3 / 8
26	2 / 7	2 / 11	4 / 18
total	3 / 9	4 / 17	7 / 26
2000			
25	1 / 5	2 / 6	3 / 11
26	2 / 7	3 / 8	5 / 15
total	3 / 12	5 / 14	8 / 26

First Joint Conference EMS–SMAI–SMF
AMAM 2003
Applied Mathematics & Applications of Mathematics
Mathématiques Appliquées et Applications des Mathématiques
Nice 10 – 13 February 2003

Presidents : Rolf Jeltsch, Michel Théra, Michel Waldschmidt

Scientific Committee

Presidents : Pierre Louis Lions and Serguei Novikov

Lucien Birgé, Jean-Michel Coron, Marie-Françoise Coste-Roy, Alain Damlamian, Nicole El Karoui, Antonio Fasano (Italie), Olivier Faugeras, Andras Frank (Hongrie), François Golse, Michael Gromov, Eugene Ya. Khruslov (Ukraine), Heinz-Otto Kreiss (Suède), Peter Alexander Markowich (Autriche), Michel Merle, Jean-François Mestre, Etienne Pardoux, Olivier Pironneau, Frédéric Poupaud, Dirk Roose (Belgique), Zeev Schuss (Israel), J.Trevor Stuart (Royaume Uni), Eitan Tadmor (Israel and USA), Vladimir V. Vasin (Russie)

Organizing Committee

Doina Cioranescu (Co-chair), Mireille Martin-Deschamps (Co-chair), Jacques Blum, Denise Chenais, Charles Walter

Sections

• Applications of Number Theory, including Cryptography and Coding.
• Control Theory, Optimization, Operations Research and System theory.
• Applications of Mathematics in Biology, including Genomics, Medical Imaging, Models in Immunology, Modelling and Simulation of Biological Systems.
• Scientific Computation, including ab initio comp. and Molecular Dynamics.
• Meteorology and Climate, including Global change.
• Financial Engineering.
• Signal and Image processing.
• Nonlinear Dynamics.
• Other applications, Probability and Statistics, Inverse problems, Fluid dynamics, Material science.

Date limite pour soumettre une proposition de minisymposium : 01/10/2002

SECTION / DÉPARTEMENT AU CNRS

par Christine Bernardi

Ils n'existaient pas l'an dernier mais ils sont apparus cette année : les conseils scientifiques de département. Après un bref compte-rendu de la session d'automne de la section 01 du comité national, je décrirai donc la composition du conseil scientifique du département « Sciences Physiques et Mathématiques » et ses premières activités.

1. La session d'automne en mathématiques

Après une brève intervention de C. Peskine – rappelons qu'il est directeur scientifique adjoint pour les mathématiques – concernant plusieurs essais en cours de mise en place de réseaux de communication entre laboratoires, E. Giacobino, directrice du département SPM, insiste sur l'importance croissante du CNRS dans la gestion de la recherche mathématique : à l'heure actuelle, une soixantaine d'unités CNRS dont 41 UMR regroupent 351 chercheurs et 2030 enseignants-chercheurs et 16 GdR aident à structurer la recherche, en collaboration ou non avec d'autres disciplines. Elle souligne un autre point important : la suppression des AFIP, c'est-à-dire la procédure rapide d'affichage de postes ITA. Ce changement entraînerait le passage à 18 mois, au lieu de 6 actuellement, le délai précédant la prise de fonctions d'un nouvel ITA sur un poste demandé par un laboratoire mais permettrait d'après E. Giacobino une meilleure adéquation de l'ITA au profil recherché. À voir ... dans au moins 18 mois !

Le comité procède ensuite à l'examen de la moitié des unités relevant de la section 01, établissant son jugement suivant les mêmes critères que l'année précédente (voir Matapli numéro 65 avril 2001 où ces critères sont décrits). Il se réjouit que la majorité des labotatoires de mathématiques ait bien respecté ces critères et fasse ainsi preuve d'une bonne politique scientifique. Les demandes de subventions pour des colloques ou des écoles d'été sont également examinées, ainsi que les affectations des nouveaux chercheurs recrutés en octobre 2001.

Citons pour conclure l'hommage rendu par la section au professeur Jacques-Louis Lions, décédé en mai 2001.

> « Mathématicien hors pair et d'une grande curiosité scientifique, Jacques-Louis Lions fut le père fondateur d'une école de mathématiques appliquées d'un exceptionnel rayonnement international. Scientifique visionnaire, Jacques-Louis Lions a su découvrir dans les problèmes issus de l'industrie ou des sciences environnementales de nouvelles thématiques dans lesquelles les mathématiciens devaient s'impliquer, depuis la formalisation des

modèles, puis leur analyse théorique, jusqu'à leur simulation informatique. Organisateur charismatique, il a apporté une contribution originale et durable aux mathématiques en général, et à leur impact sur la société en particulier. »

2. Le conseil scientifique SPM

Les nouveaux conseils scientifiques de département sont mis en place depuis le début de l'année 2002, bien qu'aucun texte ne définisse formellement leur fonctionnement et leur rôle dans l'organisation du CNRS. Le conseil scientifique du département SPM comporte 12 élus et 12 nommés dont voici la liste par ordre alphabétique :

M. Allegrini	H. Arribart	C. Boccara	E. Bustarret
A. Carenco	M. Chatelet	G. Doclot	H. Esnault
P. Goedegebuer	J. Iliopoulos	J.-L. Joly	R. Jullien
E. Karsenti	P. Launois	P. Lederer	M.-F. Leroy
C. Lhuillier	G. Maret	C. Moeglin	C. Noot-Huyghe
B. Pire	J. Plantard	D. Schmitt	B. Theys

Vous y reconnaîtrez un mathématicien (J.-L. Joly) et trois mathématiciennes (H. Esnault, C. Moeglin et C. Noot-Huyghe), mais vous n'y reconnaîtrez sans doute pas deux industriels, H. Arribart (Saint-Gobain) et A. Carenco (Alcatel). Quatre réunions par an du conseil, deux après chaque session du comité national, sont actuellement prévues.

Au cours de sa première réunion, le 13 décembre 2001, le conseil a élu son président, ou plutôt sa présidente, C. Moeglin. Rappelons que le département SPM est composé des sections 01, 02, 04, 05, 06, 08 et 15 : l'élection d'une mathématicienne à la tête du conseil indique que le rôle des mathématiques au sein de ce département n'est pas négligeable. Nous félicitons bien sûr C. Moeglin d'avoir accepté une tâche dont l'importance et la lourdeur restent parfaitement inconnues.

À la demande de C. Moeglin, un bureau a été constitué, dont le travail principal est de préparer les réunions du conseil. Outre la présidente, il se compose de C. Boccara, M. Chatelet, P. Launois, C. Lhuillier, J. Plantard et B. Theys, ce dernier étant également secrétaire du conseil. Dans la discussion qui a suivi, les membres du conseil ont manifesté le désir de se prononcer sur la politique scientifique du département, ainsi que sur la répartition des moyens humains et financiers. Le conseil propose une liste pour le jury d'admission du concours CR, liste qui doit être ratifiée par la directrice générale du CNRS. Cette liste est identique à celle de 2001 et comporte un seul mathématicien, P. Gérard. La réunion se termine par une discussion sur la politique générale du CNRS, où il est rappelé que le nombre de postes en 2002 sur l'ensemble du département ne fera que maintenir les effectifs actuels.

Heureusement ou malheureusement (à vous de trancher), des effectifs constants n'empêchent pas le nombre de conseils de croître !

LA COOPÉRATION SCIENTIFIQUE NORD/SUD DANS LES SCIENCES DE BASE : LES ENJEUX DU PARTAGE DES CONNAISSANCES

par Michel Théra *

Il y a quelques semaines, candidats à l'élection présidentielle, ministres et autres ténors politiques se pressaient à Porto Allegre, où l'on parlait développement durable. Au centre des débats cette question cruciale : « **Comment promouvoir un nouveau mode de développement, plus équitable, permettant de préserver les intérêts des générations futures** ? ».

L'émergence de l'autonomie des pays du Sud passe par le développement de la recherche scientifique de base et par l'accès aux connaissances ; il s'agit de construire un socle pour un développement économique et scientifique durable de ces pays.

Le modèle de coopération scientifique nord-sud qui est pratiqué depuis plusieurs décennies s'oriente autour de deux axes qui s'enrichissent mutuellement :
– privilégier les disciplines et thématiques de recherche rapidement opérationnelles dans les pays du Sud (hydrologie, épidémiologie...) ;
– dépêcher dans le Sud des experts et allouer des bourses afin de faciliter la mobilité dans nos universités et nos grandes écoles des étudiants censés, une fois formés, retrouver leur pays d'origine.

On a de même particulièrement encouragé une vision à court terme en focalisant les moyens sur les sciences expérimentales sous le prétexte qu'elles sont directement liées aux préoccupations immédiates des pays du Sud. D'une part, cette politique demande des infrastructures lourdes et par conséquent des moyens financiers importants, souvent difficiles à réunir dans des pays dont la première des priorités n'est pas nécessairement la formation et la recherche. D'autre part, à plus long terme, cette recherche d'une « rentabilité » immédiate conduit à l'exclusion des sciences de base du dispositif de formation et de coopération. À terme, cela entraîne l'impossibilité pour les pays du Sud de développer leur propre recherche et les condamne à rester en situation de dépendance par rapport aux laboratoires du Nord.

Force est aujourd'hui de constater que ce modèle est en situation d'échec. De moins en moins d'experts partent aider au développement des pays du Sud, ils privilégient souvent les conférences, les jeunes du Sud que nous formons ne reviennent pas dans leur pays d'origine, ils préfèrent souvent des

*Président de la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles

postes, même subalternes, au Nord . Dans ces conditions, il ne se crée pas, et il ne pourra pas se créer, de dynamique locale universitaire. La fuite des cerveaux, dans un premier temps vers l'Europe, et ensuite vers les États-Unis, s'en trouve favorisée, induisant un appauvrissement de fait des élites.

Or, des solutions existent et nous les connaissons, pour les avoir expérimentées.

Le système des postes PAST, favorisait les contacts entre chercheurs du Nord et chercheurs du Sud en permettant à ces derniers de passer 4 mois par an pendant 4 ans dans des laboratoires du Nord. Le système vient d'être supprimé alors même qu'il avait fait ses preuves et permettait un réel partenariat de coopération entre Nord et Sud.

Dans les sciences fondamentales de base comme les mathématiques ou la physique théorique, des exemples montrent que des réussites sont possibles :
– Des centres de recherche en mathématiques de haut niveau ont vu le jour en Inde, au Brésil et au Chili par exemple.
– Le centre Abdu Salam à Trieste (ICTP : International Center for Theoretical Physics) contribue efficacement à la lutte contre la fuite des cerveaux des pays en développement, en physique théorique, mais aussi en mathématiques. Des chercheurs du Sud sont invités à Trieste dans des conditions financières intéressantes, dans le même temps des experts partent pour des missions longues dans les pays du Sud. En coopération, comme en développement, le temps est souvent une des clés du succès.
– Le CIMPA (Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées), basé à Nice, organise des cours régionaux sur des durées de plusieurs semaines. Son rôle est non négligeable, alors même qu'il dispose de moyens dérisoires et sans cesse remis en question.

Favoriser le développement de la recherche dans les pays du Sud, c'est aussi accepter de sortir de la logique bilatérale de la coopération scientifique et faciliter le développement d'échanges entre les laboratoires du Sud pour permettre l'émergence de pôles scientifiques régionaux productifs et reconnus sur la scène internationale.

Enfin, certaines des difficultés rencontrées dans le développement des laboratoires de recherche fondamentale dans les pays du Sud pourraient être aisément surmontées avec un peu d'imagination. Pourquoi ne pas envisager des facilités d'accès aux grandes revues scientifiques, comme cela peut aujourd'hui exister pour certains médicaments génériques ? Pourquoi ne pas mettre à profit les redéploiements de postes en recherche fondamentale, en France notamment, pour créer des postes de « développeurs » spécialisés dans la coopération scientifique, au sein des grandes universités ?

Les pistes, nous les connaissons pour les avoir, au moins partiellement, explorées. Il devient nécessaire de changer de logique et de dépasser la phase exploratoire que nous vivons depuis des années. Changer de phase, cela signifie, changer d'échelle, obtenir des moyens supplémentaires dans le cadre d'une stratégie de coopération affirmée à l'échelle européenne.

En conclusion, il faut repenser la coopération scientifique de base avec les pays du Sud, non pas pour se déculpabiliser d'une responsabilité historique, mais parce que cette question est devenue pour la planète un véritable enjeu. Si les conditions actuelles perdurent, la position dominante des USA conduira à terme, l'Europe et les pays du Sud à devenir une banlieue scientifique américaine. Par conséquent, la France et l'Europe ont toute leur place dans l'invention, le développement et la promotion d'un nouveau modèle de production des connaissances scientifiques qui ne pourra être que multilatérale.

Le COPED

par Claude Lobry

Le Comité Pays En Développement (COPED) est une structure dont l'Académie des sciences s'est dotée pour étudier les problèmes posés par le développement de la science dans les pays pauvres. Il est présidé par François Gros. Le COPED, qui se réunit régulièrement avec des ordres du jour variés, avait déjà eu l'occasion de travailler sur la question des mathématiques. C'est notamment lui qui avait été à l'origine du rapprochement entre l'UNESCO et le ministre en charge de la recherche (à l'époque Claude Allègre) qui devait aboutir à la signature d'une convention cadre affirmant le soutien de ces deux organismes au CIMPA.

Le 9 janvier 2002, le COPED a organisé une réunion entièrement consacrée au problème du développement de la recherche mathématique dans les pays en développement. À cette réunion participaient de nombreuses personnalités représentatives de la recherche mathématique en France (présidents de la SMF, de la SMAI, directeur de IHÉS, directeurs scientifiques des ministères de l'Éducation et de la Recherche...) et/ou portant un intérêt aux questions de développement (président du Comité des sciences de la commission française de l'UNESCO, membres de cette commission, directeur du CIMPA, universitaires et chercheurs...). Deux mathématiciens, chercheurs dans un pays en développement, avaient été invités par l'Académie. Il s'agissait de Mohamed Jaoua, travaillant en Tunisie, actuel président du CIMPA, et de Mary Teuw Niane travaillant au Sénegal.

De cette réunion très riche, nous publions ci-dessous la conclusion de Jean-Pierre Kahane et nous incitons vivement nos lecteurs à consulter le compte rendu complet sur le site de la Smai. Un comité de suivi (J.-P. Bourguignon, J.-M. Deshouillers, J.-P. Kahane, C. Lobry) a été constitué.

Conclusion (par J.-P. Kahane)

Au cours de cette journée, nous avons insisté sur les raisons, universelles, de promouvoir la recherche scientifique dans chaque pays du monde, qu'il soit du Nord ou du Sud. En effet, les bases scientifiques de la compétitivité économique et, plus généralement, celles du développement humain en dépendent.

Les sciences mathématiques sont — plus que jamais et de nouveau — impliquées dans toutes les sciences et techniques. Elles sont universellement pratiquées et praticables. Elles constituent la base de tout enseignement scientifique.

Promouvoir la recherche scientifique en mathématiques est plutôt plus facile que pour d'autres disciplines. Il est néanmoins important de créer les conditions d'un enseignement de qualité, des noyaux d'expertise et faire en sorte que la recherche scientifique dispose d'une capacité de communication internationale, instantanée et efficace, dans les spécialités concernées.

Des dispositifs de coopération existent et fonctionnent : le CIMPA est en quelque sorte un petit miracle puisqu'il a réussi à survivre aux crises qu'il a traversées de par la volonté de ses dirigeants et des soutiens qu'il a obtenus. La coopération universitaire, elle, est plus diffuse. D'autres formes de coopération, impliquant les sociétés savantes, restent à concevoir.

Enfin, ne négligeons pas les structures existant dans les pays en développement eux-mêmes : le comité africain et malgache pour l'enseignement supérieur (CAMES), les sociétés mathématiques (celles du Sénégal et de la Tunisie, par exemple) organisent chaque année des colloques suivis de communications internationales.

Chacun doit pouvoir vivre et travailler dans son pays. Pour cela, il faut :
– assurer des contacts internationaux ;
– penser aux développements industriels et universitaires ;
– valoriser l'existant (les formules de thèses en co-tutelles, les positions mixtes) et même les échecs (après tout, des mathématiciens chinois ont des positions permanentes en France mais passent la moitié de leur temps en Chine).

Pour valoriser l'existant, nous avons besoin de nouveaux moyens :
– un annuaire des mathématiciens français, universitaires ou industriels, et africains ;
– un répertoire des activités.

Il nous faut également promouvoir de nouveaux moyens tels que les DEA coopératifs, inclure dans la notion de service d'enseignement scientifique toutes les activités au service de la coopération. Dans ce cadre, le développement de postes dédiés à la coopération mérite toute notre attention et tous nos efforts. La création d'une centaine de postes a été demandée par Claude Lobry.

Par ailleurs, l'Académie s'est elle-même dotée de moyens d'actions. Le fait d'avoir relayé les interrogations du CIMPA à travers le COPED a aidé cette structure à se redresser, alors qu'elle était en grande difficulté. Rappelez-vous que la première déclaration de Federico Mayor a été faite en ces lieux, en présence des membres du bureau de l'Académie des sciences. Les sociétés savantes ont, elles aussi, un rôle à jouer, directement et par l'intermédiaire de leurs publications.

Enfin, tous ensemble, nous devons essayer d'influer sur les décideurs et l'opinion publique. Cette réunion aura certainement donné envie à tous d'aller plus loin.

LE CO-DÉVELOPPEMENT SCIENTIFIQUE, ALTERNATIVE AU PILLAGE DES CERVEAUX [1]

par Mohamed JAOUA [2]

Quelle coopération scientifique l'Europe entend-elle proposer aux pays du Sud pour ce XXIesiècle ? Celle qui s'est dessinée lors de l'émergence des nouveaux États, consistant d'une part à dépêcher sur les lieux des enseignants pour aider à la construction des nouvelles universités, d'autre part à accueillir sur son sol des étudiants, censés retrouver leur pays pour contribuer à son développement à l'issue de leur formation, a désormais épuisé son rôle historique. Non que les échanges humains soient devenus obsolètes, ils sont et resteront l'essence même de toute coopération scientifique. Mais le développement du monde a connu une évolution que les esprits les plus chagrins n'imaginaient même pas dans les années 60 : les écarts entre le Nord et le Sud n'ont cessé de se creuser, et passée la première euphorie de la libération, les nouvelles universités — dont certaines d'excellente facture — sont contraintes, face aux sureffectifs et à l'absence de moyens, surtout d'encadrement, de jouer davantage un rôle de centres de formation, plus ou moins effective, que de développement scientifique. Les flux humains Nord-Sud se sont taris, tout en changeant de nature : exit les longs séjours (plusieurs mois ou années) de jeunes enseignants-chercheurs participant à la construction d'édifices, pour laisser la place aux courtes visites d'experts. Il y a beaucoup de bonnes raisons à cela : l'évolution des besoins et la réduction des crédits de coopération, la situation parfois instable de certains pays, qui peut légitimement rebuter les plus enthousiastes, le retour en force — dans le giron du libéralisme triomphant des années 80 — de relents isolationnistes sous de nouvelles appellations telles que « afro-pessimisme », etc ... Dans le même temps, les flux Sud-Nord se sont eux aussi profondément modifiés : la formation initiale des bacheliers concerne de plus en plus les filières technologiques, et sa place diminue au profit des formations doctorales.

[1] texte de la contribution présentée à la rencontre « Communauté Scientifique Européenne : vers des pratiques de franc-jeu »tenue à l'UNESCO, Paris, Octobre 2001

[2] CIMPA, Centre International de Mathématiques Pures et Appliquées, 4 avenue Joachim, Bât B, 06100 Nice-France & ENIT-LAMSIN, BP 37, 1002 Tunis- Belvédère, Tunisie — Mohamed.Jaoua@enit.rnu.tn.

Il n’y aurait rien à redire à tout cela — semble-t-il — puisque cette évolution correspond à celle des besoins des pays en développement … Sauf que ce sont aussi ceux des pays d’accueil, dont les économies sont capables — et désireuses — d’absorber sans coup férir, et sans souci de nationalité, les jeunes formés dans leurs universités. Les instruments de la coopération sont de ce fait transformés en gigantesques épuisettes drainant vers les pays riches les jeunes élites des pays pauvres, après que ces derniers eussent consacré leurs maigres ressources à leur préparation et à leur prise en charge durant la période improductive de leur existence. À cet effet structurel pernicieux du dispositif, à la disparité sans cesse croissante des conditions de vie et de travail, s’ajoutent en outre les efforts spécifiques déployés par les pays du Nord pour accentuer le drainage des meilleurs scientifiques des pays du Sud : bourses de toutes sortes, facilités d’immigration, etc … De ce « combat » [3] du pot de fer contre le pot de terre, l’issue serait inexorable si aucun grain de sable ne venait se mettre en travers.

À des degrés divers, les pays d’Europe et ceux de son flanc sud souffrent en fait du même mal, le pillage de leurs élites par une puissance plus forte qu’eux, offrant conditions de travail et structures attractives pour drainer les chercheurs du monde entier. S’ils peuvent apporter des solutions — d’ailleurs dérisoires — pour le court terme, les efforts européens de compensation de leur déficit avec l’Amérique par une accentuation de la ponction sur les pays du Sud se révèleront à la longue des remèdes pire que le mal. En déséquilibrant des structures éducatives fragiles, en les privant des cadres d’enseignement et de recherche qui leur permettent tant bien que mal de jouer leur rôle dans la reproduction de leurs élites, l’Europe tue sa poule aux œufs d’or et apporte une pierre supplémentaire à la désertification scientifique de son flanc sud. Sans d’ailleurs en tirer nécessairement profit car, s’ils sont placés devant la nécessité impérieuse de partir, au moins les scientifiques du Sud conservent-ils le choix de leur destination.

Opposer à cette logique prédatrice, à cet attracteur universel qu’est l’Amérique, des pôles multiples de développement et de stabilité répartis, est donc une nécessité vitale pour l’Europe aussi bien que pour les pays du Sud. Et une tâche dont ni les uns ni les autres ne peuvent venir à bout par leurs seuls moyens. C’est une évidence pour les pays du Sud de l’Europe, dont cette dernière constitue le principal appui au développement, et une fenêtre trop souvent exclusive sur le monde. Mais ça ne l’est pas moins de l’Europe dont la faible démographie, et les politiques migratoires restrictives de certains de ses États, constituent autant de handicaps face aux États Unis. Pour les surmonter, et éviter de se retrouver dans un tête-à-tête fatal, une « profondeur stratégique » lui est indispensable, que seul un environnement géographique

[3] Le terme est tout à fait impropre au demeurant, dans la mesure où les nations pillées n’offrent aucune résistance, qu’elles collaborent même activement à leur propre appauvrissement, qui leur paraît à tout prendre préférable à la gestion de populations qualifiées sans perspective d’emploi à la mesure de leurs compétences

constitué de pays stables et équilibrés serait en mesure de lui apporter.

Il conviendrait pour cela qu'elle reconsidère ses rapports avec les pays du Sud dans cette perspective : plutôt que d'attirer leurs jeunes instruits afin de les fixer en Europe, ne devrait-elle pas aider à les fixer dans leurs pays, tout en les intégrant dans un espace scientifique européen ouvert ? Au lieu de se préoccuper exclusivement de la promotion de rapports bilatéraux — entendez de zones d'influence exclusives — ne devrait-elle pas favoriser l'émergence de pôles scientifiques régionaux susceptibles — par leur dimension et leurs structure — de constituer des espaces appropriés d'échanges et d'élaboration ? Situer la coopération scientifique avec le Sud dans la perspective d'une communauté de destins, plutôt que dans celle de l'assistance « humanitaire », prendre à bras le corps la redéfinition de ces rapports et la construction d'un *nouvel ordre* — expression galvaudée s'il en fût mais pourtant si nécessaire — avec la même énergie et la même persévérance qui ont conduit en moins d'un demi-siècle de la haine et la dévastation à l'intégration économique et monétaire européennes — voilà l'impérieux *aggiornamento* dont les rapports Nord-Sud ont besoin, sous peine de décrire indéfiniment les diverses gammes — tout aussi stériles les unes que les autres — du *lamento*, et leur contrepoint cartiériste.

L'existence de communautés scientifiques productives et structurées dans les pays en développement semble constituer un préalable indispensable à la mise en oeuvre d'une telle approche. En vérité, des noyaux même réduits peuvent suffire à opérer autour d'eux — en prenant appui sur des ressources conçues pour servir cet objectif — une agrégation fondatrice.

De ce vaste problème, l'Europe ne détient cependant pas toutes les clefs. Les pays du Sud ont besoin que leurs gouvernements se préoccupent davantage d'éducation et de science, et qu'ils accordent en conséquence plus de respect à leurs scientifiques. Ces derniers ont besoin de se mouvoir et de s'exprimer librement, sans crainte de représailles de quelque sorte que ce soit, afin de pouvoir rester dans leur pays pour y travailler. Ils ont aussi besoin que la science y soit reconnue comme une activité sociale respectable, procurant à ceux qui s'y consacrent un niveau de vie décent. L'Europe peut toutefois aider ces évolutions à se faire, en mettant ces questions au centre de ses préoccupations, plutôt que des interrogations sur le type de science[4] dont les pays en développement ont besoin, et en les mettant en avant dans ses programmes de coopération.

Il n'aura finalement pas été question d'éthique ou de *franc-jeu* dans cette contribution. L'éthique interdit de classer les nations en deux catégories, celles qui auraient accès à la science et celles qui ne l'auraient pas. Elle s'efforce de réduire l'écart entre le postulat de l'égalité en droit des hommes devant l'éducation, la science et la culture d'une part, et la criante inégalité qui est la leur devant la géographie. Quant au *franc-jeu*, il suppose que les protagonistes

[4]Ne s'agit-il pas tout simplement de science ?

d'un même jeu respectent des règles communes. Les deux principes relèvent donc de l'ordre du « moral », et les scientifiques de pays riches s'efforcent depuis toujours, en pesant de tout leur poids auprès de leurs gouvernants, de les faire prévaloir dans les rapports de leurs pays avec ceux du Sud.

Toutefois, si le débat se réduisait à cette vieille opposition entre morale et intérêts politiques, l'issue en serait vite désignée. Ce qui est nouveau et prometteur aujourd'hui, c'est que la poursuite de concert d'un objectif commun également profitable à ses partenaires du Sud est devenue une nécessité vitale pour l'Europe dans son face à face avec les États Unis, même si la culture politique de ses dirigeants n'en a pas encore pris toute la mesure. Cela ne saurait tarder cependant car dans le marigot que notre monde est finalement devenu, il n'y a plus de place pour un second crocodile.

Présentation du CNFM

Le Comité National Francais des Mathématiciens (CNFM) est constitué de membres désignés par la SMF, la SMAI, l'Académie des sciences, la section 01 du CNRS ainsi que de membres cooptés.

Il a pour vocation de représenter les mathématiciens français dans les instances internationales. Ainsi la composition de la délégation française à l'assemblée générale de l'UMI est une prérogative du CNFM. Le CNFM fixe aussi la représentation française dans les différents comités de l'UMI : Executive committee, International Commission on Mathematical Instruction, Commission of Development and Exchange, Commission on electronic publishing.

Pour le prochain colloque de Pekin, il a désigné la délégation suivante :

Titulaires : Jean-Michel Bismut, Doina Cioranescu, Albert Fathi, Michèle Vergne, Jean-Cristophe Yoccoz

Suppléants : Michel Théra, Michel Waldschmidt

pour le comité exécutif : Jean-Michel Bismut

pour la International Commission on Mathematical Instruction :
Michèle Artigue

pour la Commission of Development and Exchange :
Gérard Gonzales-Sprinberg

pour la Commission on electronic publishing : Pierre Bérard

Le CNFM gère aussi la CIII qui affecte des bourses pour les déplacements dans les colloques de mathématiques à l'étranger.

Nous en profitons pour rappeler la composition du Comité National Français des Mathématiciens (CNFM).

Composition du CNFM au 01 janvier 2002

Pour chaque membre du CNFM, on a indiqué dans l'ordre : son nom, son institution, sa date de fin de mandat, sa fonction éventuelle au CNFM, et son adresse électronique.

Membres désignés par l'Académie des sciences

Jean-Michel Bismut, Paris11, 2005, Vice-président,
`Jean-Michel.Bismut@math.u-psud.fr`
Yves Meyer, ENS Cachan, 2005, `ymeyer@cmla.ens-cachan.fr`
Gilles Pisier, Paris 6, 2005, `gip@ccr.jussieu.fr`
Christophe Soulé, 2005, `soule@ihes.fr`

Membres désignés par la section 01 du Comité national du CNRS

Jean-Michel Combes,Toulon, 2002,combes@cptsu5.univ-mrs.fr
Olivier Debarre, Strasbourg, 2002, debarre@math.u-strasbg.fr
Sébastien Ferenczi, CNRS-Marseille, 2003, secrétaire, ferenczi@iml.univ-mrs.fr
Guy Métivier, Rennes, 2002, Guy.Metivier@univ-rennes1.fr

Membres désignés par la Société Mathématique de France

Albert Fathi, ENS Lyon, 2005, Albert.Fathi@umpa.ens-lyon.fr
Emmanuel Hebey, Cergy-Pontoise, 2001, hebey@paris.u-cergy.fr
Gérard Gonzalez-Sprinberg, Grenoble 1, 2003, gonsprin@ujf-grenoble.fr
Michel Waldschmidt, Paris 6, 2004, miw@math.jussieu.fr

Membres désignés par la Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles

Doina Cioranescu, CNRS-Paris 6 2004, trésorière, cioran@ann.jussieu.fr
Jean Lacroix, Paris 6, 2003, lacroix@proba.jussieu.fr
Gilles Pages, Paris 12, 2004, gpa@ccr.jussieu.fr
Michel Théra, Limoges, 2005, michel.thera@unilim.fr

Membres cooptés

Jean-Paul Allouche, CNRS-Orsay, 2003, secrétaire CCCI, allouche@lri.fr
Pierre Arnoux, Marseille, 2001, président, arnoux@iml.univ-mrs.fr
Michèle Artigue, Paris 7, 2002, CFEM, Michele.Artigue@gauss.math.jussieu.fr
Pierre Duchet, CNRS-Paris 6, 2002, CFEM, duchet@ccr.fr
Colette Guillopé, Paris 12, 2002, trésorière adjointe, Colette.Guillope@math.u-psud.fr

LA VIE DE LA COMMUNAUTÉ

par Rachid Touzani

CHERCHEURS INVITÉS

Laboratoire de Mathématiques Appliquées, Université Blaise Pascal (Clermont-Ferrand II)

Manuel Gonzalez Burgos,
Université de Séville, Espagne
Mai 2002
Spécialité : Équations aux dérivées partielles, contrôlabilité
Contact : Olivier Bodart,
`Olivier.Bodart@math.univ-bpclermont.fr`

Rosario Perez Garcia,
Université de Séville, Espagne
Mai 2002
Spécialité : Équations aux dérivées partielles, contrôlabilité
Contact : Olivier Bodart,
`Olivier.Bodart@math.univ-bpclermont.fr`

Laboratoire de Mathématiques, Université de Bretagne Occidentale, Brest

Aurel Rascanu,
Université de IASI, Roumanie
Février – Mai 2002
Spécialité : Contrôle Stochastique, Analyse Stochastique
Contact : Rainer Buckdahn,
`Rainer.Buckdahn@univ-brest.fr`

Vladimir Veliov,
Académie des Sciences SOFIA, Bulgarie
Mai 2002
Spécialité : Contrôle, Inclusions différentielles
Contact : Marc Quincampoix,
`Marc.Quincampoix@univ-brest.fr`

Louri Necheperienko,
INM Moscou
Avril 2002
Spécialité : Analyse numérique
Contact : Miloud Sadkane,
`Miloud.Sadkane@univ-brest.fr`

Piermarco Cannarsa,
Université Rome II
Juillet 2002
Spécialité : Contrôle, Solutions de viscosité
Contact : Pierre Cardaliaguet,
`Pierre.Cardaliaguet@univ-brest.fr`

Laboratoire MAPMO - Orléans

Suzanne Lenhart,
Université de Knoxville, Tennessee, USA
Mai 2002
Spécialité : Contrôle des systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles
Contact : Maïtine Bergounioux,
`maitine@labomath.univ-orleans.fr`

Laboratoire de Mathématiques - Besançon

Mustapha Ghilani,
Université de Meknès, Maroc
15 mars – 15 mai 2002
Spécialité : Méthodes numériques, notamment les volumes finis
Contact : Gawtum Namah,
`Gawtum.Namah@Math.univ-fcomte.fr`

Kazunaga Tanaka,
Université de Waseda, Tokyo, Japon
Mars – Avril 2002

Spécialité : Équations aux dérivées partielles elliptiques, méthodes variationnelles et topologiques
Contact : Louis Jeanjean,
Louis.Jeanjean@Math.univ-fcomte.fr

Ilia Kostin,
Université Saint Petersburg, Russie
Juillet – Décembre 2002

Spécialité : Systèmes dynamiques
Contact : Frédérique Simondon,
Frederique.Simondon@Math.univ-fcomte.fr

Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie

Ricardo H. Nochetto,
University of Maryland at College Park, USA
15 juin – 15 juillet 2002

Spécialité : Éléments finis, estimations d'erreurs *a priori* et *a posteriori*
Contact : Vivette Girault,
girault@ann.jussieu.fr

Annalisa Buffa,
Istituto di Analisi Numerica, Pavie, Italie
Février – Juillet 2002

Spécialité : Éléments finis, Électromagnétisme et phénomènes de couplage
Contact : Yvon Maday,
maday@ann.jussieu.fr

Einar Ronquist,
Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norvège
Juin 2002

Spécialité : Bases réduites, calcul scientifique, erreur *a posteriori*
Contact : Yvon Maday,
maday@ann.jussieu.fr

Paul F. Fischer,
Argonne National Laboratory, Argonne, USA
Avril – Mai 2002

Spécialité : Dynamique des fluides, éléments finis et spectraux, écoulements turbulents
Contact : Yves Achdou et Yvon Maday,
achdou@math.jussieu.fr,
maday@ann.jussieu.fr

Laboratoire de Mathématiques Appliquées, Université de Pau

M. Afif,
Université Cadi Ayyad, Marrakech, Maroc
Un mois au second semestre 2002

Spécialité : Méthodes de volumes finis
Contact : Brahim Amaziane,
Brahim.Amaziane@univ-pau.fr

A. Hassairi,
Université de Sfax, Tunisie
Un mois au second semestre 2002

Spécialité : Probabilités et Statistique
Contact :
Simplice.Dossou-gbete@univ-pau.fr

A.D. Ioffe,
Technion Haïfa, Israël
Un mois au second semestre 2002

Spécialité : Analyse non régulière
Contact : Jean-Paul Penot,
Jean-Paul.Penot@univ-pau.fr

A. Mokrane,
ENS Kouba, Alger, Algérie
Un mois au second semestre 2002

Spécialité : Analyse non linéaire
Contact : Laurent Levi,
Laurent.Levi@univ-pau.fr

D. Ouazar,
École Mohammadia d'Ingénieurs,
Rabat, Maroc
Un mois au second semestre 2002

Spécialité : Hydrogéologie
Contact : Guy Vallet,
`Guy.Vallet@univ-pau.fr`

L. P. Rivest,
Université Laval, Québec, Canada
Un mois au second semestre 2002

Spécialité : Statistique
Contact : Simplice.Dossou-Gbete,
`Simplice.Dossou-gbete@univ-pau.fr`

A. Saada,
IPEIN, Nabeul, Tunisie
Un mois au second semestre 2002

Spécialité : Simulation numérique en mécanique des fluides
Contact : Mohamed Amara,
`Mohamed.Amara@univ-pau.fr`

G. Schmeisser,
University Erlangen, Nuremberg, Allemagne
Un mois au second semestre 2002

Spécialité : Approximation
Contact : Allal Guessab,
`Allal.Guessab@univ-pau.fr`

J. Wu,
York University, Toronto, Canada
Un mois au second semestre 2002

Spécialité : Systèmes dynamiques
Contact : Mostafa Adimy,
`Mostafa.Adimy@univ-pau.fr`

Annonce

Depuis le 1er janvier 2002, le laboratoire d'Analyse numérique de l'université Pierre et Marie Curie (Paris 6) a pris le nom de son fondateur et premier directeur Jacques-Louis Lions. Une partie du Matapli d'octobre 2001 a été consacrée à Jacques-Louis Lions et un congrès, en sa mémoire, sera organisé au Collège de France du 1er au 5 juillet 2002.

Chaire Internationale de Recherche Blaise Pascal

Une chaire internationale de recherche Blaise Pascal mise en place par l'Etat et la région Ile de France a été attribuée, pour la période universitaire 2001/2003, au professeur José Scheinkman, économiste mathématicien, professeur à Princeton et membre de l'académie américaine des arts et des sciences. José Scheinkman est actuellement accueilli par le CEREMADE et l'Institut de Finance Paris IX- Dauphine.

Dans ce cadre seront organisés des colloques et séminaires autour des deux thèmes principaux de recherche de José Scheinkman : la modélisation des interactions sociales et les marchés financiers.

La leçon inaugurale a eu lieu le 8 février et une journée sur le thème des interactions sociales aura lieu le 10 mai à l'université Paris IX- Dauphine.

Pour tout renseignement vous pouvez contacter le professeur Elyès Jouini : `jouini@ceremade.dauphine.fr`.
Les différentes manifestations seront annoncées sur le site :
`www.ceremade.dauphine.fr`.

Prix Fermat
par J.-B. Hiriart-Urruty et M. Ledoux, Université Paul Sabatier de Toulouse

Le Prix Fermat de recherche en mathématiques est organisé par l'université Paul Sabatier (Toulouse III) et parrainé par ASTRIUM SAS (fusion en 2000 de l'ex-Matra Marconi Space avec les activités spatiales de Daimler Chrysler Aerospace). Créé à Toulouse en 1987 avec comme partenaire–parrain Matra Espace (à l'époque), il est organisé tous les deux ans depuis. Les détails concernant son fonctionnement, les domaines mathématiques couverts, les modalités de candidature, etc. sont diffusés dans toutes les universités et centres de recherche ; ils sont consultables sur la toile à l'adresse suivante :

`www.ups-tlse.fr/ACTUALITES/Sciences/Prix_Fermat_2001/`

La prochaine édition de ce prix doit avoir lieu en 2003.

Le jury du prix, réuni à Toulouse le 26 octobre 2001, a décidé : Prix 2001 attribué conjointement et partagé à égalité par Richard L. TAYLOR (professeur à l'université de Harvard) et Wendelin WERNER (professeur à l'université de Paris XI à Orsay) ;

– à R. TAYLOR, pour ses contributions multiples à l'étude des liens entre représentations galoisiennes et formes automorphes ;
– à W. WERNER, pour ses travaux sur les exposants d'intersection du mouvement brownien et leur impact en physique théorique.

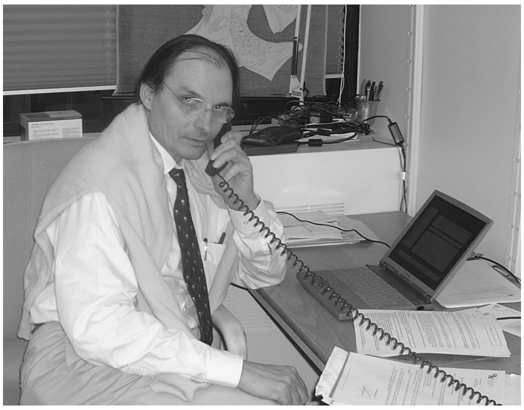
Le Prix sera remis officiellement à Toulouse en 2002, à une date non fixée à ce jour.

Né en Grande-Bretagne en 1962, R. TAYLOR a fait ses études à l'université de Cambridge (Angleterre), et soutenu son Ph.D. à l'université de Princeton (1988). Il a séjourné à l'IHES en 1988-1989, obtenu le Prix Junior Whitehead de la Société mathématique de Londres en 1990 et le prix Franco-Britannique de l'Académie des sciences en 1992. Il est professeur à l'université de Harvard depuis 1996.

R. TAYLOR est un expert dans une constellation de sujets comme les formes modulaires, les formes automorphes, les variétés de Shimura, et les représentations galoisiennes. Parmi ses contributions de ces dernières années, on note : l'extension des méthodes de Wiles et Taylor-Wiles à une famille complète de courbes elliptiques ; la démonstration avec M. Harris de la conjecture de Langlands locale pour $GL(n)$; la conduite de tout un programme établissant les liens entre représentations galoisiennes et formes automorphes.

W. WERNER est né en 1968. Ancien élève de l'École normale supérieure, il a soutenu sa thèse (1993) et son habilitation à diriger des recherches (1995) à l'université Paris VI. Lauréat de l'Académie des sciences et de la Société Mathématique Européenne (2000), il est professeur à l'université d'Orsay depuis 1997. Les travaux de W. WERNER sont consacrés au mouvement brownien plan, aux marches aléatoires, et à leurs liens avec la physique statistique, l'analyse complexe, et les équations aux dérivées partielles. Il a développé récemment avec G. Lawler et O. Schramm un vaste programme d'étude sur les exposants d'intersection du mouvement brownien plan et la percolation critique, initié par les physiciens théoriciens, notamment B. Duplantier. Les résultats obtenus marquent un tournant majeur dans l'évolution de la recherche mathématique actuelle, dans ses aspects stochastiques, analytiques et physiques.

Prix Marcel Dassault
par Frédéric Hecht



Olivier Pironneau a reçu le Prix Marcel Dassault décerné par l'Académie des sciences pour ses recherches sur l'optimisation de forme, le contrôle et la résolution numériques de systèmes complexes régis par des équations aux dérivées partielles. Il a obtenu de remarquables résultats sur la discrétisation des équations de Navier-Stokes et leurs traitements numériques. Ses méthodes sont entre autres utilisées pour améliorer l'aérodynamique des avions.

Né en 1945, Olivier Pironneau est diplômé de l'École polytechnique (1966). En 1971, il termine une thèse, dirigée par E. Polak à Berkeley (Californie, USA) sur « Optimisation et contrôle ». Il soutient en 1976 une thèse d'État sous la direction de G. Duvaut et J.-L. Lions sur le sujet « Optimisation de forme en mécanique des fluides ». Il obtient un poste d'ingénieur de recherche à l'Inria de 1974 à 1978 puis un poste de professeur à l'université Paris 13.

Depuis 1984, il est professeur au laboratoire d'Analyse numérique de l'université Pierre et Marie Curie, devenu récemment laboratoire Jacques-Louis Lions. Il fut directeur de ce laboratoire de 1991 à 2000. Il est aussi conseiller scientifique de la direction de l'INRIA pour la prospective depuis 1997.

Il est membre correspondant de l'Académie des sciences, membre de nombreux comités éditoriaux de revues internationales, membre de la Commission nationale d'évaluation pour les déchets nucléaires depuis 1998 et membre de l'Institut universitaire de France depuis 1998. Il est décoré de l'ordre national du mérite.

Formation universitaire et carrière en entreprise : Témoignages

À l'occasion de l'enquête Formation universitaire et carrière en entreprise, la SMAI recueille les témoignages de jeunes docteurs en Mathématiques appliquées récemment entrés dans l'industrie. Nous publions aujourd'hui le témoignage de J. Cortes, docteur de l'université d'Orsay, embauché depuis environ 2 ans comme ingénieur d'étude amont chez Thales S.A (ex -Thomson). Ce groupe, spécialisé en recherche et développement dans les domaines de la défense et de l'espace, emploie 65000 personnes dans le monde.

Après ma formation au Magistère de Mathématiques Paris-Sud, je me suis orienté par goût des mathématiques appliquées sur une thèse axée calcul scientifique financée par le CEA Cadarache. Mon directeur de thèse était A. Debussche côté universitaire (Paris XI) , I. Toumi et M. Grandotto côté CEA. Le sujet portait sur les méthodes Volumes Finis appliquées aux regimes transitoires d'écoulements diphasiques. Nous avons introduit une nouvelle asymptotique permettant d'apporter un regard original sur cette problématique complexe. J'ai énormément progressé et evolué grâce a ce projet de Recherche et Développement. Précision : bien que cette thèse ait produit plusieurs articles dans des revues internationales, je n'ai jamais ressenti le besoin d'y introduire des théorèmes mathématiques. De manière anecdotique, ce projet m'a aussi permis de découvrir la Provence.

A l'issue de mon financement, la situation m'apparaissait un peu floue, le CEA ne me proposait pas d'embauche concrète, l'université ne me fermait pas ses portes mais le dynamisme de l'industrie m'attirait. Cependant il ne me semblait pas forcément judicieux de me précipiter, surtout dans le contexte émotionnel souvent difficile d'une soutenance proche. C'est pourquoi lorsque J.M. Ghidaglia m'a contacté pour me proposer un post-doc dans son équipe, j'ai jugé que c'etait une excellente opportunité. Nous avons travaillé une trop courte année universitaire sur des sujets passionnants avec l'ENS Cachan, avec EDF Chatou (l'équipe de S. Mimouni), mais aussi avec l'université du Michigan puisque j'ai eu la chance de passer quelques semaines chez P. Roe.

Assez curieusement, c'est aussi à cette période que j'ai ressenti que mon projet professionnel, initié par cette thèse, arrivait à terme tant au niveau intérêt scientifique qu'au niveau des opportunités professionnelles qui pouvaient en découler.

Le projet que m'a proposé Thales S.A. à cette époque a été une chance inouïe. Je travaille aujourd'hui à la conception et au développement d'outils de calculs pour les antennes aéroportées : nouveau groupe, nouvelle organisation, nouvelles méthodes numériques, physique des hyperfréquences, équipe jeune et dynamique, programme de travail ambitieux, reconnaissance statutaire et salariale des compétences.

Pour conclure, et au vu du parcours de camarades de promotion, je ne peux qu'encourager les jeunes doctorants à ne pas se fermer de portes et à ne pas s'éterniser dans des situations précaires, à se fixer des objectifs et se donner les moyens de les réaliser. La vraie chance est celle de continuer de progresser.

UN MODÈLE NUMÉRIQUE POUR LA SIMULATION D'ÉCOULEMENTS MULTIPHASIQUES COMPRESSIBLE

par Rémi Abgrall* & Richard Saurel†

Résumé

Nous présentons et justifions une nouvelle méthode numérique permettant l'approximation numérique d'écoulements à bulles ainsi que des écoulements à interface.

I — INTRODUCTION

Dans un très grand nombre d'écoulements industriels, on rencontre des écoulements de type multiphasique ou présentant des interfaces : écoulements dans les moteurs, autour de certaines configurations aérodynamiques, dans l'industrie nucléaire ou pétrolière, problèmes de cavitation, vaporisation, ect. Il est donc important de savoir calculer avec la plus grande précision possible ce type d'écoulements, et un nombre incalculable de travaux ont été motivés ces dernières années par ce type d'applications.

Contrairement à ce qui se passe dans le cas d'écoulements monophasiques, un certain nombre de difficultés de modélisations et mathématiques demeurent non résolues à l'heure actuelle : outre les problèmes de la définition des quantités moyennes aux interfaces, les modèles choisis peuvent être non hyperboliques. De plus, dans certain cas, apparaissent des termes non conservatifs ; il devient délicat de donner un sens à ces termes quand existent des solutions discontinues [2, 3, 8, 11, 7]. En conséquence, leur discrétisation est un problème difficile.

Dans [8, 7], les auteurs étudient le problème de l'existence et de l'unicité des solutions discontinues en présence de plusieurs phases en ajoutant des termes visqueux d'origine physique, en étudiant l'existence de solutions ondes et en faisant tendre la viscosité physique vers 0. Outre la difficulté du choix (et de l'étude, voir [8]) du modèle visqueux, il nous semble que les mécanismes physiques en cause ici n'ont rien à voir avec la viscosité physique, au moins en première approximation.

Imaginons par exemple la réalisation d'un écoulement à bulles (mettons eau/air), dans lequel on fait se propager une onde de choc. Au voisinage

*Institut Universitaire de France et Mathématiques Appliquées de Bordeaux, université Bordeaux I, 351 cours de la Libération, 33405 Talence Cedex - `abgrall@math.u-bordeaux`.

†IUSTI, 7 rue E. Fermi, 13 Marseille Cedex.

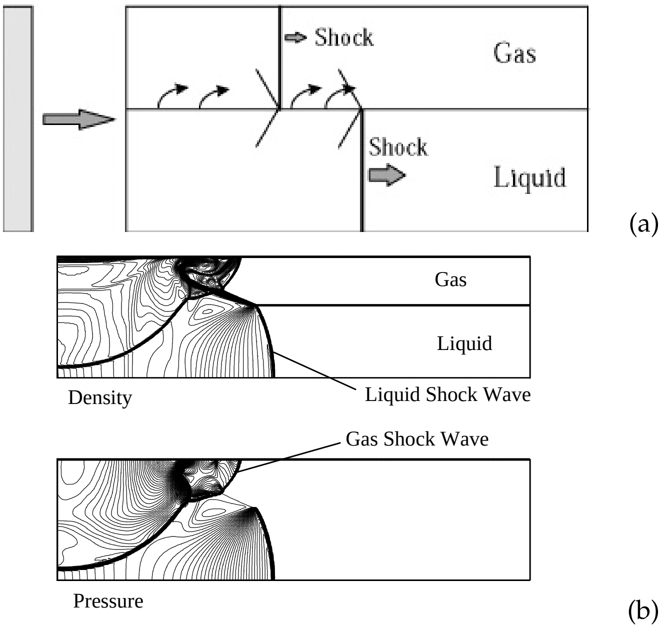


FIG. 1 – Représentation schématique et propagation d'une onde de choc dans un écoulement formé de deux phases non miscibles.

de chaque bulle, on a une interface séparant les phases eau et air. Celle–ci se déforme quand elle interagit avec l'onde de choc.

Afin de visualiser cela, on réalise l'expérience suivante qui représente la situation au voisinage de chaque bulle. Dans une colonne remplie en haut d'air et en bas d'eau, on fait impacter un piston à grande vitesse. Le piston transmet une onde de choc dans chaque fluide.

Comme chaque fluide a ses propres propriétés physiques, le choc ne se déplace pas à la même vitesse dans chaque fluide. Chaque fluide possède sa propre vitesse et sa propre pression qui s'équilibrent grâce à un système complexe d'ondes de choc, lignes de glissement et détentes/compression. Cette série de phénomènes peut s'apparenter à un processus de relaxation entre les pressions. Durant la « relaxation », l'interface se déplace avec un mouvement bi– ou tri–dimensionnel. Cette expérience a été simulée au moyen de la méthode décrite dans [10]. Dans la figure 1, on représente les isolignes de la masse volumique et de la pression.

Dans un mélange composé de bulles, des processus hydrodynamiques similaires, certainement plus complexes encore, se produisent au niveau de chaque bulle, et l'observateur mesure les variables masse volumique, vitesse, pression au niveau macroscopique, où l'on peut considérer (en négligeant les phénomènes visqueux) que l'écoulement observé est une sorte d'homogéneisation ou de moyenne de ce qui se passe à l'échelle microscopique. En particulier, il devient très naturel de considérer des mécanismes de relaxation permettant d'équilibrer les pressions si les échelles spatio–temporelles sont suffisament grandes. Ces mécanismes s'accompagnent de processus de relaxation partielle de la vitesse – au travers d'une ligne de glissement seule la vitesse normale est continue –, et il devient naturel de considérer aussi deux vitesses (une par phase). Ces mécanismes de « relaxation » ne font intervenir aucun processus visqueux.

Dans [9], R. Saurel avait développé un modèle où des termes de relaxation de la vitesse et de la pression étaient inclus. Ce modèle nécessitait un choix (laissé à l'utilisateur) des coefficients de relaxation, et des termes de pression et vitesse d'interface. Quelque soient ces choix, le modèle était inconditionnellement hyperbolique ; on pouvait alors utiliser simplement tout le savoir–faire des schémas conservatifs pour l'hyperbolique. Cependant, ce modèle comportait des termes non conservatifs dont la discrétisation n'était justifiée que pour des lignes de glissement. Le traitement des chocs était plus problématique. En effet, à cause des termes de relaxation, un gradient de fraction de volume apparaît au travers du choc.

La méthode de [9] est un exemple de la démarche classique utilisée en diphasique : on part d'un modèle, on l'analyse et on le discrétise. Dans cet article, qui est un résumé de [1], on prend le point de vue inverse. On commence par s'interroger sur la manière dont sont obtenues les équations en diphasique et en particulier d'où proviennent les difficultés de modélisation mécanique et mathématique, puis on essaie, à l'aide d'un modèle discret simple censé approcher les variables de l'écoulement localement, de calquer la démarche continue au modèle discret. Il en résulte une classe de schémas relativement simples, dans lequel apparaissent naturellement les termes de relaxation en les expliquant ; et surtout, le problème de la modélisation (pression et vitesse d'interface), ainsi que ceux posés par les termes non conservatifs, se trouvent résolus naturellement. Cette relative simplification s'effectue au prix d'un choix : celui du modèle discret. Celui que nous faisons ici semble assez naturel et est le suivant : chaque phase est décrite par ses variables conservatives, la composition est décrite par la fraction de volume de l'un des constituants, enfin chaque fluide possède sa propre loi d'état.

Outre la simplicité de la méthode, il est possible (formellement) d'obtenir, sous des conditions assez naturelles sur le schéma, une inégalité d'entropie.

Cet article s'organise de la manière suivante. Nous commençons par rappeler la manière dont sont obtenues les équations du diphasique et où s'opèrent les étapes de modélisation, en suivant la démarche de Drew [5]. Dans une deuxième partie, nous développons la méthode numérique en insistant sur les points clefs. Enfin divers exemples numériques sont proposés à titre de validation.

II — Le système d'EDP régissant les écoulements diphasiques compressibles

Chaque phase pure est régie par les équations d'Euler,

$$\frac{\partial U_k}{\partial t} + \nabla \cdot F_k = 0 \quad k = 1, 2$$

où

$$U_k = (\rho_k, \rho_k \mathbf{u}_k, \rho_k E_k)^T$$
$$\text{et } F_k = (\rho_k \mathbf{u}_k, \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k + P_k Id, (\rho_k E_k + P_k)\mathbf{u}_k)^T.$$

Ici ρ_k est la masse volumique, $\mathbf{u}_k$ la vitesse, E_k représente l'énergie spécifique ($E_k = e_k + 1/2\mathbf{u}_k.\mathbf{u}_k$, e_k est l'énergie interne) et P_k est la pression de la phase Σ_k. On suppose une équation d'état convexe $P_k = P_k(e_k, \rho_k)$.

Comme dans Drew et Passmann [5], nous introduisons la fonction caractéristique X_k de la phase Σ_k : $X_k(x,t) = 1$ si x se situe dans la phase Σ_k à l'instant t, et 0 sinon. La fonction X_k satisfait l'équation topologique

$$\frac{\partial X_k}{\partial t} + \sigma \cdot \nabla X_k = 0$$

où σ est la vitesse de déplacement de l'interface séparant Σ_1 et Σ_2. Cette équation doit être comprise au sens des distributions comme dans [5] avec les conventions suivantes : si un point se situe dans l'une ou l'autre des phases, puisqu'elles sont non miscibles, X_k garde sa valeur au cours du déplacement de ce point ; par contre si un point se situe à une interface, celle-ci se déplace avec sa vitesse qui peut être vue comme la vitesse d'interface donnée par le problème de Riemann dans lequel les états gauche et droit sont ceux des phases se situant à gauche et à droite de l'interface.

Drew et Passmann considèrent ensuite que l'expérimentateur n'observe qu'une réalisation de l'écoulement. Les conditions d'entrée et de sortie ne sont connues qu'en moyenne, et comme en turbulence, il convient d'effectuer des moyennes d'ensemble que l'on suppose commuter avec les opérateurs de dérivée spatiale et temporelle :

$$\mathcal{E}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = \frac{\partial \mathcal{E}(f)}{\partial t}$$
$$\mathcal{E}(\nabla f) = \nabla \mathcal{E}(f).$$

D'autres types de moyennes sont possibles, mais on ne considèrera ici que celles–là.

Ils établissent ensuite, voir [5], pages 102-103, que le système moyenné vérifie :

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \mathcal{E}\left(X_k \rho_k\right)}{\partial t}+\nabla \cdot \mathcal{E}\left(X_k \rho_k \mathbf{u}_k\right)=\mathcal{E}\left(\rho_k\left(\mathbf{u}_k-\sigma\right) \cdot \nabla X_k\right) \\
&\frac{\partial \mathcal{E}\left(X_k \rho_k \mathbf{u}_k\right)}{\partial t}+\nabla \cdot\left(\mathcal{E}\left(X_k \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k\right)+\mathcal{E}\left(X_k P_k\right)\right) \\
&\qquad =\mathcal{E}\left(\left(\rho_k \mathbf{u}_k(\mathbf{u}_k-\sigma)+P_k\right) \cdot \nabla X_k\right) \\
&\frac{\partial \mathcal{E}\left(X_k \rho_k E_k\right)}{\partial t}+\nabla \cdot \mathcal{E}\left(X_k \rho_k E_k \mathbf{u}_k+X_k P_k \mathbf{u}_k\right) \\
&\qquad =\mathcal{E}\left(\left(\rho_k E_k(\mathbf{u}_k-\sigma)+P_k \mathbf{u}_k\right) \cdot \nabla X_k\right)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Définissant maintenant la fraction de volume de Σ_k comme $\alpha_k = \mathcal{E}(X_k)$, la densité moyenne comme $\overline{\rho_k} = \frac{\mathcal{E}(X_k\rho)}{\alpha_k}$, la vitesse moyenne comme $\overline{\mathbf{u}} = \frac{\mathcal{E}(X_k\rho\mathbf{u})}{\alpha_k\overline{\rho_k}}$, etc, et supprimant le surlignage pour simplifier l'écriture, on obtient les équations moyennées de bilan de chaque phase :

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t}+\nabla \cdot\left(\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k\right)=\mathcal{E}\left(\rho\left(\mathbf{u}-\sigma\right) \cdot \nabla X_k\right) \\
&\frac{\partial \alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k}{\partial t}+\nabla \cdot\left(\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k+\alpha_k P_k\right)=\mathcal{E}\left(\left(\rho_k \mathbf{u}_k(\mathbf{u}_k-\sigma)+P_k\right) \cdot \nabla X_k\right) \\
&\frac{\partial \alpha_k E_k}{\partial t}+\nabla \cdot\left(\alpha_k E_k \mathbf{u}_k+\alpha_k P_k \mathbf{u}_k\right)=\mathcal{E}\left(\left(\rho_k E_k(\mathbf{u}_k-\sigma)+P_k \mathbf{u}_k\right) \cdot \nabla X_k\right),
\end{aligned}
\tag{2}
$$

couplées avec l'équation topologique

$$
\frac{\partial \alpha_k}{\partial t}+\mathcal{E}\left(\sigma \cdot \nabla X_k\right)=0. \tag{3}
$$

Définissons les variables conservatives $W = (\alpha_1\rho_1, \alpha_1\rho_1\mathbf{u}_1, \alpha_1 E_1, \alpha_1, \alpha_2\rho_2, \alpha_2\rho_2\mathbf{u}_2, \alpha_2 E_2, \alpha_2)^T$ et F les flux correspondants, et suivons une fois de plus [5]. La formulation faible de (2) est, pour une fonction test C^1 et à support compact φ,

$$
\begin{aligned}
&\int_0^{\infty} \int_{\mathbb{R}}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} W+\frac{\partial \varphi}{\partial x} F(W)\right)-\int_{-\infty}^{-\infty} \varphi(x, 0) W(x, 0) d x= \\
&\qquad =\int_0^{-\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}\left(\varphi \mathcal{G}\right) d x d t
\end{aligned}
\tag{4}
$$

où $\mathcal{G}$ est le vecteur apparaissant dans le membre de droite de (2).

L'étape suivante est une étape de modélisation destinée à fermer les expressions de la forme $\mathcal{E}(\ \cdots\ )$. Par exemple, en l'absence de transfert de masse, on effectue couramment des approximations de la forme :

$$
\begin{aligned}
&\mathcal{E}\left(P_k \nabla X_k\right)=P_I \nabla \alpha_k, \\
&\mathcal{E}\left(\left(P_k \mathbf{u}\right) \cdot \nabla X_k\right)=P_I \mathbf{u}_I \nabla \alpha_k, \\
&\mathcal{E}\left(\sigma \cdot \nabla X_k\right)=\mathbf{u}_I \nabla \alpha_k
\end{aligned}
$$

où P_I est la pression d'interface et $\mathbf{u}_I$ est la vitesse d'interface. Afin de modéliser les termes manquants, on peut introduire des termes de relaxation [9]. Bien évidement, la question difficile est l'évaluation de ces quantités ; la question est loin d'être tranchée. L'autre difficulté, du point de vue mathématique cette fois–ci, est de donner un sens à des produits de la forme $P_I \frac{\partial \alpha_k}{\partial x}$ où P_I et $\frac{\partial \alpha_k}{\partial x}$ peuvent être simultanément discontinus.

L'idée principale de cet article qui est un résumé de [1] est de suivre les étapes suivies dans le cas continu pour étudier le cas discret, et ce jusqu'à l'équation (2). En ce sens, il s'agit d'un schéma de type Godunov. En supposant de plus que les données sont constantes par mailles, il est alors possible d'estimer *tous* les termes, y compris les termes du membre de gauche de (2). Ceci donne un schéma qui satisfait (4) dans le cas semi discret, dans la limite d'un raffinement de maillage, ainsi qu'une inégalité d'entropie, voir [1] pour les détails.

III — Construction du schéma numérique

L'écoulement est composé de deux phases non miscibles Σ_1 et Σ_2. On se concentre sur le cas unidimensionnel, le cas multidimensionnel étant détaillé ailleurs. On va faire les développements dans le cas du flux de Godunov, qui, pour les états U_L and U_R, est noté $F(U_L, U_R)$. D'autres choix sont possibles, voir [1]. Si $\sigma(U_L, U_R)$ représente la vitesse à la discontinuité de contact du problème de Riemann, on notera $F^{\text{lag}}(U_L, U_R) = F(U_{LR}^+) - \sigma(U_L, U_R) U_{LR}^+$ où le symbole $\pm$ représente les états gauche/droit à la discontinuité de contact. Nous ne détaillons que la construction du schéma d'ordre un, l'extension à l'ordre deux (qui ne se fait pas de manière triviale) est donnée dans la référence [1].

1. Principes généraux

Les noeuds du maillages sont $(x_i)_{i\in\mathbb{Z}}$ et les cellules de contrôles associées sont notées $C_i =]x_{i-1/2}, x_{i+1/2}[$ où comme d'habitude $x_{i+1/2} = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$. Dans chaque cellule de contrôle, l'écoulement est approché par les deux vecteurs

$$\begin{aligned} & W_i^{(1)} = (\alpha^{(1)} \rho_i^{(1)}, \alpha_i^{(1)} \rho_i^{(1)} u_i^{(1)}, \alpha_i^{(1)} E_i^{(1)})^T \\ \text{et} \qquad & W_i^{(2)} = (\alpha_i^{(2)} \rho_i^{(2)}, \alpha_i^{(2)} \rho_i^{(2)} u_i^{(2)}, \alpha_i^{(2)} E_i^{(2)})^T. \end{aligned}$$

On procède par étapes : étant donné un état $\{(W_i^{(1)}, W_i^{(2)})^n\}_{i\in\mathbb{Z}}$ à l'instant t_n

1. On subdivise chaque cellule de contrôle de manière aléatoire. On introduit dans la cellule C_i les points $x_{i-1/2} = \xi_0 < \xi_1 < \cdots < \xi_{N(\omega)} = x_{i+1/2}$, où ω est une variable aléatoire décrivant une réalisation particulière et $N(\omega)$ est la variable aléatoire dont la valeur est le nombre de cellules internes à la maille.

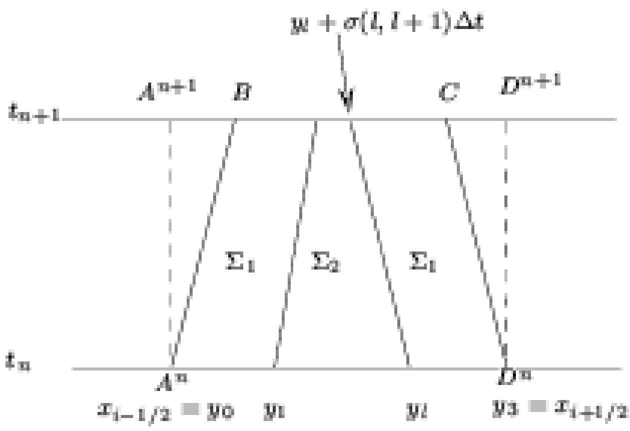


FIG. 2 – Une configuration.

2. Dans chaque sous–cellule $]\xi_l, \xi_{l+1}[$ on affecte aléatoirement les phases Σ_1 ou Σ_2 avec les états $U_i^{(1)} = (\rho_i^{(1)}, \rho_i^{(1)} u_i^{(1)}, E_i^{(1)})^T$ et $U_i^{(2)} = (\rho_i^{(2)}, \rho_i^{(2)} u_i^{(2)}, E_i^{(2)})^T$.

3. On fait évoluer la solution sur un pas de temps.

4. Enfin, on fait une moyenne d’ensemble sur toutes les réalisations.

Dans ce qui suit, $\mathcal{P}(A)$ représente la probabilité d’un évènement A et $\mathcal{E}(G)$ l’espérance de la variable aléatoire G. On note $[X]_l$ le saut de X au point ξ_l. Nous faisons les hypothèses suivantes sur la loi de probabilité permettant d’affecter les phases Σ_1 et Σ_2 :

1. $\mathcal{E}(X)$ est constante dans chaque volume de contrôle C_i, et $\mathcal{E}(X) = \alpha_i^{(1)}$;

2. Le vecteur des variables conservées dans la sous–cellule $]\xi_l, \xi_{l+1}[$ est noté U_i^l. De plus, on note U_{i-1}^+ (resp. U_{i-1}^-) l’état dans la sous–cellule la plus à droite (resp. gauche) de C_i. On fait la convention que si deux sous–cellules adjacentes contiennent le même état, on les agglomère.

Avec ces conventions, on observe que l’interface entre deux sous–cellules internes contenant les états U_L, U_R se déplace à la vitesse $\sigma(U_L, U_R)$.

Ainsi, l’évolution de la phase Σ_1 dans C_i obéit, entre les instants t_n et t_{n+1} à

(voir figure 2 pour les notations)

$$\begin{aligned}&\int_{A^nBA^{n+1}} X\left(\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial x}\right)dxdt\\&\quad+\sum_{l=2}^{N(\omega)-1}\int_{t_n}^{t_{n+1}}\int_{\xi_l+\sigma(U_i^{l-1},U_i^l)(t-t_n)}^{\xi_{l+1}+\sigma(U_i^l,U_i^{l+1})(t-t_n)} X\left(\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial x}\right)dxdt\\&\quad+\int_{D^nCD^{n+1}} X\left(\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial F}{\partial x}\right)dxdt=0.\end{aligned}\tag{5}$$

Dans cette somme, il y a deux types de termes : les termes intégraux pour $l = 2$ à $l = N(\omega) - 2$ qui correspondent aux sous–cellules internes, et les termes d'indices $l = 1$ et $l = N(\omega) - 1$ qui correspondent aux sous–cellules touchant la frontière de C_i. Afin d'évaluer simplement ces termes, on subdivise $C_i\times]t_n, t_{n+1}[$ en sous–domaines lagrangiens qui correspondent aux sous–cellules internes comme sur la figure 2 dans un cas particulier.

Après quelques calculs, *et sans se préocuper de la condition CFL pour l'instant*, on obtient

$$\begin{gathered}\frac{1}{\Delta x}\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} X(x,t_{n+1})U(x,t_{n+1})dx-\frac{1}{\Delta x}\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} X(x,t_n)U(x,t_n)dx\\+\frac{\Delta t}{\Delta x}\Big(X(x_{i+1/2},t_n^+)F(U^*_{i+1/2})-X(x_{i-1/2},t_n^+)F(U^*_{i-1/2})\Big)\\=\\\frac{1}{\Delta x}\sum_{l=2}^{N(\omega)-1}\Delta t\Big([X]_lF^{lag}(U_i^l,U_i^{l-1})-[X]_{l-1}F^{lag}(U_i^{l-1},U_i^{l-2})\Big)\\+\frac{[X]_0}{\Delta x}F_+^{lag}(U_{i-1}^+,U_i^0)-\frac{[X]_{N(\omega)}}{\Delta x}F_-^{lag}(U_i^{N(\omega)},U_{i+1}^-).\end{gathered}\tag{6}$$

Les relations (6) sont écrites sous forme conservative, ainsi, en supposant la stabilité du schéma, et sous les conditions du théorème de Lax-Wendroff, la solution limite est une solution faible du problème. Insistons sur le fait que (6) est obtenu en supposant que les problèmes de Riemann internes sont indépendants ce qui est bien évidemment faux en général. Le problème de la stabilité est discuté dans [1].

Nous avons tout d'abord :

$$\mathcal{E}\left(\frac{1}{\Delta x}\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} X(x,t_n)U(x,t_n)\right)=\left(\alpha_i^{(1)}U_i^{(1)}\right)^n.$$

Puis,

$$\sum_{l=2}^{N(\omega)-1}\Delta t\Big([X]_lF^{\text{lag}}(U_i^l,U_i^{l-1})-[X]_{l-1}F^{\text{lag}}(U_i^{l-1},U_i^{l-2})\Big).$$

En groupant les sous–cellules,

$$\sum_{l=2}^{N(\omega)-1}\Big([X]_l F^{\text{lag}}(U_i^l,U_i^{l-1})-[X]_{l-1}F^{\text{lag}}(U_i^{l-1},U_i^{l-2})\Big)= \\ =(N(\omega)-1)\Big(F^{\text{lag}}(U_i^{(2)},U_i^{(1)})-F^{\text{lag}}(U_i^{(1)},U_i^{(2)})\Big).$$

Ceci montre que l'espérance de (6) est

$$\begin{aligned}&\Big(\alpha_i^{(1)}U_i^{(1)}\Big)^{n+1}-\Big(\alpha_i^{(1)}U_i^{(1)}\Big)^{n}+\\ &+\frac{\Delta t}{\Delta x}\Big(\mathcal{E}\Big(X(x_{i+1/2},t_n^+)F(U_{i+1/2}^*)\Big)-\mathcal{E}\Big(X(x_{i-1/2},t_n^+)F(U_{i-1/2}^*)\Big)\Big)\\ &=\mathcal{E}\,(N(\omega)-2)\,\frac{\Delta t}{\Delta x}\Big(F^{lag}(U_i^{(2)},U_i^{(1)})-F^{lag}(U_i^{(1)},U_i^{(2)})\Big)+\\ &+\frac{\Delta t}{\Delta x}\Big(\mathcal{E}\left([X]_0F^{lag}(U_{i-1}^+,U_i^0)\right)-\mathcal{E}\Big([X]_{N(\omega)}F^{lag}(U_i^{N(\omega)},U_{i+1}^-)\Big)\Big)\end{aligned}\qquad(7)$$

où $N(\omega)$ est le nombre de sous cellules par maille, et donc $N(\omega)-2$ représente le nombre d'interfaces internes par cellule C_i.

Il reste à évaluer les trois termes :

$$\mathcal{E}\Big(X(x_{i+1/2},t_n^+)F(U_{i+1/2}^*)\Big),\quad \mathcal{E}\Big(X(x_{i-1/2},t_n^+)F(U_{i-1/2}^*)\Big)$$
$$\text{et}\quad \mathcal{E}\left([X]_0\right)F^{lag}(U_{i-1}^+,U_i^0)-\mathcal{E}\left([X]_{N(\omega)}\right)F^{lag}(U_i^{N(\omega)},U_{i+1}^-).$$

2. Moyennes d'ensemble

Calcul des termes conservatifs. À la frontière $x_{i+1/2}$ de la cellule C_i, quatre configurations sont possibles : $U_{i+1}^+=U_{i+1}^{(1)}$ et $U_i^0=U_i^{(1)}$, $U_{i+1}^+=U_{i+1}^{(1)}$ et $U_i^0=U_i^{(2)}$, $U_{i+1}^+=U_{i+1}^{(2)}$ et $U_i^0=U_i^{(1)}$, $U_{i+1}^+=U_{i+1}^{(2)}$ et $U_i^0=U_i^{(2)}$. En posant $\beta_{i+1/2}^{(l,p)}=\text{sign}\,(\sigma(U_i^l,U_{i-1}^p)$, définissons $\beta^+=\max(0,\beta)$, $\beta^-=\min(0,\beta)$ et $X(x_{i+1/2})^\pm=\lim_{x-x_{i+1/2}\to0^\pm}X(x)$. Utilisant ces notations, et en inspectant les ondes entrantes et sortantes de la cellule C_i au point $x_{i+1/2}$, nous avons :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}\Big(X(x_{i+1/2},t_n^+)F(U_{i+1/2}^*)\Big)&=\mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_1,\Sigma_2)\ \Big(\beta_{i+1/2}^{(1,2)}\Big)^+\ F(U_i^{(1)},U_{i-1}^{(2)})\\ &+\ \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_1,\Sigma_1)\ F(U_i^{(1)},U_{i-1}^{(1)})\\ &-\ \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_2,\Sigma_1)\ \Big(\beta_{i+1/2}^{(2,1)}\Big)^-\ F(U_i^{(2)},U_{i+1}^{(1)}),\end{aligned}\qquad(8)$$

équations dans lesquelles les termes

$$\mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p,\Sigma_q)=\mathcal{P}\left(X(x_{i+1/2})^-=\delta_1^p\ \text{et}\quad X(x_{i+1/2})^+=\delta_1^q\right)$$

sont évalués dans le paragraphe §3. Le traitement au point $x_{i-1/2}$ est similaire, aussi, nous ne le détaillons pas.

Calcul des termes non conservatifs. On examine maintenant les termes $\mathcal{E}\left([X]_{N(\omega)}\right) F^{lag}(U_i^{N(\omega)}, U_{i+1}^-)$ et $\mathcal{E}\left([X]_0\right) F^{lag}(U_{i-1}^+, U_i^0)$, c'est à dire ce qui se passe pour les cellules internes jouxtant les points $x_{i\pm 1/2}$.

Commençons par le premier terme. Utilisant les mêmes arguments, on a encore quatre configurations possibles (gaz-gaz, gaz-liquide, liquide-gaz, liquide-liquide) pour le cas des cellules internes. Ainsi, on obtient

$$\begin{aligned} \mathcal{E}\left([X]_{N(\omega)}\right) & F^{\text{lag}}(U_i^{N(\omega)}, U_{i+1}^-) \\ &= \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_1, \Sigma_2) \left(\beta_{i+1/2}^{(1,2)}\right)^- F^{\text{lag}}(U_i^{(1)}, U_{i+1}^{(2)}) - \\ &\qquad - \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_2, \Sigma_1) \left(\beta_{i+1/2}^{(2,1)}\right)^- F^{\text{lag}}(U_i^{(2)}, U_{i+1}^{(1)}). \end{aligned} \tag{9}$$

Des résultats analogues sont obtenus pour le second terme.

Termes de relaxation. Il s'agit de

$$\frac{\mathcal{E}\left(N_{int}\right)}{\Delta x} \left(F^{lag}(U_i^{(2)}, U_i^{(1)}) - F^{lag}(U_i^{(1)}, U_i^{(2)})\right)$$

où $\dfrac{\mathcal{E}\left(N_{int}\right)}{\Delta x}$ est le nombre moyen d'interfaces internes par cellules. Ce nombre dépend de la topologie de l'écoulement, et peut être interprété comme un paramètre de relaxation.

Schéma portant sur la fraction de volume. Grâce aux même calculs, il est facile d'obtenir un schéma donnant l'évolution au cours du temps de α_i^n. On l'obtient en faisant $U = 1$ et $F = 0$, au vu de l'équation (3).

3. Estimation de $\mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p, \Sigma_q)$

Afin d'estimer ces termes, on fait les remarques suivantes. Tout d'abord,

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p, \Sigma_p) + \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_q, \Sigma_p) = \alpha_{i+1}^p, \\ \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p, \Sigma_p) + \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p, \Sigma_q) = \alpha_i^p \end{aligned}$$

quelque soit la phase Σ_p et Σ_q. En effet, la première de ces relations signifie que si on suppose qu'il y a la phase Σ_p à gauche de l'interface $x_{i+1/2}$ qu'il y ait la phase Σ_p ou Σ_q à sa droite, la probabilité de cet évènement est égale à la probabilité de présence de Σ_p à droite, c'est à dire α_{i+1}^p. La seconde de ces équations s'interprète de même en renversant le rôle de la droite et de la gauche. De plus, il faut que $\mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p, \Sigma_q) \geq 0$.

Puisque $0 \le X(x_{i+1/2})^{\pm} \le 1$, nous avons $0 \le X(x_{i+1/2})^{+}X(x_{i+1/2})^{-} \le X(x_{i+1/2})^{+}$ et $0 \le X(x_{i+1/2})^{+}X(x_{i+1/2})^{-} \le X(x_{i+1/2})^{-}$, ainsi

$$\mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p, \Sigma_p) \le \alpha_i^p \quad \text{et} \quad \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p, \Sigma_p) \le \alpha_{i+1}^p.$$

Ceci montre que :

$$\mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p, \Sigma_p) \le \min\left(\alpha_i^p, \alpha_{i+1}^p\right).$$

De plus, si l'écoulement est régulier, il est légitime de demander que

$$\begin{array}{l} \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_1, \Sigma_1) \simeq \alpha^{(1)}(x_{i+1/2}), \\ \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_2, \Sigma_2) \simeq \alpha^{(2)}(x_{i+1/2}), \\ \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_1, \Sigma_2) \simeq 0, \\ \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_2, \Sigma_1) \simeq 0. \end{array} \tag{10}$$

Ces relations signifient que, dans la limite d'un raffinement de maillage, la composition de l'écoulement ne varie que continûement ; ainsi, elle doit être approximativement la même au point $x_{i+1/2}$ que l'on prenne la limite à droite ou à gauche. Ceci signifie que l'ensemble des points où la composition varie de manière significative est de mesure nulle. Ainsi, en écrivant (10), on dit implicitement que l'écoulement est presque partout régulier dans la limite d'un raffinement de maillage.

La troisième remarque est de noter que, puisque

$$\mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p, \Sigma_p) \le \min\left(\alpha_i^{(p)}, \alpha_{i+1}^{(p)}\right),$$

on a aussi $\mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p, \Sigma_q) \ge \max\left(\alpha_i^{(p)} - \alpha_{i+1}^{(p)}, 0\right)$.

En combinant ces remarques, nous faisons les estimations suivantes

$$\begin{array}{l} \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_1, \Sigma_1) := \min\left(\alpha_i^{(1)}, \alpha_{i+1}^{(1)}\right) \\ \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_1, \Sigma_2) := \max\left(\alpha_i^{(1)} - \alpha_{i+1}^{(1)}, 0\right) \\ \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_2, \Sigma_1) := \max\left(\alpha_i^{(2)} - \alpha_{i+1}^{(2)}, 0\right) \\ \mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_2, \Sigma_2) := \min\left(\alpha_i^{(2)}, \alpha_{i+1}^{(2)}\right). \end{array} \tag{11}$$

On voit facilement que la somme des coefficients $\mathcal{P}(\Sigma_p, \Sigma_q)$ dans (11) vaut 1.

Peut–on justifier plus rigoureusement ces estimations ? Nous pensons que oui. D'une part, si on suppose que l'écoulement se réalise dans un tuyau de section constante avec au plus une bulle par cellule, les formules (11) sont exactes.

La seconde justification est plus mathématique. Le schéma (7), quand on fait tendre Δt vers 0, autrement dit le schéma semi–discret en temps associé à

(7) est un schéma de type volume fini conservatif. Ainsi, on peut suivre la démonstration du théorème de Lax–Wendroff, voir ([6]). On définit U_Δ par

$$U_\Delta(x,t) = U_i^n \text{ si } (x,t) \in]x_{i-1/2}, x_{i+1/2}[$$

Ainsi, si on suppose que
– La suite U_Δ est bornée dans $L^\infty(\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R})$,
– Il existe $U \in L^2(\mathbb{R} \times \mathbb{R}^+)_{loc}$ tel que $U_\Delta \to U$,
– La loi de probabilité de l'écoulement est connue,
– Si $\mathcal{P}_{i+1/2}(\Sigma_p, \Sigma_q) = P_{pq}(\alpha_i^{(p)}, \alpha_{i+1}^{(q)})$ avec P_{pq} continue et $P_{pp}(\alpha,\alpha) = \alpha$, $P_{pq}(\alpha,\alpha) = 0$ si $p \neq q$,

alors la solution limite U satisfait, pour une fonction test φ à support compact définie dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$,

$$\int_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}^+} U\frac{\partial \varphi}{\partial t} + F(U)\nabla\varphi - \int_{\mathbb{R}} U(x,0)\varphi(x,0) = \mathcal{E}\left(\int_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}^+} \mathcal{G}\varphi\right).$$

En d'autres termes, la solution est une solution faible du problème, comme défini dans Drew et Passman [5].

Ici, la loi de probabilité n'intervient effectivement qu'au travers des coefficients de relaxation, c'est à dire de la moyenne du nombre d'interfaces par cellule.

IV — Exemples numériques

Dans ce paragraphe, nous montrons que la méthode donne de bons résultats dans des cas classiques : problème du robinet, problèmes d'interface, problèmes de sédimentation. Il peut paraître curieux de vouloir simuler des problèmes d'interface (où *a priori* l'interface est bien localisée) avec une méthode dédiée aux écoulements diphasiques (où les interfaces sont supposée mal localisées).

Ceci est rendu possible grâce à un choix judicieux des coefficients de relaxation. En effet, dans le système (7), on note la présence de termes de relaxation sur l'équation de fraction de vide, la quantité de mouvement et l'énergie totale. En jouant sur ces coefficients, il est possible de représenter plusieurs types de situations : interfaces (coefficients de relaxation infinis), glissement (coefficients de relaxation infini sur les pressions), etc. D'autres tests unidimensionnels sont décrits dans [1].

Problèmes de Ransom Le problème de Ransom est classique. Il s'agit d'un tube vertical de 2 mètres de hauteur qui contient une colonne d'eau et une colonne d'air. Les conditions d'entrée sont les suivantes : la vitesse d'entrée de l'eau et de l'air est de 10m/s, la fraction de vide du liquide est de 0.8. La section inférieure du tube est ouverte aux conditions atmosphériques standard.

À $t = 0$, on met en route la gravité ($g = 10m/s^2$). Enfin, le gaz et le liquide sont considérés comme compressibles, leur équation d'état est de type gaz raide :

$$e = \frac{p + \gamma p_\infty}{\gamma - 1}$$

où γ et p_∞ sont donnés dans le tableau 1.

	gaz	eau
γ	1.4	4.4
p_∞	0.	$6\ 10^5$

TAB. 1 – Paramètres thermodynamiques pour la loi des gaz raides.

Les résultats numériques ainsi que la solution exacte sont donnés dans la figure 3. L'écoulement est quasi incompressible. Ainsi la condition CFL impose des pas de temps très petits.

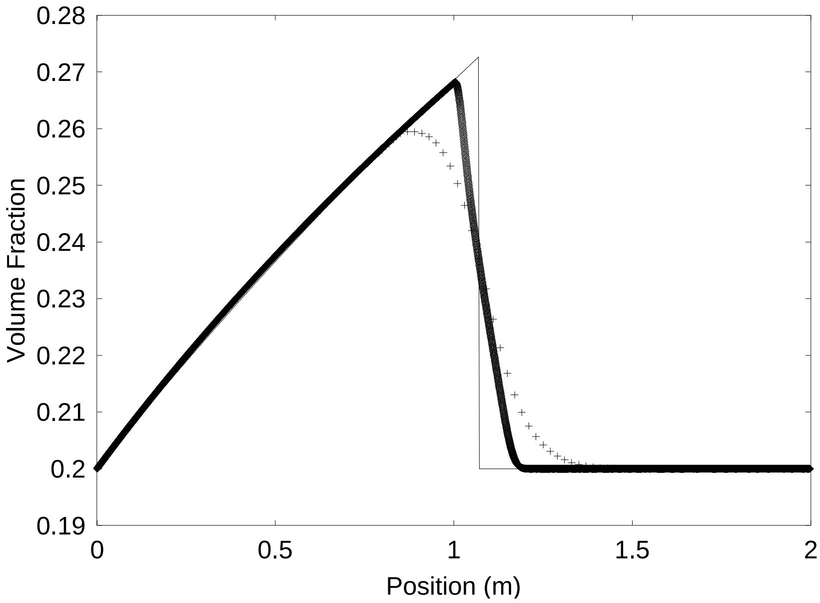


FIG. 3 – Solution exacte (traits pleins) et solution numérique (avec 100 et 4000 cellules) pour le cas test de Ransom.

La solution numérique est en bon accord avec la solution exacte, bien que celle–ci soit obtenue en supposant l'écoulement incompressible (le fluide est très peu compressible). Notons que deux maillages sont représentés dans la

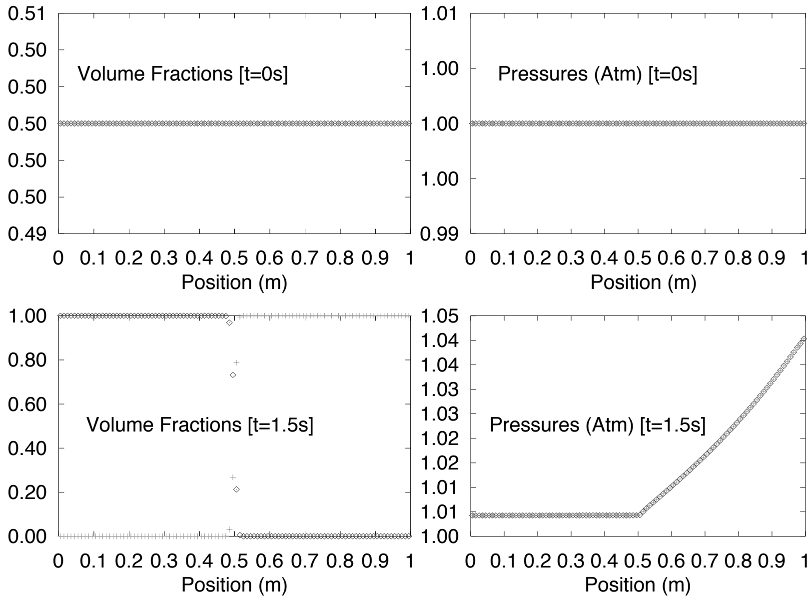


FIG. 4 – Fractions de volume et pressions à $t = 0$ s et $t = 1.5$ s. Symboles : x (eau), $+$ (air).

figure 3. Ceci confirme le fait que la méthode est stable, même pour des maillages très fins.

Problème de sédimentation On considère un tube vertical rempli d'eau et d'air, fermé à ses deux extrémités. Sa longueur est de 1 mètre, il est subdivisé en 100 cellules.

À $t = 0$, la fraction de vide de chaque phase est uniforme et vaut 0.5. La vitesse initiale est nulle, la pression initiale de chaque phase est 10^5 Pa. La densité de l'air est $1\ \mathrm{kg/m^3}$, celle de l'eau de $1000\ \mathrm{kg/m^3}$. A $t = 0$, on met en place la gravité ($g = 10\ \mathrm{m/s^{-2}}$) ; le liquide tombe et l'air remonte. À l'état stationnaire, le tube ne doit contenir que de l'air au dessus et de l'eau en dessous. On représente sur la figure 4 la fraction de volume et la pression à l'initialisation et après 1.5 secondes. Ces résultats montrent que la méthode est capable de séparer des phases non miscibles sous l'action de la gravité et satisfaisant les conditions d'interface.

Un problème d'interface bidimensionnel Il s'agit du remplissage d'un réservoir rempli d'air avec l'eau contenue dans un autre réservoir. La géométrie est donnée sur la figure 5. On représente l'instant final de la simulation. La solution semble assez diffusée. Ceci est dû au fait que le maillage est

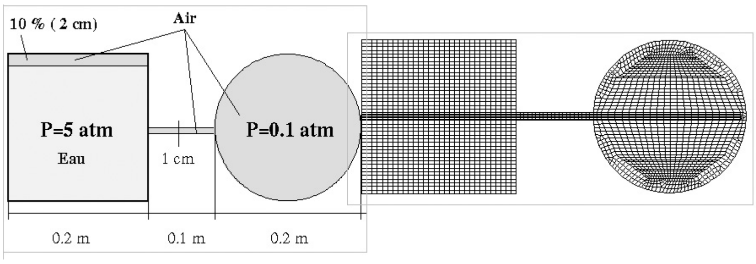
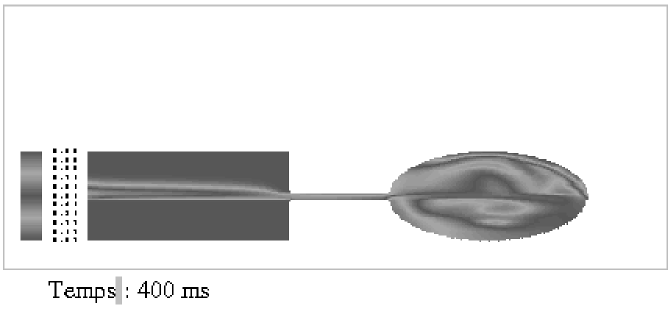


FIG. 5 – Conditions expérimentales et maillage



assez lâche et qu'aucune procédure particulière n'est effectuée au voisinage de l'interface. On pourrait envisager par exemple des procédures de rafinement automatique hiérarchique de type AMR.

V — CONCLUSION

Dans cet article, on a ébauché une classe de schémas numériques qui sont obtenus en imitant, au niveau discret, la construction des systèmes d'EDP adaptés aux écoulements multiphasiques compressibles. La fermeture du modèle est rendue possible grâce à certaines hypothèses naturelles qu'on effectue couramment quand on emploie une méthode de type volume finis. Quelques résultats expérimentaux sont présentés.

Ce modèle nécessite deux ingrédients : la connaissance de la loi d'état supposée convexe des phases, et la connaissance du nombre moyen d'interfaces internes par maille. C'est le seul paramètre « ajustable » par l'utilisateur. Le calcul de cas plus réalistes nécessite la connaissance d'une loi d'évolution de ce paramètre qui est à relier à l'aire interfaciale [4].

Remerciements. Ces travaux ont été réalisés avec le support financier du CEA–CESTA dans le cadre du LRC M-03. Les simulations numériques ont été réalisées par J. Massoni, IUSTI.

RÉFÉRENCES

[1] R. Abgrall and R. Saurel. Discrete equations for physical and numerical compressible multiphase mixtures. *J. Comput. Phys.*, 2001. en révision, also MAB report 2020.

[2] J.-F. Colombeau, A.-Y. Le Roux, and B. Perrot. Multiplication of distribution in elasticity and elastodynamic. *Journal of Mathematical Physics*, 29(2) :315–319, 1988.

[3] G. Dalmaso, P. Le Floch, and F. Murat. Definition and weak stability of non-conservative products. *J. Math. Pures Appl.*, 74 :483, 1995.

[4] J.-M. Delhaye. Some issues related to the modelling of interfacial areas in gas–liquid flows I. the conceptual issues. *C.R. Acad. Sci.*, Série II b(329) :397–410, 2001.

[5] D.A. Drew and S.L. Passman. *Theory of Multicomponent fluids*, volume 135 of *Applied Mathematical Sciences*. Springer, New York, 1998.

[6] E. Godlewski and P.A. Raviart. *Hyperbolic systems of conservation laws*, volume 118 of *Applied Mathematical Sciences*. Springer Verlag, 1995.

[7] T.Y. Hou and P. Le Floch. Why non-conservative schemes converge to the wrong solution : Error analysis. *Math. Comp.*, 62 :497–530, 1994.

[8] L. Sainsaulieu. Contribution à la modélisation mathématique et numérique des écoulements diphasiques constitués d'un nuage de particules dans un écoulement de gaz. Thèse d'Habilitation à Diriger des Recherches, 1995. Université Paris VI.

[9] R. Saurel and R. Abgrall. A multiphase Godunov method for compressible multifluid and multiphase flows. *Journal of Computational Physics*, 150 :425–467, 1999.

[10] R. Saurel and R. Abgrall. A simple method for compressible multifluid flows. *SIAM J. Sci. Comp.*, 21(3) :1115–1145, 1999.

[11] I. Toumi. A weak formulation of Roe's approximate Riemann solver. *Journal of Computational Physics*, 102 :360, 1992.

Y A-T-IL UNE PLACE POUR LES CHERCHEURS EUROPÉENS SUR LE MARCHÉ DU CALCUL SCIENTIFIQUE ?

par Toufic Abboud* et Bertrand Maury†

Résumé

Ce texte ne prétend pas apporter une réponse définitive à la question posée. La rédaction de Matapli accepterait avec plaisir de publier dans ses colonnes des réactions à ce point de vue, ou des analyses différentes de la situation (contacter `maury@ann.jussieu.fr`).

Une simple observation du milieu industriel européen nous conduit à constater qu'un très petit nombre de grosses boîtes, nord-américaines en général, se partagent le marché de la simulation numérique. Chacune est en situation de quasi-monopole sur un type d'applications (ex : Fluent en mécanique des fluides, combustion, thermique ; Nastran en mécanique...). La participation directe des chercheurs français et européens dans l'évolution des outils existants est assez faible. Même si la collaboration entre laboratoires universitaires et industriels existe depuis de nombreuses années, elle semble aujourd'hui menacée par ces « gros » logiciels du commerce.

Peut-on encore créer localement des codes de calculs industriels ?

Il semble que cette option ne puisse véritablement aboutir sans une structure intermédiaire.

De la nécessité d'une interface...

... entre le chercheur académique et son client final. D'abord, le mathématicien, même appliqué, est souvent perçu dans l'industrie comme un alien ! Pour être utile à l'ingénieur, il doit faire des efforts pour se mettre dans sa peau, parler son langage et comprendre ses besoins. La difficulté est donc que le décideur industriel, du moins celui qui a les vrais problèmes et les budgets, n'achète pas directement ce que « fabrique » le mathématicien appliqué. De la même façon que nous n'achetons pas un nouveau moteur puissant, silencieux et qui consomme peu, mais une voiture qui répond à nos besoins, l'industriel n'achète pas une méthode numérique révolutionnaire ni un algorithme

*T. Abboud (`Toufic.Abboud@polytechnique.fr`) est CR1 en disponibilité du CNRS, actuellement directeur scientifique de la société IMACS, petite structure basée sur le campus de l'École Polytechnique qui développe en particulier le logiciel SONATE de simulation en acoustique. Ce logiciel est actuellement utilisé par PSA Peugeot Citroën et Renault.

†B. Maury est Maître de Conférences au Laboratoire Jacques-Louis Lions.

mathématique efficace, ni même un logiciel qui résout hyper-efficacement une EDP : il veut une solution à son problème industriel. Partant de ce constat, deux solutions sont possibles : soit changer de cible en s'adressant au fabricant de voiture, soit devenir, soi-même ou par alliance, fabricant de voiture ! Dans le premier cas, le client est la direction de la recherche de l'industriel ou bien un éditeur de logiciels commerciaux, dans le deuxième cas, on devient soit même fabricant de logiciels. Pour un laboratoire de recherche, c'est la première solution qui semble la plus simple.

Un chemin semé d'embûches

Citons d'abord les difficultés qu'on peut rencontrer, depuis le laboratoire du chercheur jusqu'au bureau d'étude d'un industriel.

Les directions de la recherche des grands industriels sont déjà les interlocuteurs privilégiés des laboratoires de recherche académiques. Leurs objectifs et besoins ont toutefois évolué ces dernières années. Ainsi, ils n'ont quasiment plus comme mission de développer les outils de simulation numérique. La raison est double : développer des outils efficaces est très difficile et très technique d'une part, et de tels outils sont disponibles sur le marché et sont souvent assez complets et bien optimisés. Soit l'industriel met vraiment les moyens et développe en collaboration avec des laboratoires académiques et des petites structures ses propres outils, avec tous les risques et aléas que cela comporte, soit il achète tout de suite et avec un budget relativement prévisible et à court terme moins élevé, des outils du marché. Quand c'est possible, l'industriel préfère souvent la deuxième solution. C'est uniquement dans les cas d'applications très spécifiques où les logiciels du commerce ne répondent pas à la question posée que la première solution s'impose à l'industriel. Plutôt que de développer des outils de simulation, les directions de la recherche aujourd'hui font de la veille technologique et testent et valident les codes utilisés dans les bureaux d'études qui sont le vrai client final. Ainsi, le paradoxe est que ce sont les succès des mathématiciens qui ont tué cette poule aux œufs d'or en contribuant à l'apparition de ces codes !

Le deuxième débouché pour le travail du mathématicien appliqué est chez les éditeurs de logiciels scientifiques. Dans ce cas, le mathématicien trouvera des oreilles attentives prêtes à profiter de son savoir et ses découvertes et il n'a pas à faire beaucoup d'efforts pour se faire comprendre. Le problème est que cette industrie est aujourd'hui beaucoup plus faible en France et en Europe en général qu'aux États-Unis. D'autre part, cet éditeur va aussi demander à être convaincu par des benchmarks. Il va ensuite évaluer le retour sur investissement avant de s'engager dans le nouveau développement que va nécessiter l'intégration de la méthode numérique ou même du code qu'on lui propose dans son propre environnement. Et c'est uniquement en cas de réponse positive aux deux questions qu'il sera prêt à engager une collaboration.

Quand on propose un code directement à l'industriel, il faut d'abord se faire une réputation et le mettre en confiance. Cela passe par une série de benchmarks, souvent basés sur les résultats du code établi sur le marché. Ces tests obligent le développeur du code à lui apporter beaucoup d'améliorations pour l'adapter au cas de calcul demandé, d'où un début d'industrialisation du code. Ils coûtent aussi de l'argent à l'industriel, en préparation des données, réunions, suivi de l'affaire. . ., ce qui exige en contrepartie de la part du développeur une grande réactivité et souplesse (pour ne pas rater l'occasion !). C'est déjà une première petite réussite d'être admis pour une série de tests, car cela prouve un certain intérêt et révèle l'existence d'un besoin chez l'industriel. Cette première phase de tests est souvent faite gratuitement (ou sous-payée) et si le projet échoue, l'investissement est perdu. Une fois cette phase passée avec succès, pour amorcer une collaboration fructueuse avec l'industriel, cela passe par une compréhension fine de ses besoins, une connaissance approfondie de son métier pour sans cesse adapter le code aux nouvelles applications. En achetant un logiciel, un industriel s'attend, et de son point de vue c'est normal, à ce que tout fonctionne bien : il doit non seulement résoudre une équation mais assurer une fonctionnalité bien précise. De plus, un code jeune (en phase de rodage) présente plus de risques de bugs. D'où une quantité de travail énorme à fournir pour accéder au statut d'éditeur de logiciel. L'utilisateur est ainsi beaucoup plus exigeant avec ce nouvel interlocuteur qui lui propose un logiciel qu'avec quelqu'un qui travaille avec lui sur un même projet et qui partage avec lui les aléas techniques et autres. Il est donc plus aisé de collaborer avec l'industriel sur un projet concret que d'être son fournisseur en solutions « logiciels ». Ceci réclame par contre de la part du mathématicien appliqué un investissement plus grand dans la physique et l'ingénierie et dans des questions « matérielles » qui font que le projet avance. Le logiciel incorporant la valeur ajoutée du mathématicien appliqué vient alors naturellement comme produit de cette collaboration.

Cela dit, à long terme, ce travail ne peut continuer dans un laboratoire académique. En effet, la très grande exigence de l'industriel en terme de robustesse et de lisibilité impose une mise en forme et des développements particuliers, qui ne sont en général pas faits dans un code universitaire. Une autre demande importante concerne l'assistance aux utilisateurs (hotline). À partir d'un certain nombre d'utilisateurs, elle réclame une cellule spéciale inexistante dans le milieu académique. Enfin, vient la maintenance et les évolutions du produit avec les corrections de bugs qui vont forcément se révéler au fur et à mesure des utilisations. Un laboratoire peut très difficilement s'engager contractuellement à assurer la maintenance d'un code qui est le fruit du travail d'individus, souvent des thésards, qui sont destinés à partir ou que rien n'empêche de changer de centre d'intérêt et de sujet de recherche. . . De ce point de vue, la coloration académique est peu appréciée *a priori* des décideurs. Ils veulent travailler avec des « professionnels ».

Avantages

Énoncer toutes ces difficultés n’est absolument pas du pessimisme mais une vue lucide de la situation. Et il y a d’innombrables avantages à une petite structure. D’abord, l’ambition et le dynamisme ! Puis une souplesse qui permet une grande rapidité de réaction aux événements. Les interlocuteurs de l’industriel sont les développeurs, ce qui assure une transmission plus directe des besoins aux personnes chargées d’y répondre. Cet aspect est très apprécié par les clients.

La proximité du monde académique permet une intégration naturelle des résultats de recherche les plus récents. Les grandes structures purement industrielles de développement numérique ont plus facilement tendance à se couper de la recherche « vivante », et prennent le risque de se scléroser.

Certains industriels ont des besoins de modélisation très spécialisés, et par conséquent ne représentent pas un marché intéressant pour les grosses entreprises de calcul scientifique. Cela ne les empêche pas d’acquérir des licences d’utilisation, mais il leur est difficile d’exiger des développements spécifiques à un coût raisonnable. Une structure plus modeste (par sa taille et son attitude) peut alors être plus adaptée à leurs besoins.

La taille réduite d’un code « jeune » et le fait qu’il soit né récemment (donc écrit entièrement suivant des principes adaptés à l’architecture des machines actuelles) font qu’il peut être parallélisé rapidement et de façon très efficace, d’où un avantage potentiel énorme sur le plan de la rapidité par rapport à ses aînés, en général non ou peu parallélisés.

Tentative de conclusion

Soumise aux lois du marché, la petite structure a vocation à vivoter puis mourir, ou se faire avaler par une grande, ou bien devenir elle-même une grande. Et il y aura toujours besoin d’autres petites à sa place. Car l’innovation ne peut venir que de la petite structure : n’ayant rien à perdre et tout à prouver, elle n’hésite pas à prendre des risques. La grande structure a sa position à préserver et ne peut prendre le risque de changements trop rapides qui risquent de désorienter ses clients. Elle a aussi peur que ses nouveaux produits phagocytent les anciens… Une petite anecdote à ce propos : dans sa jeunesse, Edison s’est fait farouchement combattre par les compagnies de gaz, quand il a amené l’éclairage électrique. Plus tard, alors qu’il avait tout le marché de la côte est, il a combattu Westinghouse qui a découvert que c’est plus facile de transporter du courant alternatif que du courant continu. Il a même organisé des manifestations à Central Park visant à convainvre les gens de la dangerosité du courant alternatif en électrocutant des vaches ! En pure perte. Cela a seulement permis à Westinghouse de décrocher son premier contrat avec l’état de New York pour fabriquer… des chaises électriques !

ÉQUATION DE SCHRÖDINGER, DISPERSION ET ANALYSE NUMÉRIQUE

par François Golse *

I — L'ÉQUATION DE SCHRÖDINGER

En mécanique quantique, l'état d'une particule ponctuelle assujettie à se déplacer sur une droite est décrit par sa fonction d'onde $\psi \equiv \psi(t,x)$ à valeurs complexes, où $t \in \mathbf{R}$ est la variable de temps et $x \in \mathbf{R}$ la variable de position. En l'absence de force agissant sur la particule, l'évolution de ψ est gouvernée par l'équation de Schrödinger libre

$$i\hbar\partial_t\psi + \tfrac{\hbar^2}{2m}\partial_{xx}\psi = 0$$

où m est la masse de la particule et $\hbar$ la constante de Planck (cf. [2]).

La manière dont la fonction d'onde ψ représente l'état de la particule à l'instant t n'est pas aussi directe qu'en mécanique classique, où l'on calculerait la position $x(t)$ et la vitesse $\dot{x}(t)$ de la particule à cet instant t en résolvant l'équation $m\ddot{x} = 0$ qui est l'analogue classique de l'équation de Schrödinger libre. En mécanique quantique, l'information que contient la fonction d'onde ψ sur la position de la particule à l'instant t s'exprime ainsi : *la probabilité pour que la particule soit présente dans un volume infinitésimal dx autour du point x est $|\psi(t,x)|^2dx$.* En particulier, pour tout $t \in \mathbf{R}$,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t,x)|^2 dx = 1\,. \tag{1}$$

Cette description quantique correspond à une vision du monde à très petite échelle, dont nos sens sont impuissants à donner l'intuition. Voici toutefois une analogie qui, bien que parfois trompeuse, peut aider à mieux comprendre le sens de la description par la fonction d'onde. Posons

$$\rho(t,x) = |\psi(t,x)|^2 \text{ et } j(t,x) = \tfrac{\hbar}{2im}(\bar{\psi}\partial_x\psi - \psi\partial_x\bar{\psi})\,;$$

un calcul très simple montre que, si ψ est solution de l'équation de Schrödinger libre, alors

$$\partial_t\rho + \partial_x j = 0\,, \quad \partial_t j + \partial_x\left(\frac{j^2}{\rho}\right) = \tfrac{\hbar^2}{4m^2}\partial_x(\rho\partial_{xx}\ln\rho)\,, \tag{2}$$

*Institut Universitaire de France & Laboratoire Jacques-Louis Lions 175 rue du Chevaleret 75013 Paris golse@math.jussieu.fr

Ce système rappelle celui de la dynamique des gaz : la densité $\rho(t,x) \geq 0$ et le champ des vitesses $u(t,x) \in \mathbf{R}$ du gaz au point x à l'instant t vérifient en effet les équations

$$\partial_t \rho + \partial_x(\rho u) = 0\,, \quad \partial_t(\rho u) + \partial_x(\rho u^2) = -\partial_x p\,, \tag{3}$$

où $p \equiv p(t,x)$ désigne le champ de pression dans le gaz. Ainsi, on peut penser à une particule quantique libre comme à un gaz usuel où la pression serait nulle. Cette analogie fut observée par Madelung en 1927— donc très tôt dans l'histoire de la physique quantique.

Mais alors qu'en dynamique des gaz la deuxième équation de (3) comporte en général dans son second membre des termes différentiels d'ordre 2 rendant compte des effets de *dissipation* dûs à la viscosité du gaz — autrement dit aux forces de friction intermoléculaires — le système (2) est, lui, perturbé par le terme $\frac{\hbar^2}{4m^2}\partial_x(\rho\partial_{xx}\ln\rho)$ d'ordre 3. Ce terme ne correspond pas à des effets dissipatifs, mais renferme au contraire les aspects *dispersifs* de la dynamique quantique, examinés ci-dessous.

II — EFFETS DISPERSIFS

Dans toute la suite, les échelles de temps et de longueur seront choisies de façon à ce que l'équation de Schrödinger libre s'écrive

$$i\partial_t\psi + \tfrac{1}{2}\partial_{xx}\psi = 0\,, \quad \psi(0,\cdot) = \psi_I\,. \tag{4}$$

Par transformation de Fourier en x, c'est à dire en posant

$$\hat{\psi}(t,\xi) = \int_{\mathbf{R}} e^{-i\xi x}\psi(t,x)dx$$

on transforme l'équation de Schrödinger en

$$\partial_t\hat{\psi}(t,\xi) = -i\tfrac{1}{2}|\xi|^2\hat{\psi}(t,\xi) \text{ de sorte que } \psi(t,\xi) = \hat{\psi}_I(\xi)e^{-i\frac{1}{2}t|\xi|^2}\,. \tag{5}$$

Autrement dit, notant $U(t)$ l'application linéaire de $L^2(\mathbf{R})$ dans lui-même définie par $U(t)\,:\,\psi_I \mapsto \psi(t,\cdot)$, la formule (5) et la formule de Plancherel montrent que U est un groupe unitaire sur $L^2(\mathbf{R})$, c'est à dire que $U(t)^*U(t) = U(t)U(t)^* = Id$, $U(t+s) = U(t)U(s)$ pour tout $s,t \in \mathbf{R}$. En particulier, comme tout endomorphisme unitaire d'un espace de Hilbert en est une isométrie, on a $\|\psi(t,\cdot)\|_{L^2} = \|\psi_I\|_{L^2} = 1$ pour tout $t \in \mathbf{R}$. Ainsi l'évolution par l'équation de Schrödinger préserve la relation (1) qui exprime que $|\psi(t,x)|^2dx$ est une mesure de probabilité sur $\mathbf{R}$. (Ce résultat est encore vrai en présence de forces extérieures dérivant d'un potentiel).

On peut alors se demander si cette propriété d'isométrie est vérifiée dans d'autres espaces fonctionnels que $L^2(\mathbf{R})$, par exemple dans $L^\infty(\mathbf{R})$.

Or la réponse à cette question est négative, comme le montre la remarque suivante [1].

Théorème 1. *L'application linéaire de $\mathcal{S}(\mathbf{R})^2$ dans lui-même définie par $\psi_I \mapsto \psi(t,\cdot)$ n'est continue pour la norme de $L^\infty(\mathbf{R})$ que pour $t = 0$.*

Démonstration. Posons, pour tout nombre a complexe non nul de partie réelle positive ou nulle et tout x réel $G_a(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} e^{-\frac{x^2}{2a}}$ où $\sqrt{\ }$ est la détermination principale de la racine carrée (correspondant à la coupure $\mathbf{R}_-^*$ du plan complexe). On sait que $\hat{G}_a(\xi) = e^{-\frac{a\xi^2}{2}}$. Donc si $\psi_I = G_a$, alors $\psi(t,\cdot) = G_{a+it}$ pour tout $t \geq 0$.

Supposons que, pour une certaine valeur $t \neq 0$, le théorème est faux. Soit $a > 0$; prenons alors $\psi_I = G_{a-it}$, de sorte que $\psi(t,\cdot) = G_a$. Il existerait donc une constante $C > 0$ telle que, pour tout $a > 0$

$$\|G_a\|_{L^\infty} \leq C \|G_{a-it}\|_{L^\infty} \,. \tag{6}$$

Or un calcul trivial montre que

$$\|G_a\|_{L^\infty} = (2\pi a)^{-1/2} \text{ et } \|G_{a-it}\|_{L^\infty} = (4\pi^2(a^2+t^2))^{-1/4} \,. \tag{7}$$

La valeur de t étant fixée de telle sorte que (6) ait lieu, on y fait tendre a vers 0^+ en utilisant les formules (7), ce qui conduit à une contradiction. □

Notons que ce résultat est bel et bien un effet dispersif. En effet, la preuve ci-dessus consiste à renverser le sens du temps dans l'évolution qui, à la gaussienne G_a fait correspondre G_{a+it}. Pour $a \to 0^+$, G_a converge étroitement vers la masse de Dirac $\delta_{x=0}$, alors que $G_{a+it} \to G_{it}$ qui est la solution élémentaire du problème de Cauchy (4). En particulier, $\mathrm{supp}(\delta_{x=0}) = \{0\}$ — autrement dit, initialement la particule est totalement localisée en $x = 0$ — alors que, pour tout $t > 0$ $\mathrm{supp}(G_{it}) = \mathbf{R}$ — ce qui veut dire que la particule est dispersée de façon maximale à tout instant positif.

Il y a plus : le terme différentiel d'ordre 3 dans la seconde équation du système (2) est bien responsable de cet effet dispersif. En effet, considérons le système (2) sans ce terme, c'est à dire en posant $\hbar = 0$. Ce système s'écrit

$$\partial_t \rho + u \partial_x \rho = -\rho \partial_x u \,, \quad \partial_t u + u \partial_x u = 0 \,. \tag{8}$$

La seconde équation est l'équation de Burgers inviscide (déjà étudiée par Riemann dans son mémoire sur la dynamique des gaz) qui est l'exemple le plus

[1] que je tiens de Jeff Rauch.

[2] $\mathcal{S}(\mathbf{R})$ est l'espace de Schwartz des fonctions à décroissance rapide ainsi que toutes leurs dérivées

simple d'équation aux dérivées partielles non linéaire. Supposons alors que $u(0,\cdot) \in C_c^1(\mathbf{R})$; la méthode des caractéristiques conduit aux formules

$$u(t, y + tu_I(y)) = u(0, y)\,, \quad \rho(t, y + tu(0, y)) = \rho(0, y)e^{-\frac{\partial_x u(0,y)}{1+t\partial_x u(0,y)}}$$

pour $|t| < 1/\|\partial_x u(0,\cdot)\|_{L^\infty}$. Elles montrent que le phénomène de concentration instantanée qui est à la base de la démonstration ci-dessus — et qui est donc un effet dispersif en temps négatif — ne peut se produire avec le système (8) où manque le terme d'ordre 3 de (2).

III — Le cas périodique

Intuitivement, l'effet dispersif observé ci-dessus se résume ainsi : la présence d'une particule parfaitement localisée à un instant donnée devient diffuse dans tout l'espace à n'importe quel instant ultérieur. Curieusement, cette propriété est fragile et dépend fortement du domaine spatial où la particule est confinée.

Il est instructif de considérer le cas de solutions de (4) périodiques de période 1 en la variable spatiale x. De façon équivalente, ceci consiste à considérer (4) comme posée dans le domaine spatial $\mathbf{R}/\mathbf{Z}$, qui, à la différence de $\mathbf{R}$, est compact.

Théorème 2. *L'application linéaire de $C^\infty(\mathbf{R}/\mathbf{Z})$ dans lui-même définie par $\psi_I \mapsto \psi(t,\cdot)$ est continue pour la norme de $L^\infty(\mathbf{R})$ si et seulement si πt est rationnel.*

Ainsi, l'effet dispersif que l'on observait dans $\mathbf{R}$ ne se produit pas dans $\mathbf{R}/\mathbf{Z}$ et ce pour un ensemble dense de valeurs du temps. De façon imagée, la particule localisée en $x = 0$ « ressent » instantanément si l'espace qui lui est offert pour se positionner est $\mathbf{R}$ ou $\mathbf{R}/\mathbf{Z}$. À tout instant t tel que $\pi t = p/q$ avec p et q entiers premiers entre eux, on montre ci-dessous que la particule se relocalise en exactement q points distincts de $\mathbf{R}/\mathbf{Z}$ de façon équiprobable.

Démonstration. On commence par un calcul analogue à (5), mais utilisant les séries de Fourier. Si $\psi_I \in L^\infty(\mathbf{R})$ a pour coefficients de Fourier

$$\hat{\psi}_I(k) = \int_0^1 e^{-i2\pi kx}\psi_I(x)dx\,,$$

ceux de $\psi(t,\cdot)$ sont $\hat{\psi}(t,k) = \hat{\psi}_I(k)e^{-i2\pi^2k^2t}$. Autrement dit

$$\psi(t,x) = \int_0^1 s(t, x-y)\psi_I(y)dy \text{ où } s(t,x) = \sum_{k\in\mathbf{Z}} e^{-i(2\pi^2k^2t + 2\pi kx)}\,.$$

Supposons que $\pi t = p/q$ avec $p \in \mathbf{Z}$ et $q \in \mathbf{N}^*$; sommons la distribution $s(t,x)$ modulo q en posant $k = mq + r$ avec $m \in \mathbf{Z}$ et $r \in \mathbf{N}$ tel que $0 \le r < q$. En particulier, $\pi t(k^2 - r^2)$ est un entier puisque $k \equiv r$ mod. q, d'où

$$s(t,x) = \sum_{r=0}^{q-1} e^{-i2\pi(r^2\pi t + rx)} \sum_{m\in\mathbf{Z}} e^{-i2\pi mqx} = \sum_{r=0}^{q-1} e^{-i(2\pi^2 r^2 t + 2\pi rx)} \frac{1}{q} \sum_{l=0}^{q-1} \delta_{jx/q} \,. \tag{9}$$

Ainsi, lorsque $\pi t = p/q$ avec $p \in \mathbf{Z}$ et $q \in \mathbf{N}^*$,

$$|\psi(t,x)| \le \sum_{l=0}^{q-1} |\psi_I(jx/q)| \le q\|\psi_I\|_{L^\infty} \,,$$

pour presque tout $x \in \mathbf{R}/\mathbf{Z}$, ce qui veut dire que l'application linéaire $\psi_I \mapsto \psi(t,\cdot)$ est continue de $L^\infty(\mathbf{R})$ dans lui-même de norme au plus q.

Démontrons la réciproque. Soit

$$\psi_I^N(x) = \sum_{k=1}^{N} e^{i2\pi kx} \text{ de sorte que } \psi^N(t,x) = \sum_{k=1}^{N} e^{i2\pi(-\pi tk^2 + kx)} \,.$$

Rappelons alors la majoration sur les sommes trigonométriques utilisée par Weyl pour étudier la répartition des valeurs modulo 1 de trinômes aux points entiers.

Lemme 1 (Weyl, 1916). *Il existe $C > 0$ tel que, pour $(p,q) \in \mathbf{Z}$ premiers entre eux et tels que $|\pi t - \frac{p}{q}| \le \frac{1}{q^2}$ alors, pour tout $x \in \mathbf{R}$ et tout $N \in \mathbf{N}^*$, l'on a*

$$\left| \sum_{k=1}^{N} e^{i2\pi(-\pi tk^2 + kx)} \right| \le C\left(\frac{N}{\sqrt{q}} + \sqrt{N \ln q} + \sqrt{q \ln q} \right) \,.$$

Rappelons enfin un résultat classique d'approximation rationnelle :

Lemme 2 (Dirichlet). *Soit $\alpha \in]0,1[$ irrationnel. Pour tout $Q \in \mathbf{N}^*$, il existe $p \in \mathbf{N}$ et $q \in \{1, 2, \ldots, N\}$ tels que $|q\alpha - p| \le 1/Q$.*

Supposons πt est irrationnel. Le lemme de Dirichlet montre qu'il existe deux suites $p_n \in \mathbf{N}$ et $q_n \in \mathbf{N}^*$ telles que $|\pi t - p_n/q_n| \le 1/q_n^2$, $P.G.C.D.(p_n, q_n) = 1$ et $q_n \to +\infty$. Pour $N = q_n$, l'estimation de Weyl ci-dessus montre que

$$\|\psi^{q_n}(t,\cdot)\|_{L^\infty} \le 3C\sqrt{q_n \ln q_n} = o(\|\psi_I\|_{L^\infty}) \text{ puisque } \|\psi_I^{q_n}\|_{L^\infty} = q_n \,.$$

Il y a donc, pour tout t tel que πt soit irrationnel, un effet dispersif dans le domaine compact $\mathbf{R}/\mathbf{Z}$ analogue à celui existant dans le domaine infini $\mathbf{R}$. On conclut alors par le même argument de renversement du temps que dans la preuve du théorème $\square$

Nous ne donnerons pas de preuve détaillée de l'estimation de Weyl, pour laquelle nous renvoyons le lecteur à l'exposé lumineux qu'en fait Montgomery [3] (p. 41, théorème 1).

En voici l'idée :

Idée de la preuve de l'estimation de Weyl. Posons $P(x) = \alpha x^2 + \beta x$ et $S_N = \sum_{1\leq k\leq N} e^{i2\pi P(k)}$, avec $\alpha \in]0,1[$ irrationnel. On voudrait montrer que $S_N = o(N)$. L'idée de Weyl consiste à diminuer d'une unité le degré de P en se ramenant à des expressions ne faisant intervenir que des différences de la forme $P(l+m) - P(l)$, expression que l'on considère comme un polynôme en l à m entier fixé. On exprime donc

$$\begin{aligned} |S_N|^2 &= \sum_{1\leq k,l\leq N} e^{i2\pi(P(k)-P(l))} = \sum_{l=1}^{N} \sum_{m=1-l}^{N-l} e^{i2\pi(P(l+m)-P(l))} \\ &= \sum_{m=1-N}^{N} \sum_{l=1-m}^{N-m} e^{i2\pi(2\alpha ml+\beta m)} \end{aligned}$$

et on remarque que les sommes intérieures sont des sommes de progressions géométriques, donc aisément calculables. □

IV — Le schéma de Crank-Nicholson

Pour résoudre numériquement l'équation de Schrödinger (4), on part d'une discrétisation spatiale uniforme de pas $\Delta x = 1/J$ et d'une discrétisation temporelle également uniforme de pas Δt. La dérivée seconde ∂_{xx} sera approchée par différences finies centrées. Quant à la discrétisation en temps, on utilisera le schéma de Crank-Nicholson :

$$\begin{aligned} \psi_j^0 &= \psi_I(j\Delta x)\,, \\ i\frac{\psi_j^{n+1}-\psi_j^n}{\Delta t} + \tfrac{1}{2}\frac{\psi_{j+1}^{n+1}-2\psi_j^{n+1}+\psi_{j-1}^{n+1}}{2\Delta x^2} + \tfrac{1}{2}\frac{\psi_{j+1}^{n}-2\psi_j^{n}+\psi_{j-1}^{n}}{2\Delta x^2} &= 0\,, \end{aligned} \tag{10}$$

On va considérer exclusivement le cas périodique où $x \in \mathbf{R}/\mathbf{Z}$, ce qui se traduit au niveau du schéma (10) par la condition $\psi_j^n = \psi_{j+J}^n$, pour tout n et tout j. Avec la notation

$$D_2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 & -1 \\ -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ -1 & 0 & \dots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

on voit que le schéma (10) s'écrit encore

$$\psi_\cdot^{n+1} = M\psi_\cdot^n \text{ avec } M = (I + \tfrac{i\Delta t}{4\Delta x^2}D_2)^{-1}(I - \tfrac{i\Delta t}{4\Delta x^2}D_2)\,,$$

où la notation $\psi^n_\cdot$ désigne le vecteur des ψ^n_j pour $j = 0, \ldots, J-1$. La matrice D_2 étant symétrique réelle, elle est diagonalisable à valeurs propres réelles et la matrice de passage à la forme diagonale est unitaire. Spécifiquement,

$$D_2 = Q^* \mathrm{diag}(4\sin^2(\pi j \Delta x))_{0 \le j \le J-1} Q \text{ avec } Q = (\omega^{(k-1)(l-1)})_{1 \le k,l \le J}$$

où $\Delta x = 1/J$ et $\omega = e^{i2\pi\Delta x}$. On connaît l'avantage du schéma de Crank-Nicholson : comme la transformation du plan complexe (dite de Cayley) $z \mapsto \frac{1-iz}{1+iz}$ envoie l'axe réel sur le cercle unité privé de -1, la matrice M est réductible via la matrice unitaire Q à une matrice diagonale à coefficients de module 1. Ainsi M est unitaire, ce qui veut dire que le schéma (10) traduit *exactement* au niveau discret le caractère isométrique L^2 de l'évolution par l'équation de Schrödinger (4).

Maintenant, on peut se demander si l'effet dispersif apparaissant dans le théorème 2 se vérifie également sur le schéma de Crank-Nicholson. L'objet qui joue, pour le schéma (10) le rôle que jouait pour l'équation de Schrödinger (4) la fonction $s \equiv s(t,x)$ de la preuve du théorème 2 est la suite indexée par $n \in \mathbf{N}$ de matrices de coefficients

$$\sum_{k=0}^{J-1} \left(\frac{1 - \frac{i\Delta t}{\Delta x^2}\sin^2(\pi k \Delta x)}{1 + \frac{i\Delta t}{\Delta x^2}\sin^2(\pi k \Delta x)} \right)^n \omega^{k(m-l)}, \quad 1 \le l, m \le J\,.$$

Or, même si $\pi n \Delta t = p/q$ et si $k \equiv k'$ mod. q, il n'y a en général pas de relation simple entre

$$\left(\frac{1 - \frac{i\Delta t}{\Delta x^2}\sin^2(\pi k \Delta x)}{1 + \frac{i\Delta t}{\Delta x^2}\sin^2(\pi k \Delta x)} \right)^n \text{ et } \left(\frac{1 - \frac{i\Delta t}{\Delta x^2}\sin^2(\pi k' \Delta x)}{1 + \frac{i\Delta t}{\Delta x^2}\sin^2(\pi k' \Delta x)} \right)^n$$

de sorte que la sommation partielle (9) est impossible. Ainsi le phénomène de relocalisation en q points distincts à tout instant t tel que $\pi t = p/q$ avec p et q entiers premiers entre eux ne semble pas avoir d'analogue *exact* pour le schéma de Crank-Nicholson (10).

V — Remarques finales et perspectives

Le phénomène de relocalisation observé dans la preuve du théorème 2, est une de ces réalités physiques choquantes pour l'intuition dont on trouve maints exemples dans la vision quantique du monde. Malheureusement, ce phénomène est fragile et ne semble pas survivre dans son intégralité à la discrétisation de l'équation de Schrödinger par le schéma le plus naturel préservant le caractère unitaire de l'évolution quantique. Il existe d'autres propriétés dispersives — d'ailleurs plus importantes que celle que nous avons décrite — de l'équation de Schrödinger : par exemple les estimations de Strichartz (voir [1], [4]). Peut-on construire des schémas numériques vérifiant des analogues de ces propriétés de dispersion au niveau discret ? cette question ne semble pas encore complètement élucidée et n'est peut-être pas sans intérêt.

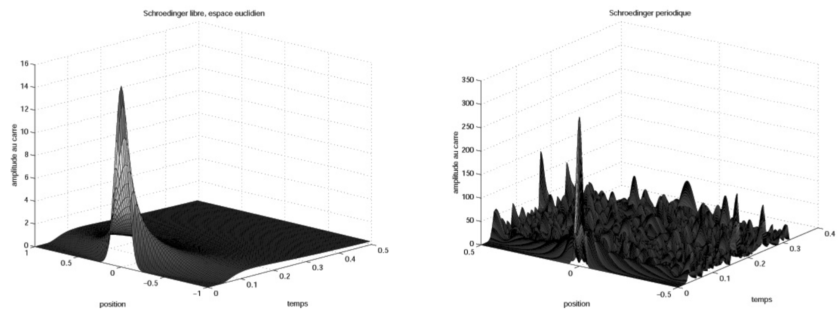


FIG. 1 – Dispersion dans l’espace entier et absence de dispersion dans le cas périodique

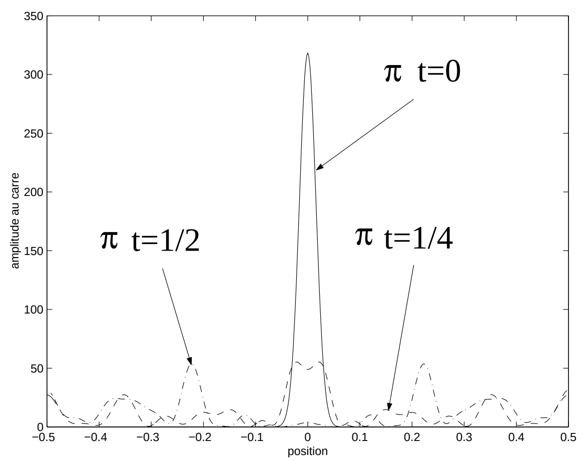


FIG. 2 – Cas périodique : relocalisation

RÉFÉRENCES

[1] J. Bourgain *Nonlinear Schrödinger equations* dans *Hyperbolic equations and frequency interactions*, L. Caffarelli & W. E eds., IAS Park City Math. Series no. 5, American Math. Soc. (1999).

[2] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands *The Feynman lectures on physics. Vol. 3 : Quantum mechanics* Addison-Wesley Publishing Co., Inc., Reading, Mass.-London(1965).

[3] H. Montgomery *Ten lectures on the interface between analytic number theory and harmonic analysis*, CBMS Regional Conf. Series in Math. no. 84, American Math. Soc. (1994).

[4] R. Strichartz *Restriction of Fourier transforms to quadratic surfaces and decay of solutions of wave equations*, Duke Math. J. **44** (1977), 705–713.

CRITIQUE DE LIVRES

proposée par Gérard Tronel

D.SERRE : *Les Matrices. Théorie et pratique*
Éditeur : DUNOD. 2001. 168 p. Broché, ISBN 2 10 0055151

Voici un livre précis, concis, dense, presque complet sur les matrices. Pour ceux qui connaissent les qualités de Denis Serre ils les retrouveront ; sans pouvoir les citer toutes risquons un énoncé : grande culture mathématique, souci de la précision et de la rigueur, exigence de croiser la recherche et l'enseignement. Il existe beaucoup de livres sur le sujet, mais aucun ne contient autant d'informations en un nombre aussi réduit de pages ; certains de ces livres, devenus des classiques, figurent d'ailleurs dans la bibliographie. Ce livre n'est pas une mise à jour de traités déjà un peu anciens, mais vraiment un nouveau livre appelé à devenir, probablement, un classique sur le sujet. Aux lecteurs de le dire ! Dans la préface l'auteur annonce ce qu'il a voulu faire :

> « J'ai essayé de faire en deux cents pages environ, trois synthèses. D'une part rassembler ce qu'il faut absolument savoir à l'écrit [de l'agrégation] (au moins les trois premiers chapitres et sans doute un peu plus) et qui est utile, voire très utile, pour l'oral. Ensuite réunir ce qu'on sépare souvent : les aspects théoriques et les aspects appliqués. C'est ainsi qu'on trouvera des algorithmes classiques, mais aussi de l'interpolation ou une étude élémentaire des groupes classiques. Enfin, il m'a paru évident que les techniques algébriques et analytiques avaient un rôle identique à jouer ici, et cela aussi bien dans les fondements que dans les applications. »

Il est difficile de résumer ce livre qui est déjà un condensé de tout ce qui peut s'écrire sur le sujet puisqu'il recouvre des questions traitées plus complètement dans d'autres ouvrages spécialisés qui, en général, séparent théorie et pratique. Ici les deux aspects sont entremêlés ce qui donne une homogénéité et un confort de lecture car les thèmes difficiles sont coupés de thèmes d'accès plus facile. De plus, l'auteur laisse des ouvertures vers des démonstrations à rédiger, à compléter, voire à inventer ; on trouve également des applications à enrichir de calculs issus de problèmes concrets. Sans décalquer la table des matières, mais pour exciter l'appétit du lecteur soulignons que les sujets abordés vont de la théorie élémentaire aux méthodes de résolutions numériques des systèmes linéaires, à la mise en place d'algorithmes numériques en passant par les normes, les valeurs et les vecteurs propres, les formes canoniques, les séries de matrices et l'utilisation des matrices dans la résolution des systèmes différentiels linéaires. Les algorithmes laissent la porte ouverte aux concepteurs de logiciels et aux programmeurs astucieux qui peuvent exploiter au mieux les possibilités des calculateurs.

La dernière partie du livre rassemble une collection d’exercices qui, sans être tous originaux, présentent aussi une grande homogénéité de lecture ; les solutions ne sont pas fournies et c’est sans doute mieux ainsi !

Un petit regret, l’absence, ou presque, de vision géométrique au sens classique, de représentations des transformations géométriques, des applications à la géométrie des surfaces, à la mécanique classique et à la mécanique des milieux continus. Il s’agit d’une critique subjective et il faut répéter que concentrer autant d’informations sur les matrices dans un espace aussi restreint, tout en donnant l’essentiel, est déjà une prouesse qui mérite que l’on ne s’arrête pas à quelques manques laissant le lecteur sur sa faim d’en savoir plus ; au contraire ces manques peuvent inciter le lecteur à aller consulter les références fournies dans la bibliographie.

En conclusion un très bon livre, accessible à tous : ceux qui doivent apprendre rapidement un minimum sur les matrices et ceux qui souhaitent un tremplin leur permettant d’aller toujours plus loin.

G. Tronel

P. FREY ET P.-L. GEORGE : *Mesh Generation application to finite elements*
Éditeur : Hermes Science Oxford et Paris 2000.

Ce livre de 814 pages, en anglais, est clairement un des meilleurs ouvrages de référence disponibles sur les méthodes de maillages automatiques de domaine et de surface. Les auteurs sont des chercheurs de l’Inria de grande renommée. À ce sujet leurs logiciels sont intégrés dans plusieurs mailleurs proposés par de nombreux éditeurs de CAO (Patran, SDRC, ProMecanica...).

Sont exposés dans ces 23 chapitres : les structures de données de base pour les triangulations, les liens avec les méthodes d’éléments finis et la CAO, le problème du (re)maillage volumique et surfacique pour l’adaptation mais aussi quelques outils connexes comme les quadtrees et la géométrie différentielle des surfaces. Pour la génération automatique de maillage, de nombreuses méthodes sont exposées et pour les deux méthodes les plus utilisées (Advancing Front et Delaunay-Voronoi), la description des algorithmes et la présentation des résultats de convergence font l’objet de près d’une centaine de pages.

Les auteurs ont beaucoup travaillé pour obtenir des méthodes rapides (un des points durs de la génération de maillage) ; ils proposent entre autre des algorithmes de génération de points internes, et des méthodes d’adaptation à une fonction en utilisant une métrique non euclidenne dans l’algorithme de Delaunay, métrique construite avec le hessien de la fonction. Pour les remaillages de surface, ces derniers prenant une large place dans le livre, de nombreuses solutions sont proposées.

Enfin, des sujets très actuels comme le maillage en relation avec les méthodes h-p, le maillage en parallèle et le remaillage des surfaces avec adaptation sont traités en profondeur.

Un cours basé sur ce livre serait, bien sûr, du niveau DEA mais de nombreux chapitres peuvent être enseignés séparément en licence/maitrise. Pour la recherche, ce livre est une référence incontournable pour les problèmes de maillages.

O.Pironneau

I. EKELAND : *Le meilleur des mondes possibles*
Éditeur : Le Seuil 2000.

Le fil directeur de l'ouvrage est le principe de moindre action et de ses résonances dans les sciences et la philosophie. À l'origine deux problèmes de physique.

Le premier (Fermat 1662) est la caractérisation des trajectoires suivies par les rayons lumineux comme minimiseurs du temps nécessaire. Ce problème aura une descendance chahutée et féconde : le principe de moindre action et tous ses avatars. Le deuxième (Newton 1685) est l'optimisation du profil d'un projectile minimisant sa résistance au mouvement dans un gaz raréfié. Newton donne une réponse complète dans le cas d'un projectile de révolution mais l'étude du cas général ne sera entreprise qu'en 1996 et n'est pas encore achevée. Ce problème aura aussi une descendance nombreuse mais appliquée : tout ce qui relève de l'optimisation. Et la branche philosophique du premier et l'optimisation issue du second se rejoignent dans des modèles économiques du vingtième siècle.

Mais auparavant I. Ekeland nous invite à suivre les vies multiples du principe de moindre action depuis Fermat. Sa caractérisation des rayons lumineux fait intervenir le temps et si l'Antiquité a su mathématiser l'espace par la géométrie elle n'a pas su maîtriser le mouvement et le temps : il suffit de songer à l'embrouille aristotélicienne qu'est la notion d'*impetus* et aux instruments mous de mesure que sont le cadran solaire et la clepsydre utilisée néammoins dans l'expérience du plan incliné par Galilée qui découvre par ailleurs l'isochronie (approximative) du pendule. Le temps devient alors homogène, divisible et mesurable. Sa géométrisation était en route jusqu'à sa forme actuelle. Ce chapitre, comme plusieurs autres du livre, peut se lire comme une nouvelle autonome rythmée par des anecdotes savoureuses.

Fermat avec sa caractérisation des rayons lumineux comme minimiseurs fit sortir les cartésiens de leur poêle : ils s'indignèrent de ces rayons lumineux qui optimisent leur trajectoire plus vite que leur ombre alors que la science éliminait les causes finales considérées comme une forme d'animisme (Fermat botta en touche par un prudent « comme si »). Maupertuis reprit ce problème, en donna une solution (boiteuse) et l'étendit audacieusement à la mécanique en introduisant la notion d'action et un principe de moindre action. Émerveillé il le transformait en couteau suisse métaphysique ; bref rien de moins que : Dieu a créé le monde en suivant le principe de moindre action. C'était l'époque de la ménagerie de Sans-Souci du Grand Frédéric et Voltaire concurrent de

Maupertuis déclenchait une polémique sur ce retour du finalisme. Et pour avoir à soutenir une grande querelle il enrôlait dans ses ennemis Leibnitz (mort depuis 1716) et sa conception du meilleur des mondes possibles qu'il ridiculisait dans *Candide*. Mais comme l'explicite fortement I. Ekeland la Monadologie de Leibnitz est d'un autre niveau : ses interrogations rejoignent celles des physiciens contemporains sur la stucture ultime du monde qu'ils décryptent.

Retour à la science. La mise en évidence que les rayons lumineux n'étaient pas nécessairement des minimiseurs ou des maximiseurs du principe de Fermat, sa connotation métaphysique, le fait qu'il pouvait être remplacé par les autres principes de la mécanique eurent pour effet que les mécaniciens le retirèrent progressivement du théatre des opérations. Ceci d'autant plus que la conviction commune — exprimée par Lagrange dans son ouvrage de mécanique analytique (1788) — est que le monde est déterministe et calculable analytiquement comme solution d'un problème (que l'on dira) de Cauchy. Une autre critique du principe de moindre action se développera : obnubilé par son finalisme d'aucuns (Mach par exemple) le qualifient de tautologique car de même nature que l'argument : une fonction arbitraire f minimise la fonction $J(g) =$ distance de g à f. À la suite de Lagrange le formalisme hamiltonien du 19^{e}siècle parachèvera le cadre mathématique de la mécanique classique. Les équations des divers problèmes attendent leurs solutions explicites : par exemple le problème des trois corps connaît des solutions particulières, Euler, Jacobi (1870), Kowaleska (1888), mais bien sûr le cas général reste ouvert. Arrive Poincaré qui en mécanique céleste montre l'extrême complexité du sujet et souligne l'importance des solutions périodiques. C'est là que réapparaît le principe de moindre action comme outil technique dans la recherche de solutions périodiques particulières. Le dernier quart du vingtième siècle a vu une nouvelle école (P. Rabinowitz, I. Ekeland et ses élèves) découvrir toute une famille de solutions périodiques de systèmes hamiltoniens à partir de la proposition miraculeuse : les trajectoires périodiques sont les points critiques de la fonctionnelle action définie sur les courbes fermées de l'hypersurface définie par la conservation de l'énergie. De nombreuses questions demeurent : nombre de solutions, existence de solutions fondamentales analogues à ce qui se passent dans le cas linéaire, leur stabilité… Au moyen des billards circulaires, elliptiques, convexes et de leurs géodésiques I. Ekeland explicite l'importance des points cols et les progrès réalisés . Comme dans tout l'ouvrage les figures et les exemples géométriques (billards ou cartes de géographie avec l'altitude) n'illustrent pas seulement le problème général sur le mode, vous n'êtes pas sans savoir que, etc., mais les exemples traités sont des cas spécifiques simples de la théorie générale et le lecteur en a une explication complète.

F. Mignot

M. BERGOUNIOUX : *Optimisation et contrôle des systèmes linéaires*

Cet ouvrage présente l’optimisation en dimension finie et les bases de la théorie du contrôle linéaire à un public d’étudiants de second cycle d’universités ou d’élèves d’école d’ingénieurs. En fait, c’est un exposé cohérent et rigoureux du sujet avec le souci constant de lier problématiques et exemples concrets d’applications.

La première partie du livre (trois chapitres) traite de l’optimisation en dimension finie suivant la distinction classique de minimisation avec ou sans contraintes. Les conditions d’optimalité sont énoncées et le rôle de la convexité est souligné. Les principales méthodes de détermination numérique d’optima (méthodes de gradient, de relaxation, de Newton...) sont introduites (la programmation linéaire n’est volontairement pas abordée dans l’ouvrage). Il est particulièrement agréable de voir que la convergence des algorithmes est toujours rigoureusement prouvée (à l’exception d’un algorithme probabiliste). L’exposé des méthodes numériques forme une part importante de cette partie et l’on a une impression assez bonne des différents principes de recherche de minimum sans être noyé dans la technique des derniers raffinements des algorithmes les plus performants.

La seconde partie traite, en cinq chapitres, du contrôle (essentiellement dans le cadre linéaire). Ici encore des exemples pertinents tirés entre autres de l’économie, de la cinématique permettent au lecteur d’avoir une bonne intuition des questions importantes avant de les résoudre mathématiquement. Les conditions d’optimalité, le lien avec les équations de Riccati, les problèmes de stabilité et de contrôlabilité (avec une présentation très pédagogique du critère de Kalman) sont abordés pour le contrôle linéaire à horizon fini puis infini. L’exposé, toujours délicat, du principe du maximum de Pontriaguine, est l’objet d’un chapitre consacré au contrôle en temps minimum pour les systèmes linéaires à coefficients constants, ce qui permet de dégager les idées-clefs de cette question. Un dernier chapitre sur la programmation dynamique (d’abord discrète puis continue) constitue une véritable introduction aux problèmes de contrôle non-linéaires et se termine par les équations d’Hamilton-Jacobi. Le livre s’achève avec un appendice de résultats d’algèbre et d’analyse utilisés. Dans tout l’ouvrage, je n’ai pu noter qu’une tout petite imprécision : en toute rigueur, pour obtenir l’existence et l’unicité des trajectoires associées à un contrôle mesurable, la référence au théorème de Cauchy-Lipschitz de l’appendice ne suffit pas.

Ce livre de mathématiques appliquées est très agréable à lire, il a été visiblement écrit avec une volonté de mettre le sujet à la portée d’un public assez large. C’est pleinement réussi, en gardant une grande rigueur mathématique et en présentant algorithmes et applications de manière très claire. Je pense qu’il deviendra un des livres de référence pour l’enseignement de l’optimisation et du contrôle linéaire.

Marc Quincampoix

7-10 August 2002
Faculté des Sciences - Université Jean Monnet
Saint-Etienne (France)

THE 7TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTEGRAL METHODS IN SCIENCE AND ENGINEERING IMSE2002

$$x^{\alpha} f^{(m)}(x) + \int_0^{\infty} f^{(n)}(y)\, l\left(\frac{x}{y}\right)\frac{dy}{y} = g(x), \quad 0 < x < \infty$$

IMSE2002

Conference Chairman: C. CONSTANDA (UK)

Chairman of the local organizing committee: A. LARGILLIER (FR)

http://wwwean.univ-st-etienne.fr/imse2002

Invited speakers

B.V. LIMAYE (IN) P. MARTIN (USA) Z. NASHED (USA)
C. RIVARA (CL) B. RUTILY (FR) J. WILLIS (UK)

Université Jean Monnet

AIR FRANCE
TRANSPORTEUR OFFICIEL - OFFICIAL CARRIER

EQUIPE D'ANALYSE NUMÉRIQUE
UPRES EA 3058

WOLFANG DOEBLIN ET LE PLI CACHETÉ 11668

par Bernard Bru et Marc Yor

Résumé

Le texte qui suit est une invitation à la lecture du volume spécial des Comptes Rendus de l'Académie des sciences de décembre 2000 consacré au « Pli 11668 ». Ce pli envoyé par Doeblin en février 1940 n'a été ouvert qu'en mai 2000.

Le 26 février 1940, l'Académie des sciences de Paris recevait un « pli cacheté » de Wolfgang Doeblin, soldat de deuxième classe au 291^{e}Régiment d'Infanterie stationné en Lorraine. Quelques semaines plus tard, le soldat Doeblin, refusant d'être fait prisonnier par l'armée allemande, se donnait la mort. Le pli, enregistré le jour de sa déposition sous le numéro 11.668, a été ouvert par la Commission compétente de l'Académie le 18 mai 2000 à la demande de Claude Doblin, frère de W. Doeblin. Il contenait un mémoire intitulé « Sur l'équation de Kolmogoroff » où l'on retrouve quelques-uns des principaux résultats de la théorie actuelle des diffusions présentés de façon étonnamment moderne. Il vient d'être publié dans un numéro spécial des Comptes Rendus de l'Académie des sciences, soixante ans après avoir été écrit [3]. On peut trouver dans ce numéro des commentaires historiques et scientifiques replaçant le travail de Doeblin dans son contexte.

Par un concours improbable de circonstances diverses, cet événement relativement ésotérique de l'histoire du calcul des probabilités des années trente s'est trouvé entouré de suffisamment d'éléments de merveilleux et de tragique pour attirer l'attention des médias du monde entier. De sorte que la presse, de *France-Soir* au *Sydney Morning* en passant par *Ouest-France*, *Le Républicain Lorrain* ou le *Frankfurter Rundschau*, s'est intéressée un court instant à des questions généralement peu examinées dans les colonnes des quotidiens, par exemple : qui est Wolfgang Doeblin, en quoi consiste l'équation de Kolmogoroff, quelle relation y a-t-il entre la formule d'Itô et le pli cacheté de Wolfgang Doeblin, ou encore quelle place occupe Alfred Döblin, le père de Wolfgang, dans la littérature allemande du XX^{e}siècle, etc. ? Questions d'ailleurs intéressantes dont nous examinons certaines ci-dessous.

QUI EST WOLFGANG DOEBLIN ?

Wolfgang Doeblin est né à Berlin le 17 mars 1915. Son père, Alfred Döblin, est médecin et commence à se faire un nom dans la littérature allemande d'avant-garde. Il connaît la célébrité en 1929 après la parution de son roman *Berlin Alexanderplatz*. Issu d'une famille juive originaire de Stettin, antinazi de la première heure, il doit fuir l'Allemagne en 1933. Il s'établit à Paris avec sa femme et ses trois plus jeunes fils. Wolfgang, qui vient de terminer ses études secondaires dans un *Gymnasium* protestant de Berlin, s'inscrit à la rentrée universitaire d'octobre 1933 en licence de mathématiques à la Sorbonne. En novembre 1935, il commence des recherches sur la théorie des chaînes de Markov sous la direction de Maurice Fréchet. Paris est alors, avec Moscou, l'un des principaux centres mathématiques intéressés par la nouvelle théorie des probabilités. On y rencontre Borel, Fréchet, Darmois, Paul Lévy, Francis Perrin, mais aussi un groupe de jeunes mathématiciens, Fortet, Ville, Loève, Dugué, Malécot... et Doeblin, qui vont tous soutenir, à la fin des années trente, des thèses mathématiques sur des thèmes probabilistes. Plus généralement, pendant cette période, les enseignements de probabilité et de statistique de la Faculté des sciences ou de l'ISUP attirent un nombre croissant d'étudiants français et étrangers qui y voient des possibilités de carrières nouvelles tournées vers les mathématiques appliquées aux sujets les plus divers. Ce phénomène est dû en grande partie à la volonté d'un homme, Émile Borel, qui, presque seul et contre l'avis, les mœurs et les habitudes de la quasi totalité de ses collègues, a voulu orienter vers le calcul des probabilités et ses applications le tout nouvel Institut Henri Poincaré dont il est d'ailleurs le principal fondateur à la fin des années vingt. Borel lui-même croit assez peu en la valeur mathématique intrinsèque de la nouvelle théorie des probabilités dont il est cependant l'un des premiers inspirateurs, mais il parie sur la valeur pratique du calcul des probabilités qui lui paraît pouvoir apporter des réponses précises à bien des questions que se posent la science, la technique et la société du vingtième siècle commençant, et ce pari n'était nullement évident avant la seconde guerre mondiale. Que le jeune Doeblin se soit orienté vers le calcul des probabilités n'a donc rien de particulièrement étonnant — comme nombre de ses condisciples, il s'est inscrit au « Borel », le certificat de calcul des probabilités de la Sorbonne ; ce qui l'est beaucoup plus, c'est la force de ses premiers travaux de recherche. Dès le début de l'année 1936, en effet, Wolfgang Doeblin obtient des résultats très remarquables. En quelques mois, il se fait un nom dans le petit groupe de mathématiciens de premier plan qui se consacrent à une théorie alors en plein développement. Paul Lévy [21] , pour donner une idée de la difficulté et de l'originalité des travaux accomplis par Doeblin en si peu de temps et à un si jeune âge, le compare à Galois et Abel. On peut naturellement estimer que Lévy, dans ce cas comme dans d'autres, juge mal, mais on peut difficilement nier que Doeblin soit avec Kolmogorov, Khinchin et Lévy lui-même, l'une des figures marquantes du calcul des probabilités des années trente, ce qui, à moins de 23 ans et en deux ans d'activités de recherche, est une performance unique à bien peu près depuis Laplace. De juin 1936 à l'automne 1938, Doeblin va rédiger une série impressionnante de mémoires sur tous les problèmes alors ouverts de la théorie des probabilités, principalement la théorie générale des chaînes de Markov, qu'il traite par des méthodes entièrement nouvelles, et la théorie asymptotique des sommes de variables aléatoires indépendantes, notamment la théorie des domaines d'attraction. Dans ces deux domaines, les résultats et les méthodes de Doeblin vont irriguer et inspirer une partie importante de la recherche probabiliste de l'après guerre et le cinquantenaire de sa mort a été célébré dans un colloque international présidé par J. L. Doob.

Wolfgang Doeblin acquiert la nationalité française par naturalisation en 1936, avec ses parents et ses deux plus jeunes frères Claude et Stephan. Sursitaire pour terminer ses études, il doit effectuer un service militaire de deux ans. Après avoir soutenu sa célèbre thèse de mathématiques au printemps 1938, il rejoint début novembre un bataillon du 91^{e}Régiment d'Infanterie, qui tient garnison à Givet dans les Ardennes. En septembre 1939, à la déclaration de guerre, Doeblin est incorporé dans un nouveau régiment, le 291^{e}RI, intégré au « Secteur défensif des Ardennes ». Il cantonne dans un petit village au sud de Givet, Sécheval. La vie militaire convient peu à Wolfgang Doeblin, il est sujet à de profondes crises de cafard et interrompt son travail scientifique. Pour sortir de sa léthargie, il se force à rédiger des travaux qu'il a entrepris pendant l'été 1938 et sur lesquels il a publié deux notes aux Comptes Rendus de l'Académie des sciences peu avant son départ pour Givet. Ces travaux concernent le « problème de Kolmogoroff », l'un des problèmes les plus difficiles et les plus riches de la théorie des probabilités des années trente.

En janvier 1940 le régiment de Doeblin est déplacé en Lorraine. C'est là qu'il finit à peu près son mémoire commencé à Sécheval et qu'il l'adresse à l'Académie. Il aura encore le temps de rédiger plusieurs projets de notes sur le cas général de l'équation de Chapman. Fin avril, le 291^{e}RI monte en ligne à la frontière allemande sur la Bliess, Doeblin ne peut plus du tout travailler. Son régiment, engagé dès le milieu du mois de mai, fera toute la retraite des troupes de la Sarre du 15 au 20 juin 1940 dans des conditions extrêmement difficiles. Le matin du 21 juin, Wolfgang Doeblin met fin à ses jours.

SUR L'ÉQUATION DE KOLMOGOROFF

La théorie de Kolmogorov commence avec l'article fondamental [14] de Kolmogorov. Les sources en sont assez bien connues. La théorie mathématique des chaînes de Markov, publiée à partir de 1907 par Markov pour étendre les théorèmes limites du calcul des probabilités à des situations où l'indépendance n'est plus assurée, a reçu un accueil assez réservé de la communauté mathématique internationale. Certes elle est enseignée par Bernstein à Kharkov pendant la première guerre mondiale, mais on ne trouve aucun autre écho de cette belle contribution de Markov, qui ne lui pas encore donné son nom ; la locution « chaîne de Markov » date de 1929 et ce n'est pas un hasard.

Dès le début du siècle en revanche, et indépendamment des travaux mathématiques de Markov, les physiciens théoriciens ont développé des calculs de type markovien qui leur paraissent susceptibles de rendre compte des phénomènes de diffusion de toute nature ou même de tous les phénomènes physiques dès lors qu'on s'affranchit du déterminisme analytique pour lui substituer un déterminisme d'une autre nature qui précise à chaque instant non pas l'évolution du système du présent au futur immédiat, mais une loi de probabilité (bien déterminée pour sa part) du futur immédiat, le présent étant donné. Bien d'autres savants, à des titres divers, se sont intéressés aux schémas markoviens discrets ou continus : Bachelier en tout premier lieu, mais aussi les actuaires mathématiciens, notamment ceux de l'École scandinave, pour décrire l'évolution d'un compte client, ou encore les biologistes mathématiciens qui fondent la génétique des populations, les ingénieurs de télécommunication pour la gestion des centraux téléphoniques, etc. Mais à la fin des année vingt, la théorie de Markov commence à intéresser de nouveau les mathématiciens, indépendamment de toute idée d'application. Les analystes de la nouvelle génération, ceux des écoles de Moscou et de Paris notamment, y voient un prolongement en quelque sorte naturel de la théorie des fonctions de l'École de Paris, Baire-Borel-Lebesgue, où l'on s'intéresse aux « fonctions arbitraires », celles qui, selon Dirichlet, associent à une valeur de la variable x, une valeur « bien déterminée » de la fonction $f(x)$.

Depuis que l'idée assez mystérieuse de choix d'une valeur au hasard a pris un sens analytique précis dans le cadre de la nouvelle théorie des fonctions, il devient possible de s'intéresser aux fonctions régies non plus par des « expressions analytiques » mais par des déterminations en probabilité. Dès 1905, en effet, Borel a suggéré de remplacer la vénérable « probabilité géométrique » par la mesure de Borel associée à l'intégrale de Lebesgue et, bientôt, Paul Lévy et Richard von Mises (indépendamment) définiront une « loi de probabilité » dans l'espace euclidien de dimension finie par une mesure positive de masse unité aux sens de Borel, Lebesgue, Vitali, Fubini, Young, Riesz, Hausdorff, Radon, Carathéodory, Hahn, etc. On peut dès lors envisager de construire mathématiquement une théorie des fonctions définies aléatoirement : un calcul différentiel et intégral stochastique, une théorie de Fourier stochastique, une analyse stochastique en somme, dont l'étude déjà bien avancée des chaînes de Markov fournirait une première ébauche dans le cas de la variable discrète.

Le cas de la variable continue est évidemment plus complexe, mais on en comprend bien l'intérêt. Déjà Bachelier, en regardant les cours de la Bourse de Paris et en adaptant les méthodes de la théorie classique de la ruine des joueurs, a introduit à sa façon les diffusions générales homogènes dans l'espace. Il a notamment montré le lien de ces nouvelles « probabilités continues » avec la théorie de la chaleur : lorsque tout est équitable et continu, la probabilité diffuse comme la chaleur. Pour sa part, et cette fois de façon strictement mathématique, en restant à l'intérieur de la nouvelle théorie des fonctions, Wiener, au début des années vingt, a construit la loi de probabilité des diffusions homogènes en espace et en temps, « les mouvements browniens ». Sa première méthode, trop compliquée pour être utilisable, va être améliorée au début des années trente par Wiener lui-même et par l'École polonaise, Steinhaus, Marcinkiewicz, Zygmund, Kac, etc. La théorie mathématique du mouvement brownien prend forme dans un cadre analytique rigoureusement défini, la mesure de Lebesgue, les « fonctions indépendantes », la mesure de Wiener, autant d'objets mathématiques constitués et (relativement) reconnus.

L'article de Kolmogorov [14], inspiré par les travaux de Bachelier sur les diffusions homogènes et par ceux de Hostinsky-Hadamard sur les chaînes de Markov, se propose de définir un cadre analytique unifié pour tous les « processus stochastiquement définis ». Son titre l'indique assez : « Sur les méthodes analytiques du calcul des probabilités ». Il s'agit d'étudier les schémas probabilistes markoviens les plus généraux en dimension un (puis en dimension supérieure dans [15] dans les cas discrets et continus, c'est-à-dire les systèmes de probabilités « bien définies » vérifiant l'équation de Chapman dont l'interprétation probabiliste est claire et la nature analytique manifeste. Kolmogorov propose en particulier une remarquable étude du temps et de l'espace continus dont nous rendons compte très rapidement ci-dessous. C'est de cet article et de sa suite [15] qu'on peut dater les débuts de la théorie mathématique des diffusions. Tous les travaux immédiatement postérieurs de Bernstein, Khinchin, Feller, Kolmogorov, Fortet et bien sûr Doeblin, dont nous allons parler, en dérivent d'une façon ou d'une autre. Il faudrait détailler aussi la postérité plus lointaine du problème de Kolmogorov, qui a motivé une part importante de la théorie des probabilités de la seconde moitié du XX^{e}siècle, décrire en particulier l'œuvre fondamentale d'Itô, celle de Doob, les écoles russes, américaines, japonaises, françaises, etc. ; ce serait une tâche démesurée, nous renvoyons simplement aux introductions des grands traités actuels.

1. Le problème de Kolmogoroff

Nous allons suivre le second mémoire de Kolmogorov [15], en modifiant très légèrement ses notations de façon à les rapprocher de celles de Doeblin et en explicitant sommairement ses calculs à l'aide du « mouvement X » de Doeblin, que Kolmogorov conçoit très bien sans jamais le faire apparaître en 1931-1933. Rappelons que l'axiomatique de Kolmogorov date de 1933 et qu'en son absence, la lettre X a un statut intermédiaire entre un concept physique, une métaphore boursière ou actuarielle, et une sorte d'objet mathématique aux propriétés mathématiques bien définies pour un certain nombre de savants parmi lesquels on doit compter naturellement Kolmogorov lui-même, mais résolument vagues ou vides pour un grand nombre d'autres.

Nous nous limitons ici, nous l'avons dit, à l'étude des schémas « continus », ce qui deviendra dans les années cinquante la théorie des diffusions ; ce sont les seuls mouvements étudiés dans le pli 11668. Le mouvement X se déroule continûment dans le temps et il est markovien.

En 1931 comme en 1933, Kolmogorov se propose de « dériver » l'équation de Chapman, sous des conditions mathématiques bien définies, pour obtenir les équations paraboliques qui portent son nom, dont il espère trouver les solutions probabilistes et leur comportement à l'infini comme dans le cas des chaînes.

Soit donc $F(x,y,s,t) = \Pr\{X_t < y/X_s = x\}$, dans lequel X est un « mouvement continu » au sens de Doeblin, F étant seule l'objet du calcul et de la théorie de Kolmogorov. Nous supposons, comme Kolmogorov, que F possède une densité en y : $f(x,y,s,t)$ aussi différentiable qu'on le voudra. Les fonctions F, comme les fonctions f, sont liées entre elles par l'équation de Chapman :

$$f(x,y,s,t) = \int f(x,z,s,s+\Delta)f(z,y,s+\Delta,t)dz$$

Supposons donc Δ petit et voyons comment cette équation permet de dériver la première équation aux dérivées partielles de Kolmogorov sous des conditions convenables [15, § 1].

Comme Kolmogorov (et Doeblin), laissons nous guider par le comportement du mouvement X au voisinage de l'instant s. Comme il s'agit d'un mouvement continu, les seules valeurs de z qui soient probables sont voisines de x. Soit donc U un voisinage de x, écrivons :

$$\begin{aligned} f(x,y,s,t) = & \int (x,z,s,s+\Delta)f(z,y,s+\Delta,t)dz \\ & + \int (x,z,s,s+\Delta)\{f(z,y,s+\Delta,t) - f(x,y,s+\Delta,t)\}dz \qquad (1) \\ & + \int (x,z,s,s+\Delta)\{f(z,y,s+\Delta,t) - f(x,y,s+\Delta,t)\}dz. \end{aligned}$$

La première intégrale vaut $f(x,y,s+\Delta,t)$. Pour évaluer la seconde, il suffit de développer la parenthèse à l'aide de la formule de Taylor à l'ordre 2 en x :

$$\begin{aligned} & f(z,y,s+\Delta,t) - f(x,y,s+\Delta,t) = \\ & \qquad (z-x)\frac{\partial f}{\partial x}(x,y,s+\Delta,t) + \frac{1}{2}(z-x)^2\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y,s+\Delta,t) + o(z-x)^2 \end{aligned}$$

Kolmogorov dote la loi F de propriétés suffisantes pour assurer que (sauf en certains points dits exceptionnels) :

$$\lim_{t\to s} \frac{1}{t-s}\int_{|y-x]<1} (y-x)dF(x,y,x,t) = a(x,s) \qquad (2)$$

$$\lim_{t\to s} \frac{1}{t-s}\int_{|y-x]<1} (y-x)^2 dF(x,y,x,t) = \sigma^2(x,s) \qquad (3)$$

(les coefficients $a(x,s)$ et $\sigma^2(x,s)$ ne sont rien d'autre que les deux premiers « moments différentiels » de l'accroissement dX entre s et $s+ds$, le mouvement étant arrivé en x au temps s, et l'on imagine volontiers que, dans le cas continu, ils « déterminent » plus ou moins le mouvement, la difficulté étant de préciser cette impression dans un cadre assez général).

En intégrant sur U, on constate alors que la seconde intégrale de (1) est égale à :

$$\left[\alpha(x,s)\frac{\partial f}{\partial x}(x,y,s,t)+\frac{1}{2}\sigma^2(x,s)\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y,s,t)\right]\Delta + \\ + \int_U o(z-x)^2 f(x,z,s,s+\Delta)dz$$

Kolmogorov impose maintenant une « condition de Lindeberg » sur X suffisamment forte pour que la partie intégrale de cette dernière expression et la dernière intégrale de (1) soient des $o(\Delta)$. On a ainsi établi la première équation de Kolmogorov : f comme fonction de s et x est solution de l'équation :

$$L(u)(x,s) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial u}{\partial s}(x,s) + a(x,s)\frac{\partial u}{\partial x}(x,s) + \frac{1}{2}\sigma^2(x,s)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,s) = 0$$

Kolmogorov montre de même que f, considérée comme fonction de t et de y, satisfait à l'équation adjointe, dite de Fokker-Planck, parce qu'elle a été obtenue (sans hypothèses mathématiques précises) en physique statistique quelques années auparavant.

Il suffit dès lors de chercher les solutions probabilistes convenables de l'équation parabolique $L(u) = 0$ et de les étudier, ce que Kolmogorov fait dans divers cas particuliers [14][15] et il pose les questions suivantes [14, p. 452] :

1. *Unter welchen Bedingungen existiert eine solche Lösung der Gleichung* (133) [l'équation de Fokker-Planck] ?
2. *Unter welchen Bedingungen kann man behaupten, dass diese Lösung wirklich den Gleichungen* (85) *und* (86) [l'équation de Chapman pour la densité de probabilité de passage f] *genügt* ?

Tel est le « problème de Kolmogoroff » dont W. Doeblin traite dans le pli de Sécheval.

2. Le mémoire de Feller

C'est dans un mémoire de 1936 que Feller remplace la condition de Lindeberg-Kolmogoroff par la condition notée (4) dans le pli de Doeblin :

$$\lim_{t\to s}\int_{|y-x|>\eta} dF(x,y,s,t) = o(ts), \quad \text{pour tout}\, \eta. \tag{4}$$

Cette condition de Feller joue un rôle de tout premier plan dans la théorie. Sous les conditions (2–4) et des conditions d'uniformité et de régularité analytique portant sur a et σ, Feller montre que F résout l'équation $L(u) = 0$, comme fonction de x et s et que f est solution de l'équation adjointe comme fonction de y et t. Il démontre alors un théorème d'existence et d'unicité très général à l'intérieur de la théorie de Hadamard-Gevrey. Il se trouve en effet que la théorie des équations paraboliques s'est considérablement développée au début du vingtième siècle, S. Bernstein, E. Holmgren, E. E. Levi, Hadamard, Gevrey, notamment, ont renouvelé les travaux historiques de Laplace, Fourier et Dirichlet. Ils ont en particulier repris l'étude des questions d'existence et d'unicité et les difficiles problèmes aux limites. La grande École de Göttingen a aussitôt inscrit ces questions à son programme et l'on conçoit que Feller, qui en est issu, ait pu aller au-delà des travaux de Kolmogorov sur l'équation de Kolmogoroff. L'un des buts de Doeblin dans ses travaux sur l'équation de Kolmogoroff est d'établir un théorème d'existence sans les conditions analytiques fortes de Feller. Il procède par approximation en loi à partir du cas de Feller, en utilisant notamment un résultat de continuité uniforme de F, établi par une méthode originale de couplage.

Le grand mémoire de Feller [6], dont Doeblin est parti mais aussi Fortet et beaucoup d'autres, est strictement analytique. Rien de stochastique n'y apparaît explicitement, alors que la condition (4), par exemple, est, de toute évidence, une condition de continuité forte du mouvement : le présent étant donné, les variations d'amplitude supérieure à η pendant un laps de temps Δ sont de probabilité $o(\Delta)$. Il est hors de doute que Feller, comme Kolmogorov, raisonne d'abord sur le mouvement X, mais il calcule sur la loi f et rédige des théorèmes analytiques. En aucun endroit, ni Kolmogorov ni Feller ne paraissent avoir construit une version continue de leur mouvement qui leur permettrait de raisonner sur les trajectoires et d'en tirer parti, même après 1933, alors que l'axiomatique de Kolmogorov est publiée et que la théorie des fonctions aléatoires commence à se développer. Restriction mentale, scepticisme probabiliste ou incapacité mathématique ? Discutons très sommairement cette question.

3. Théorie analytique ou théorie stochastique ?

Commençons par observer que cette préférence analytique n'a rien de particulier à la théorie mathématique (naissante) des diffusions. Dans les années trente, la théorie asymptotique des sommes de variables aléatoires indépendantes est majoritairement analytique (Lévy et Doeblin appartenant à la minorité agissante, mais aussi Kolmogorov). Quant à la théorie des chaînes de Markov à nombre fini d'états, pourtant si proche des schémas de jeux du calcul classique des probabilités et pour laquelle les mesurabilités semblent assurées, il faut bien constater que, si l'on excepte l'exposé (sans démonstrations) de Hadamard sur le battage des cartes, au Congrès de Bologne de 1928, on ne trouve pas une seule étude quelque peu conséquente partant de considérations qualitatives sur les trajectoires, par exemple la classification des états en états accessibles, inaccessibles, communicants, périodiques, etc. avant 1936, où une telle classification et ses conséquences mathématiques très riches sont proposées simultanément et indépendamment par Kolmogorov alors au zénith de son oeuvre probabiliste et par le jeune Doeblin, dont c'est le premier coup de maître.

Donc la première théorie des diffusions est purement analytique et la première théorie des chaînes qui lui est contemporaine est purement algébrique. Ni l'une ni l'autre ne sont vraiment stochastiques.

Une exception notable (si l'on place hors catégorie l'œuvre étonnante de Bachelier) : la fameuse étude des processus à accroissements indépendants menée à bien par Paul Lévy à partir de 1934, dans laquelle Lévy donne la caractérisation des lois indéfiniment divisibles en disséquant les trajectoires des processus additifs associés. Toutefois cette théorie, saluée comme une performance unique, reste marginale ; Feller et Khinchin, indépendamment, démontrent bientôt le théorème de Lévy par les méthodes sûres et reconnues de l'analyse de Fourier. Certes Bachelier, mais aussi Lévy, ne sauraient donner à la nouvelle théorie mathématique des probabilités une reconnaissance analytique suffisante pour venir à bout du scepticisme ou de l'hostilité des analystes du temps, qui considèrent généralement que le calcul des probabilités est extérieur au domaine des mathématiques, ou, au mieux, à la frontière de ce dernier.

Pour que la situation évolue, suffisait-il de disposer d'une théorie mathématique des fonctions aléatoires ? On le sait bien, l'École de Moscou en a constitué une fort honorable, qui a été publiée par Kolmogorov dans son grand mémoire des *Ergbenisse* [16]. On se donne la loi jointe des variables $X(t)$ sur un nombre fini de temps (au sens de Lévy-von Mises) et on procède par passages à la limite dénombrables successifs ; on obtient ainsi, en vertu du théorème de (Daniell)-Kolmogorov, une authentique mesure de probabilité sur l'espace des fonctions $x(t)$. Cependant cette construction s'avère d'une utilité limitée, la plupart des événements intéressants lui échappant. Il faut donc la restreindre à des classes de processus jouissant de propriétés raisonnables de régularité permettant de s'en tenir aux événements probabilisés par le théorème de Kolmogorov. En premier lieu, la continuité stochastique (ou en probabilité) introduite par Slutsky dès 1928, ou bien cette sorte de continuité p. s. faible considérée par Doeblin au début du pli, qui paraît également due à Slutsky. Ces deux sortes de continuité se définissent à partir de la loi temporelle, mais elles n'impliquent en aucune façon que les fonctions $X(t)$ soient continues ou régulières avec probabilité un. Il ne semble donc pas qu'on ait sensiblement progressé. Il y a bien sûr la mesure de Wiener définie sur l'ensemble des fonctions continues, mais elle ne résout pas le problème de Kolmogorov, ou bien alors il faudrait indiquer de quelle façon elle le ferait (ce que du reste le pli cacheté manifeste brillamment).

Si bien que la théorie des fonctions aléatoires au sens de Slutsky-Kolmogorov, qui commence à se constituer dans les années trente, garde un caractère curieusement marginal, comme si l'on considérait, chez les ténors de la théorie des probabilités, qu'il s'agissait là d'un thème obligatoire mais trop général pour résoudre le moindre problème intéressant, celui de Kolmogorov par exemple, à moins de se limiter à des questions triviales ou de se contenter d'intuitions vagues ou géniales (selon l'idée qu'on s'en fait), comme Bachelier ou même Lévy, qui ne font que marginaliser davantage encore l'ensemble d'une théorie en pleine croissance mais encore fragile, d'autant que, on l'a dit, nombre de mathématiciens du temps la tiennent a priori pour assez peu sérieuse. On ne s'en étonnera pas ; Darboux, Poincaré ou Hilbert n'ont-ils pas naguère manifesté un scepticisme aussi grand à l'égard de ces fonctions (pourtant bien déterminées) qui ne sont liées directement à aucun des grands problèmes de la vraie théorie des fonctions, celle de Jacobi, Hermite et Weierstrass, et qui ne servent qu'à fournir des contre exemples « pathologiques » aux théorèmes de l'analyse classique ?

Kolmogorov, qui a une vision globale de l'analyse mathématique de son temps, ne publiera pas le (classique) théorème de continuité presque-sûre qu'il a exposé à l'automne 1934 au séminaire de probabilités de Moscou. Celui ci sera publié trois ans plus tard par Slutsky et non pas dans une revue mathématique, mais dans le journal de l'Institut des actuaires italiens, alors dirigé par le grand actuaire mathématicien Bruno de Finetti, où l'on trouve, d'ailleurs, à cette époque-là, comme dans le journal des actuaires scandinaves de Cramér, des articles probabilistes d'un très grand intérêt mathématique, dont les auteurs (Kolmogorov par exemple) pensent qu'ils ne sauraient convaincre le comité de rédaction d'une revue mathématique de haut vol, les *Math. Annalen* par exemple, et que, de toute façon, ils n'atteignent pas ce haut degré de difficulté et d'esthétique mathématiques auquel il convient de se placer. L'article de Slutsky de 1937 montre comment des hypothèses probabilistes simples sur la fonction $X(t)$ (continuité en probabilité, conditions de Lipschitz sur les moments etc.) permettent de construire très simplement par passage à la limite sur des interpolés linéaires de X des versions équivalentes $Y(t)$ (pour tout $t, \mathrm{Pr}\{X(t) = Y(t)\} = 1)$ jouissant quant à elles de propriétés de régularité de trajectoires presque sûres. Par exemple, si $X(t)$ vérifie la condition de continuité de Kolmogorov, on peut en construire une version p. s. continue équivalente ou, si $X(t)$ est continue en probabilité, il en existe une version équivalente presque sûrement de la classe 1 de Baire. Il n'aurait pas été difficile à Kolmogorov (ou à Feller) de travailler dès 1934 sur des versions continues de leurs « processus stochastiquement définis » et de tenter de faire ce que Doeblin fait dans le pli cacheté. Il faut bien constater qu'ils ne l'ont pas fait. C'est donc qu'ils ne pensaient pas que cela fût nécessaire ou suffisant pour résoudre les vraies difficultés de la théorie, même si la chose était manifestement possible. Slutsky écrit en italien, dans le *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*, une théorie des fonctions aléatoires qui, au reste, sera lue et utilisée par tous les auteurs de la fin des années trente, Doeblin et Fortet par exemple ; mais Kolmogorov, Khinchin et Petrowski publient en allemand, dans les *Math. Annalen*, des théorèmes de probabilité démontrés analytiquement sous des conditions analytiques. Doeblin inverse déjà les termes : à la théorie analytique des probabilités, il préfère l'analyse stochastique et le demi-siècle suivant lui donnera raison. La situation change, en effet, radicalement, dans les années cinquante, singulièrement après la parution du grand traité de Doob de 1953. Kolmogorov lui-même, jusqu'alors réservé sur l'intérêt réel des méthodes stochastiques en théorie des diffusions, reconnaîtra que, dorénavant, toute la théorie des processus doit être réorientée vers ce « nouveau point de vue » et si, engagé dans d'autres recherches, il ne s'y consacrera pas lui-même, il incitera la grande École probabiliste de Moscou dont il est le principal fondateur, à le faire à sa place.

Manifestement, Wolfgang Doeblin ne partage pas ces préjugés, encouragé en cela par les travaux très étonnants de Lévy dont il est le confident scientifique privilégié. Dès le début de son mémoire, il informe son lecteur de ce qu'il faut entendre par le « mouvement » $X(t)$. Il s'agit d'une version continue obtenue par interpolation linéaire sur des ensembles finis de temps. On notera d'ailleurs que Doeblin omet l'essentiel de la démonstration de son théorème de continuité, tant la chose lui paraît bien connue ; c'est d'ailleurs ainsi que Lévy construit son mouvement brownien, e. g. [19, § 6]. Par une transformation stochastique en temps et en espace, Doeblin se ramène alors au mouvement brownien standard, faisant se rejoindre les deux grandes théories en cours des fonctions aléatoires, celle de Wiener et des Polonais, et celle de Kolmogorov et des Russes.

4. La théorie de Bernstein et les conditions (5), (6) de Doeblin

Terminons d'un mot sur Bernstein, dont l'influence sur Doeblin est grande. Serge Bernstein est l'un des grands mathématiciens de la première moitié du XX^e siècle. Son œuvre mathématique est considérable, il est inutile de la rappeler ici. Bernstein s'est intéressé au calcul des probabilités pendant la première guerre mondiale, pour des raisons essentiellement alimentaires et pédagogiques, mais très vite il s'est passionné pour les aspects mathématiques et physiques de la théorie. Il est notamment l'auteur d'une des premières axiomatiques (non ensemblistes) du calcul des probabilités, et il publie dans les années vingt des travaux importants sur la normalité asymptotique dans des cas de dépendance faible. Dès 1931, il s'attaque au problème de Kolmogorov. Il y voit sans doute l'occasion de construire des solutions probabilistes des équations paraboliques dont il est l'un des grands spécialistes mondiaux.

Bernstein pourrait être parti d'un des très rares commentaires (non analytiques) de Kolmogorov [14, p. 448]. Après avoir obtenu l'équation $L(u) = 0$ et mis en évidence le rôle des conditions (2) et (3) et des données a et σ, Kolmogorov ajoute (en utilisant toujours les notations de Doeblin) :

> La signification réelle de a et σ est la suivante : $a(x, s)$ est la vitesse moyenne de la variation des paramètres x au cours d'un intervalle de temps infiniment petit. $\sigma(x, s)$ est la dispersion différentielle du processus. La dispersion de la différence $y - x$ dans l'intervalle de temps Δ est
>
> $$\sigma(x, s)\sqrt{\Delta} + o(\sqrt{\Delta}) = O(\sqrt{\Delta})$$

la moyenne de cette différence est

$$a(x,s)\Delta + o(\Delta) = O(\Delta).$$

Il était tentant d’envisager une théorie des équations différentielles stochastiques basée sur ce commentaire. Bernstein considère, dès 1932-1933, les équations aux différences stochastiques de la forme

$$\Delta y_i = a(y_i, t_i, \alpha_i)\Delta t_i + \sigma(y_i, t_i, \alpha_i)\sqrt{\Delta t_i}$$

les α_i indiquant qu’il y a choix au hasard supplémentaire à l’instant t_i, indépendamment du passé, le présent étant donné (Bernstein envisage a priori le cas d’un milieu aléatoire dans lequel diffuse aléatoirement un certain corpuscule…).

Il suffit alors d’étudier le comportement asymptotique des lois des solutions de ces équations pour obtenir, sous des conditions convenables, une solution probabiliste de l’équation de Fokker-Planck associée aux valeurs moyennes des données aléatoires α et σ.

Les travaux de Bernstein ont été publiés en français par Doeblin dans l’un des fascicules des actes du colloque de théorie des probabilités qui s’est tenu à Genève en octobre 1937, le premier congrès international exclusivement consacré à la théorie des probabilités et ses applications. Ils ne semblent pas avoir beaucoup impressionné Doeblin, qui trouvait les conditions de Bernstein inutilement restrictives, mais ils contiennent une étude des branches infinies des mouvements solutions tout à fait originale qui, elle, a certainement contribué à l’élaboration de la théorie des mouvements réguliers de Doeblin.

Bernstein examine le cas particulier de l’équation

$$\Delta y = y^2\Delta t + \alpha\sqrt{\Delta t},$$

où α prend les valeurs $+1$ ou -1 avec probabilité 1/2 [2, pp. 6-9]. Il observe que si l’on part de 0 au temps 0 et qu’on fait tendre Δt vers 0, la probabilité que y soit infini au temps $t = 6$ est supérieure à 0,0061. Avec probabilité non nulle, il y a donc « explosion » (en un temps fixe) comme on dira dans les années cinquante pour d’autres raisons. Pour empêcher ce phénomène, il faut imposer à $a(x,s)$ de croître à l’infini au plus comme x, c’est la condition de « quasi-linéarité » de Bernstein que l’on retrouve dans les traités classiques.

On comprend que Doeblin ait ajouté aux conditions (2–4), les conditions à l’infini (en x) :

$$\lim_{t\to s}\overline{\lim_{x\to-\infty}}[1 - F(x,y;s,t)](t-s)^{-1} = 0 \qquad (5)$$

$$\lim_{t\to s}\overline{\lim_{x\to\infty}} F(x,y;s,t)(t-s)^{-1} = 0 \qquad (6)$$

qui autorisent des explosions (en des temps mobiles) à condition qu’elles ne s’accompagnent pas de saut trop brutal, de sorte qu’après changement d'échelle en x, on puisse encore construire par interpolation une version continue du mouvement. Les auteurs du temps, Feller ou Fortet notamment, se limitent aux données bornées. Les deux conditions (5) et (6) permettent d'aller au-delà.

Doeblin appelle mouvement régulier tout mouvement continu (à un changement d'échelle près) dont la loi satisfasse l'équation de Chapman et les cinq conditions (2–6) ci-dessus. Son but est de construire des mouvements réguliers pour des coefficients a et σ donnés, aussi généraux que possible, et d'en faire l'étude fine.

5. La théorie des mouvements réguliers de Doeblin, le théorème de représentation

La théorie des mouvements réguliers de Doeblin est délibérément trajectorielle. Soit X un mouvement régulier (il en existe en abondance, au moins sous les hypothèses de Feller [6], et Doeblin en construit une infinité d'autres). Doeblin démontre alors que tout mouvement de cette nature possède nombre de propriétés de régularité du mouvement brownien. Nous détaillons ce point ci-dessous. Observons au préalable que Doeblin est l'un des tout premiers auteurs à envisager sérieusement de traiter la théorie de Kolmogorov sous ce « nouveau point de vue » et le premier qui ira si loin dans cette voie. Ses résultats ne seront retrouvés que quinze ou vingt ans plus tard et certains d'entre eux n'ont pas d'équivalents actuels. La seule étude comparable, quoiqu'un peu plus tardive, est celle de Robert Fortet [10], qui traite le cas $\sigma = 1$ et a borné satisfaisant aux conditions de Feller. D'emblée Fortet, comme Doeblin, montre l'existence d'une version continue de ses mouvements et travaille sur l'espace des fonctions continues. Il précise dans son mémoire de 1943 qu'il s'agit là effectivement d'un « nouveau point de vue »[10, chapitre II]qui permet de calculer en toute rigueur ce qu'il appelle, à la suite de Bernstein, les probabilités d'absorption, dont les liens avec les problèmes aux limites des équations paraboliques ont été indiqués déjà par le même Bernstein dans sa grande conférence de Zurich [1] et que Doeblin traite, dans son cadre, au § XVII du pli. On peut d'ailleurs noter certaines convergences entre les mémoires de Fortet et de Doeblin, qui tous deux ont participé activement au « séminaire Borel » de l'IHP consacré en 1937-1938 à la théorie des fonctions aléatoires. Certains auteurs considèrent, et à juste titre, que le mémoire de Fortet [10] ouvre une ère nouvelle dans la théorie des diffusions. Doeblin est certainement dans cette ère-là, depuis 1938 au moins, par anticipation. Il est d'ailleurs intéressant de comparer les textes des deux auteurs, qui ont eu l'occasion de collaborer et qui travaillent en même temps, au même endroit, la même théorie : le point de vue est effectivement le même et les résultats parfois voisins, mais les méthodes sont différentes et se recoupent peu, Fortet restant plus « analyste » que Doeblin. Outre ce même nouveau point de vue, la ressemblance la plus remarquable entre les mémoires de Doeblin [3] et de Fortet [10] consiste en ce que les deux auteurs démontrent, chacun dans leur cadre, un « théorème de représentation » des solutions du problème de Kolmogoroff à partir du mouvement brownien de Wiener-Bachelier, ce qui manifeste clairement, du même coup, toute la force mathématique de leur point de vue. Et l'on sait que le théorème de représentation d'Itô, un peu plus tardif, joue à cet égard un rôle comparable.

Pour simplifier la présentation, limitons nous au cas des mouvements réguliers qui n'explosent pas et restent continus tout au long du temps. (Doeblin traite en fait un cas beaucoup plus général). Soit donc $(X_t, t \geq 0)$, partant de x, de dérive $(a(y,s))$ et de coefficient de diffusion $(\sigma(y,s))$. Doeblin montre que

i) $Z_t \stackrel{\text{def}}{=} X_t - x - \int_0^t a(X_s,s)ds,\ t \geq 0$, et $Z_t^2 - H_t,\ t \geq 0$, où $H_t = \int_0^t \sigma(X,s)ds$, sont des martingales ;

ii) il existe un mouvement brownien $(\beta(u), u \geq 0)$ tel que :

$$Z_t = \beta(H_t);$$

en fait, Doeblin introduit le changement de temps :

$$\theta(\pi) = \inf\{t : H_t > \pi\},$$

et montre que $\beta(\pi) = Z_{\theta(\pi)},\ \pi \geq 0$, est un mouvement brownien. D'où la représentation de Doeblin de $(X_t, t \geq 0)$:

$$X_t = x + \beta_{H_t} + \int_0^t a(X_s,s)ds.$$

Doeblin montre son résultat en utilisant une version du théorème de Dubins-Schwarz (1965) sur la représentation des martingales continues — rappelons que la théorie des martingales commence sans être nommée dès 1934 avec les travaux de Lévy sur les variables dépendantes [18]. Les premières applications de cette théorie à l'étude locale du mouvement brownien sont dues à Ville dans sa thèse en 1939. C'est Ville qui le premier nomme les « martingales » (positives) et montre leur rôle universel (ce sont les jeux équitables au cœur de presque tous les schémas probabilistes). Doeblin et Ville se connaissent bien ; ils participent tous deux au Séminaire Borel, dont ils sont même les fondateurs. Le théorème de convergence des martingales est dû à Doob en 1940. Son livre de 1953 présente la première théorie complète des martingales ; dès lors la notion de martingale va s'imposer dans la littérature probabiliste comme un outil de première importance. Quant au changement de temps de Doeblin, il sera retrouvé en 1958 par Volkonskii et se trouve repris dans tous les traités contemporains sous ce nom.

Le théorème de représentation convenablement étendu au cas explosif permet notamment à Doeblin de faire l'étude locale de ses mouvements et de contrôler en probabilité leurs grandes valeurs.

6. La formule de changement de variables de la théorie des mouvements réguliers

Dans son article de 1931, Kolmogorov consacre un paragraphe, [14, § 17] (« Eine Transformation »), aux changements de variable en temps et en espace dans l'équation de Kolmogoroff. Il s'agit de préciser comment se transforment les coefficients de l'équation lorsque par exemple x se change en $\varphi(x,t)$. Kolmogorov montre dans un cas particulier comment on peut de cette façon se ramener à l'équation de la chaleur. Feller, en 1936, développe la même idée (d'ailleurs classique en théorie des équations paraboliques) et introduit une transformation $\varphi(x,t)$ considérée par Doeblin, qui permet dans certains cas de se ramener à $\sigma = 1$.

Ce que Doeblin apporte c'est évidemment le « nouveau point de vue », celui qui consiste à travailler directement sur le mouvement $X(t)$, qui se trouve changé en $Y(t) = \varphi(X(t),t)$. Il est alors naturel d'exprimer les accroissements de Y en fonction de ceux de X et de t, à l'aide de la formule des accroissements finis. Lorsque φ est assez régulière :

$$\Delta Y = \varphi'_x \Delta X + \frac{1}{2}\varphi''_x (\Delta X)^2 + \varphi'_t \Delta t$$

Doeblin en déduit (nous supposons Y intégrable pour alléger la formule) :

$$E(\Delta Y / X(t) = x) = L(\varphi)(x,t)\Delta t + o(\Delta t)$$

et (lorsque Y est de carré intégrable) :

$$E((\Delta Y)^2 / X(t) = x) = a^2(x,t){\varphi'_x}^2(x,t)\Delta t + o(\Delta t),$$

formules qui résument toute l'information stochastique contenue dans l'équation de Kolmogoroff. On remarquera sans doute que la formule des accroissements finis de Doeblin est une sorte de formule d'Itô sans intégrale d'Itô. Doeblin doit-il pour autant être crédité de cette formule ou du moins être reconnu officiellement comme un « précurseur » ?

En fait, on rencontre souvent ce type de situation en histoire des mathématiques. Qu'on songe à la formule de « Taylor », à la formule de changement de variables des intégrales multiples, à la formule de « Stokes », et que dire du théorème de « Heine-Borel » ? Qui est précurseur de qui et de quoi ? On se rend vite compte que la question n'a pas grand sens ni guère d'importance (même si elle revêt souvent pour les différents protagonistes le plus grand intérêt et déclenche parfois de furieuses polémiques). Ce qui importe vraiment est de saisir le moment, le lieu, l'occasion, où une théorie et les problèmes qui la sous-tendent suscitent quasi-nécessairement l'introduction d'une formule ou d'un calcul nouveaux, comme si ces problèmes contenaient en eux-mêmes les formules dont il s'agit et que les savants occupés à les résoudre les découvraient et les expérimentaient au hasard de leurs investigations sans d'ailleurs qu'au premier abord ils soient particulièrement frappés de leur nouveauté radicale. Itô lui-même explique comment sa formule apparaît subrepticement dans ses premiers travaux de 1942-1944 sur le problème de Kolmogoroff, au détour de calculs qui la rendent nécessaire, sans qu'il en ait saisi l'importance et la nouveauté, et qu'il l'a publiée seulement dans ses travaux plus tardifs, après l'avoir suffisamment pratiquée [12].

Il est vraisemblable que cette même formule a été manipulée, utilisée, sous des formes diverses, indépendamment même de la théorie d'Itô, dès lors qu'était posé nettement le « problème de Kolmogoroff » et qu'on tentait de le résoudre par des voies stochastiques (ouvertement ou non). Doeblin l'a évidemment fait en 1938-1940, mais est-il le premier ? Explicitement sans doute, quoique rien n'est moins sûr, mais implicitement certainement pas.

Regardons de nouveau l'article princeps de Kolmogorov, celui de 1931, et suivons sa démonstration de la seconde équation fondamentale (celle de Fokker-Planck). Considérons avec Kolmogorov une fonction $R(x)$ de la seule variable x, supposée régulière et nulle à l'infini. Le calcul fait par Kolmogorov, traduit mot à mot dans le langage introduit ci-dessus, s'écrit de la façon suivante [14, p. 449]. Observons d'abord que :

$$E(\Delta R(X(t))/X(t) = y) = L(R)(y,t)\Delta t + o(\Delta t)$$

dans lequel

$$L(R)(y,t) = a(y,t)R'(y) + \frac{1}{2}\sigma^2(y,t)R''(y)$$

Il suffit alors d'intégrer la première de ces deux égalités par rapport à la densité $f(x,y,s,t)dy$ et d'intégrer par parties pour obtenir

$$\begin{aligned}\frac{1}{\Delta t}E(\Delta R(X(t))/X(s) = x) = -\int \frac{\partial}{\partial y}[a(y,t)f(x,y,s,t)]R(y)dy \\ + \frac{\partial^2}{\partial y^2}[\sigma^2(y,t)f(x,y,s,t)]R(y)dy + o(1)\end{aligned}$$

c'est-à-dire, R étant muette, l'équation de Fokker-Planck

$$\frac{\partial}{\partial t}f(x,y,s,t) = \frac{\partial}{\partial y}[a(y,t)f(x,y,s,t)] + \frac{\partial^2}{\partial y^2}[\sigma^2(y,t)f(x,y,s,t)]$$

En 1932, dans sa conférence de Zurich (prononcée en son absence), Bernstein montre comment une méthode semblable, fondée sur l'égalité des accroissements finis de Doeblin, conduit à la première équation de Kolmogorov pour la fonction de répartition $F(x,y,s,t)$ [1, p. 300].

On peut trouver d'autres exemples, notamment chez Paul Lévy pendant la guerre (voir Lévy [20, chapitre 3, § 16]).

A. Shiryaev nous a informés qu'il avait demandé un jour à Kolmogorov comment il avait pu dériver son équation sans connaître la formule d'Itô, tant la chose lui semblait étonnante. Kolmogorov a souri et lui a conseillé de relire son mémoire de 1931.

Le pli 11668 n'ôte évidemment rien à l'œuvre exceptionnelle de K. Itô qui a réussi à définir un cadre naturel, l'intégrale d'Itô, susceptible d'accueillir cette formule de Kolmogorov-Bernstein-Doeblin-Lévy-Itô, où elle s'épanouirait de la façon que l'on sait et deviendrait progressivement la base d'un grand nombre des innombrables applications du calcul stochastique, calcul pratiqué déjà avec détermination et un certain succès par Wolfgang Doeblin dans son mémoire « Sur l'équation de Kolmogoroff ».

7. Les théorèmes d'existence et d'unicité des mouvements réguliers

Il s'agit d'un sujet trop technique pour être résumé en quelques lignes ; nous conseillons au lecteur intéressé par ce problème de se reporter au fascicule des Comptes Rendus [3]. Par acquis de conscience, citons le plus simple des théorèmes d'existence de Doeblin qui va déjà au delà des théorèmes de Kolmogoroff, Bernstein, Feller (et Itô) :

> Théorème XXV : *Si a, σ et $\frac{1}{\sigma}$ sont continues et bornées, il existe une solution régulière du problème de Kolmogoroff pour les coefficients a et σ.*

RÉFÉRENCES

[1] BERNSTEIN Serge, *Sur les liaisons entre les variables aléatoires*, Actes Congrès Int. Math. Zurich, I (1932), pp. 288-309.

[2] BERNSTEIN Serge, *Équations différentielles stochastiques*, Les fonctions aléatoires, Actes du Colloque consacré à la théorie des probabilités et présidé par M. Maurice Fréchet, Genève 11 au 16 octobre 1937, cinquième partie, Paris : Hermann, (Actualités Sci. Ind. 738), 1938, pp. 5-31.

[3] DOEBLIN Wolfgang, *Sur l'équation de Kolmogoroff*, Pli cacheté déposé le 26 février 1940, ouvert le 18 mai 2000, C. R. Acad. Sci. Paris, Série I, 331 (2000), pp. 1031-1187.

[4] DOOB Joseph L., *Regularity properties of certain families of chance variables*, Trans. Amer. Math. Soc., 47 (1940), pp. 455-486.

[5] DOOB Joseph L., Stochastic Processes, New York : Wiley, 1953.

[6] FELLER William, *Zur Theorie der stochastischen Prozesse (Existenz- und Eindeutigkeitssätze)*, Math. Ann., 113 (1936), pp. 113-160.

[7] FORTET Robert, *Sur des fonctions aléatoires définies par leurs équations aux dérivées partielles*, C. R. Acad. Sci. Paris, 212 (1941), pp. 325-326.

[8] FORTET Robert, *Sur le calcul de certaines probabilités d'absorption*, C. R. Acad. Sci. Paris, 212 (1941), pp. 1118-1120.

[9] FORTET Robert, *Sur la résolution des équations paraboliques linéaires*, C. R. Acad. Sci. Paris, 213 (1941), pp. 553-556.

[10] FORTET Robert, *Les fonctions aléatoires du type de Markoff associées à certaines équations aux dérivées partielles de type parabolique*, J. Math. Pures Appl., 22 (1943), pp. 177-243.

[11] ITÔ Kiyoshi, Collected Works, New York : Springer, 1987.

[12] ITÔ Kiyoshi, *On a formula concerning stochastic differentials*, Nagoya Math. J. 3 (1951), pp. 55-65.

[13] KOLMOGOROV Andrei N., Selected Works, 3 vols, Dordrecht : Kluwer Acad. Pub., 1991-1993.

[14] KOLMOGOROV Andrei N., *Über die analytischen Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Math. Ann., 104 (1931), pp. 149-160. Traduction anglaise : Œuvres, II, pp. 62-108.

[15] KOLMOGOROV Andrei N., *Zur Theorie der stetigen zufälligen Prozesse*, Math. Ann., 108 (1933), pp. 415-458. Traduction anglaise : Œuvres, II, pp. 156-168.

[16] KOLMOGOROV Andrei N., Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Berlin : Springer (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete vol. 2, numéro 3), 1933. Traduction anglaise : Foundations of the Theory of Probability, New York : Chelsea, 1950.

[17] LÉVY Paul, Œuvres complètes, 6 vols, Paris : Gauthier-Villars, 1973-1980.

[18] LÉVY Paul, Théorie de l'addition des variables aléatoires, (Fascicule I de la Collection des monographies des probabilités, publiée sous la direction de M. Émile Borel), Paris : Gauthier-Villars, 1937.

[19] LÉVY Paul, *Sur certains processus stochastiques homogènes*, Compositio Mathematica, 7 (1939), pp. 283-339.

[20] LÉVY Paul, Processus stochastiques et Mouvement brownien, (Fascicule VI de la Collection des monographies des probabilités, publiée sous la direction de M. Émile Borel), Paris : Gauthier-Villars, 1948.

[21] LÉVY Paul, *W. Doeblin (V. Doblin) (1915-1940)*, Rev. Histoire Sci., (1955), pp. 107-115.

[22] LÉVY Paul, *Le dernier manuscrit inédit de W. Doeblin*, Bull. Sci. Math., 80 (1956), 4 pages.

[23] LOCKER Bernard, Invariance conforme et intégrale stochastique : l'œuvre du mathématicien juif français Paul Lévy sous l'occupation, Thèse sci. math. Univ. Paris V, 2001.

[24] VILLE Jean, Étude critique de la notion de collectif, Thèse sci. math. Paris (fascicule III de la Collection de monographies des probabilités, publiée sous la direction de M. Émile Borel), Paris : Gauthier-Villars, 1939.

TABLE RONDE « MATHÉMATIQUES ET ENSEIGNEMENT DES SCIENCES »

présentée par Gilles Pagès

Le 12 janvier dernier s'est tenue à l'École normale supérieure de la rue d'Ulm, une table ronde organisée par la SMF et la SMAI sur le thème « Mathématiques et enseignement des sciences ». Sous la conduite discrète des présidents respectifs de nos deux sociétés, Michel Walschmit et Michel Théra, qui avaient ouvert la séance devant une assistance nombreuse, le programme a alterné interventions à la tribune et débats avec la salle.

À l'origine de cette initiative plusieurs constats, certains préoccupants, d'autres plus encourageants sur l'état de l'enseignement des mathématiques (et du calcul !). Le constat préoccupant et partagé par nombre d'enseignants de mathématiques à tous les niveaux académiques concerne la dégradation de l'enseignement de cette discipline tant sur le plan quantitatif (réduction d'horaires continue) que qualitatif (baisse constante des exigences, dilution de l'essence de la discipline). Le rapport rédigé par Jean-Pierre Demailly, après d'autres cris d'alarme, est une expression virulente et enflammée de cette inquiétude. Le constat encourageant, c'est que nous ne sommes plus seuls ! Plus seuls à être inquiets d'abord (mais l'avons-nous réellement été ?). Plus seuls aussi car, à contre-courant de certaines déclarations provocatrices, le sentiment prédominant est plutôt que les relations entre les mathématiques avec l'ensemble des sciences sont en train d'évoluer positivement, d'abord vers plus d'apaisement et de compréhension mutuelle, ensuite vers plus de dialogue et d'enrichissement réciproque.

D'où le thème de cette table ronde, afin de puiser dans cette nouvelle alliance l'énergie et les moyens de redynamiser un enseignement ambitieux et vivant des mathématiques et des sciences en général.

D'où aussi les corollaires du thème de la journée en forme de questions :
- Quels thèmes mathématiques faut-il enseigner aux étudiants scientifiques ou aux futurs ingénieurs ?
- Quelles sont les questions venant des autres sciences qui enrichissent l'enseignement des mathématiques ?
- La familiarité avec l'abstraction qu'apporte l'étude des mathématiques est-elle utile dans les autes sciences ?

et la place centrale accordée à la tribune aux interventions de scientifiques issus d'autres disciplines : biologie (Pierre-Henri Gouyon, Univ. Paris Sud-Orsay), économie (Antoine d'Autume, Univ. Paris 1), informatique (Gilles Kahn, Acad. des sciences & Inria), physique (Jacques Treiner, Univ. Paris 6) aux côtés de celles des mathématiciens (Jean-Pierre Demailly, Univ. Grenoble I), Patrick Le Tallec (École polytechnique & Univ. Paris-Dauphine) et

Jean-Pierre Kahane (Académie des sciences). Le résumé que chaque orateur a fait de son intervention est reproduit à la suite de ce compte-rendu.

Les deux débats ont donné lieu à des échanges vifs et passionnés entre salle et tribune et au sein de la salle. Si certains ont tempéré l'alarmisme qui se dégage du « rapport Demailly », marquant au passage quelques désaccords sur des points techniques, d'autres au contraire ont salué une « nouvelle » ultime occasion de nous ressaisir.

Un certain consensus s'est fait en revanche pour constater dans la société en général une sur-valorisation de la technologie au détriment des sciences qui l'irriguent. Corollairement la tâche des enseignants de Sciences devient chaque jour plus ardue. Parmi les nombreuses questions évoquées, citons en vrac l'indispensable introduction de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques, les difficultés spécifiques qui lui sont inhérentes mais aussi la vigilance vis-à-vis d'une pluridisciplinarité « molle » qui verrait les savoirs se diluer en une vulgarisation invertébrée, l'ésotérisme du langage mathématique pour les élèves, les risques du recours à un enseignement utilitariste des mathématiques conduisant celles-ci à une destruction certaine. Plusieurs membres des groupes d'experts chargés des programmes (physique, biologie, mathématiques) pour l'enseignement primaire et secondaire présents à la tribune ou dans la salle ont souligné l'esprit de concertation qui les anime et les fruits que celle-ci a déjà apportés. Certains dans la salle se sont émus, au-delà de la composition très « universitaire » de cette table ronde, du manque de contacts entre le monde universitaire et de la recherche et celui de l'enseignement primaire et secondaire, ce que n'a pas démenti une représentante de l'APMEP présente dans la salle. Il est clair qu'une telle table ronde, si elle marque spectaculairement l'intérêt et la préoccupation du monde universitaire pour l'enseignement des sciences, ne peut être que la première étape d'un long cheminement à mener tous ensemble. Reste à en définir les formes et les modalités concrètes.

LES MATHÉMATIQUES EN ÉCONOMIE — PAR ANTOINE D'AUTUME

Le degré de formalisation mathématique de l'économie s'est fortement accru depuis une trentaine d'années et ce mouvement touche aussi bien la recherche que l'enseignement. Il suffit de consulter une revue scientifique ou un manuel d'économie générale pour se rendre compte de la place qu'occupent aujourd'hui les modèles dans notre discipline.

Ces modèles peuvent être de types très différents et le niveau de mathématiques exigé très variable. Les méthodes utilisées sont très variées et bien rares doivent être les chapitres d'un cursus d'enseignement de maîtrise de mathématiques qui n'aient pas trouvé d'applications en économie. Le niveau de difficulté et de rigueur change aussi du tout au tout lorsque l'on passe d'analyses ne faisant appel qu'au calcul élémentaire à des travaux théoriques utilisant la méthode axiomatique. Le niveau optimal d'utilisation des mathématiques est d'ailleurs l'objet d'un débat permanent entre économistes. Toute la gamme des positions est occupée et chacun est évidemment persuadé qu'il y occupe personnellement la place idéale, les économistes situés plus bas sur l'échelle n'étant que d'infâmes bricoleurs alors que ceux situés plus haut perdent tout contact avec la réalité et ne sont pas loin du délire.

La vérité est bien sûr que toutes ces approches sont complémentaires et que différents types de modélisation peuvent être utilisés concurremment.

La modélisation en économie s'inscrit a priori dans la démarche scientifique habituelle, empruntée aux sciences dures. Les théories doivent recevoir une sanction empirique. Elles donnent naissance à des modèles qui doivent être estimés et testés en utilisant les données disponibles. Ces modèles peuvent alors servir aux décideurs et par exemple être utilisés pour définir et évaluer des politiques économiques.

Sans vouloir entrer véritablement dans le débat sur le caractère scientifique de l'économie, on ne peut éviter de reconnaître le caractère fragile de cette démarche. L'économie n'a pas à sa disposition de lois scientifiques, mais seulement quelques principes méthodologiques qui la conduisent par exemple à privilégier une approche en termes de comportement rationnel des individus et d'interaction entre ces individus. Elle sait aussi qu'elle ne contrôle ni n'observe toutes les variables pertinentes. Mais l'économétrie, c'est-à-dire la statistique appliquée à l'économie, a précisément poussé très loin l'effort pour maintenir une approche rigoureuse dans un contexte aussi défavorable.

La modélisation en économie a aussi des objectifs moins liés à la démarche empirique. La construction de modèles théoriques est aussi pour les économistes un moyen de clarifier la logique d'une argumentation et d'en vérifier la solidité. Les modèles peuvent être très simples et apparaître triviaux aux yeux d'un mathématicien. Ils laissent de côté d'innombrables aspects de la réalité. Mais ils servent à mettre en évidence des mécanismes nouveaux et font progresser la compréhension des phénomènes économiques. D'autres modèles s'attacheront pour leur part à examiner la robustesse de résultats obtenus a priori dans le cas d'exemples particuliers. Ils privilégieront ainsi la généralité sur l'imagination, et devront en général faire preuve de plus de rigueur mathématique. Mais dans tous les cas les mathématiques resteront au service de l'économie. Les hypothèses faites doivent avoir une signification économique claire. Les résultats n'ont d'intérêt que si une interprétation économique intuitive et synthétique peut être présentée.

Après avoir ainsi apporté quelques éléments généraux sur la modélisation en économie, nous pouvons évoquer quelques domaines des mathématiques d'un emploi courant en économie.

L'optimisation est omniprésente puisque le choix rationnel s'identifie en économie à la maximisation sous contraintes. La convexité est évidemment une notion-clé, qui revêt souvent une interprétation économique, par exemple en termes de rendements décroissants dans la production ou d'aversion au risque dans les choix des agents. Le problème d'optimisation peut être plus ou moins simple puisqu'on peut se placer dans un cadre stochastique ou intertemporel, ce qui amène à utiliser des méthodes de contrôle optimal.

Les démonstrations d'existence servent ensuite à démontrer l'existence d'équilibres, c'est-à-dire de situations où les actions des agents sont coordonnées. Les théorèmes de point fixe jouent un rôle essentiel dans les approches les plus générales mais des considérations plus modestes de continuité et de bornes interviennent couramment.

Le théorème des fonctions implicites permet d'étudier la manière dont les équilibres sont affectés par des changements de paramètres ou de variables exogènes. Concrètement, les économistes font un grand usage de la différentiation pour faire ce qu'ils appellent des expériences de statique, ou même de dynamique, comparative.

L'étude de systèmes dynamiques et de leur stabilité occupe également une grande place. Elle peut être menée en temps discret ou continu. À un niveau élémentaire, elle met évidemment l'accent sur le calcul de valeurs propres et la caractérisation de leurs parties réelles et complexes.

L'algèbre linéaire peut servir en particulier à décrire les interactions entre secteurs de production. La théorie des matrices à éléments positifs est une référence particulièrement utile où une notion comme la valeur propre dominante a une interprétation économique immédiate en termes de taux de croissance ou de taux d'intérêt maximal.

Les probabilités et les statistiques réclament un enseignement particulier en économie pour fonder la démarche économétrique d'estimation et de test des modèles. Mais elles interviennent également au niveau théorique pour la prise en compte du risque et de l'information.

La théorie de la mesure sert bien sûr à fonder les probabilités, mais aussi pour décrire l'hétérogénéité des agents et en particulier pour décrire le caractère négligeable des agents individuels sur les marchés.

Cette liste très incomplète et un peu décousue donne une idée des enseignements mathématiques souhaitables pour des études économiques. Il ne faut pourtant pas se méprendre, ni envoyer de faux signaux, quant au niveau de mathématiques requis pour entreprendre ces études. Des enseignements spécifiques de mathématiques seront donnés au cours de ces études avec un niveau d'approfondissement qui variera beaucoup selon le cursus précis choisi par l'étudiant. Il nous semble important que cet enseignement soit progressif, les outils nécessaires étant développés au fur et à mesure que leur utilité se fait sentir. Le premier cycle d'économie pourrait selon nous être moins spécialisé, et ferait donc appel à une quantité d'enseignements mathématiques plus faible que ce n'est le cas actuellement. Le niveau s'élèverait en revanche pour les étudiants qui se spécialisent en économie.

Cette prise de position en faveur d'un allègement des programmes de mathématiques en premier cycle d'économie ne doit pas non plus être mal comprise. Le problème actuel réside dans le contraste entre l'étendue du programme couvert, et le niveau réel des étudiants ou en tous cas leur hétérogénéité. Il nous semble donc souhaitable d'agir en amont, au niveau du secondaire, pour amener les élèves à un niveau général suffisant de compréhension et de pratique des mathématiques. Puis de relier plus étroitement les mathématiques enseignées aux besoins de l'enseignement d'économie, en laissant au premier cycle un rôle d'orientation et surtout de motivation.

Ceci nous amène enfin à examiner la manière dont l'économie peut intervenir en retour sur l'enseignement des mathématiques, dès le lycée. Elle peut sans doute être un pourvoyeur d'exemples de modélisations et, de manière plus ambitieuse, amener à une réflexion critique sur cette démarche. Ceci ne nous semble pourtant pas si facile à mettre en œuvre. Les modèles économiques susceptibles d'être présentés ne peuvent être que très simples. Ils négligent volontairement de très nombreux aspects du phénomène analysé. Le risque est donc important qu'ils soient l'objet d'une critique rapide et définitive, qui empêcherait finalement de donner une idée de la démarche disciplinaire de l'économie.

Des illustrations plus ponctuelles peuvent en revanche jouer un rôle très utile. Nous nous contenterons ici d'un unique exemple, qui joue un rôle central en économie : celui des notions marginales. Le coût marginal, par exemple, représente la dérivée de la fonction de coût par rapport à la quantité produite. Les économistes l'interprètent en disant que c'est le coût de production d'une unité supplémentaire, ou de la dernière unité produite, et s'en servent pour interpréter des conditions d'optimalité. Cette présentation peut clairement servir à faire comprendre concrètement la définition de la dérivée comme limite du rapport entre deux accroissements.

Antoine d'Autume, professeur de Sciences Économiques, université Paris I. `dautume@uni-paris1.fr`.

EUREQua (Équipe Universitaire de Recherche en Économie Quantitative), unité mixte de recherche CNRS-Paris I, Maison des sciences économiques, 106-112 boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris.

Des enjeux décisifs pour les Sciences : qualité de l'enseignement et libre accès à l'information

par Jean-Pierre Demailly

Ce texte est un extrait d'un article plus long qu'on peut trouver sur le site web suivant : `http ://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~demailly`

La communauté mathématique va devoir faire face à un certain nombre de défis qui lui sont posés par l'évolution rapide de la société contemporaine : évolutions sociales, technologiques et politiques, notamment. Je voudrais évoquer les principaux problèmes auxquels j'ai été confronté ces derniers temps comme enseignant-chercheur, mais aussi dans mes fonctions de rédacteur de revues scientifiques ou d'utilisateur des nouvelles technologies. Je crois qu'une réaction collective résolue est nécessaire pour faire face à ces problèmes, et pour peser le cas échéant sur des décisions politiques ou administratives prises par ignorance, pouvant compromettre le développement des mathématiques et de la science dans notre pays.

1. Enseignement, postes et recrutement des enseignants-chercheurs

Il n'est pas exagéré de dire que la situation de l'enseignement des mathématiques (et, par contre-coup, des autres sciences) est dans un état préoccupant. Nous observons tous que les étudiants de premier et second cycle souffrent de lacunes qui affectent profondément leurs connaissances, mais plus encore leur compréhension générale et le sens qu'ils sont capables de donner aux notions mathématiques. L'enseignement de toutes les sciences s'en trouve affecté ; à Grenoble par exemple, il y a une baisse importante du nombre d'étudiants qui s'orientent vers la Physique. Les pays voisins connaissent des problèmes similaires : pénurie de scientifiques et d'informaticiens en Allemagne [1], que les autorités tentent d'enrayer par l'immigration.

L'origine de ces problèmes se trouve sans aucun doute dans l'organisation des filières d'enseignement et des programmes à tous les niveaux : collège, lycée, université. Les réformes et les allègements successifs de programmes ont conduit à un important nivellement par le bas, à une réduction de la diversité des filières scientifiques (seconde indifférenciée, anciennes filières C, D et E regroupées en une unique filière S), et donc en définitive à une réduction de l'adaptabilité du système éducatif face à des populations d'élèves plus nombreuses et plus hétérogènes. La rapidité des changements n'a presque jamais permis d'amortir les « oscillations » dues aux changements, ou d'effectuer les mises au point nécessaires après un temps d'expérimentation et de maturation suffisant.

Les réactions sont aujourd'hui nombreuses. Des pétitions circulent parmi les enseignants du secondaire pour dénoncer les effets nocifs des réformes (collectif « Sauvez les Maths » [2]). L'Académie des Sciences a ouvert une commission de réflexion présidée par Jean-Pierre Kahane, et un débat mené à l'Académie des Sciences le 22 mai 2000 a montré que les représentants des autres sciences étaient unanimes pour réclamer un enseignement des mathématiques plus solide, avec la réintroduction de l'apprentissage du raisonnement (de fait presque totalement négligé aujourd'hui dans l'enseignement secondaire...). Les syndicats, SNES en tête, se soucient de la situation. Le SNES m'a convié à rédiger un article à l'occasion de la publication de son magazine syndical de rentrée (US Magazine n° 527 de Septembre 2000, [3]), et va organiser un débat national consacré au problème de l'enseignement des mathématiques. Des journaux scientifiques grand public comme Sciences et Avenir s'émeuvent [4].

Le départ de Claude Allègre en mars 2000 a pu être ressenti comme un soulagement par beaucoup de mathématiciens[1], mais malheureusement aucun des problèmes posés n'a été réglé par son départ : les programmes proposés par l'ancienne équipe ministérielle, jugés néfastes ou désastreux par beaucoup d'acteurs sur le terrain, sont bel et bien en place à la rentrée 2000. Le ministre avait jugé que les mathématiques étaient déchues de leur place de science d'utilité générale, et des décisions ont donc été prises pour réduire graduellement le nombre de postes publiés en mathématiques dans l'enseignement supérieur, réduction déjà extrêmement sensible en 1999/2000. La logique était simple (simpliste ?) : les mathématiques ne sont plus vraiment utiles, il faut donc les réduire dans l'enseignement secondaire ; les professeurs de mathématiques vont être en surnombre, il faut donc décourager les étudiants à s'engager dans la voie des mathématiques et ne plus recruter d'enseignants-chercheurs. Tout ceci était assez clair, au moins en filigrane, dans les propos du ministre [6].

Comment a-t-on pu en arriver là ? Il est probable que le monde politique a une très mauvaise perception des enjeux scientifiques contemporains et de l'importance des mathématiques pour les autres sciences. Cette mauvaise perception, qui est celle de la société dans son ensemble[2], semble avoir infiltré jusqu'à l'inspection générale et certains scientifiques qui ont exercé un rôle de conseil auprès des ministres successifs. Mais sans doute en sommes-nous responsables aussi collectivement. Il me paraît urgent que les mathématiciens fassent taire leurs divergences et appellent clairement à une revalorisation générale de l'enseignement, et une renaissance de l'enseignement des mathématiques en particulier. Il est vrai que la situation de pénurie – faiblesse des horaires d'enseignement – n'a pu que raviver les tensions et les désaccords ; chacun

[1] J'étais de ceux-là, voir [5].

[2] Voilà ce qu'écrit cependant un écrivain comme René Barjavel : « Considérons, par exemple la science la plus universelle, la plus indiscutable, celle qu'on ne peut absolument pas mettre en doute : *la science mathématiques* . Eh bien, qui connaît toutes les maths, jusqu'à la trente millième décimales de pi et à la quadrature du cercle n'en sait pas long. Les maths ne sont pas une connaissance mais un langage qui permet d'aborder et de fouiller les autres sciences et même de formuler l'inimaginable. C'est un outil universel, le plus précieux de ceux qui ont permis à l'homme de se fabriquer ce que la nature lui avait refusé ». Demain le Paradis, 1986.

jugeant à bon droit que sa sous-discipline n’était pas assez représentée dans les filières d’enseignement. La pression ressentie au niveau des horaires est une conséquence directe du fait que la filière scientifique générale a beaucoup perdu de sa souplesse d’antan. Il est clair, par exemple, que les besoins en mathématiques des étudiants qui veulent s’orienter vers les sciences biomédicales ou vers les sciences « de la matière » (math, physique, mécanique, informatique...) sont assez différents. Ces besoins ne peuvent pas être correctement adressés dans leur diversité par une unique filière scientifique, sauf à accepter, par exemple, de niveler les exigences à la fois en biologie *et* en mathématiques. La diversité permettrait sans doute de retrouver de bien meilleures conditions pour enseigner les mathématiques sous des formes variées, cohérentes en fonction des objectifs poursuivis. Il faut, en tout état de cause, revaloriser substantiellement les contenus et les horaires de mathématiques dans la ou les filières qui s’occuperont de sciences de la matière. Ceci, dès la Seconde, pour ne pas faire perdre comme aujourd’hui une année entière aux élèves, avec des horaires de misère[3].

2. Nouvelles technologies et enseignement des mathématiques

Les conditions dans lesquelles l’« informatique » et les NTIC (Nouvelles Technologies de l’Information et de la Communication) sont en train d’être introduites à l’école me font frémir. Ce n’est pas que je sois réfractaire à la technologie. Il se trouve que j’ai bricolé mes premiers « ordinateurs » (des assemblages de bouts de fils électriques…) vers l’âge de 12 ans. Un peu plus tard, je me suis beaucoup intéressé à la programmation, et j’ai écrit quelques dizaines de milliers de lignes de code, par exemple à l’occasion d’un enseignement de calcul numérique qui a abouti à la rédaction de mon livre sur les méthodes numériques pour les équations différentielles. J’ai aussi, plus récemment, contribué du code à quelques programmes Unix assez répandus, et je suis en ce moment même responsable d’un site FTP qui maintient et offre une large panoplie de logiciels scientifiques et éducatifs en source libre [7].

Ce qui me fait frémir, c’est que l’« informatique » introduite dans les différents programmes d’enseignement se réduise très souvent à l’utilisation passive de techniques ou de programmes tout prêts, qui n’apportent pas nécessairement en retour une amélioration de la compréhension des phénomènes étudiés. Un usage trop précoce et mal maîtrisé des calculettes peut empêcher ou retarder l’acquisition du sens des calculs, freiner l’agilité au calcul mental ou aux manipulations algébriques. Le handicap de nos étudiants dans ces domaines est pa-

[3]Le système des options actuellement en vigueur un peu partout, y compris à l’Université, est à mon avis un pis-aller. Rien ne garantit vraiment l’homogénéité des formations subies dans ces conditions. Les Travaux Personnels Encadrés, aux grandioses « objectifs interdisciplinaires », risquent aussi de n’être que poudre aux yeux. Les TPE ne sont pas clairement rattachés aux matières fondamentales, n’ont ni horaires ni programmes bien définis, et aucun mécanisme clair d’évaluation. Je me refuse donc à entrer dans la logique des responsables du ministère qui incluent une fraction de TPE dans le décompte des horaires de mathématiques.

tent, et il est souvent paralysant pour l'exercice quotidien des mathématiques à un niveau élémentaire comme à un niveau plus avancé.

Nous subissons actuellement un matraquage médiatique intense de la part de quelques grandes sociétés qui veulent absolument imposer leurs matériels ou leurs logiciels, quelles qu'en soient les vertus pédagogiques ou éducatives. Lorsque le matraquage porte sur la lessive, ce n'est pas bien grave, mais lorsqu'il porte sur des questions relatives à Internet ou aux logiciels éducatifs, les enjeux pour l'Éducation nationale sont énormes. Un des objectifs importants des sociétés commerciales est donc d'influencer les décideurs. Et, apparemment, ils sont sous influence... Nous-mêmes, mathématiciens, sommes sous influence (comme tous les autres citoyens), même si nous sommes peut-être des utilisateurs un peu moins passifs de ces technologies.

Je voudrais prendre un exemple, qui sera sans doute familier à notre communauté : l'apprentissage du système de formatage TEX. Avec TEX ou LATEX, il faut apprendre un « langage » qui possède une syntaxe précise, puis respecter cette syntaxe avec un peu de soin. Cela demande un petit effort, mais on est ensuite payé en retour par de superbes manuscrits, et surtout, par un niveau de contrôle élevé sur le texte qui est saisi. Au contraire, l'apprentissage d'un traitement de texte comme MS-Word a des vertus éducatives à peu près nulles : l'enjeu est ici simplement de repérer où Microsoft a bien voulu placer les principales icônes et quelles sont leurs fonctions (en général à peu près évidentes). L'utilisateur n'a guère de peine à apprendre l'usage du logiciel – qu'il aurait sûrement juste pu apprendre « sur le tas » le jour venu – mais il se trouve aspiré, souvent à son insu, dans une spirale qui va le conduire à devenir dépendant de logiciels dont il ne maîtrise absolument pas le fonctionnement interne ni les formats, susceptibles de changer à tout bout de champ en fonction des velléités commerciales de l'éditeur.

Malheureusement, je crois que les prétendus « enseignements d'informatique » ou « formations Internet » prévues pour les collèges et lycées risquent d'être pour l'essentiel des formations du deuxième type : utilisation passive de programmes — presque tous issus de sociétés monopolistes — qui seront évidemment ravies de s'attirer ainsi de nouveaux jeunes consommateurs en grand nombre. Cela peut éventuellement (? ? ?) convenir pour une formation au secrétariat avec une visée professionnelle à court terme, mais pas pour des étudiants qui voudraient ensuite faire de la science. Il y a quand même un nombre non négligeable de tels étudiants, surtout si on a l'objectif raisonnable de faire entrer dans cette catégorie les futurs professeurs de sciences. Si on ne veut pas aboutir à la situation [1] où l'Allemagne se trouve actuellement (et c'est sans doute déjà très tard...), il faudrait songer à former plus de gens qui aient une certaine compréhension des concepts informatiques de base, donc aussi de la logique élémentaire, du raisonnement par récurrence, des structures de données, etc. Beaucoup d'informaticiens émettent des thèses analogues, cf. par exemple le texte très instructif de Bernard Lang [8]. Un objectif raisonnable et utile serait que les bacheliers scientifiques (au moins ceux de la voie que j'ai intitulée « sciences de la matière ») soient tous en mesure d'écrire des programmes de quelques lignes dans un langage de programmation de base, impliquant des boucles itératives, des tests conditionnels, etc, par exemple en relation avec des situations arithmétiques ou combinatoires simples, des problèmes de tri, etc. À nous autres mathématiciens, de peser pour que les choix faits dans la conception des programmes ne soient pas entièrement orthogonaux aux nécessités de l'apprentissage de la science.

Même dans l'enseignement supérieur, les choix informatiques qui ont été faits pour les programmes de classes préparatoires[4] ou pour le programme de l'agrégation n'ont sans doute pas été suffisamment réfléchis. Ici encore, la tendance observée – qui cède à la facilité — est de privilégier l'apprentissage de logiciels de « haut niveau » — Maple étant le programme incontournable pratiquement imposé par les programmes. Certes, Maple est un logiciel performant pour effectuer du calcul symbolique et il est largement utilisé dans l'industrie. Il recentre cependant la formation à l'« informatique » dans une direction trop exclusivement tournée vers les mathématiques et les calculs, et a tendance à faire perdre à l'utilisateur tout contrôle sur ce qui se passe réellement dans la machine. Pour caricaturer un peu, plutôt que d'apprendre le fonctionnement et la programmation de l'algorithme d'Euclide, l'étudiant risque seulement d'apprendre à taper `gcd(32,18);` ou commandes analogues[5]. Un autre désavantage majeur des logiciels comme Maple ou Mathematica est leur caractère commercial, qui rend en quelque sorte l'enseignement dépendant du choix d'une « marque spécifique » de logiciel. Tout ceci soulève de graves problèmes déontologiques, impliquant l'éthique de la connaissance, et sur lesquels je voudrais m'étendre avec plus de vigueur et de détails...

RÉFÉRENCES

[1] Le Monde Informatique du 9 juin 2000, `www.lmi.fr/ENQUETES/2000/`, voir sous ce répertoire l'article : `20000609-57-informaticiensetrangersbienvenueeneurope.htm`

[2] Sauvez les Maths, `http ://www.multimania.com/sauvezlesmaths/`

[3] Site du SNES, `http ://www.snes.fr/`

[4] Sciences et Avenir, `www.sciencesetavenir.com/comprendre/pg75.html`

[5] J.-P. Demailly, cri d'alarme, `www-fourier.ujf-grenoble.fr/~demailly/programmes.html`

[4]Je renvoie au texte incisif [9] de Denis Monasse, professeur de mathématiques et d'informatique en classe MP* au lycée Louis-le-Grand pour un point de vue très clairvoyant sur cette question, ainsi que sur la place des Probabilités et Statistiques en classe prépa.

[5]Il est vrai qu'on peut aussi faire des choses intelligentes avec Maple ! Cependant, presque toujours, ce sont des choses que l'on pourrait aussi bien faire — dans une perspective un peu plus large — avec des langages de programmation de base comme C ou C++, éventuellement augmentés de librairies de fonctions mathématiques en source libre (de très nombreuses librairies de ce type sont disponibles, voir [10], [11]).

[6] Élucubrations de C. Allègre,
`www.lemonde.fr/article/0,2320,31922,00.html`

[7] Site de logiciels libres éducatifs du CARMI-Internet Grenoble, `ftp ://ftp.ac-grenoble.fr/ge` voir aussi :
`www.ac-grenoble.fr/carmi-internet/ge/liens.php`
Des CD-Roms devraient être prochainement disponibles sur l'initiative du CNDP.

[8] Bernard Lang, `http ://pauillac.inria.fr/~lang/ecrits/ailf/`

[9] Denis Monasse, Destabilisation des programmes,
`www.multimania.com/sauvezlesmaths/Textes/SMFtribunelibre3a.rtf`

[10] Logiciels GNU de la FSF, `www.gnu.org/`

[11] Applications scientifiques sous Linux,
`www-sor.inria.fr/mirrors/sal/index.shtml`

Quelques remarques sur les mathématiques dans l'enseignement secondaire inspirées par l'informatique

PAR GILLES KAHN

1. Informatique et mathématiques font plutôt bon ménage. Aujourd'hui, plusieurs disciplines des mathématiques se voient en quelque sorte revivifiées par les besoins de l'informatique, ou poussées à se développer dans de nouvelles directions. À titre d'exemple citons la logique, les mathématiques combinatoires, la géométrie, l'algèbre universelle et les statistiques. Pour les informaticiens, les mathématiques sont une discipline pleine de vie. Chaque fois que les mathématiciens ont mis en place les concepts nécessaires, il faut s'en réjouir et les utiliser. Lorsqu'ils n'ont pas trouvé antérieurement les motivations pour développer les échafaudages dont les informaticiens ont besoin, ceux-ci les construiront, le plus souvent en collaboration avec des mathématiciens.

   Vis à vis de l'enseignement secondaire, les informaticiens ne peuvent donc que souhaiter que les mathématiques soient enseignées comme une discipline vivante et non pas scholastique, comme une matière qui a à voir avec le monde réel et qui s'illustre avec des problèmes concrets qui ne devraient pas tous venir des sciences physiques.

2. L'idée d'algorithme, très ancienne en mathématiques, est évidemment centrale en informatique. Dans l'enseignement des mathématiques dans le secondaire, on peut se demander si elle n'a pas une place trop épisodique, peu claire, marginale. Au minimum, on devrait l'illustrer assez abondamment et systématiquement. Il faut faire progresser l'idée que l'on doit argumenter logiquement pour montrer qu'un algorithme produit bien le résultat attendu, et que, comme pour d'autres faits mathématiques, on ne peut se contenter de l'évidence expérimentale.

3. Plus généralement, la tendance observée qui consiste à diminuer l'importance des démonstrations dans l'enseignement secondaire me paraît

regrettable. Bien entendu, un programme peut être testé, mais en général son domaine de définition est beaucoup trop étendu pour que l'on puisse se passer de raisonnement. L'expérience du raisonnement rigoureux est à la fois l'une des plus étonnantes de l'esprit humain, et l'une des plus utiles dans le monde de l'informatique, où la rigueur et l'esthétique du raisonnement sont les clefs d'une construction robuste et économe de moyens. Le problème central de la construction du logiciel, c'est de garder un contrôle intellectuel rigoureux de cette activité et l'enseignement du raisonnement mathématique dans le secondaire est sans aucun doute un atout des informaticiens de formation française.

4. En particulier, je crois qu'il serait important de traiter systématiquement du raisonnement par récurrence, en l'illustrant de multiples exemples. Une bonne compréhension de ce type d'argumentation est fondamentale et pour l'idée d'itération et pour l'idée de récursion. Je crois que pour la plupart des élèves de Terminale, cette forme de raisonnement est obscure, voire magique, dans le meilleur des cas. En informatique, les structures infinies sont les limites de structures finies, et pour raisonner sur les structures finies, l'argument par récurrence est l'outil essentiel.

5. Enfin, le formalisme et les notations utilisés par les élèves du secondaire ne sont pas toujours très solides ni particulièrement bien compris. Je ne demande pas que l'on introduise la notation de Church pour les fonctions, qui pourtant serait souvent bien plus claire pour des élèves parfois mystifiés par d'obscurs changements de noms de variables. Cependant, je trouve que l'idée d'énoncé formel est trop absente. Les élèves n'ont aucune expérience de traduction en formules logiques de simples énoncés mathématiques. En informatique, ils auront à utiliser des outils très formels, dont les données sont des énoncés de propriétés que l'on souhaite vérifier. Une expérience, qui ne soit pas transformée en puzzle abstrait, de la relation entre un énoncé en langage naturel et sa version formalisée me paraît un ingrédient normal d'une bonne formation mathématique.

CONTRIBUTION À LA TABLE RONDE

PAR PATRICK LE TALLEC

Qu'est ce qu'un ingénieur ?

Je n'en sais rien, si ce n'est que ce sont des personnes qui travaillent très majoritairement en entreprise. Peut on parler de sciences de l'ingénieur ? : je ne crois pas que cela existe en soi. Ce qui est efficace ce sont des scientifiques (et bien évidemment des mathématiciens) à l'écoute des problèmes du monde des entreprises industrielles et des services, développant ou adaptant des démarches et techniques scientifiques, et des ingénieurs en entreprises ouverts aux sciences.

Qu'est ce qu'une formation d'ingénieur ?

On a là une définition un peu plus précise, axée sur trois points.

Formation scientifique pluridisciplinaire : l'objectif est de donner aux étudiants du recul par rapport au savoir-faire, une approche rationnelle de la réalité, des capacités d'adaptation, ce qui entraîne une nécessaire proximité de la formation avec la recherche.

Formation humaine : savoir interagir avec l'environnement, comprendre les besoins, gérer les projets, travailler en équipe, communiquer.

Formation professionnelle : capacité de participer et de gérer un projet technique en entreprise. À distinguer absolument d'une philosophie d'apprentissage des règles de l'art.

La conséquence de cette analyse est que nous ne parlons pas en connaissances techniques (qui peuvent s'acquérir tout au long de la vie) mais en capacités.

Quelles sont les capacités à développer dans une formation d'ingénieur ? On peut en citer au moins quatre :

– Raisonnement (aspect méthodologique) : savoir distinguer l'hypothèse de la conclusion, savoir tirer les conclusions de manière logique, savoir faire la différence entre ce qui est prouvé, ce qui est validé par l'expérience, ce qui relève d'une heuristique, d'un savoir faire, d'un règlement, d'un pari ou d'une intuition. Ceci est simple à dire, mais beaucoup plus difficile à appliquer dans le monde de l'ingénieur, où on peut appliquer les recettes sans réfléchir, ou avoir tendance une méthode de travail sans avoir le temps de prendre le recul nécessaire.
– Calcul et prédiction : ces capacités passent par la maîtrise d'un certain nombre de concepts de base en optimisation, calcul différentiel, calcul stochastique, algorithmique.
– Gérer l'aléatoire et le complexe : savoir abstraire un système réel pour en modéliser ou en comprendre les mécanismes de base, comprendre, abstraire et manipuler la notion d'aléa.
– Aller aux frontières (les zones de développement) : ceci nécessite de développer la curiosité des étudiants, de leur donner un langage mathématique de base car les « maths » sont un langage international et multidisciplinaire, et un langage informatique car l'informatique structure l'information.

Le choix des thèmes dans ce cadre n'est pas le bon problème. Ce n'est donc pas un débat entre disciplines. De cette perspective, il me paraît impossible de tracer des frontières entre mathématiques, mathématiques appliquées et informatique. La différentiation porte en fait beaucoup plus sur les comportements, les attitudes et les capacités.

Dans le cadre du GDR congrès nationaux d'analyse numérique (GDR 2290), une journée de formation au **Calcul Scientifique en Matlab** est organisée par la SMAI, avec le soutien de l'École Polytechnique.

Le **17 mai 2002** de 9h30 à 17h30.

Organisateurs : SMAI, GDR Canum et École Polytechnique.

Responsable Scientifique : Jean-David Benamou, INRIA.

Objectif : Matlab est utilisé en calcul scientifique pour réaliser des applications prototypes et tester de nouvelles idées de recherche. Le but de cette journée est de permettre aux ingénieurs et scientifiques de s'initier à ce logiciel en vue de son utilisation pour le calcul scientifique.

Format : Le cours prend la forme d'une session Matlab partagée entre le tuteur et les auditeurs qui auront chacun accès à une machine. Il s'adresse à des débutants. Il est cependant nécessaire de connaître les notions élémentaires d'Unix et de savoir utiliser un éditeur de texte (Emacs par exemple).

Le nombre de participants est limité à 24.

Public : doctorants, ingénieurs, cadres des entreprises ou chercheurs intéressés par l'outil et par ses applications en calcul scientifique et en modélisation. La journée est réservée aux membres de l'École doctorale de l'École Polytechnique, et aux membres de la SMAI à jour de leur cotisation 2002. L'adhésion à la SMAI peut se faire en ligne sur smai.emath.fr

Lieu : École Polytechnique, Salles d'informatique.
(RdV à 9h15 devant la poste de l'X).

Bulletin d'inscription obligatoire à retourner par mail à Jeanne Bailleul, Département de Mathématiques Appliquées : Email : jeanne.bailleul@polytechnique.fr

Nom...

Prénom..

Organisation, adresse...

Email ....

Catégorie : École Polytechnique Auditeur SMAI.

Je souhaite déjeuner sur place : **oui** **non**
(tickets (**8** ¤) à retirer le matin même auprès de Jeanne Bailleul)

RÉSUMÉS DE THÈSE

par Alain Largillier

Il est rappelé aux personnes qui souhaitent faire apparaître un résumé de leur thèse ou de leur HDR que celui-ci ne doit pas dépasser une vingtaine de lignes. Le non-respect de cette contrainte conduira inexorablement à un retard important de leur parution voire à un refus de publication.

HABILITATIONS À DIRIGER DES RECHERCHES

Brigitte Bidegaray

Contributions à l'électromagnétisme dans le domaine temporel. Modélisation classique et quantique en optique non linéaire.

Soutenue le 3 octobre 2001
à l'université Paul Sabatier de Toulouse

Cette thèse rassemble une série de travaux concernant l'électromagnétisme dans le domaine temporel. Différents aspects sont considérés allant de l'analyse mathématique (problèmes de Cauchy, limites asymptotiques) à la modélisation physique en optique quantique sans oublier l'élaboration de schémas numériques spécifiques et leur mise en œuvre.

Les trois premiers chapitres sont consacrés à la modélisation en optique quantique (équations de Maxwell-Bloch, le modèle le plus précis en optique quantique). Une analyse précise du lien entre propriétés mathématiques des coefficients et propriétés physiques est menée. Un effort particulier est porté sur leur prise en compte lors des simulations numériques et un schéma de type à pas fractionnaires est développé. Un couplage nouveau avec une discrétisation pour les équations de Maxwell est également proposé.

Les trois chapitres suivants concernent le système de Schrödinger-Debye, perturbation simple de l'équation de Schrödinger cubique. Le comportement en temps long des solutions de ce système est un problème ouvert. Pour essayer de progresser dans cette direction le problème de Cauchy est étudié dans des espaces fonctionnels nouveaux. Une approche numérique a été également envisagée. Aussi, une étude de l'ordre des schémas de splitting pour les équations de Schrödinger non linéaires a été entreprise.

Un chapitre est ensuite dédié à l'approximation d'enveloppe pour le système de Zakharov dont l'application est la turbulence de Langmuir. Le problème de Cauchy avant la limite asymptotique est étudié, puis nous envisageons deux cadres : le régime supersonique et un régime qui permet d'étudier l'asymptotique vers l'équation de Schrödinger cubique.

Les deux derniers chapitres traitent de la correction par des méthodes multi-dimensionnelles de schémas aux volumes finis pour les équations de Maxwell. Ces corrections sont basées sur une résolution exacte de l'équation des ondes avec comme données initiales des constantes sur des polyèdres. En ce qui concerne l'implémentation numérique, on peut choisir ou non de conserver la totalité de la correction. Différentes possibilités, faisant intervenir un nombre variable de voisins pour chaque triangle, sont envisagées et analysées du point de vue de la conservativité. Enfin, la prise en compte de conditions aux bords classiques dans ce contexte est traitée.

Sylvie Saintlos

De la modélisation au calcul numérique en mécanique des fluides.

Soutenue le 10 décembre 2001
à l'Institut de mécanique des fluides de Toulouse

Le titre donné à ces travaux synthétise des activités de recherche dont le fil directeur est la modélisation asymptotique de problèmes de mécanique des fluides suivie de calculs numériques.

Trois thèmes de recherche seront abordés :

– le premier traite de la modélisation de problèmes de couche limite suivie de problèmes d'instabilités modales et non modales
– le second concerne la modélisation d'un problème d'enduction,
– le troisième aborde le mouvement de particules dans un fluide porteur.

THÈSES DE DOCTORAT D'UNIVERSITÉ

Francis Filbet
Directeurs de thèse : S. Benachour & E. Sonnendrücker

Contribution à l'analyse et la simulation numérique de l'équation de Vlasov.

Soutenue le 2 juillet 2001
à l'université Henri Poincaré de Nancy

Ce travail est consacré à l'étude de quelques problèmes de la physique des plasmas : le transport de particules chargées et l'étude des collisions.

Dans un premier temps, plusieurs méthodes eulériennes pour la discrétisation de l'équation de Vlasov, modélisant le transport des particules, sont proposées. L'originalité de ces méthodes est l'utilisation d'un maillage ou d'une grille de l'espace des phases pouvant aller jusqu'à six dimensions. Une démonstration rigoureuse de la convergence et des estimations d'erreurs sont d'abord présentées pour un schéma simplifié.

Puis des schémas d'ordre plus élevé sont proposés et appliqués à la physiques des faisceaux. Leur précision permet de mettre en évidence des phénomènes très fins comme la formation de halos.

Ensuite, des schémas déterministes appliqués à l'opérateur de Landau, qui décrit les collisions binaires dans un plasma, sont proposés. Des tests numériques permettent de comparer les différentes méthodes et mettent en évidence l'effet des collisions dans l'évolution du plasma.

Dans la dernière partie, le problème d'existence de solutions pour le modèle de Vlasov-Darwin en dimension trois est traité. Pour cela, des méthodes classiques sur les équations cinétiques et des résultats sur les problèmes elliptiques sont utilisés. Enfin, la convergence du système de Vlasov-Darwin vers Vlasov–Poisson est prouvée.

Andréa Schwertner Charao
Directeur de thèse : B. Plateau

Solutions fortes entropiques pour des lois de conservation hyperboliques-paraboliques fortement dégénérées.

Soutenue le 20 septembre 2001 à l'Institut national polytechnique de Grenoble

Les applications de simulation numérique nécessitant la résolution de problèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) sont souvent parallélisées à l'aide d'une méthode de décomposition de domaine. Ces méthodes mathématiques sont naturellement ouvertes au parallélisme, cependant leur exploitation efficace sur les machines parallèles devient difficile lorsque les applications ont un comportement irrégulier. C'est le cas par exemple lorsque les problèmes mathématiques sont résolus dans des domaines géométriques complexes ou lorsque l'on utilise des techniques d'adaptation de maillage. Une technique de programmation se prêtant bien à la mise en œuvre d'applications irrégulières est la multiprogrammation basée sur des réseaux de processus légers communicants. Dans cette thèse nous réalisons une étude approfondie de l'apport de ce paradigme de programmation à la résolution de problèmes d'EDP par les méthodes de décomposition de domaine et nous montrons qu'il existe une écriture algorithmique générique de celles-ci. Une de nos principales contributions réside dans la conception et réalisation d'un harnais informatique, appelé Ahpik, permettant une programmation aisée d'applications reposant sur les méthodes de décomposition de domaine. Cet harnais fournit un support générique adaptable à des nombreuses méthodes mathématiques, qu'elles soient synchrones ou asynchrones. Une conception orientée objet permet d'encapsuler les détails de gestion de processus légers et communications, ce qui facilite l'implantation de nouvelles méthodes. Nous avons utilisé l'environnement Ahpik dans le cadre de la résolution de problèmes d'EDP classiques et notamment pour un problème en mécanique des fluides de grande taille.

Philippe De Oliveira
Directeur de thèse : J.-C. Saut

Étude mathématique de modèles asymptotiques pour les ondes d'Alfvén.

Soutenue le 25 septembre 2001 à l'université Paris-Sud

Les ondes d'Alfvén peuvent être observées dans divers plasmas magnétisés, soumis à un fort champ magnétique extérieur B_0. Ces phénomènes sont décrits par les équations générales de la magnétohydrodynamique (MHD). Comme ces équations sont très complexes d'un point de vue mathématique, un intérêt croissant a été porté, ces dernières années, à ses limites asymptotiques.

Dans cette thèse, nous étudions plusieurs de ces modèles asymptotiques. Nous commençons par nous intéresser à la version multidimensionnelle de l'équation DNLS, proposée par Myolhus et Wyller (1988). Après avoir obtenu des estimations de type Strichartz pour la partie dispersive, nous prouvons l'existence de solutions locales dans des espaces de Sobolev de type analytique pour le système général. Ensuite, nous montrons que le problème de Cauchy pour une équation DNLS avec terme non local est bien posé dans $H^{1^+}(\mathbb{R})$.

Nous traitons par la suite l'équation de Zakharov-Rubenchick unidimensionnelle. Cette équation décrit de façon générique l'interaction d'une onde haute fréquence avec des ondes basses fréquences de type acoustique, excitées par la modulation de l'onde haute fréquence au travers de forces pondéromotrices. Après avoir montré que ce problème est bien posé dans $H^2(\mathbb{R})$, nous avons obtenu des solutions globales par des estimations d'énergie. Nous avons alors montré l'existence et la stabilité orbitale de solutions du type ondes solitaires.

Finalement, nous avons montré rigoureusement que dans un certain sens l'équation DNLS pouvait être approchée par l'équation de Schrödinger cubique. Une illustration numérique de ce fait est donnée, via un schéma aux différences finies.

Cyril Safa
Directeur de thèse : M. Costabel

Résolution rapide d'équations intégrales pour un problème d'antennes par des méthodes d'ondelettes.

Soutenue le 26 septembre 2001 à l'université de Rennes 1

Les méthodes intégrales pour résoudre des EDP, et en particulier le système de Maxwell, sont bien connues depuis environ vingt ans. Après discrétisation par éléments finis, un système linéaire plein apparaît, ce qui rend toute implémentation numérique difficile voire impossible.

Pour les opérateurs d'ordre positif, quelques travaux ont été menés avec succès pour rendre creuse la matrice du système discret. Quelques difficultés restaient pour le problème de Maxwell : espace(s) d'énergie, présence d'un opérateur d'ordre négatif, et donc choix des ondelettes pour la résolution.

Dans cette thèse, je donne une méthode pour ramener le système de Maxwell, issu d'un problème de diffraction en régime harmonique, à une étude sur des espaces de Sobolev classiques définis sur une surface, en utilisant des décompositions de Hodge. Je donne aussi une méthode de compression pourvu que les ondelettes verifient certaines conditions (moments nuls, stabilité). La méthode de compression donnée fonctionne même avec des ondelettes formées à partir de polynômes de degré un, malgré la présence d'un opérateur d'ordre négatif, sans perturber des taux de convergence optimaux. L'analyse a été faite sur une surface fermée (sans bord) régulière, simplement connexe, puis sur une partie à bord polygonal d'une telle surface (plaque ouverte). Les espaces fonctionnels et la compression de matrice qui sont bien plus compliqués dans ce dernier cas, ont été étudiés en détail.

Bilkite Dah
Directeur de thèse : P.A. Mazet

Sur la modélisation de milieux fictifs absorbants de type couche de Bérenger.

Soutenue le 3 octobre 2001
à l'université Paul Sabatier

Le modèle PML (Perfectly Matched Layer ou couches parfaitement adaptées) à été proposé par J-P Bérenger pour décrire la propagation d'ondes électromagnétiques dans un milieu fictif absorbant. L'idée provient d'un découplage des coordonnées des champs qui permet de contrôler leur décroissance dans le milieu PML. Dans ce travail, l'interprétation, dans le domaine fréquentiel des milieux de Bérenger, est faite à l'aide d'un prolongement analytique de la solution diffractée en dehors d'un certain compact. La description des couches PML de formes parallélépipédiques, sphériques ou cylindriques s'effectue à partir de l'expression du noyau de Green relatif au problème à coefficients constants ou analytiques dans le cas des coordonnées curvilignes dans le système de coordonnées adaptées. Nous examinons l'existence et l'unicité des solutions d'une part prolongeant les solutions des problèmes diffractés en dehors d'un parallélépipède, d'une boule ou d'un cylindre et à décroissance surexponentielle en espace e, et d'autre part des problèmes artificiellement bornés avec des conditions aux limites homogènes. Parallèlement, on effectue des changements d'inconnues faisant apparaître un opérateur de multiplication dépendant de la fréquence (ce qui caractérise en physique les milieux dispersifs) et d'un opérateur de dérivation spatiale symétrique et indépendant de la fréquence et des caractéristiques du milieu PML. Ceci conduit dans le domaine temporel, après adjonction d'inconnues supplémentaires, à des systèmes de Friedrichs fortement bien posés et aisément approximables.

Les formulations utilisent à la fois la forme des cartes locales des couches PML et la structure algébrique des opérateurs des équations de départ (sans PML), que ce soit dans les démonstrations (en régime harmonique) que dans l'écriture du système instationnaire à approximer. Ces formulations nécessitent donc une étude particulière pour chacun des problèmes et pour chacun des différents systèmes de coordonnées annalysés. Nous nous intéressons à l'étude des estimateurs du maximum de la pseudo-vraisemblance conditionnelle de paramètres de champs de Gibbs markoviens.

Martial Mancip
Directeur de thèse : J.-P. Vila

Couplage de méthodes numériques pour les lois de conservation. Application au calcul de l'injection.

Soutenue le 4 octobre 2001 à l'INSAT

Nous nous intéressons aux méthodes permettant d'approcher les solutions de systèmes d'équations aux dérivées partielles conservatives. Dans les cas où l'écoulement est très complexe — lorsqu'il y a plusieurs modèles physiques à calculer sur des zones difficiles à délimiter — on utilise des méthodes de couplage par recouvrement de domaines. Nous présentons ici un algorithme, nouveau et performant, calculé grâce à une superposition de deux maillages correspondant à des schémas différents. On utilise des projections conservatives de la solution d'un maillage vers l'autre. Cette méthode de décomposition de domaine ne fait pas intervenir des conditions aux limites artificielles. Elle est basée sur une régularisation de la fonction de Heavyside sur la zone de couplage. Elle est parfaitement conservative et donc bien indiquée pour l'étude des lois de conservation. L'analyse mathématique est réalisée pour les problèmes hyperboliques dans le cas scalaire multidimensionnel. Elle est basée sur la convergence des schémas « volumes finis ». Tout d'abord, on obtient la convergence de la solution mesure grâce aux travaux de Diperna, puis on estime l'erreur de convergence en $h^{\frac{1}{4}}$. Une nouvelle estimation de type H^1 faible permet d'estimer les erreurs induites par le couplage. De nombreuses applications numériques en mécanique des fluides pour les tubes à chocs et de détente montrent que la méthode est très stable et conservative. Nous utilisons aussi la méthode sans grille appelée Smooth Particule Hydrodynamics — plus précisément sa nouvelle variante renormalisée — pour calculer la création d'un jet en couplant la méthode des volumes finis à la méthode SPH. On montre ainsi la robustesse de l'algorithme de couplage et sa souplesse pour le calcul des écoulements complexes. Cette étude a fait l'objet d'une collaboration avec l'équipe du Pr. D. Kröner de l'Institut des Mathématiques Appliquées de l'Université de Freiburg (Allemagne).

Karelle Thiebot
Directeur de thèse : G. Oppenheim

Analyse statistique et validation de données de pollution atmosphérique.

Soutenue le 17 octobre 2001
à l'université Paris-Sud

L'objectif de cette thèse est de formaliser et de créer des outils statistiques d'aide à la procédure de validation de données de pollution atmosphérique effectuées quotidiennement par les réseaux de surveillance de la qualité de l'air. Nous avons choisi de modéliser deux des principaux critères : la cohérence spatiale et la comparaison de profils de pollution.

Pour la cohérence spatiale, nous avons construit des tests statistiques en nous basant sur l'idée de conserver et de reproduire la structure mathématique de polluants et de sites de mesures. Nous avons construit un ensemble de modèles de régression linéaire à temps fixe employant des variables explicatives similaires à celles utilisées en prévision. Notre objectif est de tester l'adéquation entre la valeur prédite et calculée en fonctions d'autres mesures obtenues dans le présent. Nous proposons un algorithme de classification des modèles apportant un lissage et une stabilité sur la reconstruction des observations, puis une procédure d'exploitation des tests permettant de statuer sur la donnée testée pour un nouveau profil.

Cette thèse comporte en outre la construction d'un test de comparaison de formes entre deux profils de pollution. Afin d'évaluer l'hypothèse statistique, nous avons décrit la forme de la fonction de régression pour laquelle nous avons supposé qu'elle satisfaisait quelques conditions de régularité et une restriction de formes et nous avons choisi les paramètres décrivant sa forme. Les estimateurs de ces paramètres dépendent de quantités inconnues. Nous avons alors fourni les estimateurs Bootstrap dont les distributions asymptotiques sont identiques à celles des premiers estimateurs afin de construire des tests statistiques. Après avoir effectué des simulations permettant de valider l'emploi d'une distribution asymptotique pour un nombre d'observations fini n, nous avons détaillé les résultats nous permettant de calibrer la fenêtre h_n intervenant dans la procédure Bootstrap.

Les développements de ces outils statistiques jusqu'à leurs phases finales fournissent une maquette informatique pouvant être implantée dans la base de données et exploitée au quotidien.

Emmanuel Lorin
Directeur de thèse : J.-M. Ghidaglia

Sur la stabilité de modèles pour la mécanique des fluides numérique dans le contexte volumes finis.

Soutenue le 23 octobre 2001
à l'ENS Cachan

La thèse a pour objet l'étude de la stabilité de certaines EDP hyperboliques et de leurs approximations par des méthodes volumes-finis. Dans ce contexte, on aborde des problèmes de sélection (critères d'entropie) de

solutions de modèles continus ou numériques. D'autre part, une grande partie du travail est consacrée à l'approximation par des méthodes volumes-finis originales de systèmes d'EDP mono ou multidimensionnelles.
Dans une première partie on traite de la sélection de chocs solutions de schémas de flux (classe particulière de schémas volumes-finis) dans le but de discuter de la notion de schémas entropiques. L'idée consiste essentiellement à comparer l'entropie et la stabilité de solutions de type chocs pour ces schémas. Ensuite on aborde des questions d'existence et de stabilité de profils visqueux et de profils de choc discrets pour différents systèmes (dont Navier-Stokes compressibles).
Les parties suivantes sont consacrées à des aspects essentiellement numériques. Notamment on propose et on teste de nouvelles méthodes numériques implicites pour la résolution de systèmes d'EDP multidimensionnelles non conservatives dans le contexte des écoulements diphasiques. Ce travail a pris place dans le code `TrioU` du CEA-Saclay. Enfin, une étude particulière est effectuée sur l'approximation de systèmes avec termes de source raides de type relaxation. La méthode ainsi obtenue fournit des résultats satisfaisants.

Cyril Bracquemond
Directeurs de thèse : O. Gaudoin & M. Chevalier

Modélisation stochastique du vieillissement en temps discret.

Soutenue le 26 octobre 2001
à l'Institut national polytechnique de Grenoble

Dans les études de fiabilité, il est possible que les durées de vie s'expriment par des valeurs entières. Le but de cette thèse est de revisiter les concepts classiques de la fiabilité des systèmes non réparables, quand on suppose que le temps est discret. Les grandeurs usuelles de la fiabilité en temps discret sont définies, ainsi que les principales notions de vieillissement. Les principaux modèles de fiabilité sont passés en revue et classés en trois familles. Après avoir mis en évidence qu'un certain nombre de différences entre les notions de fiabilité usuelles en temps continu et leurs équivalents en temps discret sont dues à la définition du taux de défaillance en temps discret, nous proposons une nouvelle définition qui résout les problèmes rencontrés. L'estimation non paramétrique des fonctions pouvant caractériser le vieillissement est traitée et nous donnons des résultats d'estimation ponctuelle, par intervalle et bande de confiance pour le taux de défaillance (usuel). L'estimation paramétrique des modèles de fiabilité est également abordée, avec une section importante consacrée à la loi géométrique dont les estimateurs sont explicites, contrairement à la plupart des autres lois discrètes. Un état de l'art des tests d'adéquation

statistiques aux lois discrètes est présenté. Nous proposons un test basé sur la transformation de Smirnov généralisée dont la puissance est étudiée pour tester l'adéquation aux lois géométrique et Weibull de type I.

Franck Seigneuret
Directeur de thèse : J. Noailles

Optimisation structurale avec prise en compte de l'aéroélasticité.

Soutenue le 9 novembre 2001
à l'École nationale supérieure d'électronique, d'électrotechnique, d'informatique et d'hydraulique de Toulouse

L'évolution des technologies conduit à des avions dont la structure est de plus en plus souple soulevant ainsi de plus en plus de problèmes aéroélastiques comme le flottement. Ces problèmes doivent être anticipés le plus tôt possible au sein des cycles de conception d'un avion et doivent également être couplés avec d'autres critères de dimensionnement comme les critères statiques indispensables dans la conception d'une structure aéronautique.

On est ainsi amené à résoudre des problèmes de flottement dans les phases avancées de conception. La complexité de ces problèmes implique l'utilisation d'outils d'optimisation structurale afin de garantir une solution à masse minimale. Le même type d'outil permet également de trouver le dimensionnement optimal d'une structure sous des contraintes statiques.

Les difficultés ou carences essentielles de ces outils ou de ces méthodes ont motivé les différents sujets de recherche abordés au cours de cette thèse.

Une méthode, appelée EMB pour Extended Modal Basis, a été développée dans le but de réaliser les analyses intervenant dans la résolution d'un problème d'optimisation structurale avec contraintes « flutter et stress », de manière rapide grâce à la construction d'un modèle réduit robuste.

Afin de prendre en compte la non convexité des amortissements, source de la présence potentielle de plusieurs minima locaux, une méthode d'optimisation globale avec prise en compte directe des contraintes a été mise au point. Il s'agit de la méthode AFD (Annealed Feasible Direction Method).

Une méthodologie, basée sur des concepts d'optimisation multiniveaux, a été développée afin, d'une part, de prendre en compte la présence d'incertitudes dès le processus d'optimisation et, d'autre part, de répondre à la demande constante de robustesse des optima.

Elisabeth Varin
Directeur de thèse : Christian Saguez

Résolution de l'équation de transport neutronique par une méthode de moindres carrés en trois dimensions.

soutenue le 19 novembre 2001
à l'École Centrale de Paris

L'équation de transport décrit la densité des neutrons dans l'espace et le temps, selon les directions de vitesse de propagation. En trois dimensions, les méthodes déterministes classiques de résolution ont chacune des limitations pour certains milieux physiques tels qu'une zone très diffuse ou encore une zone vide d'interactions. On combine les approches pour obtenir une solution pour tout milieu.

Les travaux présentés dans cette thèse proposent la mise en œuvre en trois dimensions d'une méthode de moindres carrés sur l'équation de transport stationnaire mise à l'échelle. Cette méthode originellement développée par K.J. Ressel est applicable directement pour tout type de milieux. L'étude en milieu diffusif confirme ces résultats par une analyse asymptotique. De plus un développement P_N en harmoniques sphériques de la variable angulaire et une discrétisation par éléments finis de la variable spatiale conduisent à l'écriture d'un système d'équations linéaires dont la matrice est symétrique. Cette propriété de la matrice du système permet d'envisager des méthodes numériques robustes tel que le gradient conjugué.

Une prise en compte au sens faible des conditions aux limites est décrite et ces conditions sont développées en trois dimensions et en variable complexe. Les équations discrètes en 3D sont obtenues pour des éléments hexaèdriques et tétraèdriques. La méthode est étendue à des milieux multigroupes en énergie et de diffusion anisotrope. L'implantation complète de la méthode est décrite pour former le logiciel ARTEMIS. Au niveau informatique, une variation par sous région matérielle de l'ordre de développement P_N est considérée pour limiter le nombre d'inconnues.

Des tests simples montrent la mise en œuvre correcte de l'approche. Les extensions multigroupes et anisotropes sont également validées en trois dimensions. Les résultats sur le cas test de Takeda et Iteka (OCDE/NEA), utilisés comme cas de référence réaliste, sont présentés.

Compte rendu : JOURNÉE RENCONTRES PROBABILITÉS STATISTIQUE ET INDUSTRIE

14 janvier 2002

WWW.LSP.UPS-TLSE.FR/FP/GAMBOA/JOURNEE.HTML

La journée de Rencontres Probabilités Statistique Industrie qui a eu lieu à Toulouse le 14 janvier dernier a réuni plus de 80 participants. Cet événement scientifique parrainé par la SFDS et la SMAI s'insère dans une série de journées sur le stochastique et l'industrie organisée par le groupe MAS de la SMAI. Plutôt que de faire un compte rendu formel, nous avons préféré laisser la plume à des participants.

F. Gamboa, G. Tap et B. Truong-van

Un retour personnel sur la Journée Rencontres Probabilités-Statistique Industrie par **Thierry Duhamel** (Expert Senior Systèmes Avionique & GNC ASTRIUM)

Cette journée comportait une très grande variété de sujets abordés et de visions différentes de la modélisation stochastique. La difficulté de ce type de rencontre est de trouver un terrain commun d'échanges alors que les intervenants viennent d'horizons différents : chercheurs et industriels, utilisateurs de secteurs d'activités très différents. Il est probable que les différents participants n'auront pas immédiatement identifié des sujets communs ou des axes de collaboration mais que, sur le long terme, la pertinence des méthodes stochastiques pour l'industrie aura été renforcée et certains axes de recherche dans des domaines d'intérêt pour l'industrie dégagés. Comme la table ronde l'a montré, il y a, à mon avis, un manque de connaissance des apports potentiels de la statistique dans certains secteurs industriels autres que ceux où elle est établie depuis de nombreuses années comme la finance ou la pharmacie. Ces secteurs où les méthodes stochastiques sont bien établies sont en position de faire appel à (et en particulier recruter) des spécialistes formés spécifiquement en probabilités-statistique. Dans les autres secteurs, il y a, je pense, un manque de formation pratique des ingénieurs généralistes aux méthodes appliquées de la statistique qui conduit à une ignorance des outils qui pourraient être utilisés de façon courante dans les activités d'ingénierie. Il faudrait, même au risque de ne pas être totalement rigoureux dans la justification, donner aux ingénieurs une formation de base à ces outils qui leur permettrait d'avoir en main des méthodes d'analyse utilisables en pratique. L'intégration de cette *culture* statistique dans le bagage des ingénieurs facilitera l'application des avancées de la statistique appliquée au service de l'ensemble des secteurs de l'industrie.

Bilan des Rencontres par deux jeunes ingénieurs formés à l'Université. **Elie Maza** (Thésard CIFRE-UPS) & **Myriam Zabalza** (Ingénieur Motorola).
Lors de la journée trois types

d'exposés ont été présentés par les intervenants, qui étaient issus pour moitié de l'Université et pour moitié de l'Industrie. Un premier type d'exposé, avec Ph. Besse (UPS) et M. Samuelides (SUPAERO-ONERA), avait pour objectif de présenter une méthode ou un concept (réseaux de neurones et Data-Mining), suivi d'exemples d'applications. Le deuxième type d'exposé, dont le seul représentant était C. Agut (Sanofi Synthelabo Recherche), a consisté à présenter l'entreprise et les différentes méthodes statistiques utilisées dans celle-ci (développement pré-clinique). Enfin, la troisième catégorie d'intervenants, comme G. Oppenheim (Université de Marne-la-Vallée), P. Legendre (CNES), T. Duhamel (Astrium) et N. El Karoui (Ecole Polytechnique), a permis de nous faire connaître des domaines dans lesquels la modélisation stochastique est plus ou moins présente, mais surtout où des questions restent ouvertes. Ce dernier type d'intervention était donc la plus importante. S'agissait-il d'un appel, de la part des industriels, aux chercheurs universitaires ? Cette question s'est avérée être l'un des thèmes principaux de la table ronde qui a finalisé cette journée. En effet, les interrogations ont été multiples et les réponses parfois hésitantes. Y a-t'il un réel besoin en recherche stochastique chez l'industriel ? Les derniers intervenants tendraient à répondre par l'affirmative. Y a-t'il une réelle volonté universitaire de participer aux recherches industrielles ? Ce genre de rencontres tendraient à nous faire croire que oui. Quel est le rôle de l'Université dans la collaboration Université/Industrie ? Les stages en entreprise, ou à plus long terme les thèses CIFRE sont une première réponse à cette question ; mais de nouveaux types de collaboration, de nouvelles structures d'échange, nous semblent intéressants à développer. Y aurait-il un manque de communication entre l'Université et l'Industrie ? Certains en sont convaincus et soulignent la méconnaissance du domaine des probabilités et de la statistique dans certains milieux industriels (voir dans la formation des ingénieurs). Pour conclure, nous dirons que les questions ont été posées et certaines bribes de réponse ont été données, et que des *Rencontres* sont toujours profitables.

Une journée particulière par **J.-C. Fort** (professeur à l'Institut de mathématiques Elie Cartan-Nancy)

Par une magnifique journée intensément pluvieuse une foule dense se pressait sur les périphériques de Toulouse, comme tous les lundis matins. "Voila qui augure bien" pensait l'équipe des organisateurs de cette Journée de Rencontres Probabilités, Statistique et Industrie. L'initiative en revient à F. Gamboa, G. Tap et B. Truong van (à la distribution), Jean-Marc Azaïs et Philippe Besse (au rebond). Prudent eut égard à de récentes expériences dramatiques, ils avaient savamment dosé le mélange statisticien, probabilistes universitaires et statisticiens ou utilisateurs en milieu industriel : G. Oppenheim (Université Marne La Vallée), M. Samuelides (Supaero), N. El Karoui (Polytechnique), Ph. Besse (Université Paul Sabatier) s'exprimèrent en alternance avec P. Legendre (CNES), T.

Duhamel (Astrium), C. Agut (Sanofi) et de caloriques pauses patisseries. A peine descendus de leur jet, les participants magnifiques et attentifs étaient accueillis par quelques mots de J. Cauquil (Labo Fabre).

Inutile de détailler les differentes interventions (peut-être le menu qui ... non ? Bon alors !), ce qui apparaissait clairement c'est d'une part la place importante que tient la "statistique" dans de nombreux processus "industriels" (chimie, aérospatial, finance, marketing, pharmacie), d'autre part la distance séparant les statisticiens ou utilisateurs de statistisque en milieu industriel et les universitaires. Ce fut le centre de la discussion que H. Caussinus a très agréablement orchestré en fin de journée. Alors que les industriels notaient l'insuffisance de la formation en statistique appliquée, les universitaires pointaient la difficulté de mise en place de coopérations. Une chose est nettement apparue : pour coopérer il faut de l'argent et de ce fait il faut également une certaine confiance dans l'issue de cette coopération. La confiance, il est possible de la créer a peu de frais par l'encadrement de thèses CIFRE, ensuite l'argent pourrait venir de consortium d'entreprises finançant des recherches en coopération. La création d'ERT (équipe de recherche technologique), qui n'existent pas en mathématique, favoriserait ces activités communes. Quant à la formation, elle demande l'investissement des enseignants chercheurs et donc le retour correspondant de la part du milieu ! !

A propos de retour, il était temps (toujours aussi maussade) de regagner d'un coup d'aile nos foyers. Adieu donc la ville rose. Justement, à ce propos, le week-end précédent avec les copains on est allé. . .

Un observateur anonyme

V-èmes Rencontres Mathématiques de l’université de Rouen
en l’honneur de **Makhlouf DERRIDJ**

ANALYSE COMPLEXE et
ÉQUATIONS aux DÉRIVÉES PARTIELLES

Université de Rouen (France)

19–21 Juin 2002

Le but de ces rencontres est de présenter des résultats récents et de discuter des questions nouvelles et ouvertes à l’intersection de l’Analyse Complexe et des Équations aux Dérivées Partielles.

Conférenciers

Vincenzo ANCONA (Firenze), Hajer BAHOURI (Tunis), Jacques CHAUMAT (Orsay), Jean-Yves CHEMIN (Palaiseau), Anne-Marie CHOLLET (Lille), Peter EBENFELT (San Diego), Patrick GÉRARD (Orsay), Xiaojun HUANG (Rutgers), Christine LAURENT (Grenoble), Yoshinori MORIMOTO (Kyoto), Jean-Pierre ROSAY (Madison), Linda P. ROTHSCHILD (San Diego), Alessandro SILVA (Roma), David TARTAKOFF (Chicago), François TREVES (Rutgers), Dmitri ZAITSEV (Tübingen), Claude ZUILY (Orsay).

Comité scientifique

Salah BAOUENDI (San Diego University, USA),
Jean-Michel BONY (École Polytechnique, Palaiseau),
Nicolas LERNER (Université de Rennes).

Comité d’organisation

Chao-Jiang XU, Nordine MIR et Gérard GRANCHER (CNRS UMR 6085, Rouen)

L’inscription est gratuite, mais pour des raisons évidentes d’organisation, il vous est demander de vous inscrire

– par courriel à `Rencontres.Math@univ-rouen.fr`
– par courrier postal adressé à
  V-èmes Rencontres Mathématiques de l’Université de Rouen
  UMR 6085, Mathématiques
  Université de Rouen
  76821 Mont Saint Aignan Cedex
  France
– par fax au `02 32 10 37 94`

Des informations concernant les RMR 2002 sont disponibles sur la toile à l’adresse :
`www.univ-rouen.fr/LMRS/RMR02/rmr02-f.html`

ANNONCES DE COLLOQUES

par Boniface Nkonga

Avril 2002

APPLIED MATHEMATICS FOR INDUSTRIAL FLOW PROBLEMS

Du 17 au 20 avril, Lisbon
amif2002@math.ist.utl.pt
www.math.ist.utl.pt/AMIF2002/grants.html
Date limite : 1 novembre 2001

2ND CONFERENCE ON INVERSE PROBLEMS, CONTROL AND SHAPE OPTIMIZATION.

Du 10 au 12 avril, Carthage, Tunisie
PICOF'02, ENIT-LAMSIN,
BP 37, 1002 Tunis Belvédère, Tunisie
jerome.jaffre@inria.fra
www-rocq.inria.fr/~bianchi/PICOF02/Picof-fr-accueil.htm

AIAA STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS, AND MATERIALS CONFERENCE

Du 22 au 25 avril, Denver, Colorado
Dr. Prabhat Hajela,
Rensselaer Polytechnic Inst.,
5020 Jonsson Eng. Center, Troy, NY 12180.
hajela@rpi.edu
www.aiaa.org/calendar/index.hfm
Date limite : 14 août 2001

Mai 2002

SIAM CONFERENCE ON OPTIMIZATION

Du 20 au 22 Mai, Westin Harbour Castle Hotel, Toronto
SIAM Conference Department, 6
600 University City Science Center,
Philadelphia, PA 19104-2688.
meetings@siam.org
www.siam.org/meetings/op02/index.htm
Date limite : 14 septembre 2001

PLASMADYNAMICS AND LASERS CONFERENCE

Du 20 au 23 mai, Maui, Hawaii
Dr. Brian Landrum,
The Univ of Alabama in Huntsville,
Propulsion Research Ctr,
Technology Hall S234 Huntsville, AL 35899.
landrum@mae.uah.edu
www.aiaa.org/calendar/index.hfm
Date limite : 14 septembre 2001

Juin 2002

ÉCOLE D'ÉTÉ DU GUT : MODÉLISATION NUMÉRIQUE DES ECOULEMENTS MULTIPHASIQUE ET RÉACTIFS.

Du 23 au 29 juin, Porquerolles
Jeanne Pullino,
UMR 6595-Laboratoire de recherche de l'IUSTI , Technopole de Chateau-Gombert,
5 rue Enrico Fermi
13453 MARSEILLE CEDEX 13
jeanne@iusti.univ-mrs.fr
iusti.univ-mrs.fr/GUT2001/index.html

INT. SEMINAR « DAY ON DIFFRACTION »

Du 4 au 7 juin, St.Petersburg, Russia
Valery E. Grikurov,
Mathematical Physics Institute on Physic
St.Petersburg-Petrodvoretz ,

198504 Russia.
iva@aa2628.spb.edu
mph.phys.spbu.ru:8083/DD

Date limite : 1 fevrier 2002.

AIAA FLUID DYNAMICS CONFERENCE

Du 24 au 27 juin, St. Louis, Missouri
Norman Suhs, Aerospace Engineer, Aeromechanics Division , CDR, USAAMCOM ; Attn : AMSAM-RD-AE-A ; BLDG : 5678, RM S-11 Redstone Arsenal, AL 35898-5000.
norman.suhs@redstone.army.mil
www.aiaa.org/calendar/index.hfm

Date limite : 19 octobre 2001

INT. SYMP. ON FINITE VOLUMES

Du 24 au 28 juin, Porquerolles,
Aline Blanc, CMI. Université d'Aix-Marseille I , 39 rue Joliot-Curie 13 453 Marseille.
fvca3@cmi.univ-mrs.fr
tuapse.math.univ-paris13.fr/FVCA-3

Date limite : 7 décembre 2001

FIFTH INT. CONF. ON CURVES AND SURFACE

Du 27 juin au 3 juillet, Saint-Malo
Curves and Surfaces, LMC-IMAG, BP 53, 38041 Grenoble cedex 9.
saint-malo@imag.fr
www-lmc.imag.fr/saint-malo/

Date limite : 28 février 2002.

Juillet 2002

6TH AUSTRALIAN CONF. ON MATHEMATICS AND COMPUTERS IN SPORT

Du 1 au 3 juillet à Queensland
Professor Neville de Mestre, School of Information Technology, Bond University, 4229, Australia.
eneville_de_mestre@bond.edu.au
www.maths.uq.edu.au/6mcs/index.html

Date limite : 28 février 2002

CONGRÈS DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES À LA MÉMOIRE DE JACQUES-LOUIS LIONS (COLLÈGE DE FRANCE)

Du 1 au 5 juillet à Paris
Laboratoire d'Analyse Numerique, Universite Pierre et Marie Curie, Boite courrier 187, 75252 Paris cedex 05.
Congres.JLLions@ann.jussieu.fr
acm.emath.fr/congres-jllions

SECOND INT.CONF. ON COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS

Du 15 au 19 juillet à Sydney
Srinivas, School of Aerospace, Mechanical and Mechatronic Engg., University of Sydney, NSW 2006 ,AUSTRALIA.
ragh@aero.usyd.edu.au
www.aero.usyd.edu.au/iccfd2

Date limite : 31 décembre 2001

Août 2002

7TH INT. COMF ON INTEGRAL METHOD IN SCIENCE ANS ENGINEERING.

Du 7 au 10 août, , Saint-Etienne.
A. Largillier, IMSE2002, Équipe d'Analyse Numérique, 23 rue Dr. P. Michelon, 42023 Saint-Etienne, FRANCE.
imse2002@anum.univ-st-etienne.fr
wwwean.univ-st-etienne.fr/imse2002/

Date limite : 28 février 2002

SIAM CONFERENCE ON DISCRETE MATHEMATICS.

Du 11 au 14 août, Handlery Hotel & Resort, San Diego, Canada
SIAM Conference Department, 6
600 University City Science Center,
Philadelphia, PA 19104-2688.
meetings@siam.org
www.siam.org/meetings/dm02

Date limite : 4 avril 2002

Septembre 2002

QUATRIÈMES JOURNÉES DU GROUPE MAS : « MODÉLISATION ALÉATOIRE ET STATISTIQUE »

Du 2 au 4 Septembre à Grenoble
Université de Grenoble,
Grenoble

Novembre 2002

SYMP. ON « DISPERSED FLOWS IN COMBUSTION AND PROPULSION SYSTEMS »

Du 17 au 22 novembre, New Orleans
D.E. Nikitopoulos,
Mechanical Eng. Dep,
Louisiana State Univ.
Baton Rouge, LA 70803, USA
meniki@me.lsu.edu
pasencoredisponibleb

Date limite : 7 décembre 2001

Février 2003

FIRST JOINT CONFERENCE EMS–SMAI–SMF.

Du 10 au 13 Février , Nice SMAI

Date limite : 1 Novembre 2002

SIAM CONF. ON COMPUTATIONAL SCIENCE AND ENGINEERING

Du 10 au 13 Février , Hyatt Regency Islandia Hotel and Marina, San Diego, Canada SIAM Conference Department, 6
600 University City Science Center,
Philadelphia, PA 19104-2688.
meetings@siam.org
www.siam.org/meetings/cse03

Cette rubrique est actualisée sur la page Web :
www.math.u-bordeaux.fr/~nkonga/Matapli.Confs.html
L'agenda des conférences (ACM) est toujours à l'adresse :
http://acm.emath.fr

SMAI

Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles

Bulletin d'adhésion 2002 - Personnes morales

L'adhésion est valable pour l'année civile 2002

Institution : ....

Nom : ....

Sigle : ....

Service ou Département : ....

Représentée par :

M., Mme, Melle, Prénom, NOM : ....

Titre ou fonction : ....

Adresse : ....

Téléphone : ....

Télécopie : ....

Adresse électronique : ....

Votre adresse peut-elle être communiquée à des annonceurs ? oui ❑ non ❑

Serveur de liste électronique. Souhaitez-vous que votre adresse électronique soit ajoutée à la liste d'envoi de la SMAI ? oui ❑ non ❑

Tarif des cotisations : (ne cochez qu'une seule case)

❑ Cotisation SMAI laboratoire industriel (LI1) 750 €

Ce tarif permet d'inscrire gratuitement les membres du laboratoire de moins de trente ans, (Pour information, nous contacter).

Il permet également d'obtenir gratuitement un jeu d'étiquettes des adhérents de la SMAI

❑ Cotisation SMAI laboratoire industriel (LI2) 450 €

❑ Cotisation SMAI laboratoire universitaire (LU) .... 150 €

Montant de la cotisation ☐

Suppléments éventuels : (cochez la/les case(s) de votre choix)

❑ Soutien à la participation de la SMAI à l'EMS .... 40 €

Ce soutien comprend une cotisation EMS et permet de recevoir EMS Newsletter

❑ Soutien à la participation du GAMNI/SMAI à ECCOMAS 40 €

Ce soutien permet de recevoir ECCOMAS Newsletter

Montant des suppléments : .... ☐

Total à payer : .... ☐

Modalités de règlement :

❑ Par chèque bancaire ou postal, ci-joint, à l'ordre de la SMAI

❑ Par bon de commande ci-joint

Factures : nombre d'exemplaires désiré : ....

adresse de facturation : ....

....

....

....

....

Merci de renvoyer ce bulletin <u>accompagné de votre règlement</u> (ou bon de commande) à l'adresse suivante : SMAI, Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie 75231 PARIS Cedex 05

Fait à .... , le 2001

Signature

SMAI, Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05. Tél. : +33 (0)1 44 27 66 62 - Fax : +33 (0)1 44 07 03 64

SMAI

Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles

Bulletin d'adhésion 2002 - Personnes physiques

L'adhésion est valable pour l'année civile 2002

M., Mme, Melle, Prénom, NOM : ....

Titre ou fonction : ....

Etablissement de fonction ou de rattachement : ....

Adresse professionnelle :

Société ou Université : ....

Service ou Département : ....

Adresse : ....

....

....

Téléphone professionnel : ....

Télécopie : ....

Adresse électronique : ....

Adresse personnelle : ....

....

....

Téléphone personnel : ....

Page web personnelle : ....

Adresse de correspondance

Indiquez l'adresse à laquelle vous désirez recevoir votre courrier

adresse professionnelle ❑

adresse personnelle ❑

Votre adresse personnelle peut-elle figurer dans l'annuaire de la SMAI ? oui ❑ non ❑

Votre adresse de correspondance peut-elle être communiquée à des annonceurs ? oui ❑ non ❑

Serveur de liste électronique

Souhaitez-vous que votre adresse électronique soit ajoutée à la liste d'envoi de la SMAI ? oui ❑ non ❑

Groupes permanents de la SMAI

Si vous désirez appartenir à un ou plusieurs de ces groupes, cochez la/les case(s) correspondante(s)

- ❑ GAMNI Groupe pour l'Avancement des Méthodes Numériques de l'Ingénieur
- ❑ MAS Modélisation Aléatoire et Statistique
- ❑ MODE Mathématiques de l'Optimisation et de la Décision
- ❑ AFA Association Française d'Approximation

Voir au dos pour les tarifs

T.S.V.P. →

SMAI, Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 Paris Cedex 05. Tél. : +33 (0)1 44 27 66 62 - Fax : +33 (0)1 44 07 03 64

Tarifs des cotisations 2002 - Personnes physiques

L'adhésion est valable pour l'année civile 2002

Cotisation SMAI (ne cocher qu'une seule case)

❑ Cotisation SMAI simple .... 45 €
❑ Cotisation SMAI jeune (né(e) après le 1er janvier 1972, joindre un justificatif)* .... 16 €
❑ Adhésion SMAI dans le cadre de l'opération Thèse-Math-2002 .... gratuit
Date de la thèse et URL du résumé ....
❑ Cotisation SMAI retraité .... 34 €

❑ Cotisations jumelées :

SMAI + SFdS	(34 + 38)	72 €
SMAI + SMF	(34 + 44)	78 €
SMAI + SMF jeune (cf *)	(16 + 30)	46 €
SMAI + SMF retraité	(34 + 30)	64 €
SMAI + SFdS + SMF	(34 +38 + 44)	116 €

❑ Autres cotisations jumelées (part SMAI)) .... 34 €
Pour bénéficier de ce tarif, vous devez déjà être membre pour 2002 de l'AMS (USA), du GAMM (Allemagne), de la SEMA (Espagne), de la SIMAI (Italie) ou de "Femmes & Math" (France) et joindre un justificatif ....

Montant de la cotisation ....

Suppléments éventuels (cocher la/les case(s) de votre choix)
Ces suppléments ne peuvent être souscrits qu'en complément d'une cotisation SMAI ci-dessus

❑ Abonnement à l'Officiel des Mathématiques pour 2002
– adresse en Europe .... 22 €
– adresse hors Europe .... 27 €

❑ Soutien à la participation du GAMNI/SMAI à ECCOMAS .... 10 €
Ce soutien permet de recevoir ECCOMAS Newsletter

❑ Cotisation European Mathematical Society (EMS) .... 15 €
Cette cotisation permet de recevoir EMS Newsletter

❑ Soutien aux fonds de l'International Mathematical Union (IMU)
– Commission pour le Développement et les Echanges .... €
– Fonds Spécial de Développement .... €
– Fonds de Solidarité de l'ICMI .... €

Montant des suppléments .... €

Total de la cotisation et des suppléments ....

Modalités de règlement

❑ **(1)** Par chèque postal ou chèque bancaire sur une banque française.
Joindre à ce bulletin le chèque du total ci-dessus à l'ordre de la SMAI.

❑ **(2)** Par carte bancaire ❑ Visa ❑ Mastercard Banque : ....
N°carte .... Date d'expiration : ....

❑ **(3)** Par bon de commande, par virement ou par chèque sur une banque étrangère.
Dans ce cas ajouter 10 € pour frais de dossier.
Joindre à ce bulletin le bon de commande ou le chèque à l'ordre de la SMAI.

Frais de dossier (si modalité (3)) .... 10 €

Total à payer : ....

Factures : nombre d'exemplaire désiré : ....
adresse de facturation : ....
....

Merci de renvoyer ce bulletin accompagné de votre règlement, à :
SMAI, Institut Henri Poincaré, 11, rue Pierre et Marie Curie, 75231 PARIS Cedex 05

Fait à ...., le 2001

Signature

CORRESPONDANTS RÉGIONAUX

Aix-Marseille *Jacques Liandrat*
IRPHE-Chateau Gombert. UMR 594, La Jetée.
Technopole de Chateau Gombert.
38, rue Frédéric Joliot Curie,
13451 MARSEILLE Cedex 20
Tél. : 04 91 11 85 40/04 - Fax : 04 91 11 85 02
liandrat@marius.univ-mrs.fr

Amiens *Alberto Farina*
LAMFA, Univ. de Picardie Jules Verne
33 rue Saint Leu
80039 AMIENS Cedex
Tél. : 03 22 82 75 88 - Fax : 03 22 82 75 02
Alberto.Farina@u-picardie.fr

Antilles-Guyane *Marc Lassonde*
Mathématiques
Univ. des Antilles et de la Guyane
97159 POINTE A PITRE
Marc.Lassonde@univ-ag.fr

Avignon *Alberto Seeger*
Dépt de Mathématiques - Univ. d'Avignon
33, Rue Louis Pasteur - 84000 AVIGNON
Tél. 04 90 14 44 93 - Fax 04 90 14 44 19
alberto.seeger@univ-avignon.fr

Besançon *Michel Lenczner*
Laboratoire de Calcul Scientifique
Univ. de Franche-Comté
16, route de Gray - 25000 BESANCON
Tél. : 03 81 83 26 69 - Fax : 03 81 66 66 23
michel.lenczner@univ-fcomte.fr

Bordeaux *Ahrned Noussair*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Univ. de Bordeaux I
351, Cours de la Libération - 33405 TALENCE Cedex
Tél. : 05 56 84 60 52 - Fax : 05 56 84 69 55
noussair@math.u-bordeaux.fr

Brest *Marc Quincampoix*
Dépt de Mathématiques
Faculté des Sciences
Univ. de Bretagne Occidentale
BP 809 - 29285 BREST Cedex
Tél. : 02 98 01 61 99 - Fax : 02 98 01 67 90
Marc.Quincampoix@univ-brest.fr

Cachan ENS *Sylvie Fabre*
CMLA-ENS Cachan
61, av. du Président Wilson
94235 CACHAN Cedex
fabre@cmla.ens-cachan.fr

Clermont - Ferrand *Rachid Touzani*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Univ. Blaise Pascal,
BP 45 - 63177 AUBIERE Cedex
Tél. : 04 73 40 77 06 - Fax : 04 73 40 70 60
Rachid.Touzani@math.univ-bpclermont.fr

Chili *Hector Cancela*
Universitad de la República
J. Herrera y Reissign 565
Montevideo, Uruguay
Tél. : + 598 2 7114244 ext. 112 - Fax : + 598 2 7110469
cancela@fing.edu.uy

Compiègne *Véronique Hédou-Rouillier*
Équipe de Mathématiques Appliquées
Dept Génie Informatique
Univ. de Technologie
BP 20529 - 60205 COMPIEGNE Cedex
Tél : 03 44 23 49 02 - Fax : 03 44 23 44 77
Veronique.Hedou@dma.utc.fr

Dijon *Christian Michelot*
U.F.R. Sciences et techniques
Univ. de Bourgogne
BP400 - 21004 DIJON Cedex
Tél. : 03 80 39 58 73 - Fax : 03 80 39 58 90
michelot@u-bourgogne.fr

Evry la Génopole *Bernard Prum*
Dépt de Mathématiques
Univ. d'Évry Val d'Essonne
Bd des Coquibus - 91025 ÉVRY Cedex
Tél. : 01 60 87 38 06 - Fax : 01 60 87 38 09
prum@genopole.cnrs.fr

Grenoble *Pierre Saramito*
Lab. de Modélisation et Calcul - IMAG
Univ. Joseph Fourier
BP 53 - 38041 GRENOBLE Cedex 9
Tél. : 04 76 51 46 10 - Fax : 04 76 63 12 63
Pierre.Saramito@imag.fr

Grenoble 2 *Frédérique Letué*
Bât. des Sciences de l'homme de la société
BP 47 - 38040 GRENOBLE Cedex 9
Tél. : 04 76 82 59 58 - Fax : 04 76 82 56 40
Frederique.Letue@iut2.upmf-grenoble.fr

Israël *Ely Merzbach*
Dept. of Mathematics and Computer Science
Bar llan University. Ramat Gan. - Israel 52900
Tél. : (972-3)5318407/8 - Fax : (972-3)5353325
merzbach@macs.biu.ac.il

La Réunion *Philippe Charton*
Dépt. de Mathématiques et Informatique
IREMIA,
Univ. de La Réunion, BP 7151
97715 SAINT-DENIS MESSAG Cedex 9
Tél. : 02 62 93 82 81 - Fax : 02 62 93 82 60
Philippe.Charton@univ-reunion.fr

Limoges *Paul Armand*
LACO, ESA 6090 - Univ. de Limoges
123, Avenue A. Thomas
87060 LIMOGES Cedex
Tél. : 05 55 45 73 30 - Fax : 05 55 45 73 22
paul.armand@unilim.fr

Lyon *Michèle Chambat*
Lab. d'Analyse Numérique - MAPLY, Bat. 10
Univ. Lyon I
43, bd du 11 Novembre 1918
69622 VILLEURBANNE Cedex
Tél. : 04 72 44 85 25 - Fax : 04 72 44 80 53
chambat@lan.univ-lyonl.fr

Marne La Vallée *Pierre Vandekerklove*
Equipe d'Analyse et de Math. Appliquées
Univ. de Marne-la-Vallée Cité Descartes
5 bd Descartes - 77454 MARNE-LA-VALLEE Cedex 2
Fax : 01 60 95 75 45 -
vandek@math.univ-mlv.fr

Mauritanie *Zeine Ould Moharned*
Équipe de Recherche en Informatique
et Mathématiques Appliquées
Faculté des Sciences et Techniques
Univ. de Nouakchott
BP 5026 - NOUAKCHOTT-MAURITANIE
Tel : 222 25 04 31 - Fax : 222 25 39 97
zeine@univ-nkc.mr

Metz *Zakaria Belhachmi*
Dépt de Mathématiques - Univ. de Metz,
Ile du Saulcy - 57 045 METZ Cedex 01.
Tél. : 03 87 54 72 87 - Fax : 03 87 31 52 73
belhach@poncelet.univ-metz.fr

Montpellier *Bijan Mohammadi*
Département de Mathématiques
Univ. de Montpellier II, CC51
34095 MONTPELLIER Cedex 5
Tél : 01 39 63 59 68 - Fax : 01 39 63 58 82
Bijan.Mohammadi@inria.fr

Nantes *Catherine Bolley*
École Centrale de Nantes
B.P. 92101 - 44321 NANTES Cedex 3.
Tél :02 40 37 25 17 - Fax :02 40 74 74 06
Catherine.Bolley@ec-nantes.fr

Nancy *Didier Schmidtt*
Institut Elie Cartan - Univ. Nancy 1
B.P. 239 - 54506 VANDŒUVRE LES NANCY
Tél. : 03 83 91 26 67 - Fax : 03 83 28 09 89
dschmidtt@iecn.u-nancy.fr

Nice *Stéphanie Lohrengel*
Lab. Jean-Alexandre Dieudonné
UMR Cnrs 6621
Univ. de Nice, Parc Valrose
06108 NICE Cedex 2
Tél. : 04 92 07 60 31 - Fax : 04 93 51 79 74
lohrenge@math.unice.fr

Orléans *Maitine Bergounioux*
Dépt. de Mathématiques - UFR Sciences
Univ. d'Orléans, BP. 6759
45067 ORLEANS Cedex 2
Tél. : 02 38 41 71 71 -Fax : 02 38 41 71 93
maitine@labomath.univ-orleans.fr

Paris I *Jean-Marc Bonnisseau*
UFR 27 - Math. et Informatique
Univ. de Paris I - CERMSEM
90, rue de Tolbiac - 75634 PARIS Cedex 13
Tél. : 01 40 77 19 40-Fax : 01 40 77 19 80
jeanmarc.bonnisseau@uni-paris1fr

Paris V *Chantal Guihenneuc-Jouyaux*
Laboratoire de statistique médicale
45, rue des Saints Pères - 75006 PARIS
Tél. : 01 42 80 21 15 - Fax : 01 42 86 04 02
guihenneuc@citi2.fr

Paris VI *Sidi Mahmoud Kaber*
Lab. d'Analyse Numérique,
Boîte courrier 187
Univ. Pierre et Marie Curie
4, Place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 54 07 - Fax : 01 44 27 72 00
kaber@ann.jussieu.fr

Paris VI *Nathanael Enriquez*
Lab. de Probabilités et Modèles Aléatoires
Univ. Pierre et Marie Curie
4, Place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 54 76 - Fax : 01 44 27 72 23
enriquez@crr.jussieu.fr

Paris IX *Céline Grandmont*
CEREMADE - Univ. de Paris Dauphine
Place du Mal de Lattre de Tassiny
75775 PARIS Cedex 16
Tél. : 01 44 05 48 71 - Fax : 01 44 05 45 99
grandmont@ceremade.dauphine.fr

Paris XI *Laurent Di Menza*
Mathématiques Bat. 425
Univ. de Paris-Sud - 91405 ORSAY Cedex
Tél. : 01 69 15 60 32 - Fax : 01 69 15 67 18
laurent.dimenza@math.u-psud.fr

Paris XII *Yuxin Ge*
UFR de Sciences et Technologie
Univ. Paris 12 - Val de Marne
61 Av. du Général de Gaulle - 94010 CRETEIL Cedex
Tél. : 01 45 17 16 52 -
ge@univ-paris 12.fr

Pau *Brahim Amaziane*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
IPRA
Univ. de Pau Avenue de l'Université - 64000 PAU
Tél. : 05 59 92 31 68/30 47- Fax : 05 59 92 32 00
brahim.amaziane@univ-pau.fr