SOMMAIRE

Smai Infos

Compte rendu du CA de la Smai du 15 Juin, *par C.Graffigne*

Compte rendu des bureaux de la Smai, *par C.Graffigne*

Nouvelles des Mathématiques appliquées

Modélisation et prévision du nombre de postes au CNU 25-26

La vie de la communauté, *par R. Touzani*

Prix Blaise Pascal : Rémi Abgrall, *par Hervé Guillard & Jean-Antoine Désidéri*

Nécrologie : Jeanine St Jean Paulin et Olga Arsenievna Oleinik

Hommage à P. Faurre

Mathématiques appliquées et informatique

Assimilation de données pour les fluides géophysiques, *par F.-X. Le Dimet et J. Blum* ... 66

Codes de calcul et composants logiciels, *par P. D'Anfray*

Revue de presse

Nous avons reçu a la Smai...

Critique de livre

En direct de l'Histoire

Les instruments ardents dans la tradition arabe, *par H. Bellosta* 77

Enseignement et vie doctorale

Résumés de thèses, *par A. Largillier* 131

Congrès et colloques

Reunion finale du GDR OCAF, *par B. Mohammadi*

CR du Cemarcs 2001, *par Y. Achdou, C. Le Bris et F. Nataf*

Annonces de Colloques, *par B. Nkonga*

Tribune libre

Qui a le droit d'utiliser des méthodes mathématiques ?, *par A. Lejay*

Bulletins d'adhesion 2002

Correspondants régionaux

Date limite de soumission des textes pour le Matapli 68 : 28 janvier 2002.

Smai – Institut Henri Poincaré – 11 rue Pierre et Marie Curie – 75231 Paris Cedex 05
Tél : 01 44 27 66 62 – Télécopie : 01 44 27 03 64
`smai@ihp.jussieu.fr – http ://smai.emath.fr`

COMPTES RENDUS DE LA SMAI

Compte rendu du conseil d'administration de la SMAI du 15 juin 2001

Présents ou représentés : Yves Achdou, Maïtine Bergounioux, Frédéric Bonnans, Doina Cioranescu, Olivier Gibaru, Christine Graffigne, Jacques Istas, Claude Le Bris, Hervé Le Dret, Brigitte Lucquin, Jean-François Maître, Mohamed Masmoudi, Jérôme Monnier, Gilles Pagès, Valérie Perrier, Colette Picard, Alain Prignet, Annie Raoult, Bernard Rousselet, Michel Théra, Rachid Touzani, Bernard Ycart

Invités : Catherine Bonnet (représentant la SMF), Patrick Chenin (représentant le groupe AFA)

Après un tour de table de présentation, le Conseil d'Administration élit le bureau suivant : M. Théra (président), C. Graffigne (secrétaire générale), C. Picard (trésorière), G. Pagès (vice-président en charge des problèmes d'enseignement), Claude Le Bris (vice-président en charge des relations avec l'industrie), H. Le Dret (vice-président en charge des publications), B. Lucquin (vice-présidente en charge de Matapli).

Suite à la proposition faite par le bureau, le CA vote les tarifs des cotisations 2002 suivants :

- pour les personnes physiques : 45 Euros pour l'adhésion simple, 16 Euros pour le tarif « jeunes », 34 Euros en cas d'adhésion jointe avec l'une des sociétés pour lesquelles nous avons un accord de réciprocité, 10 Euros pour le soutien au GAMNI, 10 Euros pour les frais de dossier en cas de bon de commande et l'adhésion à l'EMS reste inchangé à 15 Euros ;
- pour les personnes morales : 150 Euros pour un laboratoire universitaire, 450 Euros ou 750 Euros pour un laboratoire industriel suivant les cass.
- par ailleurs, le CA décide de la création d'un tarif « retraité » de 34 Euros.

Ces tarifs représentent une augmentation de l'ordre de 5 à 6 d'adhésion simple et jointe et une diminution de presque 5 tarif « jeunes » alors que les tarifs étaient restés inchangés plusieurs années de suite.

Le CA demande à M. Bergounioux de bien vouloir le représenter au CA de la SMF.

À propos de nos relations avec l'EMS, D. Coiranescu signale que la prochaine réunion devrait avoir lieu en 2003 peut-être à Nice et qu'il est possible d'envisager d'organiser des rencontres sous les auspices de l'EMS.

À la demande d'Y. Achdou, le CA vote une avance de trésorerie pour le CEMRACS de 50kF.

À la demande de l'association « Femmes et Mathématiques », le CA donne son accord à la diffusion d'une annonce du Forum des jeunes mathématiciennes et informaticiennes.

La prochaine réunion du CA de la SMAI est fixée au vendredi 19 octobre 2001 à 15h30.

Compte rendu du Bureau de la SMAI du 25 juin 2001

Présents : Christine Graffigne, Brigitte Lucquin, Gilles Pagès, Michel Théra

CANUM 2002 : le bureau proposera trois représentants pour le comité scientifique.

Suite à la proposition faite par la société canadienne de mathématiques, un colloque co-organisé par cette société, la SMF et la SMAI pourrait être organisé en France. Il aurait pour but entre autre de resserrer les liens entres les sociétés françaises et canadiennes.

B. Lucquin fait le point sur la réalisation du numéro d'octobre de Matapli.

Compte rendu du Bureau de la SMAI du 3 septembre 2001

Présents : Christine Graffigne, Hervé Le Dret, Brigitte Lucquin, Gilles Pagès, Colette Picard, Michel Théra

Invité : Patrick Le Tallec

B. Lucquin fait part des difficultés rencontrées pour la réalisation du Matapli d'octobre. Pour le numéro de janvier 2002, la date limite de réception des contributions est fixée au 29 octobre.

Suite au message de S. Cordier, le bureau décide de soutenir l'action visant à la mise en place d'une indemnisation des candidats aux postes de MCF sur la base d'un forfait. Le bureau donne son accord à la création d'une commission mixte SMAI/SMF qui aura pour but une réflexion sur le serveur emath et sur les services proposés, entre autre au niveau des annuaires.

Prix Blaise Pascal : Le bureau félicite R. Abgrall qui est l'heureux lauréat du prix 2001. 4 représentants de la SMAI seront désignés pour soumettre des noms de lauréats possibles pour le prix 2002.

ICIAM (Internatinal Council for Industrial and Applied Mathematics) : Un enjeu important actuellement est la réussite d'ICIAM 2003 (International Congress for Industrial and Applied Mathematics) à Sydney et un point important est de réussir à obtenir une représentation française suffisante. Le bureau rappelle que B. Prum et O. Pironneau participent au comité scientifique de cet ICIAM et que A. Damlamian est secrétaire de l'ICIAM. Le prochain ICIAM devrait avoir lieu à Zurich en 2007.

P. Le Tallec fait le point sur le projet « explosion des mathématiques » : une maquette d'article est prête et 25 articles sont quasiment terminés. Une subvention du ministère ayant permis de réaliser le projet et les maquettes, il reste à trouver un financement pour l'édition de l'ouvrage qui sera bientôt prêt. Le nombre d'exemplaire prévu est initialement de 5000 et pourra passer à 10000 si des financements suffisants sont trouvés. Cet ouvrage sera distribué gratuitement à destination de trois types de publics : les entreprises (DRH), les politiques (commissions parlementaires, cabinets ministériels) et les écoliers (centres d'orientation). A la demande du bureau, P. Le Tallec accepte de continuer de suivre ce dossier.

Le bureau décide de renouveler l'opération « thèse-math » : adhésion 2002 gratuite pour les étudiants soutenant une thèse en 2001.

CANUM : la convention concernant

le CANUM 2002 est signée, le CANUM 2003 aura lieu à Montpellier.

Le prochain bureau se réunira le mardi 25 septembre à 12h. La prochaine AG aura lieu à Paris en mars 2002, la date sera fixée en accord avec le CA.

Compte rendu du Bureau de la SMAI du 25 septembre 2001

Présents : Christine Graffigne, Hervé Le Dret, Brigitte Lucquin, Gilles Pagès, Colette Picard, Michel Théra

Invité : Alain Prignet

Le bureau décide d'ajouter un tarif de cotisation jointe SMAI-SMF pour les retraités sur le formulaire d'adhésion, il correspondra bien sûr au tarif d'adhésion SMAI « retraité » voté au CA du 15 juin 2001.

Le bureau demande à Gilles Pagès de le représenter au CNFM (Comite National Français de Mathematiciens).

Le bureau donne son accord pour que A. Prignet puisse faire suivre des courriers électroniques sur le serveur de liste de la SMAI : Il pourra ainsi faire suivre directement les informations concernant l'opération postes.

Le bureau décide de parrainer deux écoles CEA-EDF-INRIA : « Problèmes non linéaires appliqués » et « Méthodes numériques pour la simulation atomistique : du micro au meso ».

Matapli :

- M. Théra et Colette Picard se chargent de revoir les tarifs concernant les annonces publicitaires dans Matapli.
- Deux propositions concernant le secrétariat, la composition, l'impression et le routage de Matapli sont à l'étude. Le bureau souhaite privilégier une solution stable dans le temps mais un certain nombre de questions restent ouvertes.

Revues électroniques : il sera nécessaire de redéfinir à la baisse la charge de travail du secrétariat éditorial mais le bureau considère qu'il est important de conserver un secrétariat éditorial à l'IHP. Des négociations dans ce sens seront entreprises.

Le prochain bureau se réunira le mardi 16 octobre à 11h.

MODÉLISATION ET PRÉVISION DU NOMBRE DE POSTES EN SECTIONS CNU 25 ET 26

par Stéphane Cordier (Univ. Orléans), Olivier Garet (Univ. Orléans), Céline Grandmont (Univ. Dauphine), Michael Gutnic (Univ. Strasbourg), Véronique Hédou-Rouillier (Univ. Compiègne), Olivier Mazet (INSA Lyon), Eric Paturel (Univ. Dauphine), Alain Prignet (Univ. Orléans).
Opération postes `http://postes.emath.fr`

Résumé

On entend dire que bientôt, il y aura beaucoup de départs en retraite à l'université. Le but de cet article est de présenter un modèle simple visant à quantifier cette assertion, en ce qui concerne les mathématiques (sections CNU 25 et 26).

Cet article est disponible sur le site de l'opération que nous vous invitons à consulter. Pour toute remarque, vous pouvez nous écrire à postes@emath.fr.

1. Introduction

Le but de ce travail est de présenter un premier modèle prévisionnel très simplifié concernant le nombre de postes aux concours de maître de conférences et professeurs en section CNU 25 et 26 pour les années à venir. Il s'agit en effet d'une donnée importante qui est réclamée en vain au ministère - qui a pourtant, semble-t-il, un service chargé de ces études mais qui ne diffuse pas d'informations. Des appels en ce sens ont, par exemple, été lancés par la Guilde des Doctorants en 1999, et, précédemment, par les auteurs du rapport HotDocs en 1996 [1].

Nous pensons que le principal paramètre déterminant le nombre de postes est celui des départs en retraite des années antérieures et nous disposons, grâce à Edwige Godlewski, de la MSU, de la pyramide des âges des sections 25 et 26 au premier janvier 1999 et au premier janvier 2001. Nous avons également décidé de traiter les deux sections comme une seule, en raison du nombre important de postes affichés dans les deux sections, et pour avoir un échantillon statistique plus représentatif.

Nous ne distinguerons pas les postes suivant le fait qu'ils soient occupés par un homme ou une femme, bien que la situation soit très déséquilibrée —

déséquilibre bien plus important au niveau professeur (PR) que maître de conférence (MC) ou Assistant (AS). Voici quelques chiffres (les âges étant dans toute la suite des nombres entiers exprimés en année) :

Variable	Nombre	Moyenne	Médiane	Écart Type	Min.	Max.
AS (homme)	107	55,7	55,0	3,9	46	67
AS (femme)	56	54,0	53,0	3,6	45	64
MC (homme)	1500	44,2	44,0	10,4	26	66
MC (femme)	553	45,0	46,0	10,6	26	65
PR (homme)	1003	50,2	51,0	7,9	29	68
PR (femme)	119	51,1	52,0	6,9	33	68

L'objectif de ce travail est avant tout d'essayer de faire des prévisions sur le nombre total de postes aux concours en section 25 et 26. Nous ne rentrerons donc pas dans une discussion sur les thématiques « porteuses » susceptibles d'être bien dotées, car nous n'avons pas vocation à faire de la politique — même scientifique — mais à informer les candidats actuels et futurs de ce qui peut les attendre.

Cet article est organisé (comme un vrai !) de la façon suivante : dans une première partie (section 2), nous présentons les hypothèses et le modèle utilisé. La deuxième partie (section 3) est consacrée aux résultats numériques pour les 20 prochaines années, et la troisième partie (section 4) à l'analyse du comportement limite du modèle.

2. Modélisation

2.*a* *Notations et hypothèses*

On connaît avec précision les effectifs des différentes classes d'âge, par section, sexe et fonction pour les années 1999 et 2001. Nous faisons les hypothèses suivantes :

- Il n'y a plus de création de postes d'assistants, et chaque départ en retraite d'assistant entraîne automatiquement l'ouverture d'un poste de maître de conférence.
- Tous les départs à la retraite sont remplacés, il n'y a pas de création de postes ni de redéploiement dans d'autres disciplines (ces hypothèses sont évidemment très simplificatrices, mais nous supposons que les effets des créations et des redéploiements se compensent).
- On suppose que, parmi les recrutés PR, un pourcentage fixe (disons 50 %) est issu des MC, le reste provenant d'autres organismes (CNRS, étrangers...). Les recrutés sont répartis (en âge) entre 28 et 49 ans.

- Il y a un pourcentage fixe de mutations PR (de 15 à 25% voir analyse dans le matapli numéro 65). Le nombre de mutations en MC est pour le moment négligeable.
- Les nouveaux recrutés MC sont répartis (en âge) entre 22 et 33 ans. De fait, la répartition des âges des nouveaux recrutés est sans influence sur le nombre de postes dans un futur proche (20, 25 ans). On a retenu dans cette étude, sans chercher à optimiser le choix des paramètres, une discrétisation d'une loi gaussienne (la translatée d'une binômiale, en fait).
- On ne tient pas compte des décès en activité, des démissions ...

Ainsi, chaque poste est dans un des états possibles suivants :
- L'état « à pourvoir » si son possesseur effectue sa dernière année ou n'a pas été remplacé.
- L'âge de son propriétaire, sinon.

Un poste ne peut changer d'état qu'à la fin de chaque année — la variable t est donc un nombre entier — de la manière suivante.

- On peut passer de l'état « n » à « n+1 » (sauf à la limite d'âge).
- On peut passer de l'état « n » à « à pourvoir » (en cas de départ à la retraite)
- On peut passer de l'état « à pourvoir » à l'état « j » (recrutement d'un MC d'âge « j »).
- On peut passer de l'état « à pourvoir » à l'état « à pourvoir » : c'est ce qui se passe quand le poste n'est pas pourvu *ou est pourvu par mutation*, ce qui ne change pas la pyramide (la distribution) des âges.

En toute rigueur, d'après notre prise en compte des mutations, il ne s'agit pas vraiment de l'état d'un poste (géographiquement défini), mais plutôt celui d'un numéro (fictif) de fonctionnaire, en imaginant qu'on attribue au nouveau recruté le numéro de son prédécesseur.

Dans chaque catégorie d'emploi (soit MC, soit PR), on note $u(t)$ le vecteur ligne à $n+1$ composantes décrivant, au temps t :
- pour les composantes $u_i(t)$, $1 \leq i \leq n$, la proportion des postes dans l'état i.
- pour la composante $n+1$, la proportion des postes dans l'état « à pourvoir ».

La distribution des états au temps t est alors donnée par

$$u(t) = u(0) \times M^t.$$

où la matrice de transition s'écrit

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1-d_1 & 0 & \dots & \dots & 0 & d_1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1-d_{n-1} & d_{n-1} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & d_n = 1 \\ (1-m)r_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & (1-m)r_n & m \end{pmatrix}$$

m est la proportion de postes mis au mouvement pourvus par mutation ou non pourvus. $(d_1, \dots, d_n)$ est le vecteur des taux de départs et $(r_1, \dots, r_n)$ est

la répartition des âges des recrutés.

Seuls les derniers coefficients du vecteur d sont non nuls. Nous avons donc 2 matrices de transition, une pour les MC, une pour les PR.

Remarque. Ici on considère que la matrice de transition MC (en particulier le vecteur d) est indépendante du nombre de postes de professeurs mis au concours et donc indépendante de t. Cette hypothèse est justifiée par le fait que si un maître de conférence (de 40 ans par exemple) est promu professeur et est remplacé, l'année d'après, par un maître de conférence (agé de 30 ans par exemple) cela n'aura que très peu d'influence sur le nombre de départs en retraite des prochaines années.

Évidemment, pour notre problème, seule la dernière coordonnée de $u(t)$ comporte un intérêt. En multipliant ce dernier nombre par le nombre total N_i de postes dans un rang donné i ($i \in \{A; B\}$), on obtient le nombre $R_i(t)$ de postes à pourvoir suite à départ en retraite ou mutation. Si on note par $C_i(t)$ le nombre de postes mis aux concours, on a les équations

$$\left\{ \begin{array}{lcl} C_A(t) & = & R_A(t) \\ C_B(t) & = & R_B(t) + qR_A(t-1) \end{array} \right.$$

où q est la proportion de postes de Professeurs d'Université mis au concours qui sont pourvus par des maîtres de conférence.

Il est clair que ces hypothèses sont toutes très simplificatrices. Il est néanmoins raisonnable de croire qu'elles sont vérifiées en temps petit, et que les résultats obtenus avec ce modèle sont relativement valides pour les 20 années à venir. En fait la principale propriété de ce modèle est l'invariance du nombre total de postes : on suppose que les départs en retraite sont remplacés et que les autres phénomènes (création, redéploiements...) se compensent.

Sous cette hypothèse, si on note $N_i(t) \equiv N_i$ le nombre d'emplois dans un rang donné i ($i \in \{A; B\}$), on peut considérer que la probabilité qu'un emploi donné choisi au hasard soit à pourvoir pour cause de départ en retraite est $p(t) = \frac{R_i(t)}{N_i} = u_{n+1}(t)$. Ainsi, on peut considérer que l'état d'un poste au cours des années est une réalisation d'une chaîne de Markov déterminée par les taux de départ en retraite pour chaque âge, la répartition des âges des recrutés et le taux de mutation. La matrice de transition de la chaîne de Markov dans un rang donné est M.

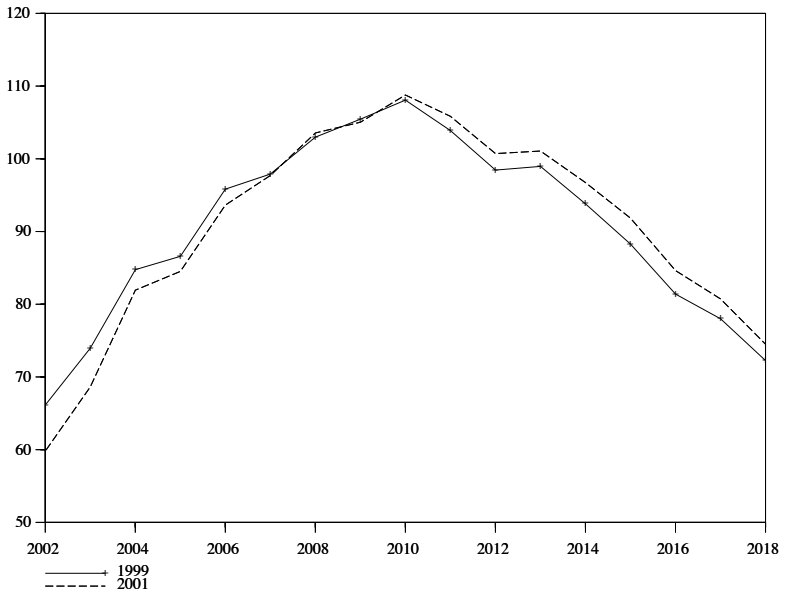


FIG. 1 – Professeurs

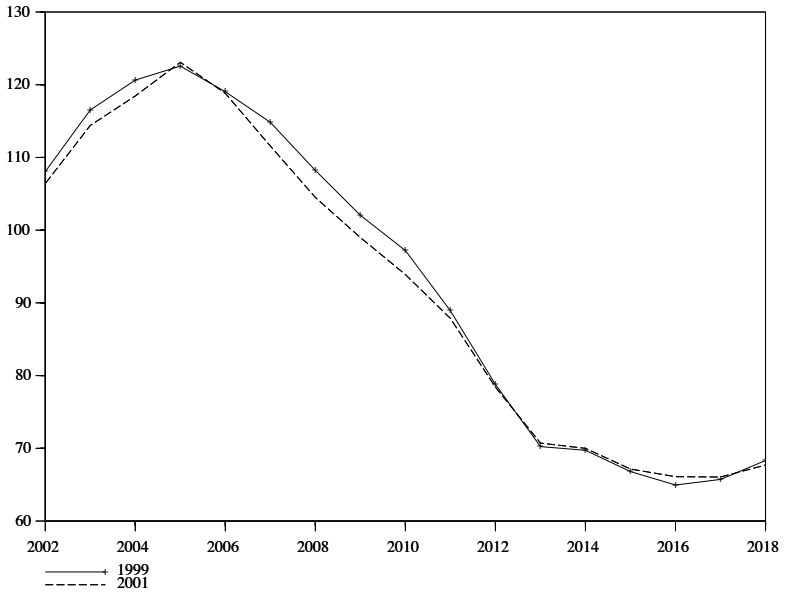


FIG. 2 – Maîtres de conférences

I — Résultats numériques

En comparant les pyramides des âges au 1/1/1999 et au 1/1/2001, on obtient une estimation empirique des taux de départ en retraite, que l'on lisse ensuite « à la main ». Le tableau suivant donne les coefficients non nuls des vecteurs d :

Age	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
PR	0.01	0.01	0.01	0.02	0.23	0.14	0.15	0.10	0.30	0.30	0.30	1	1	1
MCF	0.05	0.05	0.18	0.22	0.22	0.22	0.22	0.20	0.70	1	1	1	1	1

Les résultats des simulations sont alors visibles sur la figures 1 et 2 (obtenus à partir des pyramides 1999 et 2001) pour $q = 50\%$.

II — États d'équilibre du système

Bien que les hypothèses faites cessent d'être valables en temps grand, nous allons, à titre indicatif, présenter les propriétés asymptotiques du modèle.

Les mesures invariantes pour une chaîne de Markov correspondent aux vecteurs propres à gauche de M pour la valeur 1 dont les coordonnées sont positives et dont la somme fait 1.

Il est aisé de constater, en observant les transitions de la chaîne, que tout état peut s'obtenir en partant de n'importe quel autre en ne faisant que des changements d'états dotés d'une probabilité strictement positive. On dit alors que la chaîne de Markov est irréductible. De plus, la chaîne est aussi apériodique. (Se référer à Billingsley [2] ou Neveu [3] pour une définition précise).

Comme l'espace des états est fini, cela suffit à assurer (Voir Billingsley [2] ou Neveu [3] pour les preuves)
- l'existence d'une unique mesure invariante.
- la convergence à vitesse exponentielle de la chaîne de Markov vers cette mesure. En d'autres termes, il existe $\rho < 1$ et un vecteur u_∞ tel que $\|u_t - u_\infty\| \leq \|u_0 - u_\infty\|\rho^t$. La valeur de ρ dépend bien sûr de la norme choisie, mais pour tout ρ strictement supérieur au plus gros module des valeurs propres de M différentes de 1, il existe une norme qui convient.

Cela implique que la distribution limite u_∞ ne dépend pas de la condition initiale.

D'un point de vue algébrique, les valeurs propres de M autres que 1 sont toutes de module strictement inférieur à un et l'espace propre à gauche associé à la valeur propre 1 est de dimension 1.

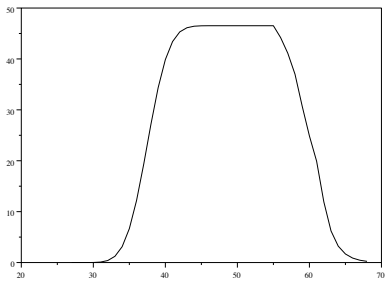
Nous calculons cette distribution limite grce à la fonction Scilab **eigenmarkov**. Cette fonction renvoie une matrice dont les colonnes sont des vecteurs de probabilités qui forment une base de l'espace propre à gauche associé à la valeur

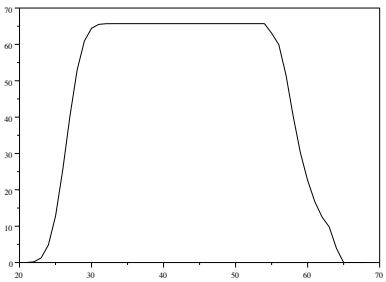
propre 1. L'ensemble des mesures de probabilités invariantes par la chaîne de Markov est l'ensemble des combinaisons convexes des vecteurs obtenus. Ici, la matrice est réduite à une colonne.

Si on multiplie la dernière composante de u_∞ par N_i on obtient le nombre « limite » de postes mis au concours, les autres composantes de u_∞ correspondent à la répartition de ceux qui ne prétendent pas à la retraite.

A l'équilibre, il y a 62 postes de professeurs à pourvoir chaque année. Les autres postes se répartissent suivant la pyramide suivante (à gauche).

À l'équilibre, il y a 66 postes de maître de conférences à pourvoir suite à départ en retraite, soit au total $66 + 0.5 * 62 = 97$ postes au concours. Les autres postes se répartissent suivant la pyramide suivante (à droite).





Il y a, on l'a dit, convergence exponentielle vers la loi stationnaire, mais le plus grand module d'une valeur propre différente de 1 est
– $\rho = 0.982$ pour les professeurs.
– $\rho = 0.995$ pour les maîtres de conférences.
La convergence vers l'état d'équilibre est donc plutôt lente à l'échelle humaine.

RÉFÉRENCES

[1] Guilde des doctorants . Voir le serveur web http ://garp.univ-bpclermont.fr/guilde/

[2] P. BILLINGSLEY. *Probability and Measure*. Wiley, 1986.

[3] J. NEVEU. *Cours de Probabilités de l'École Polytechnique*. 1975.

[4] J. MONNIER. *Analyse des recrutements de professeurs et maîtres de conférences*. Matapli n° 65, avril 2001.

LA VIE DE LA COMMUNAUTÉ

par R. Touzani

CHERCHEURS INVITÉS

LACO – Université de Limoges

Julian Revalski, Académie des Sciences de Bulgarie, Sofia
Février-Mai 2002
Spécialité : opérateurs maximaux monotones, problèmes bien posés en optimisation
Contact : Michel Théra, `thera@unilim.fr`

Institut Elie Cartan, Nancy

Pavel Plotnikov, Académie des Sciences, Russie
Février 2002
Spécialité : Problèmes de frontière libre
Contact : Jan Sokolowski, `sokolows@iecn.u-nancy.fr`

Jorge San Martin, Université du Chili, Santiago, Chili
Janvier – Avril 2002
Spécialité : Analyse Numérique des E.D.P., Mécanique
Contact : Marius Tucsnak, `tucsnak@iecn.u-nancy.fr`

Serguei Nazarov, Saint Petersbourg, Russie
Avril 2002
Spécialité : Méthodes asymptotiques pour des équations elliptiques
Contact : Jan Sokolowski, `sokolows@iecn.u-nancy.fr`

Alexander Kludnev, Novosibirsk, Russie
Janvier 2002
Spécialité : Modélisation mathématique en mécanique des solides
Contact : Jan Sokolowski, `sokolows@iecn.u-nancy.fr`

Pedro Simoes Cristina de Freitas, Lisbonne, Portugal
Mai 2002
Spécialité : Contrôle et stabilisation, problèmes de valeurs propres, algorithmes génétiques
Contact : Antoine Henrot, `henrot@iecn.u-nancy.fr`

Enrique Fernandez Cara, Université de Séville, Espagne
Un mois au 2e trimestre 2002
Spécialité : Contrôle des E.D.P.
Contact : Marius Tucsnak, `tucsnak@iecn.u-nancy.fr`

Jose Luis Vicente, Université Nationale de La Plata, Argentine
Février 2002
Spécialité : Solidification, changement de phases
Contact : Jean Rodolphe Roche, `roche@iecn.u-nancy.fr`

Isaac Harari, Tel Aviv
26 Janvier 2002 – 26 Février 2002
Spécialité : Méthodes numériques en acoustique, éléments finis
Contact : Frédéric Magoules, `magoules@iecn.u-nancy.fr`

Hamid Bellout, Northwestern University, USA
Un mois au 2e trimestre 2002
Spécialité : Solutions faibles pour des E.D.P.
Contact : Said Benachour, benachou@iecn.u-nancy.fr

M. Cherkaoui, Université Errachidia, Maroc
Avril 2002
Spécialité : Contrôle des E.D.P.
Contact : Francis Conrad, `conrad@iecn.u-nancy.fr`

Anatoli Manita, Moscou, Russie
Un mois au 1er trimestre 2002
Spécialité : Systèmes de particules en interaction
Contact : Madalina Deaconu, `deaconu@iecn.u-nancy.fr`

Zbignieuw Jureck, Wroclaw, Pologne
Mai 2002 ou Juin 2002
Spécialité : Processus de Lévy
Contact : Pierre Vallois, `vallois@iecn.u-nancy.fr`

Paavo Salminen, Turku, Finlande
Mai 2002 ou Juin 2002
Spécialité : Processus de diffusion
Contact : Pierre Vallois, `vallois@iecn.u-nancy.fr`

IRMAR-Rennes

Marco Biroli, Politecnico di Milano, Italie
Mai 2002
Spécialité : Formes de Dirichlet
Contact : Nicoletta Tchou, `Nicoletta.Tchou@univ-rennes1.fr`

Sergei Nazarov, Saint Petersbourg, Russie
15 jours au 2e trimestre 2002
Spécialité : Développements asymptotiques et singularités
Contact : Monique Dauge, `Monique.Dauge@univ-rennes1.fr`

Analisa Buffa, Université de Pavie, Italie
15 jours au 2e trimestre 2002
Spécialité : Analyse Numérique
Contact : Martin Costabel, `Martin.Costabel@univ-rennes1.fr`

Centre de mathématiques, Université Paris XII

Mathieu Kessler, Universté de Carthagène (Espagne)
Septembre 2001 – Février 2002
Spécialité : Statistique de processus
Contact : Yuxin Ge, `ge@univ-paris12.fr`

Laboratoire de Mathématiques Appliquées de Lyon

L. Mirantsev, Institut d'Ingénierie Mécanique, Académie des Sciences de Russie, Saint Pétersbourg
Octobre 2001 – Juillet 2002
Cristaux liquides
Contact : Vitaly Volpert, `volpert@maply.univ-lyon1.fr`

N. Bessonov, Institut d'Ingénierie Mćanique, Académie des Sciences de Russie, Saint Pétersbourg
Octobre 2001 – Juillet 2002
Spécialité : Calcul scientifique en mécanique des fluides et en élasticité
Contact : Vitaly Volpert, `volpert@maply.univ-lyon1.fr`

S. Vakoulenko, Institut d'Ingénierie Mécanique, Académie des Sciences de Russie, Saint Pétersbourg
Février - mai 2002
Spécialité : Ondes non linéaires, réseaux de neurones
Contact : Vitaly Volpert, `volpert@maply.univ-lyon1.fr`

Laboratoire de Mathématiques Appliquées, Université de Pau

J.V. Koebbe, Utah State University, Logan, USA
Juin 2002
Spécialité : Milieux Poreux
Contact : Brahim Amaziane, `Brahim.Amaziane@univ-pau.fr`

G. Schmeisser, Université d'Erlangen, Nuremberg, Allemagne
Février 2002
Spécialité : Approximation
Contact : Allal Guessab, `Allal.Guessab@univ-pau.fr`

M.E. Schonbec, Université de Buenos Aires, Argentine
Mai 2002
Spécialité : Analyse Numérique des EDP
Contact : Chérif Amrouche, `Cherif.Amrouche@univ-pau.fr`

Laboratoire J.A. Dieudonné,
Université de Nice Sophia-Antipolis

Amel Ben Abda, École Nationale d'Ingénieurs de Tunis
Mai 2002
Spécialité : Problèmes inverses et Identification de fissures
Contact : J. Blum, `jblum@math.unice.fr`

René-Joël Bwemba, Université de Douala, Cameroun
Février – avril 2002
Spécialité : Méthodes spectrales pour les EDP, Mécanique des fluides numérique
Contact : R. Pasquetti, `rpas@math.unice.fr`

Björn Enquist, U.C.L.A., Los Angeles, USA
Juin 2002
Spécialité : Analyse numérique (fluides, optique, ondes,...)
Contact : Y. Brenier, `brenier@math.unice.fr`

Felix Otto, Université de Bonn, Allemagne
Mars 2002
Spécialité : EDP et modélisation en sciences des matériaux
Contact : Y. Brenier `brenier@math.unice.fr`

Joakim Petersson, Linkoeping University, Suède
15 février au 15 mars 2002

Spécialité : Problèmes d'optimisation topologique
Contact : A. Habbal, `habbal@math.unice.fr`

Michael Vogelius, Rutgers University, NJ, USA
Janvier 2002
Spécialité : Problèmes inverses
Contact : J. Blum, `jblum@math.unice.fr`

Équipe : Analyse numérique et E.D.P., Université Paris Sud

Sergiu Kleinerman, Université de Princeton, USA
1 mois en 2002
Spécialité : Equations d'ondes non linéaires. *Contact* : Patrick Gérard, `patrick.gerard@math.u-psud.fr`

Maciej Zworski, Université de Berkeley, USA
1 mois en 2002
Spécialité : Théorie spectrale des EDP, théorie géométrique de la diffusion
Contact : Patrick Gérard, `patrick.gerard@math.u-psud.fr`

Équipe : Probabilités, Statistiques et Modélisation, Université Paris Sud

Vladas Sidoravicius, Université de Rio de Janeiro, Brésil
1 mois en 2002
Spécialité : Percolation
Contact : Raphael Cerf, `raphael.cerf@math.u-psud.fr`

Ja-Yong Koo, Hallym Chunchou University, Corée du Sud
1 mois en 2002
Spécialité : Statistique spatiale non paramétrique en basse ou grande dimension
Contact : Pascal Massart, `pascal.massart@math.u-psud.fr`

CEREMADE : Université Paris Dauphine

Patrizio Frosini, Université de Bologne, Italie
Mai – juin 2002
Spécialité : Géométrie et topologie pour le traitement des images
Contact : Françoise Dibois, `dibos@ceremade.dauphine.fr`

I. Meilijson, Université de Tel Aviv, Israel
9 au 23 février 2002
Spécialité : Probabilités , théorie de la décision
Contact : Ra Dana, `dana@ceremade.dauphine.fr`

Christopher J. Larsen, Worcester Polytechnic Institute, Worcester MA, USA
Periode de sejour dans le laboratoire Mars 2002
Mars 2002
Spécialité : Calcul des variations, théorie géométrique de la mesure, problèmes aux frontières libres
Contact : Antonin Chambolle, `antonin.chambolle@ceremade.dauphine.fr`

Prix Blaise Pascal : Rémi Abgrall

par Hervé Guillard & Jean-Antoine Désidéri

Malheur à vous lorsque tous les hommes diront du bien de vous

C'est un grand plaisir de rédiger ces quelques lignes en l'honneur de Rémi Abgrall à l'occasion de sa nomination au prix Blaise Pascal. Nous avons fait sa connaissance en 1988 lorsqu'il a rejoint notre équipe à l'Inria Sophia-Antipolis après avoir occupé un poste d'ingénieur de recherche à l'ONERA. Très vite, sa remarque favorite : « c'est tout con, il suffit de ... » a fait partie du folklore de l'équipe. Il est depuis 1996, professeur à l'université de Bordeaux I.

Rémi a toujours montré un goût très vif pour les mathématiques utiles, celles qui ont du corps et que l'on voit en action. La mécanique et plus particulièrement la mécanique des fluides numérique s'est très vite trouvée au centre des ses intérêts. En quelques temps, il est devenu un des meilleurs spécialistes de la simulation des écoulements de gaz réactifs introduisant plusieurs innovations techniques dans ce domaine, son goût du concret trouvant là à s'exprimer dans ses nombreux travaux applicatifs sur les écoulements hypersoniques. Cette facette de l'activité de Rémi se poursuit actuellement par la mise au point de schémas et de modélisations pour les écoulements multimatériaux et multiphasiques qu'il construit par un dialogue constant avec les physiciens.
Il poursuit parallèlement un travail important en essayant de construire, suivant une démarche initiée par Roe, des schémas vraiment multidimensionnels qui dépasseront enfin le pseudo second ordre qui est la règle depuis près de 30 ans dans l'approximation des systèmes hyperboliques non-linéaires.

Loin d'être un spécialiste étroit de la mécanique des fluides numérique, même la meilleure, Rémi Abgrall est un esprit curieux et ouvert et ses domaines d'intérêt s'enrichissent progressivement au gré de ses rencontres scientifiques. Il a notamment développé plusieurs approches originales et nouvelles pour l'approximation des équations de Hamilton-Jacobi, les schémas ENO, l'analyse multirésolution et tout récemment, il vient de commencer une étude sur une équation de Schrödinger non-linéaire.

Rémi Abgrall possède une personnalité attachante et chaleureuse. Son grand

intérêt pour le concret des mathématiques se traduit par un souci constant d'aller jusqu'au bout des applications. Il ne répugnera pas à traduire lui-même en lignes de code ses idées qu'il soumet ainsi à la dure épreuve des faits.

Le choix de Rémi Abgrall pour le prix Blaise Pascal récompense à juste titre un scientifique à l'imagination féconde qui s'est toujours soucié de voir ses idées en action. C'est avec joie que nous saluons cette réussite et que nous lui disons : Bravo, Rémi, continue !

NÉCROLOGIE

Jeannine SAINT JEAN PAULIN est décédée le 2 mai 2001. Sa mort, survenue soudainement, a laissé ses amis et collègues bouleversés. Elle s'est éteinte sans rien dire de sa lutte contre la maladie et sa dignité, sa discrétion à ce sujet ont forcé le respect de ses amis.

Ancienne élève de l'Ecole Normale Supérieure de Fontenay-aux-Roses, elle était professeur à l'université de Metz depuis décembre 1988 après avoir été stagiaire, attachée puis chargée de recherches au CNRS depuis octobre 1971.

Directrice du laboratoire de Mathématiques de l'université de Metz pendant quatre ans, membre du Comité National du CNRS, responsable de la maîtrise d'ingénierie mathématique et du DEA pendant plusieurs années, elle a aussi été membre de diverses commissions au sein de son université. Son implication à Metz l'a aussi conduite à co-organiser plusieurs conférences internationales sur place, notamment la première et seconde "conférence européenne sur les problèmes elliptiques et paraboliques" à Pont-à-Mousson en 1991 et 1994, le quatrième congrès franco-roumain en 1998 et de nombreuses journées de Metz.

Ceux qui la connaissaient savaient qu'elle aimait les contacts et les échanges avec les mathématiciens de tous horizons. Ce qui l'a amenée à développer des collaborations scientifiques avec la Roumanie, l'Inde et le Chili notamment, au travers de programmes de coopération scientifique comme les programmes Socrates et Tempus (Roumanie), Cefipra (Inde) et ECOS (Chili). Ces échanges se sont traduits par de nombreux articles en collaboration dans des revues internationales, des conférences et des cours dispensés à l'étranger (au Pérou, en Inde, en Roumanie, en Algérie et en Côte d'Ivoire) et plusieurs séjours invités dans ces pays.

Une autre de ses passions était la formation des jeunes. Elle a encadré environ une quinzaine de thèses sur des problèmes en homogéneisation pour les structures minces, en élasticité et visco-élasticité, écoulement de fluides en milieux poreux et sur les problèmes de contrôlabilité exacte et de contrôle optimal en homogéneisation. La plupart des étudiants formés sont en poste en France ou à l'étranger dans le milieu universitaire (en tant qu'enseignants-chercheurs, ingénieurs de recherche, chargés de recherche au CNRS).

Jeannine Saint Jean Paulin était connue internationalement par ses recherches en homogéneisation pour les structures minces ou réticulées, les milieux poreux et plus récemment par ses travaux sur les problèmes de contrôlabilité exacte, sentinelles et contrôle optimal en homogéneisation. Elle a publié en 1999 chez Springer, en collaboration avec Doina Cioranescu, un ouvrage qui fait référence sur le sujet : "Homogenization of reticulated structures". Elle faisait partie du programme européen HMS 2000, sur : "homogenization and multiple scales" et du projet Eurhomogenization de la CEE. Elle a organisé dans ce cadre un colloque sur les structures réticulées en 1994.

Jeannine était passionnée de livres, de photographie et de voyages. Elle était rapporteur au Bulletin critique du livre français. Elle lisait les poètes espagnols dans le texte. Elle aimait partir à la découverte dans les chemins de traverse en France ou ailleurs. Elle ramenait régulièrement de très belles photographies de ses voyages à l'étranger ou de ses promenades à travers la campagne française. Son voyage au Chili, le dernier, en décembre 2000, et sa rencontre au Détroit de Magellan avec les deux océans l'avait émue et enthousiasmée au plus haut point et elle aimait partager ses joies. Ses amis connaissaient aussi son sens aigu de la justice, sa rigueur dans le travail, sa rectitude. Elle n'hésitait pas à s'impliquer si elle était persuadée qu'une injustice avait été commise. Elle n'hésitait jamais non plus à donner de son temps, prodiguer ses conseils, et accueillir avec chaleur les nouveaux venus, de quelque horizon qu'ils soient. Ceci, elle l'a fait jusqu'à la fin, sans jamais se plaindre, avec générosité et jusqu'à la fin elle a gardé sa dignité. C'est comme cela que nous l'avons connue et que dans nos coeurs nous l'avons saluée.

Fatiha ALABAU

Olga Arsenievna Oleinik
1925 - 2001

Le Professeur Olga Arsenievna Oleinik s'est éteinte le 13 octobre 2001 à l'âge de 76 ans ; c'était une mathématicienne russe mondialement connue notamment pour ses nombreux travaux dans le domaine des équations aux dérivées partielles. Née près de Kiev en Ukraine, elle est évacuée pendant la guerre 1939-1945 à Perm, ville de l'Oural, où elle fait ses études secondaires et universitaires ; brillante étudiante elle est envoyée à Moscou en 1944 à l'université d'état Lomonossov où elle commence sa carrière de chercheuse sous la direction du Professeur I. G. Petrowsky. Ses premiers résultats portent sur le problème de Dirichlet pour des opérateurs du second d'ordre à coefficients réguliers. En 1950 elle soutient sa première thèse - PhD - : « Sur la topologie des courbes algébriques réelles sur les variétés algébriques », sujet en relation avec le 16e problème de Hilbert. Dès 1954 elle obtient le titre de Docteur en Mathématiques avec un important travail sur : « Les problèmes aux limites pour des équations aux dérivées partielles avec petits coefficients sur les termes d'ordre le plus élevé et le problème

de Cauchy pour les équations générales non-linéaires ». Parallèlement elle commence une carrière d'enseignante ; elle est nommée assistante en 1950 à la chaire des équations aux différentielles de la faculté de mathématiques et de mécanique de l'université d'état de Moscou, puis professeur en 1954, enfin elle dirigea cette chaire des équations différentielles de 1973 jusqu'à sa disparition.

Les domaines dans lesquels le Professeur Oleinik s'est illustré sont très variés ; ses contributions à la physique mathématique sont importantes : on lui doit une théorie des solutions discontinues d'équations quasi-linéaires du premier ordre et la notion de solutions faibles pour ces équations, elle a établi l'existence et l'unicité de ces solutions. Dans les années cinquante elle a publié des articles fondamentaux sur la théorie mathématique de la filtration ; dans les années soixante elle a étudié le comportement des solutions de problèmes aux limites dépendant de petits paramètres ; on lui doit aussi un théorème connu sous le nom de lemme de Hopf-Oleinik sur des propriétés fines de la dérivée tangentielle des solutions de problèmes elliptiques homogènes du second ordre. A partir des années quatre-vingt elle résout de nombreux problèmes en théorie de l'élasticité, notamment des démonstrations très élégantes de l'inégalité de Korn dans les cas les plus généraux ; ses travaux en théorie de l'homogénéisation sont si fondamentaux que l'on peut la considérer comme une des fondatrices de cette théorie.

Le Professeur Oléinik est l'auteur de plus de 350 articles et d'une dizaine de monographies ; elle a été également un des chefs de l'école mathématique russe comme l'atteste la direction scientifique d'une soixantaine d'élèves titulaires d'un PhD obtenu sous sa direction, une vingtaine d'entre eux sont devenus par la suite docteurs es-sciences mathématiques et physique. Par ailleurs sa réputation internationale lui a valu la reconnaissance de plusieurs Académies et Universités qui lui ont décerné un titre de Docteur Honoris Causa ; de nombreuses médailles lui ont été remises, notamment la médaille du Collège de France. Elle est membre de l'Académie des sciences de Russie. Elle organisait aussi de nombreux séminaires dont le plus connu est le séminaire Pétrowsky à l'université de Moscou ; la dernière édition de ce séminaire, en 2001, a réuni plus de six cents participants venus de tous les continents.

Olga Arsenievna a beaucoup voyagé au cours de sa longue carrière ; elle aimait particulièrement venir en France où elle a donné des conférences dans de nombreuses universités et des hauts lieux où les mathématiques sont fortement représentées, comme les écoles normales supérieures, l'École polytechnique, le Collège de France. Par les sujets de recherche qu'elle traitait elle était proche de nombreux mathématiciens français ; il est difficile de les citer tous mais on peut tout de même dire que Jean Leray, Jacques-Louis Lions, Yvonne Choquet-Bruhat, Gustave Choquet, Bernard Malgrange, Laurent Schwartz, Haim Brézis étaient des collègues qu'elle considérait comme appartenant au premier cercle de ses amis.

Le professeur Oleinik laisse le souvenir d'une très forte personnalité au ca-

ractère parfois difficile mais à l'amitié et à la générosité sans limites ; elle accueillait toujours avec une grande disponibilité ses hôtes à Moscou. Les heures passées à travailler avec elle étaient des instants privilégiés : elle partait d'une idée, qui au départ pouvait paraître simple, mais en fait, à partir de cette idée jaillissaient des gerbes de problèmes ouverts qu'il fallait attaquer immédiatement pour ne pas les oublier ; de plus elle était douée d'une puissance de travail exceptionnelle.

Elle avait aussi une très grande culture, elle connaissait bien la littérature française classique et elle aimait la peinture ; les mathématiques étaient sa priorité absolue mais, lorsqu'elle le pouvait, elle consacrait partout quelques heures à la visite d'un musée, d'une curiosité, même si ces moments de détente engendraient des nuits blanches passées à résoudre un problème mathématique qui occupait son esprit. On ne peut que regretter de n'avoir pas côtoyé plus souvent et plus longtemps des personnalités aussi fortes et qui resteront pendant longtemps dans la mémoire des vivants mais le souvenir restera à jamais à travers leur œuvre mathématique. Au cours de cette année deux mathématiciens exceptionnels viennent de nous quitter, J.-L. Lions et O.A. Oléinik ; la communauté mathématique internationale est en deuil.

G. CHECHKIN & G. TRONEL.

L'ŒUVRE SCIENTIFIQUE DE PIERRE FAURRE, MEMBRE DE L'INSTITUT

par Alain Bensoussan

I — INTRODUCTION

Si l'objectif premier de cet article est de décrire l'œuvre scientifique de Pierre Faurre, on ne peut, face à une telle personnalité, omettre d'évoquer l'ampleur et la diversité des responsabilités qu'il a exercées, souvent très jeune.

Qu'on en juge, Pierre Faurre est nommé membre de l'Académie des Sciences en 1985, à 43 ans, Président directeur général de Sagem en 1987, à 45 ans, Président du Conseil d'Administration de l'École Polytechnique en 1993, à 51 ans. Il avait aussi accepté de répondre à de très nombreuses sollicitations pour participer à des conseil d'administration ou de surveillance d'entreprises (Saint Gobain, Société Générale, Pernod-Ricard, Peugeot, Suez Lyonnaise des Eaux), d'organismes publics (CNES, Institut Pasteur) ou de conseils et comités nationaux (Conseil National de la Science, Conseil scientifique de la Défense,...) pour ne citer que ceux où il était encore en activité au moment de son décès.

D'une profonde intelligence, surdoué à bien des égards, major d'entrée et de sortie de l'X, PhD de Stanford, Docteur-ès Sciences Mathématiques, Pierre FAURRE était un homme de vision, qui distinguait bien ce qui était important de ce qui était accessoire, dominant vite les sujets qu'il abordait, excellent pédagogue et homme d'influence respecté.

Chacun reconnaissait en lui un homme supérieur, profondément admiré. Mais il est important de comprendre aussi que Pierre FAURRE était guidé par le sens du devoir et les valeurs que représentaient le bien des collectivités humaines dont il avait la charge et l'intérêt du pays.

Cette considération et ce dévouement pour les autres provenaient sans doute d'une rigueur morale très élevée, mais bien sûr son impact étonnant n'a été possible que grâce à ses talents exceptionnels.

On retrouve toutes les facettes de sa personnalité lorsque l'on analyse son oeuvre scientifique. Certes, le poids de ses responsabilités, notamment industrielles a fait que l'essentiel de cette oeuvre a été réalisé entre 1967 et le début des années 80. Ses écrits ultérieurs ont plus consisté dans des réflexions de haut niveau sur la recherche et l'industrie.

Le fait qu'un scientifique aussi doué ait exercé les plus hautes responsabilités au service de l'industrie ou du pays, compense largement le regret que l'on peut avoir à ce qu'il ne se soit pas consacré totalement à la recherche. Pierre

FAURRE aurait mérité plusieurs vies, quel malheur que sa seule vie se soit terminée à 59 ans.

II — LES CARACTÉRISTIQUES DE L'OEUVRE SCIENTIFIQUE DE PIERRE FAURRE

Homme de vision et homme de devoir sont aussi des qualificatifs qui caractérisent le scientifique Pierre /textscFaurre. Il n'était pas question qu'il se contente de sujets pointus, n'intéressant qu'une petite communauté, même si ceci peut ne pas être incompatible avec une recherche profonde.

Pierre FAURRE voulait faire progresser un grand domaine scientifique (homme de vision), mais en même temps le mettre au service des applications et faire progresser son enseignement (homme de devoir).

Innovation de grande ampleur, application et enseignement étaient inséparables pour lui. Certes s'exerce aujourd'hui de plus en plus sur les chercheurs une pression pour aller dans ce sens, et ceux-ci comprennent largement cette nécessité, mais chez Pierre FAURRE le processus était naturel à une époque où l'exigence se faisait moins sentir.

De plus, tout le monde n'est pas capable comme lui d'aller aussi loin dans la théorie et les applications et d'enseigner aussi bien les deux.

L'Automatique est une science dont le positionnement n'est pas simple. Longtemps partagée (en France en tout cas) entre la physique (mécanique électronique ...) et les mathématiques, bousculée par les progrès fulgurants de l'informatique et de la microélectronique, elle répond néanmoins à des besoins concrets évidents : comment se comporte un système complexe, et surtout comment faire pour qu'il ne se comporte comme on le souhaite, sans ou avec un minimum d'intervention humaine.

Dans un article « l'évolution des idées et des réalisations au Automatique », publié en juin 1988, dans l'ouvrage réalisé en l'honneur du Professeur J.L. LIONS, à l'occasion de ses soixante ans, Pierre FAURRE explique bien sa vision de cette discipline, même si, comme il le dit lui-même, il ne pouvait faire qu'un exposé limité.

Comprendre une discipline et percevoir son avenir nécessite de bien connaître son histoire. Pierre FAURRE avait bien senti cela et connaissait bien l'histoire des sciences et celles de l'Automatique. Quelle leçon quand on lit ce paragraphe tiré de son article : *L'Automatique classique, résultat de la fusion de deux courants de pensée (régulateurs et communication), bâtie par des ingénieurs surdoués et des géants de la science comme Norbert* WIENER, *semblait capable de tout résoudre et avoir atteint un sommet de perfection. Les « classiques » imaginèrent ainsi qu'après eux, plus rien n'était possible.* BODE, *l'un des pères classiques, se demandait ainsi en*

1960 s'il restait vraiment de « bons problèmes » et des outils mathématiques nouveaux pour l'automatique. Mais la période « moderne », initiée par les travaux de Richard BELLMAN, *Rudolf* KALMAN *et L. Pontryagin était « en train de naître ».*

En 1988, Pierre FAURRE concluait sur 2 idées :

> *« La première est que la rencontre de deux mondes qui s'ignorent -ou presque- crée l'événement et permet l'avancée des sciences et des techniques »*
>
> *« La deuxième concerne l'évolution qui semble s'accélerer du matériel vers le logiciel ».*
>
> *« Les systèmes modernes sont caractérisés par l'accroissement du volume du traitement de l'information. Avec les progrès en cours de la microélectronique, on peut envisager une étape de plus, en considérant que la génération suivante des systèmes sera d'une échelle de complexité plus élevée dans le logiciel ».*

Ces prévisions se sont réalisées, et bien au-delà sans doute. Quel avenir pour l'Automatique aujourd'hui ? On aimerait à nouveau écouter Pierre FAURRE, 13 ans après, sur le « déferlement » de l'information, une mine d'or à condition de la maîtriser, cet avenir est-il dans les algorithmes génétiques, la fusion des données, la réalité virtuelle ? On peut aussi revenir aux sources de l'Automatique moderne comme semble le montrer l'assimilation de données qu'utilisent les météorologues ou les climatologues. Au contraire, l'Automatique disparaît-elle dans le traitement de l'information, nouvelle science en construction, ou l'analyse des systèmes ?

La vision lumineuse de Pierre FAURRE n'est hélas plus disponible.

III — LES SYSTÈMES STOCHASTIQUES

Les contributions mathématiques essentielles de Pierre FAURRE concernent la théorie des systèmes stochastiques. Sa thèse de PhD (1967) s'appelle « Representation of Stochastic Processes », sa thèse de Doctorat d'Etat, soutenue en 1972 porte le titre « Réalisations Markoviennes de processus stationnaires ». De nombreux autres articles développent ses résultats que nous allons décrire brièvement. On peut considérer qu'ils concernent la théorie des processus stochastiques et donc le domaine du calcul des probabilités ou de la statistique. Ils auraient pu conduire Pierre FAURRE à une carrière de probabiliste de haut niveau, et d'ailleurs ses travaux ont inspiré tout un ensemble de contributions mathématiques et même une branche de la théorie des processus stochastiques appelée « Identification des processus stochastiques ». Mais rappelons nous que Pierre FAURRE se place surtout dans le contexte de l'automatique et de ses applications.

C'est pourquoi, sans doute, il développe aussi une théorie mathématique générale et publie en 1979, avec ses élèves M. CLERGET et F. GERMAIN un

livre intitulé « Opérateurs rationnels positifs. Application à l'hyperstabilité et aux processus aléatoires ».

Les processus aléatoires apparaissent ici comme une application et non plus comme le point focal de son travail. Cette théorie des opérateurs positifs se révèle très importante pour d'autres chapitres de l'automatique, comme la stabilité. C'est aussi un thème de mathématiques très intéressant, faisant partie de l'algèbre et de l'analyse. Elle a donné lieu à des développements très importants et très féconds.

Pierre FAURRE est un élève de Rudi KALMAN. Celui-ci avait montré en 1960, qu'il existait une formule d'estimation récursive pour l'état $x(t)$ d'un système linéaire excité par un « bruit blanc » $v(t)$

$$\dot{x} = F(t)x + v(t) \tag{1}$$

à partir d'observations

$$y(t) = H(t)x(t) + w(t) \tag{2}$$

$w(t)$ étant lui aussi un bruit blanc. Ce faisant, KALMAN révolutionnait le problème du filtrage, auquel Norbert WIENER avait apporté une contribution magistrale pendant la 2e Guerre Mondiale (1942), considérée comme classifiée et publiée seulement en 1949.

Le fameux filtre de Kalman a la forme :

$$\begin{array}{l} \dot{\hat{x}} = F\hat{x} + K(y - H\hat{x}) \\ K = \Sigma H' R^{-1} \\ \dot{\Sigma} = F\Sigma + \Sigma F' - \Sigma H' R^{-1} H \Sigma + Q \end{array} \tag{3}$$

où Q et R représentent les matrices de covariance des bruits blancs v et w. L'intérêt considérable du filtre de Kalman est sa récursivité (le filtre à l'instant t s'obtient à partir du filtre à l'instant $\tau, \tau < t$ en tenant compte des informations supplémentaires $y(s), \tau < s < t$). Le filtre de Wiener qui donne : $\hat{x}(t) = E[x(t)|y(s), s \leq t]$ dans le cas général où l'on se donne les corrélations $E[x(t)y'(s)] = \gamma(t,s)$ et $E[y(t)y'(s)] = r(t,s)$ n'a pas la propriété de récursivité.

La récursivité est particulièrement adaptée au calcul numérique temps réel, relancé vers la fin des années 50 par la conquête spatiale. Dans ce contexte, les modèles d'état (de type équations différentielles) étaient disponibles de façon naturelle. Il était donc dans l'air du temps de chercher à caractériser l'ensemble des processus $y(t)$ que l'on pouvait atteindre par une représentation de la forme (1), (2).

IV — RÉALISATIONS MARKOVIENNES DE PROCESSUS STATIONNAIRES

Dans sa thèse de PhD, Pierre FAURRE développe complètement la décomposition canonique des processus gaussiens-markoviens, étudiés depuis long-

temps par les probabilistes Doob-Feller, en liaison avec la décomposition des systèmes dynamiques linéaires en partie complètement commandable et non commandable, développée par KALMAN.

Si $x(t)$ est un processus gaussien markovien stationnaire centré dans R^n, de covariance $\Lambda(\tau) = E[x(t+\tau)x'(t)]$ tel que $\frac{\partial}{\partial\tau}\Lambda(\tau)|_{\tau=0^+}$ existe. On montre que si $\Lambda(0) = P$ est définie positive, on a nécessairement

$$\Lambda(\tau) = \begin{cases} e^{F\tau}P & \tau \geq 0 \\ Pe^{-F^*\tau} & \tau \leq 0 \end{cases} \tag{4}$$

De plus, nécessairement $\dot{x} = Fx + v$ où v est un bruit blanc de co-variance $Ev(t)v'(s) = Q\delta(t-s)$ avec

$$Q = -FP - PF' \tag{5}$$

Comme $P > 0, Q \geq 0, F$ est une *matrice stable*, i.e. $e^{F\tau}$ est borné, quand $\tau \to +\infty$. F est *asymptotiquement stable* si $e^{F\tau} \to 0$, quand $\tau \to \infty$. Dans ce cas, le couple (F, L) *est complètement commandable* pour toute matrice L telle que $Q = LL'$, i.e. rang$[L, FL, ..., F^{n-1}L] = n$. Réciproquement, selon la théorie de Lyapunov, F asymptotiquement stable et (F, L) complètement commandable entraînent $P > 0$, si dans (5), $Q = LL'$.

Pierre FAURRE introduit la définition suivante : étant donné un processus $y(t)$ centré stationnaire gaussien de covariance $\Gamma(\tau)$, il possède une *réalisation markovienne* si l'on peut écrire : $y = Hx + w$ $\dot{x} = Fx + v$ avec $\begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$ bruit blanc de covariance

$$E\begin{bmatrix} v(t) \\ w(t) \end{bmatrix}[v'(s)w'(s)] = \begin{bmatrix} Q & S \\ S' & R \end{bmatrix}\delta(t-s) \tag{6}$$

F = matrice *asymptotiquement stable*

(F, L) = paire *complètement contrôlable avec* $Q = LL'$

(H, F) = paire *complètement observable*

c'est à dire :

$$\text{rang}\begin{bmatrix} H' \\ H'F' \\ \vdots \\ H'F'^{n-1} \end{bmatrix} = n \tag{7}$$

Le problème se ramène au problème *déterministe* suivant : Etant donné $\Gamma(\tau)\epsilon L(R^p, R^p)$ vérifiant $\Gamma(-\tau) = \Gamma'(\tau)$(parasymétrie) trouver $F, G, H, Q = LL'$, S, R, P, F asymptotiquement stable, (F, L) complètement commandable, (H, F) complètement observable avec les relations

$$\Gamma(\tau) = He^{F\tau}G1\!\!1_{\tau>0} + G'e^{-F'\tau}H'1\!\!1_{\tau<0} + R\delta(\tau) \tag{8}$$

et

$$FP + PF' = -Q \tag{9}$$

$$G - PH' = S \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S' & R \end{bmatrix} \geq 0 \tag{11}$$

Le problème se décompose de fait en 2 parties : trouver F, G, H, R, tels que (8) ait lieu, avec :

$$\begin{cases} F & \text{asymptotiquement stable} \\ (H, F) & \text{complètement observable} \\ R > 0 & \text{symétrique} \end{cases} \tag{12}$$

puis P, Q, S tels que (9), (10), (11) avec $Q = LL', (F, L)$ complètement commandable. Sur le plan pratique, une fois résolu le problème précédent, il faut simuler $v(t)$ (ou $x(t)$), qui soit un bruit blanc dont la corrélation avec $y(t)$ (seul processus observé) soit donné par : $Ey(t)v'(s) = He^{F(t-s)}Q1\!\!1_{t\geq 1} + S'\delta(t-s)$. On verra (§4.3) comment le filtre de Kalman résout le problème simplement.

1. Réalisation de suites matricielles

Il est clair que dans (8), la masse de Dirac $R\delta(\tau)$ doit être isolée. Il reste à trouver F, G, H vérifiant (12) et $\Gamma(\tau) = He^{F\tau}G, \quad \tau > 0$. Si $\Gamma(\tau)$ est *analytique* pour $\tau > 0$, elle peut s'écrire :

$$\Gamma(\tau) = \sum_{1}^{\infty} A_k \frac{\tau^{k-1}}{(k-1)!} \quad \tau > 0. \tag{13}$$

et le problème revient à trouver 3 matrices H, F, G vérifiant (12) telles que :

$$A_k = HF^{k-1}G, \quad k = 1, \ldots. \tag{14}$$

L'obtention de ces 3 matrices constitue le problème de la réalisation (complète) de la suite de matrices $A_k \epsilon \mathcal{L}(R^p, R^p)$. La réalisation est *minimale* si la dimension n est la plus petite possible. A la suite A_k, on associe les *matrices de Hankel* définies par :

$$\mathcal{H}_{ij} = \begin{bmatrix} A_1 & \ldots & A_j \\ \vdots & & \\ A_i & \ldots & A_{i+j-1} \end{bmatrix} \tag{15}$$

et $\mathcal{H}_{\infty j}, \mathcal{H}_{i\infty}$ sont possibles, avec $\mathcal{H}_\infty = \mathcal{H}_{\infty\infty}$. On démontre qu'une réalisation existe si et seulement si la *condition de rang* suivante est satisfaite :

$$\begin{array}{l} \text{il existe deux plus petits entiers } \alpha, \beta \text{ et un entier } n \text{ tels que} \\ \text{rang}\mathcal{H}_{k\ell} = \text{rang}\mathcal{H}_{\beta\alpha} = n, \forall k \geq \beta, \ell \geq \alpha. \end{array} \tag{16}$$

L'entier n est alors la dimension de toute *réalisation minimale*. On peut montrer (KALMAN, B.L. HO) que la réalisation est minimale si et seulement si le couple F, G est complètement commandable et le couple (H, F) est complètement observable.

A la fonction $\Gamma(\tau)$ est associé l'opérateur sur $L^2(-\infty, \infty, R^p)$ défini par :

$$\Gamma u(t) = \int_{-\infty}^{t} \Gamma(t-\tau)u(\tau)d\tau \tag{17}$$

Si Γ est de norme L^2 finie, i.e. $\|\Gamma u\|_{L^2} \leq C \|u\|_{L^2}$ alors F est asymptotiquement stable.

2. Lemme positif réel

L'opérateur Γ défini par (17) est dit *positif* si l'on a :

$$(\Gamma u, u) \geq 0. \tag{18}$$

Le lemme positif réel exprime que la propriété (18) est équivalente à l'existence de 3 matrices P, Q, S vérifiant (9), (10), (11) avec de plus

$$P, Q \quad \text{symétriques}, \quad P \geq 0. \tag{19}$$

Pierre Faurre a complètement caractérisé la structure de l'ensemble

$$\mathcal{P} = \{P \text{ tels que (9), (10), (11), (19), sont satisfaits}\}.$$

Il a montré que c'est un ensemble convexe fermé borné possédant un élément minimum et un élément maximum P_*, P^*, qu'il a complètement caractérisés par des problèmes d'optimisation.

Soit

$$\mathcal{C}(\xi) = \{u \epsilon L^2(-\infty; 0; R^p) | \xi = \int_{-\infty}^{0} e^{-F'_\alpha} H' u(\alpha) d\alpha\} \tag{20}$$

alors on a : $\xi' P^* \xi = \inf_{u \epsilon \mathcal{C}(\xi)} (\Gamma u, u)$. On caractérise le minimum de la manière suivante :

$$\xi' P_* \xi = - \inf_{u \epsilon L^2(0,\infty; R^p)} [2 \int_0^\infty \xi' e^{F^* t} G u(t) dt + (\Gamma u, u)] \tag{21}$$

Lorsque R est inversible (11) est équivalent à : $Q - SR^{-1}S' \geq 0$, soit

$$FP + PF' + (G - PH')R^{-1}(G' - HP) \leq 0 \tag{22}$$

et P_*, P^* vérifient l'égalité (22).

Pierre FAURRE a donné aussi des algorithmes de calcul pour obtenir l'élément minimum et l'élément maximum.

3. Le filtre comme une réalisation particulière

Considérons la solution minimale P_* de l'équation :

$$FP_* + P_*F' + (G - P_*H')R^{-1}(G' - HP_*) = 0 \tag{23}$$

et posons $Q_* = (G - P_*H')R^{-1}(G' - HP_*)$, $S_* = G - P_*H'$. On résout ensuite l'équation

$$\dot{X}_* = FX_* + S_*R^{-1}(y - Hx_*). \tag{24}$$

On peut montrer que l'on a $F_* = F - S_*R^{-1}H$ asymptotiquement stable donc (24) se résout par :

$$x_*(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{F_*(t-s)} S_*R^{-1}y(s)ds \tag{25}$$

Posons $w_*(t) = y(t) - Hx_*(t)$ alors $w_*(t)$ apparaît comme solution de l'équation intégrale

$$w_*(t) = y(t) - \int_{-\infty}^{t} He^{F(t-s)} S_*R^{-1}w_*(s)ds \tag{26}$$

On montre successivement que : $Ey(t)w_*'(s) = He^{F(t-s)}S_*\mathbb{1}_{t>s} + R\delta(t-s)$ et finalement $Ew_*(t)w_*'(s) = R\delta(t-s)$ donc $w_*(t)$ est un bruit blanc. Si l'on pose $v_*(t) = S_*R^{-1}w_*(t)$ alors

$$\begin{aligned} \dot{x}_* &= Fx_* + v_* \\ y &= Hx_* + w_* \end{aligned} \tag{27}$$

et x_* est une réalisation markovienne de y. Il est clair que $\hat{x}_* = x_*$ et cette procédure permet de construire complètement une réalisation markovienne observable, à partir du processus y.

V — Les applications

Pour Pierre Faurre, l'Automatique ne pouvait se réduire à des développements mathématiques. Ceux-ci ne pouvaient l'intéresser que si ils contribuaient de manière réelle à résoudre des problèmes concrets et directement applicables dans l'industrie. Il avait vite compris l'importance pratique du filtrage de Kalman, et sans doute déjà aux Etats Unis, à Stanford, pendant ses études de PhD, s'était-il intéressé à son application à la navigation inertielle. En tout cas, dès son retour en France, il s'implique à la Sagem, avec toute une équipe d'ingénieurs pour mettre au point une approche nouvelle de la navigation inertielle.

Son premier livre n'est pas un ouvrage théorique, mais au contraire un travail qui décrit complètement comment le filtrage statistique intervient dans

la navigation inertielle, et plus généralement dans les systèmes de navigation hybride. Cet ouvrage publié en 1971, « Navigation inertielle optimale et filtrage statistique », est réalisé avec toute une équipe d'ingénieurs, mais c'est Pierre FAURRE qui fait le lien entre la théorie et la pratique.

C'est l'une des difficultés essentielles des mathématiques appliquées. La réalité physique nécessite tout un travail de « traduction » (ou de modélisation) avant de pouvoir être abordée par la méthode mathématique. Qui dit traduction dit aussi connaissance des deux langages, celui de l'ingénieur et celui du mathématicien. Là aussi Pierre FAURRE excellait et l'avance technologique de la Sagem dans le domaine de la navigation lui doit beaucoup.

Ce travail d'expertise mené dans l'industrie, quel que soit son impact et son importance ne se confondait pas avec le travail de recherche appliquée, mené au Centre d'Automatique de l'Ecole des Mines (qu'il avait créé) et à l'IRIA. C'est ainsi qu'il avait lancé à l'IRIA des travaux sur le traitement des images, considérées par lui comme l'extension naturelle du traitement du signal.

Dans cette optique, il avait recruté Olivier FAUGERAS, aujourd'hui membre de l'Académie des Sciences, à l'origine des compétences importantes de l'IRIA, puis de l'INRIA, en imagerie et en robotique.

D'une manière générale, Pierre FAURRE attachait une très grande importance à la formation des jeunes chercheurs et à l'enseignement.

Même si son activité d'enseignant chercheur a été courte, on lui doit la formation de nombreux et brillants automaticiens, qui ont depuis fait carrière dans la recherche ou l'industrie.

Son cours « Eléments d'automatique » d'abord avec M. DEPEYROT, puis avec M. ROBIN a connu un grand succès et a été réédité à de nombreuses reprises.

VI — CONCLUSIONS

L'objectif était de présenter certaines contributions mathématiques essentielles de Pierre FAURRE, sans d'ailleurs être exhaustif. De nombreux travaux, notamment numériques ou d'application complètent son oeuvre. Dans les années récentes, Pierre FAURRE a été très sollicité pour des communications sur des sujets à enjeu national, sur la maîtrise des technologies, sur l'armement, sur les entreprises.

Mais il serait dommage de ne pas évoquer dans cet article ce qu'il a fait pour l'École Polytechnique : cette école où il a longtemps enseigné, avant d'en prendre la présidence du Conseil d'Administration en 1993. Il lui a apporté une mutation profonde, qu'il évoquait déjà en 1994, lors d'une séance solennelle à l'Institut, et dans un article publié dans la Revue des 2 Mondes,

également en 1994. Nul n'était plus apte que lui pour guider l'École vers un brillant avenir, digne de son passé glorieux, mais profondément différent.

Je terminerai par un mot personnel. J'ai connu Pierre FAURRE en 1959 et depuis ai suivi avec la plus grande admiration son action et sa carrière. Mais nous étions aussi très amis, et je voudrais témoigner de ses qualités humaines exceptionnelles. Toujours disponible pour aider et pour conseiller, mais aussi chaleureux, modeste et rempli d'humour.

Quelle tristesse qu'il nous ait quittés si jeune.

ASSIMILATION DE DONNÉES POUR LES FLUIDES GÉOPHYSIQUES.

par François Xavier Le Dimet*et Jacques Blum†
Projet IDOPT ‡

I — INTRODUCTION : SPÉCIFICITÉS DES ÉCOULEMENTS GÉOPHYSIQUES

Grâce, notamment, aux puissants moyens de calcul maintenant disponibles, la modélisation en géophysique, en vue de la prévision a connu d'importants développements ces dernières décennies. Les fluides géophysiques : l'air, l'eau atmosphérique, océanique ou terrestre sont régis par les équations générales de la mécanique des fluides : conservation de masse, de l'énergie, loi de comportement, toutefois certaines spécificités doivent être prises en compte.

– *Unicité d'une situation*. Tout épisode géophysique est unique, une même situation ne se reproduit pas ou ne peut être dupliquée, ce qui signifie que les sciences de l'environnement ne sont pas *stricto sensu* des sciences expérimentales où une hypothèse est validée par une répétition d'expériences. Un modèle géophysique devra donc être testé et validé avec des données associées à des épisodes tous différents.
– *Non-linéarité*. Les processus géophysiques sont fondamentalement non-linéaires d'abord en raison de leur aspect fluide et aussi en raison de certains processus physiques propres comme les transferts radiatifs. La non linéarité induit des interactions et des cascades d'énergie entre les différentes échelles en temps et en espace. La résolution numérique des équations impose des discrétisations en temps et en espace, donc des troncatures dans les échelles. Une difficulté majeure provient du fait que les phénomènes de taille inférieure à la troncature peuvent correspondre à de très importants flux d'énergie dont il faudra tenir compte dans la modélisation. A titre d'exemple un nuage de type cumulo-nimbus a une taille caractéristique de l'ordre de 10km dans toutes les directions, or un modèle météorologique de circulation générale a des mailles de l'ordre de 50 à 100 km. L'énergie thermique (chaleur latente) et l'énergie mécanique

*LMC-IMAG (UJF) BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9, France, `Francois-Xavier.Le-Dimet@imag.fr`
†Laboratoire Jean-Alexandre Dieudonné, Université de Nice Sophia-Antipolis, Parc Valrose, 06108 Nice cedex 02, `jblum@math.unice.fr`
‡Le projet IDOPT est un projet commun au CNRS, à l'INRIA Rhône-Alpes, à l'Université Joseph-Fourier et à l'Institut National Polytechnique de Grenoble.

d'un tel nuage sont considérables. De même les vitesses verticales caractéristiques d'un modèle de circulation générale (moyennées sur une maille) sont de l'ordre du centimètre ou du décimètre par seconde. Dans des nuages convectifs associés à des épisodes extrêmes (tornades) on a pu mesurer (radar météorologique) des vitesses verticales de l'ordre de 100 mètres par seconde. Il convient donc de représenter ces flux d'énergie dans les équations discrétisées par l'adjonction de termes supplémentaires, dans le cas le plus simple, de type diffusion. Nécessairement ces termes, dits de paramétrisation, inclueront des coefficients empiriques non accessibles à la mesure expérimentale. Néanmoins il faudra estimer ces grandeurs à partir de données d'observation.

– *Fermeture*. Les seules équations de la dynamique des fluides ne sont pas suffisantes pour faire une prévision, il faut en outre une condition initiale et des conditions aux limites. Dans la plupart des cas les fluides géophysiques n'ont pas de frontières naturelles, de même aucune condition initiale, de type solution stationnaire, ne s'impose naturellement.

On voit que la modélisation devra tenir compte des données d'observation Il est clair qu'en géophysique un modèle sans données ou des données sans un modèle interprétatif n'ont de sens. Cet aphorisme est maintenant connu sous la dénomination « Théorème » de LIONS. Or, a priori, données et modèles ne sont pas nécessairement compatibles : une même donnée de vent ou de température pourra être utilisée dans un modèle de circulation générale tout aussi bien que dans un modèle local d'écoulement.

L'assimilation de données est l'ensemble des techniques qui permettent de combiner, de façon optimale (en un sens à définir), l'information mathématique contenue dans les équations et l'information physique provenant des observations en vue de reconstituer l'état de l'écoulement.

II — MODÈLES ET DONNÉES POUR LES FLUIDES GÉOPHYSIQUES

1. Modèles

Les équations gouvernant les fluides géophysiques sont dérivées des équations générales des fluides. Les variables descriptives du fluide sont :

– Les composantes de la vitesse du fluide
– La pression
– La température
– L'humidité pour l'atmosphère, la salinité pour l'océan.
– Les concentrations du fluide en espèces chimiques.

Les contraintes appliquées à ces variables sont :
- Équation de conservation de la masse
- Équation de conservation de la quantité de mouvement. Cette équation contient le terme d'accélération de Coriolis induit par la rotation terrestre, ce terme a un rôle proéminent en météorologie et en océanographie aux latitudes extra-tropicales.
- Équation de la thermodynamique.
- Lois de comportement : par exemple loi des gaz parfaits pour l'atmosphère.
- Équation de la cinétique chimique si l'on considère des problèmes de type pollution.

Les équations sont suffisamment complexes pour qu'on ne puisse en espérer une solution analytique, voire même une solution numérique complète, il faudra donc :
- *Simplifier les équations*. Ceci se fait sur des considérations physiques, à titre d'exemple on emploiera pour l'océan ou l'atmosphère l'approximation eau peu profonde qui par une intégration verticale des champs, en utilisant l'hypothèse hydrostatique, permet de se ramener à des champs bidimensionnels. Bien entendu la validité de l'approximation dépend du problème étudié : l'hypothèse hydrostatique pourra ne plus être légitime dans une zone avec une forte orographie (relief).
- *Discrétiser les équations*. Les méthodes usuelles sont utilisées : différences finies, éléments finis, méthodes spectrales.

Plusieurs techniques de discrétisation peuvent être simultanément employées. Dans le modèle ARPEGE de Météo-France la discrétisation horizontale est spectrale et la verticale en différences finies. Les termes non-linéaires sont évalués en différences finies puis transformés en spectral. La discrétisation est une troncature, il va être nécessaire ,par une paramétrisation, de représenter les phénomènes et les flux d'énergie de dimension inférieure à la taille de la maille : un nuage d'orage a une dimension caractéristique inférieure au pas de discrétisation spatiale et il correspond à de très grands flux d'énergie mécanique et thermodynamique. La paramétrisation est donc une opération complexe et difficile à calibrer.

À ce propos on peut se poser le problème de la signification de la convergence de la discrétisation tel qu'on l'entend au sens mathématique : selon la valeur du paramètre de discrétisation **h** la physique du problème va changer et les approximations utilisées perdre leur sens.

Un système typique très souvent utilisé est constitué par les équations de Saint-Venant connues aussi comme équations « Shallow Water ».

Ces équations sont obtenues par une intégration verticale des champs, en utilisant l'approximation hydrostatique. La densité du fluide est supposée

constante, ce qui élimine la thermodynamique. Elles s'écrivent :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} - fv + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \\ &\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + fu + \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \\ &\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial u\phi}{\partial x} + \frac{\partial v\phi}{\partial y} = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

u et v sont les composantes horizontales de la vitesse, ϕ le géopotentiel que l'on déduit de la pression en multipliant par g l'accélération de la pesanteur, f est le paramètre de Coriolis. Une propriété importante de ces équations est l'existence d'attracteurs sur lesquels les solutions vont orbiter. Pour des systèmes très simplifiés, comme les équations de Lorenz, en dimension 3 dans l'espace des phases, l'attracteur a déjà une structure complexe. Pour des modèles plus réalistes on sait que l'attracteur est voisin de l'équilibre géostrophique que l'on obtient en écrivant l'égalité entre le gradient de pression et la force de Coriolis. Une propriété importante, dans la suite, est le faible développement des ondes de gravité (les ronds dans l'eau !) lorsque la solution est sur l'attracteur. Il sera donc nécessaire, si l'on veut faire de la prévision, de localiser la condition initiale au voisinage de l'attracteur pour éviter d'avoir une solution transitoire vers l'attracteur. Du point de vue pratique les modèles opérationnels de prévision en météorologie sont de très grande dimension, avec de l'ordre de 10^6 à 10^7 variables.

2. Données

En météorologie les données utilisées dans les modèles opérationnels sont collectées et distribuées par un réseau mondial. La répartition des points de mesure est présentée dans les figures1, 2.

Les différentes données récoltées pour la météorologie opérationnelle sont :
- Les observations en surface : vent, température, humidité, pression.
- Les radiosondes donnent des informations sur la structure verticale de l'atmosphère : vent, température, humidité, pression.
- Les ballons pilotes fournissent seulement des mesures de vent
- Les données satellitaires peuvent provenir de satellites géostationnaires de type Meteosat, on aura alors des estimations de vent déduites de l'observation de nuages considérés comme des traceurs lagrangiens. Les satellites à orbite polaire de type NOAA fournissent des profils verticaux de température après résolution d'un problème inverse. De façon générale les observations satellitaires sont, du point de vue quantitatif, de qualité médiocre, cette remarque n'est pas fondée pour les observations océaniques en particulier pour Topex-Poseidon et son successeur Jason qui mesurent l'altimétrie de la surface de l'océan avec une précision centimétrique. Pour la prévision numérique en météorologie l'impact des données satellitaires

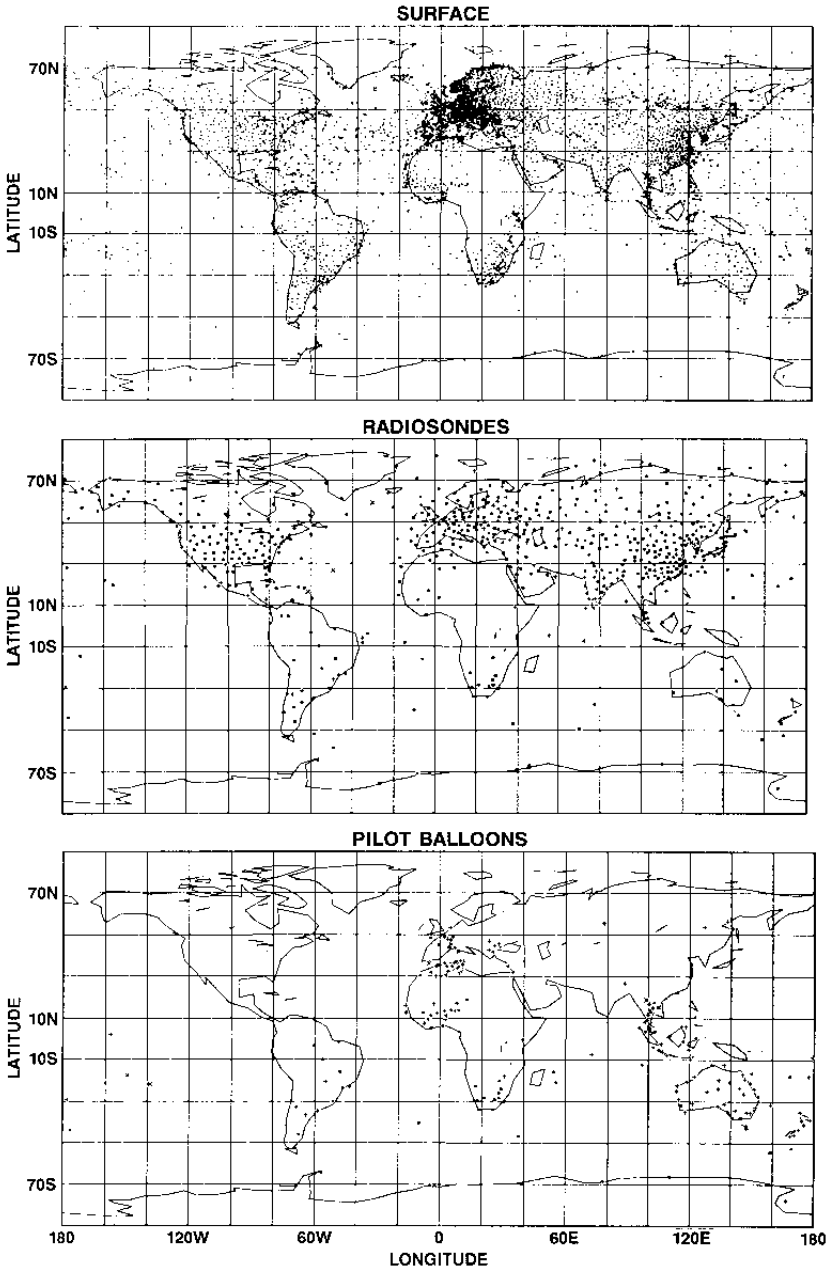


FIG. 1 – Réseaux d'observation au sol, de radiosondages, de ballons pilotes

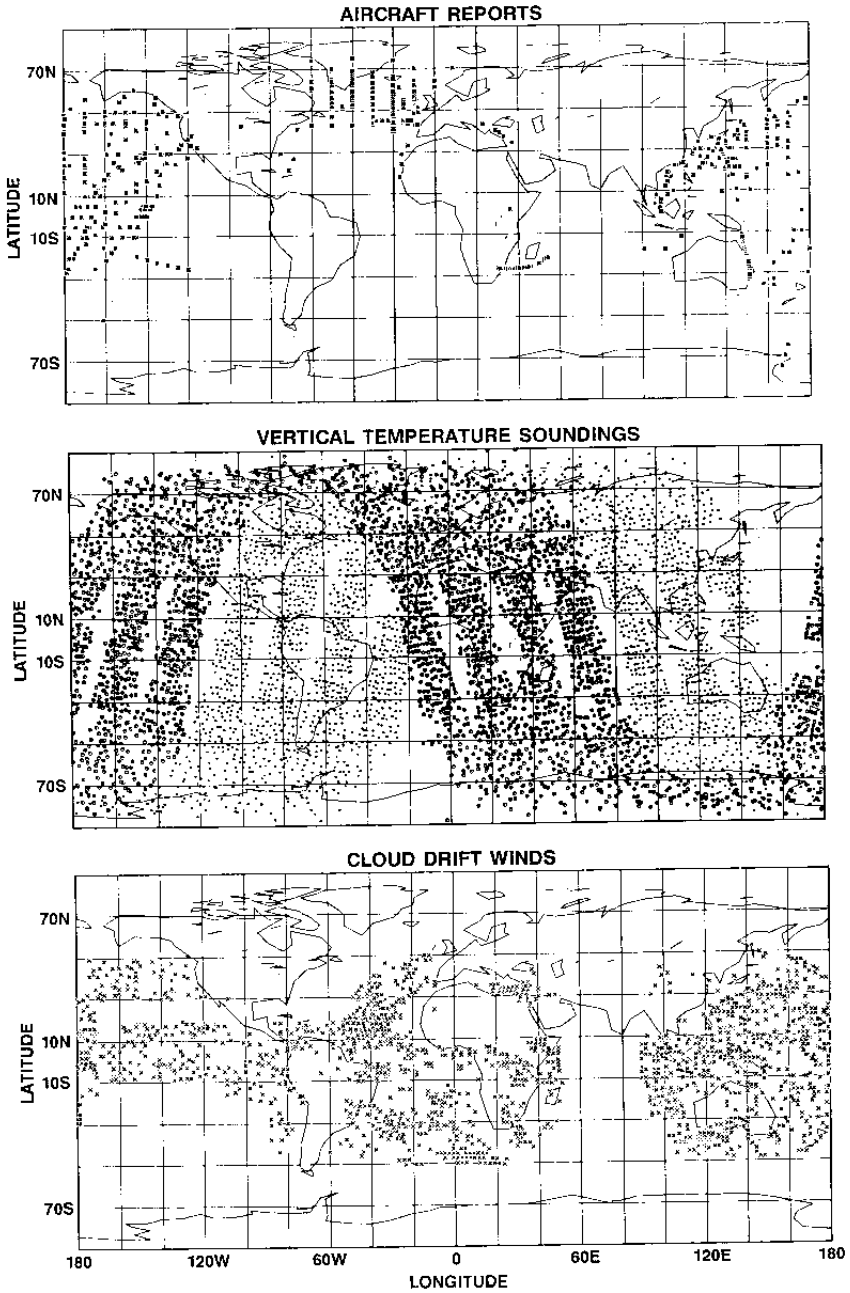


FIG. 2 – Observations d'aéronefs et satellitaires, Satellite à orbite polaire (NOAA) et géostationnaire (Meteosat)

est sensible surtout dans l'hémisphère sud où le manque de données est patent. En bref on peut dire que les données sont très hétérogènes tant en qualité qu'en densité. En océanographie les données sont encore plus rares surtout en ce qui concerne les mesures directes en surface (courant, température, salinité). Le projet Mercator, de prévision océanographique numérique opérationnelle, repose essentiellement sur des mesures satellitaires (Topex-Poseidon, et son successeur Jason) de l'altimétrie de la surface de l'océan avec une précision centimétrique.

III — Assimilation de données

Comme on l'a vu, les équations régissant les écoulements sont du premier ordre en temps : on a le problème de Cauchy. En supposant la régularité des solutions, il suffit donc d'une condition initiale pour intégrer les équations et obtenir la prévision.

A l'origine le problème d'assimilation de données est la détermination de cette condition initiale à partir des observations. En météorologie et en océanographie on inclut aussi, sous cette dénomination, la détermination de paramètres du modèle (problèmes inverses).

En première approximation on distingue 3 types de méthodes :

- *Les méthodes d'interpolation*. Elles consistent à interpoler les observations des points de mesure à la grille de discrétisation. On pourra utiliser l'information fournie par les statistiques des champs pour pondérer l'interpolation. La méthode présente l'avantage de la simplicité et l'inconvénient de ne pas reposer sur une justification physique : les champs reconstitués ne seront pas nécessairement physiquement cohérents (non situés sur l'attracteur) ce qui peut entraîner, par exemple, le développement d'ondes de gravité dans la solution. Jusqu'à une date récente ces méthodes étaient les plus utilisées dans les centres opérationnels.
- *Les méthodes variationnelles*. Le problème d'assimilation de données est formulé comme un problème d'optimisation, des techniques de type contrôle sont mises en œuvre. Ces méthodes sont actuellement utilisées dans des centres comme le Centre Européen de Prévision à Moyen Terme (Reading, UK), Météo-France, NCEP (USA).
- *Les méthodes stochastiques*. L'idée est d'utiliser des techniques de type filtre de Kalman pour assimiler les données. Du point de vue théorique le principe est intéressant mais rencontre de grandes difficultés de mise en œuvre pour les centres opérationnels dues surtout à la nécessité de manipuler des matrices de covariances de très grandes dimensions.

IV — MÉTHODES VARIATIONNELLES

Les méthodes variationnelles ont été introduites en 1958 par Sasaki [15], elles consistent à prendre le modèle comme contrainte et à fermer le problème par un principe variationnel c'est-à-dire la minimisation d'une fonction qui représente généralement l'écart quadratique entre les observations et les solutions du modèle. Dans la suite nous nous placerons, pour alléger les notations, dans le cas d'un modèle discrétisé en espace. L'extension à l'utilisation de techniques de contrôle optimal (Lions[9]) a été faite par Le Dimet [6], Le Dimet et Talagrand [7],Courtier et Talagrand [3].

1. Ingrédients

Les différents ingrédients d'une méthode variationnelle sont :

- *Une variable d'état* $X \in \mathcal{X}$ qui décrit l'évolution du milieu. X dépend du temps et est, pour les modèles opérationnels, de très grande dimension (3.10^7 pour le modèle du Centre Européen de Prévision à Moyen Terme)
- *Un modèle* qui décrit l'évolution du fluide. Il s'écrit comme un système différentiel non linéaire.

$$\begin{cases} \dfrac{dX}{dt} = F(X,U) \\ X(0) = V \end{cases} \tag{2}$$

- *Une variable de contrôle* $(U,V) \in \mathcal{P}$ espace de contrôle. Le contrôle est souvent la condition initiale et/ou d'autres variables internes au modèle : paramètres ou conditions aux limites. On supposera que la variable de contrôle étant fixée le modèle a une solution unique. Dans un premier temps nous ne supposerons pas de contrainte sur le contrôle.
- *Des observations* $X_{obs} \in \mathcal{O}_{obs}$ dépendant du temps et de l'espace. Ces observations ne sont pas dans le même espace (physiquement et géographiquement) que les variables d'état. On suppose l'existence d'un opérateur C permettant de passer de l'espace d'état à l'espace d'observation.
- *Une fonction coût* J qui mesure la différence entre la solution associée à (U,V) et les observations.

$$J(U,V) = \frac{1}{2}\int_0^T \|C.X(U,V) - X_{obs}\|^2 dt \tag{3}$$

Bien entendu, dans la pratique, les observations sont discrètes en temps et en espace. Le choix de la norme est particulièrement important, car par ce biais on pourra introduire une information statistique, par exemple en prenant la norme associée aux covariances des champs. On ajoutera

d'autres termes dans le critère comme l'écart quadratique à la prévision antérieure, dit terme d'ébauche, qui pourra être considéré comme un terme de régularisation.

On pose alors le problème de contrôle optimal suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{trouver } (U^*, V^*) \in \mathcal{P} \text{ tel que :} \\ J(U^*, V^*) = \operatorname*{Inf}_{(U,V)\in\mathcal{P}} J(U,V) \end{array} \right. \tag{4}$$

2. Système d'optimalité

Par rapport à (U, V) on a un problème d'optimisation sans contrainte pour lequel on a les conditions usuelles d'existence et d'unicité d'une solution. Le problème (4) aura une solution unique si la fonctionnelle J est strictement convexe, semi-continue inférieurement et si :

$$\lim_{||(U,V)||\to+\infty} J(U,V) \to +\infty$$

Dans le cas général, lorsque J est différentiable, une condition nécessaire pour que (U^*, V^*) soit une solution de (4) est donnée par l'équation de Euler-Lagrange :

$$\nabla J(U^*, V^*) = 0$$

où ∇J est le gradient de J par rapport à (U, V). La détermination de ∇J permet de mettre en œuvre des méthodes d'optimisation de type descente.

Soit $(u, v) \in \mathcal{P}$, $\widehat{X}$ la dérivée de Gâteaux (dérivée directionnelle) de X dans la direction (u, v) est solution de :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{d\widehat{X}}{dt} = \left[\dfrac{\partial F}{\partial X}\right].\widehat{X} + \left[\dfrac{\partial F}{\partial U}\right].u, \\ \widehat{X}(0) = v \end{array} \right. \tag{5}$$

où $\left[\dfrac{\partial F}{\partial X}\right]$ est le Jacobien du modèle par rapport à la variable d'état. Cette équation (5) est appelée le *modèle linéaire tangent*. On obtient de même la dérivée directionnelle de J :

$$\widehat{J}(U, V, u, v) = \int_0^T \left(C.X - X_{obs}, C\widehat{X}\right) dt$$

Le gradient sera obtenu en exhibant le linéarité de $\widehat{J}$ par rapport à (u, v). Pour celà on introduit $P \in \mathcal{X}$ variable adjointe, on prend le produit scalaire de (5) avec P, puis on intègre entre 0 et T. Une intégration par parties montre que si P est définie comme solution de :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{dP}{dt} + \left[\dfrac{\partial F}{\partial X}\right]^T .P = C^t \left(C.X - X_{obs}\right) \\ P\left(T\right) = 0. \end{array} \right.$$

alors le gradient est donné par :

$$\nabla J = \left(\begin{array}{c} \nabla_U J \\ \nabla_V J \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} -\left[\dfrac{\partial F}{\partial U}\right]^t .P \\ -P\left(0\right) \end{array} \right)$$

On obtient donc le gradient de la fonction coût par une intégration rétrograde du modèle adjoint.

3. Optimisation

La détermination de (U^*, V^*) se fait par une méthode d'optimisation de type descente : étant donnée une première approximation (U_0, V_0) on construit une suite définie par :

$$\left(\begin{array}{c} U_n \\ V_n \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} U_{n-1} \\ V_{n-1} \end{array} \right) + \rho_n D_n$$

D_n est la direction de descente : en général on utilise des méthodes de type gradients conjugués, quasi-Newton ou Newton tronqué. ρ_n est le pas de descente, il est défini par :

$$\rho_n = \text{ArgMin } J\left(\left(\begin{array}{c} U_{n-1} \\ V_{n-1} \end{array} \right) + \rho D_n \right)$$

La résolution de ce problème, qui n'est que la minimisation d'une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, peut être très coûteuse car elle nécessite, si le modèle est non-linéaire, plusieurs évaluations de J donc plusieurs intégrations du modèle. Les bibliothèques de codes d'optimisation, par exemple MODULOPT (Gilbert et Lemaréchal[5]), sont largement utilisées et se révèlent très efficaces.

4. Mise en œuvre

La difficulté majeure dans l'utilisation de ces méthodes est l'écriture du modèle adjoint. La mauvaise solution consiste à dériver le modèle adjoint du modèle direct continu puis à le discrétiser. Pour la convergence des algorithmes d'optimisation, il est nécessaire d'obtenir le gradient de la fonction coût à l'ordre de précision de la machine et on ne pourra atteindre cette précision de cette façon.

La détermination de l'adjoint comporte 2 étapes :
- Dérivation du modèle direct. Cette étape permet d'obtenir le modèle linéaire tangent. Cette tâche se réalise relativement facilement en dérivant le code instruction par instruction.
- Transposition du modèle linéaire tangent. La transposition en temps est l'intégration rétrograde. On commence par la dernière instruction du code linéaire tangent et on transpose chaque instruction, la difficulté provenant des dépendances cachées.

Si certaines normes d'écriture sont respectées, l'écriture d'un adjoint peut être simplifiée, sinon c'est une tâche longue et fastidieuse. Toutefois on peut avoir recours à des outils de dérivation automatique comme ODYSSEE (Rostaing [14]). On trouvera dans Mohammadi et Pironneau [12] des développements sur ces méthodes.

5. Remarques

- Si le modèle est non-linéaire, alors la fonction coût ne sera pas nécessairement convexe et la convergence de l'algorithme, si elle se réalise, peut se faire vers un minimum local. Dans ce cas on ne peut espérer une convergence vers une bonne solution qu'en ayant une condition initiale peu éloignée de la solution, d'où l'importance pratique de l'introduction du terme d'ébauche dans la fonction coût, ce terme pouvant être interprété comme une pénalité pour ne pas trop s'éloigner de la prévision précédente.
- L'optimisation peut déboucher sur une solution mathématiquement correcte et physiquement impropre : ce sera le cas si on s'éloigne de l'attracteur. Là aussi le terme d'ébauche pourra pallier ce problème car issu d'une intégration du modèle il se situera sur l'attracteur. On pourra aussi introduire dans la fonction coût des termes de pénalité de type équilibre géostrophique qui forceront la solution vers l'attracteur.
- Ces termes de type pénalité pourront tenir compte des statistiques d'erreur par le choix d'une norme adéquate.
- Si la variable de contrôle U dépend du temps, ce qui est le cas si on choisit de contrôler les conditions aux limites, on peut aboutir à des problèmes de taille considérable, il conviendra de choisir une base de discrétisation permettant de rester dans des dimensions raisonnables.

6. Exemple 1 : les équations de Saint-Venant

Les équations de Saint-Venant, dites aussi équations shallow-water, modélisent un écoulement fluide incompressible dont la dimension verticale est faible vis-à-vis des dimensions horizontales. Les équations de la dynamique des fluides sont intégrées verticalement en utilisant l'hypothèse hydrostatique, ce qui revient à négliger les accélérations verticales.

Dans un repère cartésien elles s'écrivent :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} - fv + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + fu + \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial u\phi}{\partial x} + \frac{\partial v\phi}{\partial y} = 0 \tag{8}$$

Dans ce système $X = (u, v, \phi)^T$ est la variable d'état, u et v sont les composantes de la vitesse horizontale, ϕ est le géopotentiel et f le paramètre de Coriolis. Pour simplifier l'exposé nous allons faire les hypothèses suivantes :

a. L'erreur de modèle est négligée . Seule la condition initiale est considérée comme variable de contrôle.

b. Les conditions aux limites sont périodiques. Cette hypothèse est vérifiée pour un modèle atmosphérique circumterrestre.

c. Les observations sont supposées continues en temps et en espace (ce qui est bien loin de la pratique). $\mathbf{C} \equiv \mathbf{I}$, où $\mathbf{I}$ est l'identité. Soit $U_0 = (u_0, v_0, \phi_0)^T$, la condition initiale, alors la fonction coût prend la forme :

$$J(U_0) = \frac{1}{2}\int_0^T [(u - u_{obs})^2 + (v - v_{obs})^2 + \gamma(\phi - \phi_{obs})^2]dt. \tag{9}$$

dans cette expression γ est un poids.

On obtient le modèle linéaire tangent en perturbant la variable de contrôle . Les variables $\bar{X} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{\phi})^T$ sont les dérivées directionnelles dans la direction de la perturbation $h = (h_u, h_v, h_\phi)^T$. On obtient les dérivées directionnelles comme solution du système :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + u\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{u}\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{v}\frac{\partial u}{\partial y} - f\bar{v} + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} = 0 \tag{10}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + u\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{u}\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{v}\frac{\partial v}{\partial y} + f\bar{u} + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\phi}{\partial x} + \frac{\partial u\bar{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}\phi}{\partial y} + \frac{\partial v\bar{\phi}}{\partial y} = 0 \tag{12}$$

Le modèle adjoint est obtenu par transposition du modèle linéaire tangent. Soient $P = (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{\phi})^T$ la variable adjointe alors, après des intégrations par par-

ties en temps et en espace, on montre que si le modèle adjoint est défini par :

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + u\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + v\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \tilde{u}\frac{\partial v}{\partial y} - \tilde{v}\frac{\partial v}{\partial y} - f\tilde{v} + \phi\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} = u_{obs} - u \tag{13}$$

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \tilde{u}\frac{\partial u}{\partial y} - u\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \tilde{v}\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + f\tilde{u} + \phi\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} = v_{obs} - v \tag{14}$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + u\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} + v\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} = \gamma(\phi_{obs} - \phi) \tag{15}$$

Alors le gradient de J est donné par :

$$\nabla J(U_0) = -P\,(0) = -\begin{pmatrix} \tilde{u}\,(0) \\ \tilde{v}\,(0) \\ \tilde{\phi}\,(0) \end{pmatrix}$$

On trouvera, notamment, dans la thèse de P. Vidard [17]la modélisation d'un bassin océanique carré de dimension 2000km avec les équations shallow water. Le modèle est discrétisé en différences finies avec 80 points de grille dans chaque direction. La durée de l'assimilation est de 1 mois et le pas de temps est de 1h30. Les données sont fictives et issues d'un modèle qui est la solution vraie. L'ébauche est la solution vraie bruitée, elle est utiliséee pour initialiser l'optimiseur qui une méthode de quasi-Newton programmée dans le code M1QN3 (Gilbert et lemaréchal) [5] .

7. Exemple 2 : un modèle Quasi-Géostrophique.

Le modèle océanique utilisé dans cette étude est basé sur les équations quasi-géostrophiques, qui expriment la conservation de la vorticité potentielle . L'océan est divisé en N couches superposées. Chacune d'elles est supposée de densité constante ρ_k et son épaisseur au repos est notée H_k ($k = 1, \ldots, N$). Le système d'équations est alors composé de N équations couplées :

$$\frac{D_k(\theta_k(\Psi) + f)}{Dt} + \delta_{k,N}\, C_1 \Delta\Psi_N - C_3\Delta^3\Psi_k \;=\; F_k \quad \text{dans } \Omega\times]0,T[, \quad \forall k = 1, \ldots, N; \tag{16}$$

où :

- $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ est le bassin océanique, et $]0, T[$ l'intervalle de temps considéré ;
- Ψ_k désigne la fonction de courant dans la couche k ;
- $\theta_k(\Psi)$ est la vorticité potentielle de la couche k, donnée par la relation : $\begin{pmatrix} \theta_1(\Psi) \\ \vdots \\ \theta_N(\Psi) \end{pmatrix} = [\Delta - [W]] \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_N \end{pmatrix}$ où $[W]$ est une matrice tridiagonale

$N \times N$, dont les coefficients dépendent uniquement de paramètres physiques :

$$W_{k,k-1} = -\frac{f_0^2}{H_k g'_{k-\frac{1}{2}}},\ W_{k,k+1} = -\frac{f_0^2}{H_k g'_{k+\frac{1}{2}}},\ W_{k,k} = \frac{f_0^2}{H_k}\Big(\frac{1}{g'_{k-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{g'_{k+\frac{1}{2}}}\Big),$$

où f_0 est le paramètre de Coriolis à la latitude moyenne de Ω, et $g'_{k+\frac{1}{2}} = g\,(\rho_{k+1} - \rho_k)/\rho$ est la gravité réduite à l'interface k-$k+1$ (g est l'accélération de la pesanteur, et ρ la densité moyenne du fluide) ;

- f est la force de Coriolis. Dans l'approximation du β-plan, elle varie linéairement avec la latitude : $f(x,y) = f_0 + \beta.y$, où (x,y) sont les coordonnées cartésiennes dans Ω ;
- $\dfrac{D_k.}{Dt}$ désigne la dérivée Lagrangienne dans la couche k, exprimée par :

$$\frac{D_k.}{Dt} = \frac{\partial.}{\partial t} - \frac{\partial \Psi_k}{\partial y}\frac{\partial.}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_k}{\partial x}\frac{\partial.}{\partial y} = \frac{\partial.}{\partial t} + J(\Psi_k, .),$$

  où $J(.,.)$ est l'opérateur Jacobien : $J(\varphi,\xi) = \dfrac{\partial \varphi}{\partial x}\dfrac{\partial \xi}{\partial y} - \dfrac{\partial \varphi}{\partial y}\dfrac{\partial \xi}{\partial x}$;
- $C_1 \Delta \Psi_N$ représente la dissipation liée au frottement du fluide sur le fond de l'océan ;
- $C_3 \Delta^3 \Psi_k$ est une paramétrisation de la dissipation par friction interne au fluide ;
- F_k représente le terme de forçage. Dans ce type de modèle, seule la tension du vent (notée τ) sera prise en compte. On aura alors
  $F_1 = \mathrm{Rot}\tau$ et $F_k = 0,\ \forall k \geq 2$.

L'équation (16) s'écrit vectoriellement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Delta - [W]) \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_1 \\ \vdots \\ G_N \end{pmatrix} \tag{17}$$

avec $G_k = F_k - J(\Psi_k, \theta_k(\Psi) + f) - \delta_{k,N} C_1 \Delta \Psi_N + C_3 \Delta^3 \Psi_k$.

Nous allons considérer ici l'assimilation de mesures altimétriques satellitaires. La donnée observée est alors la dénivellation de la surface libre de l'océan qui, dans le cadre de l'approximation quasi-géostrophique, est proportionnelle à la fonction de courant dans la couche de surface :

$$h^{obs} = \frac{f_0}{g}\Psi_1^{obs}$$

On cherchera donc à assimiler de telles données de surface dans le modèle, de façon à améliorer la reconstitution des circulations, notamment dans les couches profondes.

Le vecteur de contrôle est l'état initial du système sur les N couches :

$$u = \Big(\Psi_k(t=0)\Big)_{k=1,\dots,N} \in \mathcal{U}_{\mathrm{ad}}$$

Les équations du modèle quasi-géostrophique sont les équations d'état du système, et donc apparaissent comme des contraintes fortes. Le vecteur d'état est

$$\Big(\Psi_k(t)\Big)_{k=1,\dots,N}.$$

On suppose que la fonction de courant est observée en tout point de la couche de surface à des instants discrets t_j.

On définit alors une fonction-coût par

$$\mathcal{J}_\varepsilon(u) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\int_\Omega \Big(\Psi_1(t_j) - \Psi_1^{obs}(t_j)\Big)^2 \mathrm{d}s + \frac{\varepsilon}{2} \parallel R(u) \parallel_{\mathcal{T}}^2$$

Le second terme de la fonction-coût est le terme de régularisation de Tikhonov, qui rend le problème inverse bien posé. Il prend en compte le carré de la vorticité potentielle de l'état initial :

$$\parallel R(u) \parallel_{\mathcal{T}}^2 = \sum_{k=1}^{N} H_k \left[\int_\Omega \Big((\Delta\Psi_k)(0) - [W]_k.(\Psi)(0)\Big)^2 \mathrm{d}s\right]$$

Le paramètre ε dans la fonction-coût détermine le poids relatif du terme de régularisation par rapport au terme d'écart quadratique entre quantités observées et calculées.

On munit l'espace des contrôles $\mathcal{U}_{\mathrm{ad}}$ d'une norme naturelle obtenue en multipliant, d'après la formule (17), la vorticité potentielle $\theta_k(\Psi)$ par la fonction de courant Ψ_k et en intégrant le résultat sur le bassin Ω. En sommant sur l'ensemble des couches, on obtient l'énergie du système.

La résolution des équations du modèle direct ainsi que celle des équations adjointes rétrogrades est réalisée par un schéma saute-mouton en temps et par des différences finies en espace.

La méthode de minimisation employée est l'algorithme M1QN3 (Gilbert et Lemaréchal)[5], de type quasi-Newton BFGS à mémoire limitée. La dépendance par rapport au choix de la norme et donc du produit scalaire dans l'espace des contrôles a été étudiée dans Luong et al. [11] , et c'est le produit scalaire lié à la norme ci-dessus qui s'est avéré de loin le meilleur préconditionneur.

La façon d'assimiler les données au fil du temps en travaillant sur des intervalles de temps T de plus en plus longs pour faire pénetrer l'information en profondeur a été présentée dans Blum et al [2]. La difficulté reste la dimension de l'espace de contrôle qui est à l'origine du coût de l'assimilation de données.

Une réduction de la dimension de cet espace a été présentée dans Blayo et al. [1] à partir d'une analyse statistique d'une trajectoire du modèle, telle que les vecteurs de base contiennent de l'information sur la dynamique du système.

Dans le cadre du projet Mercator, d'océanographie opérationnelle, l'assimilation de données variationnelle est appliquée au modèle aux équations primitives OPA (Madec et al. [10]).

V — MÉTHODES DU SECOND ORDRE

Le système d'optimalité, l'équation d'Euler-Lagrange, donne simplement une condition nécessaire d'optimalité. Dans le cas linéaire on aura unicité d'une solution si le Hessien est défini positif. De façon générale l'information apportée par le Hessien est de grande importance tant pour des raisons pratiques que numériques. Bien sûr, pour les modèles opérationnels, il n'est pas question de calculer le Hessien lui-même, une matrice avec 10^{14} termes, mais d'extraire des informations sur le spectre du Hessien ; ce qui permettra d'évaluer le conditionnement du problème et de prévoir un pré-conditionnement efficace.

De façon générale pour obtenir l'adjoint au second ordre (Le Dimet et al. 2001 [8]), on dérive le couple modèle-adjoint et on applique les mêmes procédés que pour la dérivation du modèle adjoint :

- Linéarisation par rapport à la variable d'état, du modèle direct et du modèle adjoint (bien entendu il n'est pas nécessaire de linéariser par rapport à la variable adjointe car on a un système linéaire par rapport à cette variable)
- Introduction de 2 variables adjointes du second ordre
- Transposition.

Le système obtenu, l'adjoint du second ordre permet de calculer le produit du Hessien par un vecteur. Bien sûr on pourra obtenir le Hessien lui-même en considérant successivement tous les vecteurs de la base canonique, mais ceci est de peu d'intérêt. Le produit Hessien vecteur permet :

- Par des algorithmes de type Lanczos et déflation, d'accéder aux propriétés spectrales du Hessien : calcul de la plus grande, de la plus petite valeur propre et des vecteurs propres dominants.
- D'utiliser des méthodes de type gradient conjugué, qui nécessitent le produit Hessien vecteur.
- D'utiliser des méthodes de type Newton. Pour la résolution d'une équation de type :

  $$\nabla G(X) = 0$$

  On réalise les itérations :

  $$X_{n+1} = X_n - H^{-1}(X_n).\nabla G(X_n)$$

où H est le Hessien de G. A chaque itération on a à résoudre un système linéaire, ceci est fait de façon approchée en faisant quelques itérations de gradient conjugué.

Pour les équations de Saint-Venant, si les variables du second ordre sont : $Q = (\hat{u}, \hat{v}, \hat{\phi})^T$, $R = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{\phi})^T$, on obtient comme système du second ordre :

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} + u\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + v\frac{\partial \hat{v}}{\partial y} + \hat{u}\frac{\partial v}{\partial y} - \hat{v}\frac{\partial v}{\partial y} - f\hat{v} + \phi\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} \\
&\qquad = \tilde{v}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \bar{u}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} - \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \tilde{u}\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \bar{\phi}\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} - \bar{u} \qquad (18)\\
&\frac{\partial \hat{v}}{\partial t} + \hat{u}\frac{\partial u}{\partial y} - u\frac{\partial \hat{v}}{\partial x} + \hat{v}\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial \hat{v}}{\partial y} + f\hat{u} + \phi\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} \\
&\qquad = \tilde{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \bar{u}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} - \tilde{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{u}\frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} - \bar{\phi}\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} - \bar{v} \qquad (19)\\
&\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} + u\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} + v\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} = -\bar{u}\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} - \bar{v}\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x} - \gamma\bar{\phi} \qquad (20)
\end{aligned}$$

On voit que, formellement, les adjoints du premier et du second ordre ne diffèrent que par les termes du second ordre qui contiennent la variable adjointe. Le calcul des dérivées secondes requiert le stockage de la solution du modèle direct, du modèle linéaire tangent et du modèle adjoint, ce qui peut être rédhibitoire pour des modèles de grande dimension.

1. Analyse de sensibilité

La représentation de phénomènes physiques par des modèles mathématiques nécessite de faire des études de sensibilité c'est-à-dire estimer les effets d'un changement des paramètres d'un modèle sur ses sorties. De manière formelle on peut définir une analyse de sensibilité de la façon suivante :

- X est la variable d'état du modèle, K un paramètre vectoriel du modèle $F(X, K) = 0$.
- $G(X, K)$ à valeurs réelles est la fonction réponse
- La sensibilité du modèle est par définition le gradient de G par rapport à K. La difficulté provient du fait que X dans la fonction réponse dépend implicitement de K à travers la solution du modèle.

Pour calculer une sensibilité on peut procéder de plusieurs façons :

- Par différence finies. On aura :

$$\frac{\partial G}{\partial e_i} \simeq \frac{G\left(X(K + \alpha e_i), K + \alpha e_i\right) - G\left(X(K), K\right)}{\alpha}$$

  Cette méthode a l'inconvénient d'être très coûteuse en calcul, elle nécessite un nombre d'intégrations du modèle au moins égal à la dimension de K. De

plus on doit situer α dans une région où G dépend, à peu près linéairement, de α . Pour des valeurs trop petites, les erreurs d'arrondi dominent et pour des valeurs trop grandes on a un comportement non-linéaire. L'avantage de cette méthode est sa simplicité de mise en œuvre.

– Utilisation d'un modèle adjoint. Soit $F(X, K) = 0$ le modèle direct. On introduit le modèle adjoint :

$$\left[\frac{\partial F}{\partial X}\right]^T .P = \frac{\partial G}{\partial X}$$

Alors le gradient est donné par :

$$\nabla G = \frac{\partial G}{\partial K} - \left[\frac{\partial F}{\partial K}\right]^T .P$$

L'avantage de cette approche est que le vecteur sensibilité est obtenu en une seule résolution du modèle adjoint, le prix à payer est la nécessaire dérivation du modèle adjoint.

2. Sensibilité en présence de données

Une demande courante, en géophysique, est l'estimation de la sensibilité par rapport aux observations. Quel est l'impact d'une erreur d'observation sur la prédiction ? Il est clair que les observations n'apparaissent pas dans le modèle direct mais seulement dans le système d'optimalité. Si on veut donc appliquer le formalisme général de l'analyse de sensibilité, il faudra l'appliquer non pas au seul modèle (ce qui est, hélas, le cas dans de nombreuses publications), mais au système d'optimalité, qu'il sera nécessaire de dériver.Un exemple simple avec une équation scalaire (Le Dimet et al.[8]) permet de vérifier le bien fondé de cette approche. En conséquence, l'analyse de sensibilité comportera des termes du second ordre. Pour un modèle de la forme$F(X, I) = 0$, où I représente les entrées du modèle, F est un opérateur pouvant dépendre du temps, $J(X, I)$ est la fonction coût de l'assimilation variationnelle, P est la variable adjointe. Le système d'optimalité s'écrit :

$$\left\{\begin{array}{l} F(X, I) = 0 \\ \left[\frac{\partial F}{\partial X}\right]^T \cdot P - \frac{\partial J}{\partial X} = 0 \\ \left[\frac{\partial F}{\partial I}\right]^T \cdot P - \frac{\partial J}{\partial I} = 0 \end{array}\right. \tag{21}$$

Le système d'optimalité peut être considéré comme un modèle généralisé $\mathcal{F}$ de variable d'état $Z = \begin{pmatrix} X \\ P \end{pmatrix}$

Soit une perturbation i sur I on obtient :

$$\frac{\partial F}{\partial X}\cdot\hat{X}+\frac{\partial F}{\partial I}\cdot i=0 \tag{22}$$

$$\left[\frac{\partial^2 F}{\partial X^2}\cdot\hat{X}+\frac{\partial^2 F}{\partial X\partial I}\cdot i\right]^T\cdot P+\left[\frac{\partial F}{\partial X}\right]^T\cdot\hat{P}-\frac{\partial^2 J}{\partial X^2}\cdot\hat{X}-\frac{\partial^2 J}{\partial X\partial I}\cdot i=0 \tag{23}$$

$$\left[\frac{\partial^2 F}{\partial I^2}\cdot i+\frac{\partial^2 F}{\partial X\partial I}\cdot\hat{X}\right]^T\cdot P+\left[\frac{\partial F}{\partial I}\right]^T\cdot\hat{P}-\frac{\partial^2 J}{\partial I^2}\cdot i-\frac{\partial^2 J}{\partial I\partial X}\cdot\hat{X}=0 \tag{24}$$

$$\hat{\mathbf{G}}(X,I,i)=\frac{\partial\mathbf{G}}{\partial X}\cdot\hat{X}+\frac{\partial\mathbf{G}}{\partial I}\cdot i \tag{25}$$

$\widehat{X}$ et $\widehat{P}$ sont les dérivées de Gâteaux de X et P dans la direction i. On introduit les variables adjointes du second ordre Q et R. En prenant le produit scalaire de (22) et de (23) par Q et (24) par R, en additionnant puis par identification dans (25) on voit que si Q et R sont définis comme solutions de :

$$\begin{cases}\left[\frac{\partial F}{\partial X}\right]^T\cdot Q+\left[\frac{\partial^2 F}{\partial X^2}\cdot Q\right]^T\cdot P-\left[\frac{\partial^2 J}{\partial X^2}\right]\cdot Q \\ \qquad -\left[\frac{\partial^2 J}{\partial I\partial X}\right]^T\cdot R+\left[\frac{\partial^2 F}{\partial X\partial I}\cdot R\right]^T\cdot P=\frac{\partial\mathbf{G}}{\partial X} \\ \left[\frac{\partial F}{\partial X}\right]\cdot Q+\left[\frac{\partial F}{\partial I}\right]\cdot R=0\end{cases} \tag{26}$$

alors on obtient le gradient de G par rapport à I (la sensibilité) par :

$$\begin{aligned}\mathcal{S}=\frac{d\mathbf{G}}{dI}=&-\left[\frac{\partial F}{\partial I}\right]^T\cdot Q-\left[\frac{\partial^2 F}{\partial X\partial I}\cdot Q\right]^T\cdot P\\ &+\left[\frac{\partial^2 J}{\partial X\partial I}\right]^T\cdot Q-\left[\frac{\partial^2 J}{\partial I^2}\right]\cdot R-\left[\frac{\partial^2 F}{\partial I^2}\cdot R\right]^T\cdot P+\frac{\partial\mathbf{G}}{\partial I}\end{aligned} \tag{27}$$

Donc l'algorithme pour obtenir la sensibilité est le suivant :

i. Résoudre le système d'optimalité pour obtenir X et P
ii. Résoudre le système couplé (26) pour calculer Q et R
iii. Calculer la sensibilité par (27)

VI — MÉTHODES STOCHASTIQUES

1. Erreurs dans la prévision

Les erreurs liées à la prévision sont d'origines multiples :

– Erreurs de modèle dues aux approximations des processus physiques : paramétrisation, simplification de la représentation du cycle de l'eau, des pro-

cessus physico-chimiques, des processus radiatifs, du relief, des conditions aux limites avec la terre, l'océan et la stratosphère.
- Erreurs numériques dues à la discrétisation.
- Erreurs liés à l'algorithmique numérique. Les modèles étant non linéaires des processus itératifs devront être mis en oeuvre ; ce qui implique l'utilisation de critères d'arrêt pouvant provoquer des processus avec effets de seuil.
- Erreurs d'observation. Erreur directe des instruments de mesure, mais aussi erreurs liées à l'utilisation (échantillonage) des observations.
- Erreurs d'observations indirectes. Des observations telles que le rayonnement en météorologie, ou la couleur de l'eau en océanographie ne sont pas des variables du modèle, mais liées à ces variables par des processus physiques ou physico-chimiques. Elles se déduisent des observations par la résolution d'un problème inverse, d'où la génération d'une erreur.

Il n'est pas déraisonnable (mais comment, dans la pratique, faire autrement ?) de supposer ces erreurs indépendantes et que leur superposition conduit à des erreurs globales gaussiennes. On considérera donc les observations, les réalisations du modèle et les prévisions, comme des variables aléatoires gaussiennes dont on essaiera d'évaluer non seulement les espérances mais aussi les variances. On aura ainsi une estimation de l'incertitude sur la prévision. Les outils de base qui sont utilisés sont élémentaires : estimation optimale et filtre de Kalman.Une étude beaucoup plus complète peut être trouvée dans Talagrand ([16]).

2. Estimation Optimale

On suppose que l'état du milieu est la réalisation d'un champ vrai $X^v \in \mathbb{R}^n$. Ce champ et l'observation $Z \in \mathbb{R}^m$ sont liés par une relation de la forme $Z = \Gamma.X^v + \zeta$ où ζ est une variable aléatoire gaussienne centrée et de variance Σ donnée. Connaissant Z on cherche une estimation X^c de X^v de la forme $X^c = AZ$ (A est un opérateur linéaire de l'espace d'état dans l'espace d'observation) non biaisée, c'est à dire telle que $E\left(X^c - X^v\right) = 0$ et qui minimise la variance de l'erreur d'estimation (la trace de la matrice de covariance de l'erreur) :

$$P^c = E\left[\left(X^v - X^c\right)\left(X^v - X^c\right)^T\right]$$

On montre alors que A optimal est donné par :

$$A = \left[\Gamma^T \Sigma^{-1} \Gamma\right]^{-1} \Gamma^T \Sigma^{-1}$$

et que la covariance associée est :

$$P^c = \left[\Gamma^T \Sigma^{-1} \Gamma\right]^{-1}$$

Une interprétation variationnelle équivalente, pour la détermination de X^c, revient à minimiser la fonction côut J définie par :

$$J(X) = [\Gamma X - Z]^T \Sigma^{-1} [\Gamma X - Z]$$

3. Filtre de Kalman

Le filtre de Kalman peut être considéré comme une généralisation de l'estimation optimale à un processus évoluant en temps de façon discrète. On suppose que :

- L'évolution en temps des champs vrais est régie par une loi de la forme :

$$X_{k+1}^v = MX_k^v + \eta_k$$

  M est le modèle, que l'on suppose linéaire, η_k est l'erreur de modèle, c'est un processus aléatoire gaussien stationnaire centré et de matrice de covariance Q
- On considère un terme d'ébauche X_k^e, que l'on peut considérer comme la prévision réalisée au temps $k-1$ de la situation au temps k
- La différence entre champs vrais X_k^v et champs prédits est une variable aléatoire centrée de variance P_e^k
- Observations Z_k et champs vrais X_k^v sont liés par une relation :

$$Z_k = HX_k^v + \varepsilon_k$$

  où H est l'opérateur linéaire d'observation et ε_k un processus gaussien centré stationnaire et de variance R.
- La prévision au temps $k+1$ est obtenue par application du modèle au champ calculé au temps k.
- L'évolution en temps de la prédiction est donnée par application du modèle à l'état calculé X_k^c :

$$X_{k+1}^e = MX_k^c$$

- La covariance de l'erreur d'ébauche est donnée par :

$$P_{k+1}^e = MP_k^c M^T + Q$$

  On peut considérer cette ébauche comme une pseudo-observation et utiliser les résultats généraux de l'estimation optimale ce qui donnera une évaluation de X_{k+1}^c :

$$X_{k+1}^c = X_{k+1}^e + P_{k+1}^e H^T \left[HP_{k+1}^e H^T + R\right]^{-1} \left(Z_{k+1} - HX_{k+1}^e\right)$$

  la matrice de covariance de X_{k+1}^c est donnée par :

$$P_{k+1}^c = P_{k+1}^e - P_{k+1}^e H^T \left[HP_{k+1}^e H^T + R\right]^{-1} HP_{k+1}^e$$

4. Remarques

– La méthode présentée ci-dessus suppose un modèle linéaire, des généralisations sont possibles avec des modèles non linéaires, essentiellement en utilisant le modèle linéaire tangent pour effectuer la progression temporelle des champs.Cette généralisation est connue sous le nom de filtre de Kalman étendu (Ghil et Manalotte-Rizzoli [4]) . En théorie le filtrage est une méthode idéale : elle utilise toute l'information disponible et restitue non seulement les champs moyens mais aussi les estimations d'erreurs. Il y a une utilisation optimale de l'information disponible.
– La difficulté, actuellement insurmontable dans un cadre opérationnel, est la nécessité d'utiliser des matrices de covariances qui sont de très grande dimension ($10^7 \times 10^7$). Bien entendu ces matrices ne peuvent être stockées et évoluer temporellement, en temps réel, avec les ordinateurs actuellement disponibles.

Une importante direction de recherche est le contournement de cette difficulté. De nombreuses recherches ont été menées pour réduire la dimension de l'espace de travail (espace d'état ou espace de contrôle). On peut citer la méthode SEEK (Pham et al. [13]) dans laquelle la matrice de covariance est approchée par une matrice singulière de rang faible : il n'y a pas de correction dans les directions qui atténuent le plus les erreurs. L'évolution temporelle de ces directions d'atténuations est régie par la dynamique du modèle. Les estimations initiales des directions d'atténuations sont données par les fonctions empiriques orthogonales estimées à partir des valeurs propres de la matrice des covariances d'erreur d'observation.

VII — Conclusion et perspectives

L'assimilation de données est actuellement un domaine de recherches en plein développement dans différentes directions :
– Du point de vue disciplinaire : il y a une extension vers d'autres domaines de la géophysique notamment en hydrologie aussi bien pour les eaux de surface que pour les eaux souterraines. La chimie atmosphérique est aussi un domaine de forte expansion de l'assimilation de données.
– Du point de vue algorithmique : il y a une forte demande pour des méthodes numériquement plus efficaces et plus économiques du point de vue coût de calcul.
– Du point de vue théorique : la justification des méthodes employées n'est pas toujours satisfaisante, surtout pour les problèmes non-linéaires. De nombreux problèmes restent ouverts tels que la localisation optimale de capteurs.

L'assimilation de données est devenu un outil indispensable pour la modélisation et la prévision du comportement des fluides géophysiques. De

nombreux domaines utilisant simultanément des données et des modèles pourraient être des champs d'application de ces techniques.

RÉFÉRENCES

[1] E. BLAYO, J. BLUM AND J. VERRON, Assimilation variationnelle de données en océanographie et réduction de la dimension de l'espace de contrôle, Equations aux dérivées partielles et applications. Articles dédiés à JACQUES-LOUIS LIONS , Gauthier-Villars, 1998.

[2] J. BLUM , B. LUONG AND J. VERRON, Variational assimilation of altimeter data into a non-linear ocean model : temporal strategies, Contrôle et e.d.p. (Luminy, juin 1997), ESAIM Proceedings Vol 4, 21-57, 1998.

[3] Ph. COURTIER et O. TALAGRAND, Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint equations Part 2. Numerical results. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **113**, 1329-1347.1987.

[4] M. GHIL ET P. MANALOTTE-RIZZOLI, Data Assimilation in Meteorology and Oceanography,*Adv.Geophys.*, **23**,141-265,1991.

[5] J.C. GILBERT ET C. LEMARECHAL, Some numerical experiments with variable storage quasi-Newton algorithms. *Math. Prog.*,**B25**,407-435. 1989.

[6] F.-X. LE DIMET, Une étude générale d'analyse objective variationnelle des champs météorologiques. Rapport Scientifique LAMP 28, Université de Clermond II, BP 45 63170 Aubière France, 1980.

[7] F.-X. LE DIMET ET O. TALAGRAND, Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations : theoretical aspects. *Tellus*, 38A :97–110, 1986.

[8] F.-X. LE DIMET, I.M. NAVON, ET D.N. DAESCU, Second order information in data assimilation. In *Mon. Wea. Rev.*, 2001. Accepté pour publication.

[9] J.L. LIONS, *Optimal Control of Systems Governed by Partial Differential Equations.* Spinger-Verlag, 1971.

[10] G. MADEC, P. DELECLUSE, M. IMBARD ET C.LEVY, OPA Ocean General Circulation Model reference.*11 du Pôle de Modélisation.*Institut Pierre Simon-Laplace. Paris, France. 1998.

[11] B. LUONG, J. BLUM AND J. VERRON, A variational method for the resolution of a data assimilation problem in oceanography, Inverse Problem 14, 979-997, 1998.

[12] B. MOHAMMADI ET O. PIRONNEAU, *Applied shape optimization for fluids*. CLARENDON PRESS. OXFORD, 2001.

[13] D.T. PHAM, J. VERRON AND M.-C. ROUBAUD, A singular evolutive extended Kalman filter for data assimilation in oceanography, *Journal of Marine Systems*,**16**,323-340,1998.

[14] N. ROSTAING-SCHMIDT ET E. HASSOLD, Basic function representation of programs for automatic differentiation in the `odyssée` system. In *F-X LE DIMET editor, High performance Computing in the Geosciences*, pages 207–222. Kluwer Academic Publishers B.V. NATO ASI SERIES, 1994.

[15] Y.K. SASAKI, An objective analysis based on the variational method. *J. Met. Soc. Jap.*, II(36) :77–88, 1958.

[16] O. TALAGRAND, Assimilation of Observations, an Introduction,*Journal of the Met. Soc. of Japan*, Vol 75,1B,pp. 191-209, 1997.

[17] P.A VIDARD, Vers une prise en compte des erreurs modèle en assimilation de données 4D variationnelle. Application à un modèle réaliste d'océan.*Thèse de l'Université Joseph-Fourier* ,2001.

CODES DE CALCUL ET COMPOSANTS LOGICIELS

par Philippe d'Anfray *

Résumé

Une application distribuée peut faire intervenir plusieurs logiciels s'exécutant sur des sites distincts. Notamment, un code de calcul, sera vu comme un des composants logiciels de l'application distribuée. On s'intéresse donc à la conception des applications scientifiques dans un modèle « objet client-serveur » qui permet de les rendre accessibles sans portage et aussi de les « assembler » pour réaliser des architectures logicielles plus complexes : couplage d'applications, etc.. En toile de fond, bien sûr, comment alors réutiliser les codes existants dans ce nouveau contexte ?

Comme toujours, toutes les suggestions sont les bienvenues pour faire vivre cette rubrique !

I — ENCAPSULATION DES APPLICATIONS EXISTANTES

1. Pourquoi ?

Le portage des applications génère généralement de nombreux problèmes : la recompilation du code source n'est jamais évidente, chaque compilateur reconnait hélàs son propre dialecte ! De plus si les systèmes d'exploitation ou les matériels sont différents, les résultats ne seront pas forcément reproductibles. Pire encore le code peut utiliser des bibliothèques qu'il faut aussi porter ou. . .faire porter.

Dans le contexte « distribué », typiquement celui du couplage d'applications, il n'est pas seulement nécessaire de porter le code il faut aussi effectuer des modifications en profondeur pour intégrer les nouvelles fonctionnalités nécessaires à l'échange informations entre codes.

Enfin, il faut aussi se demander ce que l'on doit faire des calculs spécifiques à un couplage donné.

Sans méthodologie bien précise, tout cela risque de provoquer d'énormes pertes de temps et de ressources.

En théorie, il semble bien que l'environnement `Corba` [1, 2] défini par l'`OMG` [3] et présenté dans une précédente chronique, nous permette de travailler efficacement :

*Université Paris 13, Institut Galilée LAGA (`anfray@math.univ-paris13.fr`) et ONERA-DTIM Calcul Haute Performance.

```
      Program laplace
      implicit none
      integer    NMAX, impr ,max_iter,
     &           k, n, m
      parameter (NMAX=1000000)
      real*8     f_n, f_s, f_e, f_o,
     &           residu, eps
      real*8     a (NMAX)
c ..........  set or read initial data
      f_n        = 0.0d0
c.....etc...
      eps        = 1.0d-5
      max_iter   = 200000
      write (6, *) 'Grid dimensions .==>'
      read(5,*) n, m
c ....etc...
c     ====================================
c ..........  initialization
      call initialize
     &       (a, n, m, f_n, f_s, f_e, f_o)
c ..........  compute
      do k = 1,max_iter
       call compute (a,n,m,eps,residu)
       if( residu.lt.eps) then
        goto 3
       else
        if (mod(k,25).eq.0) then
          write (*,*) 'iter. ' , k,
     &                ' residu:', residu
        endif
       endif
      enddo
 3    continue
c ..........  results
      write(*,*)  'The end: iter. ', k,
     &             residu ', residu
      if (impr.ne.0) then
         call results (a, n, m)
      endif
c     ====================================
c.....etc...
      end
```

FIG. 1 – Laplace, programme principal

– l'approche orientée objet ;
– la spécification en langage IDL indépendante des contextes matériels et logiciels ;
– le modèle client-serveur ;
– la possibilité d'exécuter une application « à distance ».

Tout cela est prometteur ; il reste cependant une « grande » question : peut-on dans ce nouveau contexte, réutiliser les applications existantes pour la plupart écrites en Fortran -le plus souvent « 77 »-.

2. Du « Fortran »au « serveur »

Prenons un exemple très simple d'un programme en Fortran 77 « de bon goût » qui résoud l'équation de Laplace sur un « rectangle universitaire ». L'application comporte quelques sous-programmes et un programme principal qui ressemble à celui de la figure 1.

Nous cherchons maintenant à exhiber puis à encapsuler les fonctionnalités de cette application dans un objet serveur « Laplacien ». Les variables déclarées dans le programme principal deviennent des données encapsulées dans l'objet serveur et seront manipulées par les méthodes ; les méthodes de l'objet (i.e. les services) correspondent aux sous-programmes appelés dans le programme principal ; on y rajoutera quelques fonctions permettant l'accès à certaines données (notamment pour les initialisations etc...).

Pour résoudre un problème à l'aide de cet objet, il faudra écrire un « client » qui ressemblera fort au programme principal initial, simplement, nouveau point de vue sur la question, il utilisera des services à travers l'interface de l'objet code.

Intérêt immédiat, dans un environnement type Corba, peu importe la localisation de l'objet serveur et plus besoin *a priori* de portage.

Tout cela nous conduit à spécifier (figure 2) dans le langage IDL[1] l'objet serveur « laplacien ». Le premier groupe de méthodes permet de préciser les données du problème à résoudre, le second permet de piloter la résolution. Bien sûr, on ne fait apparaître dans les signatures des méthodes que les paramètres qui ont un sens pour l'utilisateur (par exemple le résidu, ...).

3. Construire le serveur avec Corba

Il existe de nombreuses « implémentations » du standard Corba (voir une liste dans [2]). Nous avons utilisé un produit du domaine public : MICO [4, 5]. Sous MICO, la compilation de la spécification IDL génère des « projections »

[1] « Interface Description Language », spécifié par la norme Corba

```
module simple_appli
 {
 typedef  sequence<double> field;
 interface laplacien
  {
  // initialisations
  void set_dim   (in long n, in long m);
  void set_impr  (in long impr);
  void set_eps   (in double eps);
  void set_max_it(in long  max_iter);
  void set_bounds(in double f_n,
    in double f_s,in double f_e,
                  in double f_o);
  // actions
  void initialize  ();
  void compute     (out double res);
  void results     (out field  val);
  //
  void end();
  };
 };
```

FIG. 2 – Exemple de spécification IDL

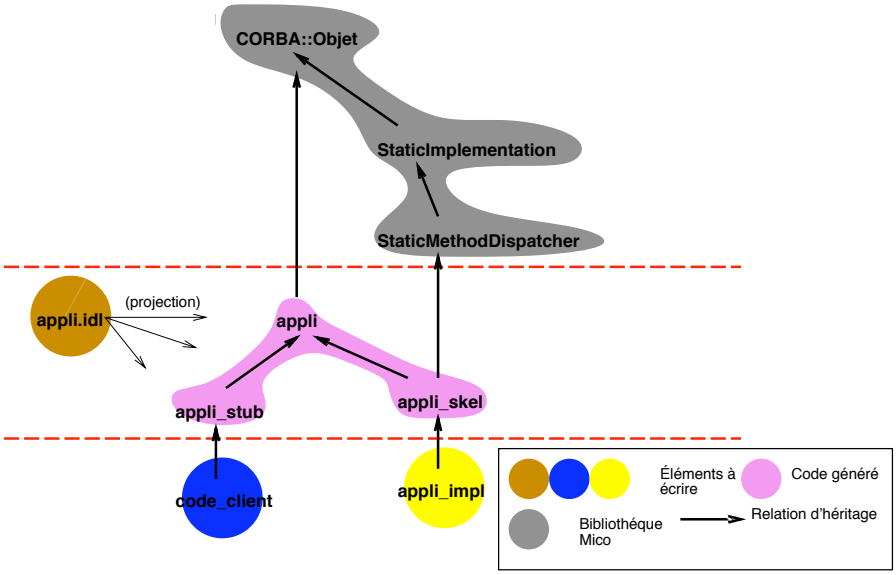


FIG. 3 – Hiérarchie des classes avec MICO

```
class lapla_server : virtual public appli::laplace_skel
{
public:    lapla_server();
  virtual ~lapla_server();
  // initializations
  void set_dim     ( CORBA::Long   n, CORBA::Long m );
  // etc...  actions
  void initialize (                    );
  void compute    ( CORBA::Double& res );
  void results    ( appli::field*& val );
  void end        ( void               );
 private:         // encapsulated data
  CORBA::Double*  _a;
  CORBA::Long     _n, _m, _impr, _max_iter ;
  CORBA::Double   _residu, _eps, _f_n, _f_s, _f_e, _f_o;
};
```

FIG. 4 – spécifications C++ pour lapla_server

en C++. Le langage C++ [6, 7] est de plus en plus utilisé en calcul scientifique [8]. Ici, il est le prolongement naturel de la description objet sous Corba [9]. La figure 3 montre la hiérarchie des classes obtenues, on y retrouve des choses bien connues comme le « stub » et le « skeleton » qui sont respectivement les interfaces client et serveur permettant de distribuer l'application. Le code client utilise l'interface « stub » (ou talon) comme spécification du serveur ; l'implémentation du serveur est réalisée dans une classe qui héritera du « skeleton » (ou squelette) et dans laquelle on pourra déclarer les données encapsulées et coder les méthodes de l'objet. Les autres caractéristiques nécessaires au fonctionnement dans un contexte distribué sont automatiquement héritées des classes prédéfinies de MICO qui « implémentent » le standard.

La figure 4 montre la spécification C++ utilisée pour « implémenter » le serveur. C'est la partie déclarative (« .h ») d'une classe C++ lapla_server. Les méthodes sont héritées de la classe laplace_skel (squelette) générée par le compilateur IDL. Les données encapsulées sont déclarées sur le modèle du code Fortran initial (cf figure 1). La figure 5 donne un aperu de la réalisation du serveur. Il s'agit cette fois de la partie codage (« .c ») de la classe C++ lapla_server. Les sous-programmes initiaux du code Fortran sont appelés sans modification.

Enfin il faut bien écrire un programme qui lancera le serveur. C'est très simple, voir figure 6 : quelques initialisations pour l'environnement Corba puis création d'un objet lapla_serveur qui se met en attente de requêtes.

```
#include "laplace.h"
#include "lapla_server.h"
extern "C"{ // C++ prototypes for Fortran routine
  void compute_   (CORBA::Double*,CORBA::Long*,CORBA::Long*,
                   CORBA::Double*,CORBA::Double*); }
void lapla_serveur::compute(CORBA::Double& res)
 {// call to Fortran routine
 compute_(_a, &_n, &_m, &_eps, &_residu);
 res=_residu; }
```

FIG. 5 – Exemple d'encapsulation du `Fortran`

```
#include "laplace.h"
#include "lapla_server.h"
int main(int argc, char *argv[])
 {CORBA::ORB_var orb= CORBA::ORB_init   //init ORB
         (argc, argv, "mico-local-orb");
  CORBA::BOA_var boa= orb->BOA_init     //init BOA
         (argc, argv, "mico-local-boa");
  // create an object server
  lapla_serveur *serveur=new lapla_serveur;
  // wait for requests
  boa->impl_is_ready (CORBA::ImplementationDef::_nil());
  orb->run();
  CORBA::release(serveur);              // end
  return (0); }
```

FIG. 6 – Lancement du serveur

4. Le programme client

Que fait l'utilisateur pour résoudre un problême à l'aide du serveur précédemment réalisé. Il doit bien sûr commencer par initialiser l'environnement `Corba` comme dans le code du serveur (voir figure 6). Ensuite, le programme essaie de se « connecter » à un serveur. Si tout se passe bien, la fonction `bind` de `Mico` retournera une référence du serveur. On peut alors effectuer des requêtes.

Ici, la partie « requêtes » du code client est exactement calquée sur le code `Fortran` initial (figure 7). Au lieu d'appeler des sous programmes, on invoque des méthodes sur l'objet serveur.

O en sommes nous ? nous sommes passés d'une application « monolithique »

```
// ...
#include "laplace.h"
int main(int argc, char *argv[])
 {// ...
  //CORBA initializations (ORB, BOA, get a reference
  //to a lapla_server object)
  CORBA::Object_var ref_laplace
            =orb->bind ("IDL:appli/laplace:1.0",argv[1]);
  appli::laplace_var L=appli::laplace::_narrow(ref_laplace);
  // read data, etc...
  // ========================= start of requests ======
  // set initial data
  L->set_eps      (1.0e-5);
  L->set_max_iter (200);
  L->set_dim      (n,m);
  //...
  L->initialize();
  while (!finished)
   {
     k++;
     L->compute(res);
     fini = (res< eps) || (k>max_iter);
   }
  if (impr)
     L->results(val);
  // =========================  end of requests  ======
  L->fin();
 }
```

FIG. 7 – Laplace application : client code

à un serveur utilisable dans un contexte distribué. Le code « client » est exécuté localement et envoie des requêtes vers un objet « serveur ». Peu importe la localisation de ce serveur, le client donc peut « piloter » à distance l'exécution du code qui ainsi est rendu accessible sans portage, ni modification ou restructuration en profondeur.

L'environnement `Corba` fait plus que permettre la distribution, il assure l'interopérabilité entre le client et le serveur. Notre construction logicielle est indépendante des langages de programmation, systèmes d'exploitation et plates-formes matérielles utilisés pour le serveur et le client. Enfin, réutiliser les codes existants ne sert pas qu'à gagner du temps, il s'agit aussi de préserver les connaissances (mathématiques, physiques, ...) « enfouies » dans les applications.

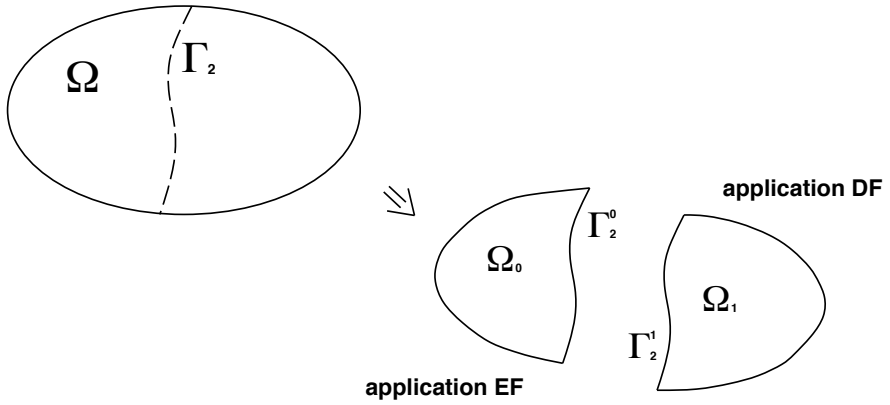


FIG. 8 – Décomposition du domaine de calcul Ω

II — DU PARALLÈLE AU DISTRIBUÉ

1. Un exemple de couplage

Nous utilisons pour cela deux codes `Fortran` permettant le calcul d'écoulements réactifs. Le premier est basé sur une méthode d'éléments finis, l'autre utilise des différences finies. En pratique, par exemple, on utilisera la discrétisation par élements finis autour d'un obstacle et les différences finies dans l'espace englobant.

C'est le cas typique ou un domaine de calcul Ω est séparé par une frontière interne Γ_2. On utilise, dans chaque sous-domaine Ω_0 et Ω_1, une approche différente mais les deux modèles sont couplés le long de la frontière Γ_2 (on suppose que les discrétisations sont conformes sur Γ_2 ce qui n'enlève rien à la généralité de l'**approche logicielle** -voir plus loin-).

Pour réaliser le couplage des deux applications, il suffit alors :

- d'être capable de les exécuter « à distance » (oui ! on sait maintenant : il suffit de les « encapsuler » dans des serveurs) ;
- de disposer des fonctionnalités de base permettant d'exprimer le couplage **dans le code « client »**.

Notons que l'on peut s'interroger sur l'architecture de l'application distribuée : doit on effectuer les calculs spécifiques au couplage dans le client ou les déléguer à un nouveau « serveur de couplage » comme dans la figure 9.

Si nous étions vraiment capable de construire un « bus logiciel » le changement d'architecture serait transparent pour l'utilisateur. Ce n'est pas vraiment le cas avec `Corba` qui ne possède pas les abstractions nécessaires. Néanmoins

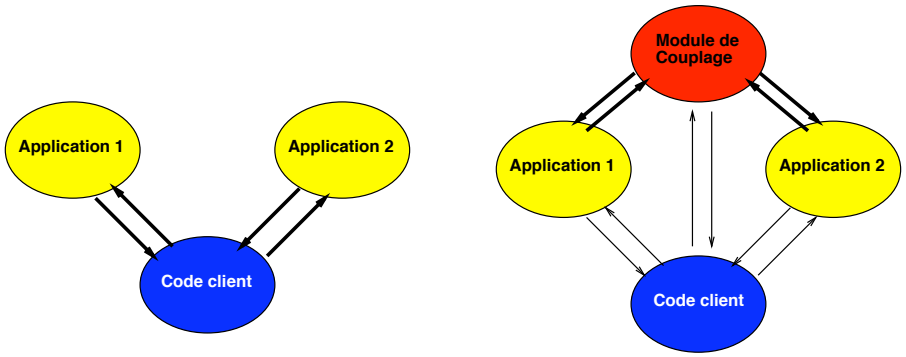


FIG. 9 – Composants logiciels du couplage

le travail à effectuer sur les serveurs (encapsulations et extensions -voir ci-dessous-) reste le même.

Pour entreprendre le couplage nous avons besoin de nouvelles fonctionnalités :

- identifier des frontières ;
- accéder en lecture et/ou en écriture aux valeurs de certaines inconnues sur une frontière donnée $(u, \ldots)$;
- accéder en lecture et/ou en écriture aux valeurs des derivées de certaines inconnues sur une frontière donné $(\frac{\partial u}{\partial n}, \frac{\partial u}{\partial \tau}, \ldots)$;
- accéder à divers cœfficients (pour optimiser la convergence de l'algorithme, ici α, β etc...).

Des calculs supplémentaires doivent être effectués :
dans notre cas, le calcul de : $\alpha_0 * u_2^0 + \beta_0 * \frac{\partial u_2^0}{\partial n}$ sur la frontière Γ_2^0 du sous-domaine Ω_0 sera utilisée pour la mise à jour de u_2^1 sur la frontière Γ_2^1 du sous-domaine Ω_1 et réciproquement.

2. `IDL` pour les serveurs

Les figures 10 et 11 montrent les spécifications des deux serveurs `EF` (éléments finis) et `DF` (différences finies) réalisés en encapsulant les applications initiales selon la technique présentée plus haut. Les noms des méthodes sont ceux des sous-programmes `Fortran` (mais néamoins suffisamment auto-descriptifs).

```
typedef  sequence<double> field;
module ef
  {
  interface class_ef
    {
    void   set_lim     (in long  lim);
    void   set_lb      (in long  lb);
    //...
    long    get_npfr    () ;
    double  get_dt      ();
    void    set_cu      (in long i, in double x);
    // ..
    void read_alloc ();
    void init       (out double tdeb);
    void neighbour  ();
    void mat_bound  ();
    void mat_loc    ();
    void block_lu   ();
    void time_step  (in long its);
    void verif      (in double tend);
    void end        ();
    };
  };
```

FIG. 10 – Spécification IDL pour l'application EF

3. Mise à niveau des serveurs

Il s'agit d'intégrer dans les serveurs EF et DF les fonctionnalités nécessaires au couplage. d'après ce qui précède (cf. 1.) chaque serveur devra offrir de nouveau services, que nous pouvons exprimer simplement en langage IDL :

Tout cela est immédiat à implémenter en FORTRAN dans le code initial puis à encapsuler. Les méthodes « get_ » retournent un « vecteur » extrait de données existantes dans le code ou résultant de calculs simples sur ces données (les dérivées, etc...) ; les méthodes « update_ » mettent à jour des données existantes. Ce sont les seules modifications à introduire dans les serveurs, encore une fois, elles n'entrainent pas de modification en profondeur des codes initiaux et mieux, l'ajout de ces fonctionnalités est un travail « générique » qui pourra servir dans d'autres applications distribuées.

Notons que si les discrétisations ne sont pas conformes, il suffira d'ajouter au serveur des méthodes donnant accès à des informations sur la géométrie pour effectuer les interpolations. Encore une fois l'approche reste « générique ».

```
typedef  sequence<double> field;
module df
  {
  interface class_df
    {
    void set_epsi   (in double epsi);
    void set_itmax  (in long itmax);
    //...
    double get_re        ();
    double get_dt_param  ();
    //...
    void mesh       ();
    void init       (out double tbeg);
    void bound_init ();
    void time_step  (in long its);
    void stab       (in long its);
    void norms      (in long i_1_3, in double dp);
    void output     (in double tend);
    void end        ();
    };
};
```

FIG. 11 – Spécification IDL pour l'application DF

4. Le client « coupleur »

Le client coupleur fonctionne comme dans l'exemple du Laplacien (voir figure 7). Ici il se connecte à deux serveurs référencés par EF et DF qu'il pilote à distance tout en effectuant localement les calculs nécessaires au couplage. la figure 13 montre la « boucle interne » -ici très simplifiée, avec les mêmes pas de temps- du code effectuant le couplage.

III — CONCLUSIONS

Nous avons montré comment, en utilisant un modèle client/serveur on peut construire des applications qu'il est possible de piloter à distance. Cette approche très générale qui évite *a priori* les problèmes liés au portage des applications peut être utilisée pour encapsuler et rendre accessibles des applications existantes sans modification ou restructuration majeure.

Une fois ces serveurs développés, l'ajout de quelques fonctionnalités « génériques » permettra de les utiliser comme « composants logiciels » dans une application distribuée, typiquement comme nous l'avons montré ici, un

```
...
void get_u     (in  long border_id, out field Uo );
                     // id identifie la frontiere
void get_du_dn (in  long border_id, out field Uo );
                     // field est un "vecteur"
void get_alpha (out double alpha                 );
void get_beta  (out double beta                  );
void update_u  (in  long border_id, in  field Ui );
```

FIG. 12 – IDL pour la mise à niveau des serveurs EF et DF

```
...
  while (!finished)
     {
     EF_its++; DF_its++;
     if (b_update)
        {//  get info from servers  (u, du/dn, coefficients)
         DF->get_u        (0, Ud   );
         DF->get_du_dn    (0, Udn  );
         DF->get_alpha    (d_alpha );
         DF->get_beta     (d_beta  );
         EF->get_u        (0, Ue   );
         EF->get_du_dn    (0, Uen  );
         EF->get_alpha    (e_alpha );
         EF->get_beta     (d_beta  );
         // perform local computations
         local_compute    (Ue_new, d_alpha, Ud, d_beta, Udn);
         local_compute    (Ud_new, e_alpha, Ue, e_beta, Uen);
         //  updates
         DF->update_u     (0, Ud_new, ...);
         EF->update_u     (0, Ue_new, ...); }
     dt=DF_dt;   // time step for each application
     EF->set_dt    (DF_dt);
     EF_t=EF_its*dt+EF_tdeb; DF_t=DF_its*dt+DF_tdeb;
     EF->time_step (its);    DF->time_step (its);
     }
...
```

FIG. 13 – Boucle centrale du client « Coupleur »

couplage de code.

Les performances des codes initiaux ne sont pas affectées ! et l'optimisation du couplage rejoint les problématiques classiques du parallélisme (équilibrage, contrle du ratio calcul/communications, etc..). Bien sûr il est préférable aussi de disposer de protocoles Corba qui utilisent au mieux les caractéristiques du

réseau, mais cet aspect reste transparent pour l'utilisateur.

La portabilité, si l'on a développé avec `Corba` est assurée pour toute la partie conception et réalisation des serveurs ; le langage `IDL` et ses projections (en `C++` par exemple) étant normalisés.

Une prochaine chronique traitera de l'encapsulation, du lancement et des problèmes liés aux communications entre composants lorsque les applications sont des codes parallèles (typiquement réalisés en « échanges de messages » avec la bibliothèque `MPI`).

RÉFÉRENCES

[1] Siegel J. et al., « CORBA Fundamentals and Programming », J. Wiley & Sons, 1996, ISBN 0-471-12148-7.

[2] `Corba` « Common Object Request Broker Architecture », informations et pointeurs à l'adresse `http ://www.corba.org`.

[3] `OMG` « the Object Management Group », `http ://www.omg.org`.

[4] Puder A., Römer K., « MICO : An Open Source CORBA Implementation », Morgan Kaufmann Publishers, 2000, ISBN 1-55860-666-1.

[5] `MICO`, « Mico Is COrba », informations à l'adresse `http ://www.mico.org/`.

[6] Stroustrup B., « The C++ programming language », 3rd Edition, Addison-Wesley, 1998, ISBN 0-201-88954-4.

[7] Joyner I, « C++ ?? A critique of C++ and Programming and Languages Trends of the 1990s », 3rd Edition, 1996, `http ://www.elj.com/cppcv3/`.

[8] Barton J., Nackman L. Scientific and Engineering C++, Addison-Wesley, 1994.

[9] Henning M, Vinoski S., « Advanced CORBA Programming with C++ », Addison-Wesley, 1999, ISBN 0201379279.

LIVRES REÇUS

par Gérard Tronel

I — PREMIER CYCLE

1. F.GUÉNARD & H. LEMBERG : *La méthode expérimentale en mathématiques. Expérimentation à l'aide de Matthematica, Maple et de la TI 92-89*. Éditeur : Springer, SCOPOS Vol. 12. 2001. 240p. Broché, ISBN 2-287-59712-0.
2. A. DENMAT& F. HÉAULNE : *Algèbre Générale*. Éditeur : DUNOD. Sciences Sup. Série TD. 2000. 194p. Broché, ISBN 2 10 004003 0.
3. J. GERMONI : *Best of Algèbre 1ère année. Les meilleurs sujets d'examen corrigés*. Éditeur : DUNOD. Sciences Sup. 2001. 276p. Broché, ISBN 2 10 005179 2.
4. B. PARZYSZ& A. PARZYSZ : *Best of Analyse 1ère année. Les meilleurs sujets d'examen corrigés*. Éditeur : DUNOD. Sciences Sup. 2001. 276p. Broché, ISBN 2 10 005381 2.
5. D. PROCHASSON : *Mathématiques pour le DEUG. Algèbre et géométrie 2e année*. Exercices corrigés. Éditeur : DUNOD. Sciences Sup. 2001. 234p. Broché, ISBN 2 10 004600 4.

II — DEUXIÈME CYCLE

1. D. SERRE : *Les Matrices. Théorie et pratique*. Éditeur : DUNOD. 2001. 168p. Broché, ISBN 2 10 005515 1.
2. M. REVERSAT, B. BIGONNET & B. ZHANG : *Algèbre pour la licence Exercices corrigés*. Éditeur : DUNOD. Sciences Sup. 2001. 118p. Broché, ISBN 2 10 005296 9
3. M. BERGOUGNOUX : *Optimisation et contrôle des systèmes linéaires. Cours et exercices avec solutions*. Éditeur : DUNOD. Sciences Sup. 2001. 260p. Broché, ISBN 2 10 005626 3.
4. J. DELCOURT : *Théorie des groupes. Rappels de cours, exercices et problèmes corrigés*. Éditeur : DUNOD. Sciences Sup. 2001. 216p. Broché, ISBN 2 10 005400 7.
5. Y. TILLÉ : *Théorie des sondages. Échantillonnage et estimation en populations finies*. Éditeur : DUNOD. Sciences Sup. 2001. 284p. Broché, ISBN 2 10 005484 8.

III — Préparation aux concours

1. M..Motron & J. Wigniolle :*Concours blancs Mathématiques. 14 sujets inédits d'entraînement aux concours*. Éditeur : DUNOD. J'INTEGRE 2001. 264p. Broché, ISBN 2 10 005342 6.
2. F. Bories-Longuet, A. Decombes-Guilloux, P. Jarraud, S. Méléard & C. Piquet. *Nos 20 sujets préférés* ; Éditeur : DUNOD. CAPES/AGREG. 2000. 374p. Broché, ISBN 2 10 004842 2.
3. C. Delode : *Géométrie affine et euclidienne*. Éditeur : DUNOD. APES/AGEG. 2000. 246p. Broché, ISBN 2 10 004643 8.

IV — Troisième Cycle et autres

1. R. Petersen & A. V. Savkin : *Filtering for Signals and Systems with Large Uncertinities*. Editor : Birkhauser. CONTROL ENGINEERING. 1999. ISBN 0-8176-4089-4.
2. A. Locatelli : *Optimal Control. An Introduction*. Editor : Birkhauser. 2001. ISBN 3-7643-6408-4.
3. S. Jaffard, Y. Meyer & R. D. Ryan : *Wavelets*. Tools for Science & Technology Editor : SIAM 2001. ISBN 0-89871-448-6.

CRITIQUE DE LIVRE

PAR G. TRONEL

M. BERNADOU : *Le calcul scientifique*
Éditeur : Presses Universitaires de France. Collection *Que sais-je ?*
2001. 128 pages. n°1357. ISBN 2 13 051712 9

Notre collègue Michel Bernadou vient de publier, dans la collection *Que sais-je ?* un numéro intitulé « *Le calcul scientifique* ». L'un des objectifs de cette collection est d'éditer des textes lisibles par des lecteurs non spécialisés dans les domaines traités. Ce petit livre atteindra certainement son but mais même le spécialiste pourra y trouver matière à reflexion sur sa discipline car il faut avoir un certain talent pour expliquer un sujet de haute technicité en mathématique à des lecteurs qui ignoreraient tout du sujet.

Donner une définition du calcul scientifique n'est pas facile, aussi l'auteur préfère préciser les objectifs de cette discipline et les différentes étapes de sa mise en oeuvre. Il n'est pas simple de dater la première apparition du qualificatif « scientifique »associé au calcul, mais il semble possible qu'on puisse la faire remonter aux premières années de l'utilisation des ordinateurs ; ceci pourrait laisser penser que naguère le calcul n'était pas scientique il n'était que : « différentiel », « intégral » ou « numérique » !

Après une brève introduction, le premier chapitre illustre le propos de l'auteur à partir de l'exemple d'une plateforme pétrolière, plus particulièrement de la partie imergée de la plateforme ; il met en place les différentes phases du calcul en soulignant l'apport des mathématiques ; cet exemple montre d'ailleurs qu'il n'existe pas de frontières nettes entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées ; ce point de vue semblait celui qu'avait adopté J.- L. Lions et on le retrouve dans tout le livre.

Le chapitre II traite des principales étapes du calcul scientique toujours à partir d'un exemple, ici une membrane élastique : on part de la modélisation ou plutôt des modélisations qui conduisent à une formulation variationnelle du problème sous l'aspect d'un problème de minimisation d'une fontionnelle de type énergie et à la définition de la notion de solutions faibles, c'est-à-dire de solutions dans un espace de Sobolev. Après avoir traité de l'existence et de l'unicité de la solution, l'approximation est introduite par la méthode des éléments finis suivie de l'implémentation du problème approché et des estimations d'erreurs ; la méthode des différences finies est abordée et un tableau comparatif donne une idée des performances des méthodes numériques. Enfin les problèmes d'évolution - chaleur et propagation des ondes - sont ébauchées notamment pour établir une combinaison possible des méthodes numériques.

Le chapitre III prolonge le précédent mais sous un angle plus orienté ou limité à la modélisation en mécanique ; il montre l'apport du calcul scientifique

à l'étude du comportement des matériaux composites connue sous le nom de méthode d'homogénéisation ; d'autres questions importantes en technologie contemporaine font l'objet d'une introduction rapide - écoulements des fluides en aérodynamique, biomécanique et comportement des prothèses en médecine.

Dans le chapitre IV l'auteur signale d'autres champs d'application du calcul scientifique en physique, en mécanique quantique, dans les problèmes complexes liés à l'environnement, à la pollution ; à la météorologie, au traitement des images.

Enfin le dernier chapitre dégage quelques perspectives pour le calcul scientique qui intervient déjà et qui interviendra plus encore dans les situations où la prévision joue un rôle fondamental : finances, sécurités des transports routiers, des transports ferroviaires et des transports aériens, conception assistée par ordinateurs pour la construction des engins du futur et réalité virtuelle, si on peut accepter cet accouplement bizarre qui mélange ce qui existe et ce que l'on peut imaginer !

LES INSTRUMENTS ARDENTS DANS LA TRADITION ARABE

Notes de lecture

par Hélène Bellosta (IFEAD, Damas)

La publication récente par Roshdi RASHED de trois ouvrages consacrés à l'optique et à la catoptrique rend accessibles en édition bilingue à la fois la traduction arabe de traités grecs ou hellénistiques, pour la plupart perdus en grec, et les textes fondateurs de l'optique arabe. Elle vient en outre couronner diverses études consacrées par le même auteur à l'histoire de l'optique[1] . Ces textes et ces études permettent maintenant d'avoir une idée beaucoup plus précise du développement de cette discipline, depuis ses origines grecques jusqu'à la révolution opérée dans la première moitié du XIe siècle par Ibn al-Haytham qui, en rompant définitivement avec la théorie aristotélicienne du « rayon visuel » (voir *infra*), fera entrer l'optique dans la modernité. Le premier de ces ouvrages, Les Catoptriciens grecs (Les Belles Lettres, Paris, 2000), donne accès, dans leur traduction arabe, à la quasi-intégralité des textes grecs sur les miroirs ardents : de cette tradition, on ne connaissait jusque-là, en grec, qu'un texte anonyme et vraisemblablement tardif, le fragment dit « de Bobbio », ainsi qu'un fragment incomplet de l'ouvrage d'Anthémius de Tralles sur les miroirs ardents. Outre la traduction arabe du texte complet d'Anthémius, cet ouvrage offre également le texte de Dioclès sur les miroirs ardents, le plus ancien de cette tradition, tôt perdu en grec ; y figurent aussi deux courts textes sur les miroirs ardents écrits par des auteurs inconnus et postérieurs, un certain Didyme et un certain Dtrūms.

Le second ouvrage, premier tome de l'édition des œuvres complètes d'al-Kindī (Œuvres philosophiques et scientifiques d'al-Kindī, vol. I, L'optique et la catoptrique, Brill, Leiden 1997) présente, outre l'intégralité des écrits optiques de cet auteur (La rectification des erreurs et des difficultés dues à Euclide dans son livre appelé « L'Optique », Sur les rayons solaires, Sur les grandeurs des figures immergées dans l'eau, Fragment sur un miroir concave dont l'arc est le tiers de son cercle, Sur les causes des diversités de la perspective et sur les démonstrations géométriques qu'il faut en donner, texte qui ne nous est parvenu qu'en latin, sous le titre de De aspectibu), l'editio princeps de deux courts textes sur les miroirs ardents et la catoptrique, ceux de Qustā ibn Lūqā (...) et d'Ibn 'Isā, tous deux postérieurs aux écrits d'al-Kindī. Comme le titre même des traités d'al-Kindī l'indique, il n'est plus seulement question dans ces études de miroirs ardents : avec al-Kindī, ce chapitre fait désormais partie intégrante de l'optique. Le dernier des trois ouvrages (qui est aussi le plus anciennement publié), Géométrie et Dioptrique au Xe siècle, Ibn Sahl, al-Qūhī

et Ibn al-Haytham (Les Belles Lettres, Paris, 1993), offre tout d'abord l'editio princeps des œuvres d'Ibn Sahl, tant géométriques (Des propriétés des trois sections coniques, Commentaire du traité sur l'art de l'astrolabe d'Abū Sahl al-Qūhī), qu'optiques (Sur les instruments ardents, Preuve que la sphère céleste n'est pas d'une transparence extrême). Le Traité sur les instruments ardents présente la première théorie géométrique des lentilles et bouleverse l'idée que l'on avait de la dioptrique avant Ibn al-Haytham ; il permet d'appréhender les conditions qui ont rendu possible la réforme d'Ibn al-Haytham et montre comment ce dernier s'insère dans une tradition qu'il renouvelle complètement. De l'Optique d'Ibn al-Haytham ne sont retenues ici que les parties du livre VII consacrées au dioptre sphérique et à la lentille sphérique ; figure également dans cet ouvrage la rédaction qu'al-Fārisī (mort en 1319) a donnée du traité perdu d'Ibn al-Haytham Sur la sphère ardente. La publication de ces trois ouvrages qui feront date est pour nous l'occasion de faire le point sur ce chapitre de l'optique qu'est l'étude des instruments ardents avant Ibn al-Haytham. Ce chapitre est doté, on le verra, d'un statut un peu particulier au sein de l'optique.

I — Doctrines de la vision avant Ibn al-Haytham

Il est peut-être nécessaire, si l'on veut comprendre la place et l'originalité des recherches sur les miroirs ardents en optique, d'évoquer rapidement les diverses doctrines qui, de l'antiquité gréco-hellénistique jusqu'à l'unification effectuée par Ibn al-Haytham (XIe siècle), coexistent. On trouve ces doctrines fort judicieusement résumées par Hunayn ibn Ishāq (traducteur du IXe siècle) :

> Le corps de ce que l'on voit ne manque pas d'être vu de l'une des trois manières suivantes : la première est qu'il envoie, de lui à nous, une chose par laquelle il se signale lui-même à nous afin que nous connaissions ce qu'il est ; la seconde est qu'il n'envoie rien, mais demeure dans sa position sans discontinuer, tandis qu'une puissance de sensation part de nous et va à lui, grâce à laquelle nous connaissons ce qu'il est ; la troisième est qu'il y a autre chose, aussi bien de notre côté que du sien, intermédiaire entre nous et lui, qui nous procure sa connaissance, afin que nous connaissions ce qu'il est[3, p. 85].

On est donc en présence de trois doctrines :

1. La doctrine de l'intromission, qui est celle d'Aristote dans le De Anima : il y a donc du diaphane (...) la quiddité de la couleur c'est (...) d'être capable de mouvoir le diaphane en acte, et l'entéléchie du diaphane est la lumière (...) en fait la couleur meut le diaphane, par exemple l'air, et celui-ci qui est continu meut à son tour l'organe sensoriel (...) si cet

espace intermédiaire devenait vide, bien loin qu'on put voir avec netteté, on ne verrait rien[2, p. 107-111].

2. La doctrine de l'émission, celle d'Euclide, de Ptolémée et des anciens géomètres : un cône de rayons rectilignes issus de l'œil va, sur le modèle du toucher, en quelque sorte palper ou éclairer les objets, il s'affaiblit avec la distance, ou la faiblesse de la vue, et peut être dévié par une surface réfléchissante ; cette théorie est reprise par Aristote dans les *Météorologiques* et dans les *Météorologiques* seulement[1].
3. La **doctrine stoïco-galénique** : le pneuma modifie l'air ambiant, le transformant ainsi en un organe de la vision.

C'est relativement à ces trois doctrines que vont s'organiser les recherches optiques dans l'antiquité :

1. l'optique au sens propre, qui est une géométrie de la perception de l'espace et des illusions de perspective (c'est le cas de l'Optique d'Euclide) ; c'est une optique géométrique, basée sur la doctrine de l'émission par l'œil d'un « rayon visuel », dont la seule structure est géométrique : il s'agit seulement d'un segment de droite joignant deux points ; chez Euclide, le rayon visuel ne se réfère ni à une physique de la lumière ni à une physiologie de l'œil ;
2. la catoptrique (pseudo-Euclide, Ptolémée), ou étude géométrique de la réflexion des rayons visuels sur les miroirs ;
3. la réfraction (peu étudiée en dehors de Ptolémée), ou étude de la déviation du rayon visuel par un milieu de nature différente (exemple type du bâton immergé dans l'eau) ;
4. les miroirs ardents, ou étude de la réflexion convergente des rayons solaires sur les miroirs ; dans ce chapitre, contrairement aux précédents, il n'est pas question du rayon visuel mais des rayons lumineux (rayons solaires en l'occurrence) ;
5. l'étude des phénomènes atmosphériques (halo et arc-en-ciel), étudiés par Aristote dans les Météorologiques, laquelle soulève en outre, ce qui n'intervenait pas dans les chapitres précédents, le problème des couleurs.
6. mentionnons enfin pour mémoire l'étude de la vision par les philosophes et les médecins (travaux de Galien sur l'anatomie et la physiologie de l'œil, qui développe la théorie du pneuma ; travaux d'Alexandre d'Aphrodise sur les couleurs).

La théorie du rayon visuel, souvent critiquée par les philosophes, est donc celle des tenants de l'optique géométrique, sauf en ce qui concerne la théorie

[1] Voir l'anecdote, reprise par tous les commentateurs, de l'homme (Antiphéron d'Oréos) dont la vue était si faible que ses rayons visuels étaient réfléchis par l'air proche de lui qui faisait office de miroir, si bien que lorsqu'il marchait, il croyait voir devant lui sa propre image qui le regardait en face [4, p. 12-13 (373b), p. 153, n. 8]

des miroirs ardents dans laquelle on étudie la réflexion des rayons du soleil, ce qui confère aux études sur les miroirs ardents un statut particulier au sein de l'optique.

L'optique arabe est dans la filiation unique de l'optique gréco-hellénistique. La majeure partie des travaux grecs et hellénistiques en optique sont tôt traduits en arabe, dès le IXe siècle, en particulier l'Optique d'Euclide, celle de Ptolémée (sauf le premier livre), la Catoptrique de Héron d'Alexandrie, ainsi que les travaux hellénistiques sur les miroirs ardents (Dioclès, Anthémius de Tralles). On assiste, dès les débuts du IXe siècle, avec Qustā ibn Lūqā et surtout al-Kindī, à un infléchissement de la théorie géométrique du rayon visuel, dans un esprit plus physique ; cette théorie s'affronte dès lors à quelques difficultés : entre autres l'étude des liens entre rayons lumineux et rayons visuels, puisqu'il est nécessaire pour qu'un objet soit vu, non seulement qu'il soit dans le champ visuel, mais également qu'il soit éclairé. L'optique devient un domaine relevant à la fois de la géométrie et de la physique (c'était déjà la théorie du Pseudo-Théon) ; on peut citer à ce propos Qustā ibn Lūqā :

> des sciences démonstratives, la meilleure est celle à laquelle participent la science physique et la science géométrique, car de la science physique elle emprunte la perception sensorielle et de la science géométrique les démonstrations géométriques. Je n'ai rien trouvé où se réunissent ces deux arts de plus beau ni de plus parfait que la science des rayons, surtout ceux qui sont réfléchis sur les miroirs[2] .

Al-Kindī, tenant lui aussi de la théorie du rayon visuel, critique la doctrine de l'intromission, incompatible pour lui avec les lois de la perspective :

> il faudrait alors que des cercles qui se trouvent dans le même plan que la pupille, se propagent et se dirigent vers elle, et qu'ils soient vus tels qu'ils sont selon leur être propre[3, p. 452].

La vision se fait, pour al-Kindī, par une puissance radiante qui émane de l'œil et qui transforme l'air selon des droites. Rayon et cône visuel se trouvent maintenant dotés d'une réalité physique, c'est une « puissance lumineuse qui imprime dans tout l'air qu'elle rencontre une luminosité (...) comme le membre du vivant par lequel la pupille sent tout ce qu'il touche des corps ». Cette conception physique du rayon visuel le contraint à prendre en compte

[2]Voir également, de Qustā ibn Lūqā, le Livre sur les causes de la diversité des perspectives : « la vision se fait par un rayon qui se disperse à partir de l'œil et qui se disperse sur les visibles qui seront vus par les rayons qui tombent sur eux. Ce sur quoi tombe le rayon visuel sera vu par l'homme, et ce sur quoi ne tombe pas le rayon visuel ne sera pas vu par l'homme (...) c'est pourquoi celui qui a de l'eau dans les yeux ne voit pas, car de l'œil qui a de l'eau le rayon visuel ne se disperse pas (...). Le rayon visuel se disperse à partir de l'œil sous la forme de la figure d'un cône dont le sommet est du côté de l'œil voyant, et dont la base est du côté du visible sur lequel elle tombe. Ainsi ce sur quoi tombe la base du cône radiant est perçu par l'œil, et ce sur quoi ne tombe pas le rayon visuel, le sens de la vue ne le perçoit pas. Ce cône visuel pénètre à partir de l'œil voyant, suivant des lignes droites, sans courbure ; et il a un angle limité par les deux côtés du cône, et cet angle est du côté du visible » [3, pp. 572, 580]

la dualité propagation de la lumière / vision et à étudier non seulement la manière dont les objets apparaissent à l'œil mais également la propagation et les propriétés physiques de la lumière ; la propagation (rectiligne) des rayons lumineux est désormais un objet de recherches en même temps que l'étude de la vision. Ces liens multiformes tissés entre lumière et vision créent une situation conflictuelle qui ne sera résolue que par Ibn al-Haytham un siècle et demi plus tard, lequel abandonnera définitivement la théorie du rayon visuel, et pour qui ce sont au contraire des rayons lumineux émis par les objets qui, pénétrant dans l'œil, sont à l'origine de la vision.

II — Les instruments ardents avant Ibn Sahl

Les recherches sur les instruments ardents figurent parmi les plus anciennes tentatives d'application des mathématiques. Leur objectif est le suivant : construire un dispositif permettant de produire un phénomène n'existant pas dans la nature, à savoir embraser un objet plus ou moins éloigné à l'aide d'une source lumineuse (en général le soleil), objectif sans doute plus spéculatif que pratique, mais susceptible de séduire rois et princes : on sait l'importance politique des machines de guerre, et le prestige des miroirs ardents comme arme efficace est couramment invoqué, tant par les auteurs arabes que par les auteurs grecs ou latins ; on peut citer à ce propos Roger Bacon qui, dans un style apocalyptique, écrit :

> c'est le point extrême que le pouvoir de la géométrie puisse atteindre. Car ce miroir brûlerait sauvagement tout ce sur quoi il serait concentré. Nous avons toutes les raisons de croire que l'Antéchrist utilisera ces miroirs pour brûler les villes, les camps et les armées[3] .

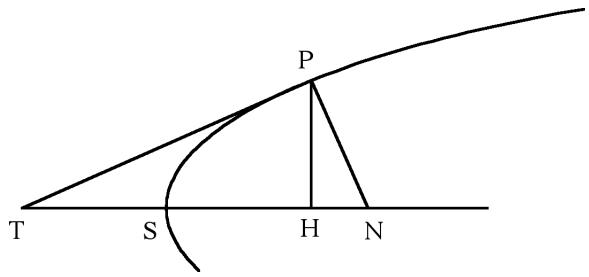
Ces travaux sur les instruments ardents sont au confluent de plusieurs disciplines : la géométrie (propriétés optiques des courbes coniques), la catoptrique (étude de la réflexion), la dioptrique (étude de la double réfraction par une lentille) et enfin la technologie (si l'on entend fabriquer effectivement ces instruments).

1. Les miroirs ardents dans la tradition gréco-hellénistique

On distingue dans la tradition gréco-hellénistique deux périodes, séparées par quelques siècles. Les premières recherches sur les miroirs ardents se font dans

[3]Roger Bacon, Opus majus, Franckfurt am Main, 1964, vol. I, pp. 134-135, cité par [5, p. XV]. Sur l'usage social des miroirs ardents, voir également la correspondance entre Qustā ibn Lūqā et Hunayn ibn Ishāq : « tu dois également savoir que les gens s'intéressent à l'usage des miroirs ardents. Rois et califes les ont recherchés, mais sont seulement parvenus à embraser à une distance de 30 coudées (?) (...) si quelqu'un parvenait à embraser à une distance de cent coudées, l'appellerais-tu prophète ? » ; cité par [**?**, I, p. 205]

l'entourage de Conon d'Alexandrie (IIe siècle av. J.-C.). Leur point de départ est la proposition 30 de la Catoptrique d'Euclide : « la chaleur dégagée par les miroirs concaves disposés dans la direction du soleil met le feu », proposition peut-être interpolée[5, p. 144, note 13], et dont le résultat est rejeté par Dioclès : « les rayons se réfléchissant sur la surface d'une sphère parviennent à une ligne droite et non à un point, même si certains ont crû qu'ils parviennent au centre ». Dans ses travaux sur les miroirs paraboliques, Dioclès démontre pour la première fois la propriété foyer-directrice de la parabole (absente des Coniques d'Apollonius, pourtant ouvrage de référence sur les coniques dans l'antiquité hellénistique) ; il utilise également, sans démonstration, les propriétés suivantes qui, elles, figurent bien dans les *Coniques* : soit P un point de la parabole de sommet S, H son projeté orthogonal sur l'axe, T et N les points d'intersection respectifs de la tangente et de la normale en P avec l'axe, alors $HP^2 = SH.a$ (propriété qui pour Apollonius définit la parabole, a étant une longueur donnée nommée *paramètre* de la parabole), $SH = ST$ (Apollonius, Coniques, I-33), $HN = \frac{a}{2}$ (propriété de la sous-tangente, Apollonius Coniques, V-7, 13, 27).



Dioclès s'intéresse essentiellement aux propriétés géométriques de la parabole, et les retombées optiques ne sont là qu'incidemment : la seule propriété optique qui intervient dans son traité est l'égalité de l'angle d'incidence et de l'angle réfléchi (propriété déjà dégagée par Euclide). Il donne également une construction point par point, à la règle et au compas, de la parabole définie par la propriété foyer-directrice d'où il déduit un procédé pratique (?) de fabrication d'un gabarit obtenu en courbant une règle de corne pour la superposer avec les points ainsi construits afin d'obtenir un tracé continu de la courbe. Dioclès évoque également l'efficacité de certains miroirs pour illuminer les temples ou pour marquer les heures[4] . L'impact de l'œuvre de Dioclès,

[4] « On s'est ingénié à construire un miroir ardent qui embrase sans être tourné vers le soleil, qui est fixe dans une seule et même position et qui indique les heures du jour sans gnomon ; et ceci en embrasant toujours ce sur quoi réfléchissent les rayons, dont la réflexion se fait toujours à la position de l'heure demandée... » [5, p. 100]. « Nous trouvons donc qu'il est possible de construire un instrument ardent en verre de sorte qu'en lui ait lieu une chose particulière : c'est qu'on peut en tirer des lampes avec lesquelles on allume des feux dans les temples, au moment des sacrifices et des offrandes pour que l'on voie ce feu embraser les sacrifices, comme on nous a rapporté que ceci a lieu dans quelques villes lointaines, surtout pendant les jours qu'elles célèbrent ; ainsi le

dont le texte ne nous est parvenu que dans sa version arabe, est mal connu. Avec Anthémius de Tralles (Byzance, VIe siècle ap. J.-C.), architecte de Sainte Sophie, mathématicien et ingénieur, on assiste à l'émergence d'une tradition différente, moins géométrique et plus pratique. Anthémius, qui semble ne pas avoir eu accès au texte de Dioclès, serait à l'origine de la légende d'Archimède incendiant la flotte de Marcellus[5] . Cette légende tardive, que ne mentionne nullement Dioclès, pourtant successeur immédiat d'Archimède, et qui n'est non plus confirmée par aucun écrit d'historien (ni Polybe, ni Tite-Live, ni Plutarque n'y font allusion), selon laquelle Archimède aurait, à l'aide de miroirs, incendié la flotte de Marcellus lors du siège de Syracuse (en 212 av. J.-C.), va susciter, à Byzance, puis dans le monde arabe, un regain d'intérêt pour les recherches sur les miroirs ardents. Selon Anthémius, Archimède aurait disposé sur un arc de courbe (arc de parabole ?) des hommes porteurs de miroirs plans dont ils auraient tous simultanément dirigé les feux sur les navires de la flotte de Marcellus, soit pour l'incendier, soit, dans une autre version, pour aveugler les marins (en fait des hommes porteurs de miroirs plans disposés n'importe comment peuvent chacun réfléchir la lumière du soleil en un point donné ; cependant avec des miroirs de bronze ou des miroirs métalliques, les seuls dont nous ayons une évidence archéologique avant les débuts de l'ère chrétienne, la puissance de réflexion ne devait pas être bien forte). L'objectif d'Anthémius, dans son traité, est d'établir la possibilité de la légende d'Archimède. Il évoque vaguement le fait que les Anciens auraient été en possession de gabarits permettant de fabriquer des miroirs ardents (sans avoir pour autant déterminé le genre de la section conique adéquate). Anthémius étudie pour la première fois (autant que l'on sache) le miroir ellipsoïdal ; il utilise dans cette étude la propriété bifocale de l'ellipse (Apollonius, Coniques III-52 : la somme des distances d'un point de l'ellipse aux deux foyers est constante), ainsi que la

peuple de ces villes peut admirer cela ; c'est une chose que nous pratiquons également » [5, pp. 146-147] . D'après les archéologues on ne trouve pas de miroirs en verre avant les débuts de l'ère chrétienne, mais seulement des miroirs en acier poli. R. Rashed suggère que cet instrument aurait pu être une lanterne en verre comportant un miroir parabolique, émettant un faisceau lumineux cylindrique, ou des morceaux de cristal ; aucune évidence archéologique ne peut cependant être donnée de ces instruments.

[5] Anthémius, dans la traduction arabe révisée par 'Utārid : « Or comme il n'est pas permis de contredire l'opinion d'Archimède le sage dont tous s'accordent à dire qu'il a brûlé les vaisseaux de ceux qui lui faisaient la guerre par les rayons du soleil, il a fallu à cet égard établir cela et montrer que c'est nécessairement possible (...) mais l'inflammation par les miroirs n'est possible que par la réunion de nombreux rayons au lieu de l'inflammation, par la concentration de la chaleur naturelle (...). Il est possible d'obscurcir la vue des combattants, de sorte qu'ils ne sauront pas où se diriger, par les rayons que leur envoient ces miroirs s'ils sont entre les mains d'hommes qui leur donnent une inclinaison légère et déterminée, pour renvoyer ces rayons vers le miroir central afin qu'il renvoie les rayons sur les combattants, ou en inclinant chaque miroir avec son rayon vers les combattants si c'est possible (...). Ceux qui ont rappelé l'action d'Archimède et son embrasement de vaisseaux n'ont pas dit que c'était par un seul miroir, mais par de nombreux miroirs ; (...) ils n'ont pas établi pour cela de démonstrations géométriques, si ce n'est qu'ils ont prétendu que ces miroirs sont des sections semblables aux pommes de pin, et ils n'ont pas dégagé comment cela était. C'est pourquoi nous voulons également le montrer par une démonstration que nous établissons à partir des voies de la géométrie » [5, pp. 303, 305, 308, 309]

propriété de la tangente en un point d'être bissectrice extérieure de l'angle formé par les droites joignant ce point aux deux foyers (Apollonius, Coniques III-48). La légende d'Archimède se répand ensuite dans le monde byzantin dans un contexte de guerres et de séditions, en s'ornant de détails de plus en plus précis et fantaisistes[6] . La tradition arabe ne manquera pas non plus de reprendre cette légende et de rappeler l'utilité des miroirs ardents.

2. Les débuts de la recherche dans le monde arabe : al-Kindī (mort vers 866)

2.*a* *Sous titre*

Le traité d'al-Kindī Sur les rayons solaires [3] est le premier écrit arabe sur les miroirs ardents ; texte charnière, il se situe au croisement de la tradition de l'antiquité tardive et de la tradition arabe naissante. Al-Kindī critique Anthémius (seul auteur qu'il cite) et lui reproche son manque d'exigence démonstrative. Son objectif dans ce traité est de remédier aux insuffisances de l'étude d'Anthémius et de la compléter. Il reprend comme lui la légende d'Archimède et essaie d'en démontrer la possibilité. Le traité d'al-Kindī Sur les rayons solaires se compose de 15 propositions :

1. Prop. 1, 2 et 3 : étude de la réflexion, sur les parois d'un dièdre plan, d'un rayon solaire parallèle à la bissectrice de ce dièdre.
2. Prop. 4 : étude d'un miroir ardent de la forme d'un cône droit à base circulaire.
3. Prop. 5 à 11 : étude de miroirs sphériques concaves (dont l'axe est dirigé vers le soleil).

[6] Voir par exemple le texte de Didyme : « On raconte (...) que les armées du royaume d'Iran, quand elles ont cherché à encercler la ville de Qu, qui est la ville d'Archimède, éminent en mathématiques, se sont dirigées vers cette ville à partir du golfe de la mer des Romains, du côté de l'île de Samos. Et celle-ci est une ville grecque qui donne sur ce golfe [côté non défendu par des instruments mécaniques]. (...) Archimède, cependant en raison de sa sagesse et de son éminence avait pensé longtemps auparavant à repousser les attaques de l'ennemi, quand bien même celui-ci arriverait à la ville du côté du golfe (...). Quand Archimède eut vérifié la grandeur de la distance entre lui et les vaisseaux de l'ennemi, il ordonna à un groupe de courageux volontaires de se préparer et de venir avec lui sur les murailles au lieu qu'il avait établi et à un moment de temps donné. Puis il a apporté les miroirs ardents. Chose véridique, il n'y avait pas un seul miroir, mais de nombreux miroirs qui provoquent un embrasement selon la grandeur de la distance les séparant des vaisseaux de l'ennemi. Confiant à chaque homme un miroir, il leur a montré comment s'en servir, au moment où la hauteur du soleil est au point où l'on peut réfléchir les rayons du soleil dans la direction des vaisseaux de l'ennemi. Ceci étant fait, les marins n'eurent que le temps de sentir que les vaisseaux s'embrasaient, proie d'un feu dont ils ne percevaient pas la cause (...). Ils n'eurent dès lors aucun doute qu'il s'agissait d'un feu envoyé du Ciel, et s'enfuirent en ordre dispersé. Ne furent sauvés ensuite que ceux dont les vaisseaux n'avaient rien reçu de ces rayons réfléchis. Ceux qui purent s'enfuir ne sont plus jamais revenus dans cette ville - jusqu'à ce jour -, en raison de la grandeur de ce dont ils furent les témoins visuels. Quant à Archimède, il est rentré dans la ville. D'honoré qu'il était jusqu'alors, il est devenu adoré. Le roi l'a alors coiffé de sa couronne royale et a ordonné à la famille royale de se soumettre à lui. Des poèmes ont célébré l'événement ; des proverbes sont nés à cette occasion ; et cette histoire a été conservée de génération en génération, jusqu'à notre époque » (R. Rashed, Les Catoptriciens grecs, p. 336-339).

4. Prop. 12 : construction d'un système de 25 miroirs hexagonaux joints par des charnières permettant de réfléchir vers un même point les rayons solaires tombant en leur centre (problème étudié par Anthémius).
5. Prop. 13 : lemme géométrique.
6. Prop. 14 : (incomplète) étude d'un miroir construit à partir d'un bassin et de 24 arcs égaux pris sur le pourtour de ce bassin. Dans cette proposition il reprend, en la perfectionnant l'étude d'Anthémius et, à partir d'un polygone régulier de 24 côtés étudie une pyramide régulière de 24 faces, telle que les rayons solaires tombant au milieu des bases de ces faces soient réfléchis vers un même point de l'axe de la pyramide.
7. Prop. 15 (Anthémius) : construire un miroir de diamètre donné qui réfléchisse les rayons vers un point donné ; al-Kindī construit un polygone régulier circonscrit à une parabole (en utilisant la propriété foyer-directrice, ainsi que le fait que la tangente au point M est bissectrice de l'angle $\angle FMD$ (M point de la parabole, F foyer, D projeté orthogonal de M sur la directrice), mais ne dit pas que la courbe obtenue est une parabole (la propriété foyer-directrice ne caractérise pas encore, à cette époque, la parabole), son objectif étant seulement la construction d'un gabarit.

Al-Kindī ne retient pas l'étude du miroir ellipsoïdal que l'on trouvait chez Anthémius, son objectif étant seulement de résoudre le problème d'embraser à distance. L'œuvre optique d'al-Kindī, qui ne se limite pas au traité sur les miroirs ardents, influencera ses successeurs, en particulier Ibn al-Haytham, et sera le point de départ de la réflexion de celui-ci. Avec al-Kindī, la recherche sur les miroirs ardents fait maintenant partie intégrante de l'optique géométrique.

IBN SAHL ET LES INSTRUMENTS ARDENTS

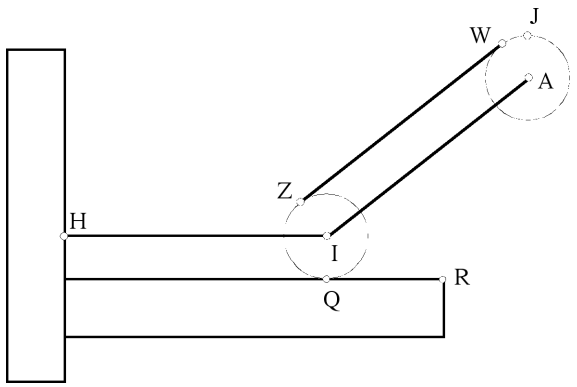
Ibn Sahl(deuxième moitié du Xe siècle) se trouve au confluent de deux traditions, celle des catoptriciens et des spécialistes des miroirs ardents, et celle de Ptolémée[7] pour ses études de la réfraction. Ibn Sahl est le premier mathématicien connu à avoir élaboré une théorie géométrique des lentilles et formulé la loi dite de Snellius ou loi de la réfraction ($\frac{\sin i}{\sin r} = \mathrm{cste}$) ; ses travaux marquent ainsi les débuts de la dioptrique. Le traité d'Ibn Sahl, dont le thème unificateur est l'embrasement, porte sur les miroirs et les lentilles. Dans l'introduction à son traité *Sur les instruments ardents* (984), il revendique la priorité d'avoir pensé l'embrasement par la lumière qui traverse un instrument et pas seulement par la lumière qui se réfléchit sur un instrument. L'objet du traité

[7]On ne sait pas très bien quand l'Optique de Ptolémée, dont le livre V est consacré à la réfraction, a été traduite en arabe ; le premier témoignage que l'on en ait est justement celui d'Ibn Sahl ; il est à peu près certain qu'al-Kindī et Qustā ibn Lūqā, par exemple, n'en avaient pas connaissance.

d'Ibn Sahl *Sur les instruments ardents* (traité qui nous est malheureusement parvenu incomplet) est donc le suivant : embraser en un point donné, à l'aide d'une source lumineuse lointaine (rayons parallèles) ou proche (rayons issus d'un point), en utilisant la réflexion ou la réfraction. Ce traité se divise donc logiquement en quatre parties, selon que l'on veut embraser : - par réflexion avec des rayons parallèles : miroir parabolique, - par réflexion et avec des rayons issus d'un point : miroir ellipsoïdal, - par réfraction et avec des rayons parallèles : lentille plan convexe, - par réfraction et avec des rayons issus d'un point : lentille biconvexe.

3. Le miroir parabolique

Pour démontrer que les rayons parallèles à l'axe d'une parabole sont réfléchis au foyer, résultat classique et connu depuis Dioclès, Ibn Sahl utilise, outre la propriété caractéristique de la parabole, la propriété de la sous-tangente (sa démonstration est différente de celles de Dioclès et d'al-Kindī) ; son étude va cependant beaucoup plus loin que celles de ses prédécesseurs, il démontre l'unicité du plan tangent en un point du segment de paraboloïde de révolution engendré par la rotation d'un arc de parabole autour de son axe, et utilise le fait que rayon incident, rayon réfléchi et normale sont dans un même plan orthogonal au plan tangent.



Afin de construire un miroir parabolique de sommet donné embrasant en un point donné, Ibn Sahl est amené à étudier une méthode de tracé continu d'une parabole de foyer et de directrice donnés ; il y parvient à l'aide d'un système de règles coulissantes et de poulies : soit $RQZWJ$ un fil souple non déformable en longueur, la poulie de centre A est fixe (non pivotante), la poulie de centre I reste tangente à la règle horizontale qui glisse le long de la règle verticale ; Ibn Sahl démontre qu'un stylet placé au point I centre de la poulie mobile est alors tel que $IA = IH$ et décrit donc un arc de parabole de foyer A et de directrice le bord de la règle (plus précisément Ibn Sahl part du fait que

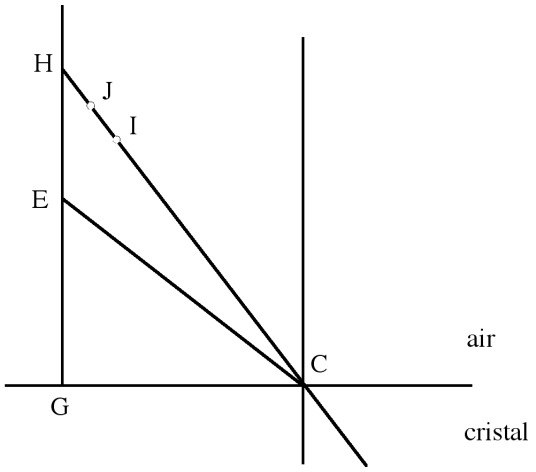
$IA = IH$ et en déduit que la longueur du fil est constante, après avoir vérifié que les deux cercles sont toujours extérieurs l'un à l'autre et donc qu'il n'y a pas d'impossibilité pratique à cette construction).

4. Le miroir ellipsoïdal

La seule étude antérieure connue est celle d'Anthémius de Tralles. Cette partie du traité d'Ibn Sahl est lacunaire ; seules nous sont parvenues de ce chapitre une méthode de tracé continu de l'ellipse à l'aide d'un système de poulies et de courroies analogue à celle mise en œuvre pour la parabole (basée sur la propriété bifocale de l'ellipse, et qui n'est autre que la méthode du jardinier, améliorée par l'emploi de poulies), ainsi que la démonstration de l'unicité du plan tangent en un point d'un ellipsoïde de révolution.

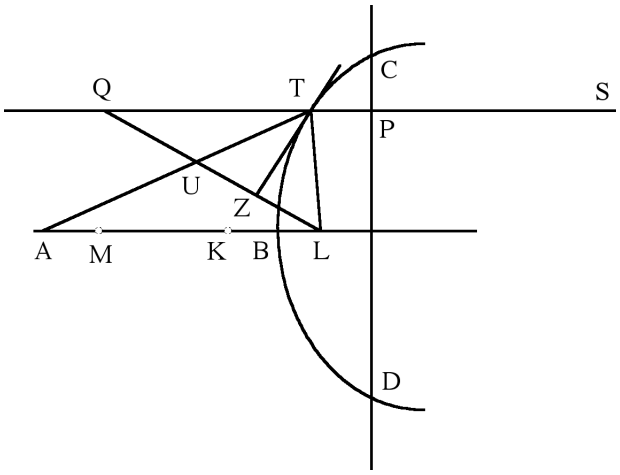
5. La lentille plan convexe

Cette étude commence par l'énoncé de la loi de la réfraction (ou loi de Snellius) sous la forme suivante : CE étant le rayon réfracté, CH le prolongement du rayon incident, alors le rapport $\frac{CE}{CH}$ est constant (on a $CI = CE$ et J est le milieu de $[HJ]$), ce qui équivaut bien au fait que $\frac{\sin i}{\sin i}$ est constant[8] .



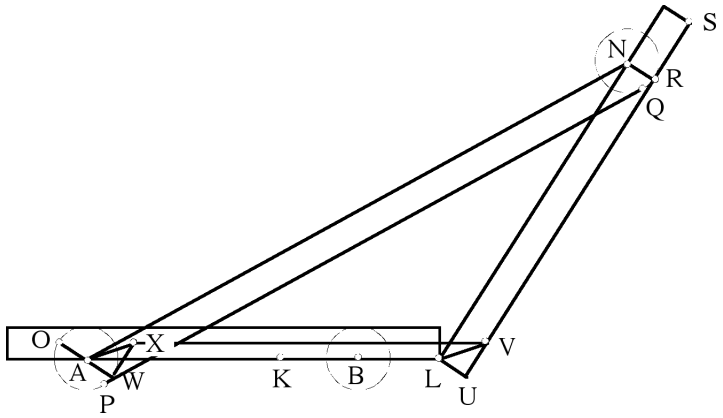
[8]Les successeurs d'Ibn Sahl ne retiendront pas la loi de la réfraction et en reviendront, dans la tradition de Ptolémée, à des relations entre l'angle d'incidence et l'angle de déviation (angle que fait le prolongement du rayon incident avec le rayon réfracté) et à l'étude de rapports d'angles. Néanmoins, à partir d'Ibn Sahl, la place centrale en optique sera désormais occupée par l'étude de la réfraction qui détrône la réflexion y compris en ce qui concerne les phénomènes atmosphériques : c'est par la réfraction qu'al-Fārisī (mort en 1319), contre toute la tradition péripatéticienne, donnera la première explication correcte de l'arc-en-ciel.

Cette formule fait une apparition discrète, au début de l'étude de la lentille plan convexe, sans être assortie d'aucun commentaire. Elle paraît résulter d'une expérimentation ; cependant aucune expérience n'est décrite ni même évoquée dans ce qui nous est parvenu de l'œuvre d'Ibn Sahl, le seul indice que nous ayons d'une possible expérimentation étant l'affirmation, à propos de la lentille plan convexe, que : « ce solide est de la même substance que celle avec laquelle nous avons expérimenté »[6, p. 25]. Il ne semble pas que la table de réfraction qui figure dans le livre V de l'Optique de Ptolémée puisse avoir suggéré à Ibn Sahl l'idée de la loi de la réfraction, les rapports des sinus des angles incidents et réfractés que l'on peut déduire de cette table variant entre 1,425 et 1,532, ce qui n'est pas très concluant. Ibn Sahl aborde ensuite le problème de la construction d'une lentille résolvant le problème suivant : embraser en un point A, à une distance donnée d'un point B, à partir d'une source lumineuse située à une distance infinie (rayons parallèles), à l'aide d'une lentille limitée par un plan (CD) et un segment (CBD) d'hyperboloïde de révolution de sommet B, réalisée dans la même matière que celle pour laquelle la loi de la réfraction a été établie. Soient les points K et L tels que $AKBL$ soient dans le même rapport que les points $CIJH$ de la figure précédente, c'est-à-dire tels que $\frac{AK}{AL} = \frac{\sin i}{\sin r}$; on construit un segment d'hyperbole de foyers A et L et de sommet B (de second sommet M).



Soit T un point du segment d'hyperbole, $U \in [TA]$ tel que $TL = TU, (TPS)\|(AB), Q = (TS) \cap (LU), TZ$ la tangente à l'hyperbole au point T. LTU est isocèle et TZ bissectrice de $\angle LTU$ (Coniques III-48) ; donc : $(TZ)\perp(ZQ)$. TUQ et LUA triangles semblables (angles égaux), donc ; $\frac{TU}{TQ} = \frac{AU}{AL} or AU = TA_TU = TA_TL = BM = BA_BL = AK$ (Coniques, III-51), et $\frac{AK}{AL} = \frac{CI}{CH} = \frac{CE}{CH}$(divisions semblables) ; donc $\frac{TU}{TQ} = \frac{CE}{CH}$. Un rayon SP, parallèle à (AB), subit alors une réfraction nulle au point P, tombe sur l'hy-

perboloïde au point T, est réfracté selon TU, et embrase donc au point A. Ibn Sahl démontre ensuite l'unicité du plan tangent à l'hyperboloïde. Placé par cette étude devant la nécessité de construire une hyperbole dont les foyers et un des sommets sont donnés, Ibn Sahl expose alors une méthode de tracé continu de l'hyperbole à l'aide de règles pivotantes et de poulies.



Soit N un point de l'hyperbole de foyers L et A, tel que $NA - NL = AK$; on démontre que, OA étant parallèle à LU et à NR, on a :

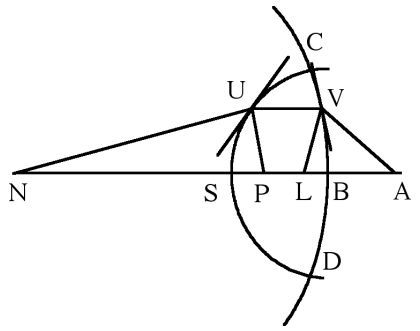
$$\text{arc } OP + PQ + \text{arc } QR + SR = AB + \text{arc } OW + US - -BL = \text{cste}.$$

Deux règles égales étant alors articulées en L, deux poulies de même rayon, de centres N et A étant placées comme sur la figure, le point A étant fixe et le point O fixé à la poulie de centre A (qui peut pivoter autour de A), la poulie de centre N restant tangente à la règle US, un fil souple mais non extensible étant attaché en O et S, lorsque la règle LUS pivote autour de L le point N décrit un arc de l'hyperbole de foyers L et A telle que $NA - NL = AK$. Ibn Sahl vérifie soigneusement que les cercles sont toujours extérieurs les uns aux autres (pour que la construction soit matériellement possible) ; il faut cependant supposer en outre que seul le bord LUS de la seconde règle est matérialisé, ainsi que le bord correspondant de la première règle. Le véritable problème est alors d'assurer le parallélisme des droites LU et OA : un parallélogramme $LVXA$ déformable mais dont les côtés sont de longueur fixe, mû par une poignée située dans le plan vertical passant par VX, entraîne le mouvement des petits triangles LUV et AWX, le maintien du parallélisme des côtés AL et VX étant assuré par la poulie de centre B.

6. 4. La lentille biconvexe

Grâce à la loi du retour inverse de la lumière explicitement formulée par Ibn Sahl, on obtient facilement les résultats pour la lentille biconvexe constituée de

deux lentilles plan-convexes analogues à la précédente accolées (limitées par deux portions d'hyperboloïdes de révolution de même axe). On veut embraser un point A à partir de rayons lumineux issus de N, les points S et B sont également donnés, on construit comme précédemment les segments d'hyperboles de foyers N et P et de sommet S pour la première, de foyers L et A et de sommet B pour la seconde, correspondant aux caractéristiques du cristal utilisé ; ces deux arcs d'hyperboles se coupent en C et D. Par rotation d'axe (AN), on engendre la lentille. Les rayons lumineux issus de N sont alors réfractés en A.



Dans ce traité, l'objectif d'Ibn Sahl est, on l'a dit, d'étudier de façon théorique toutes les façons possibles d'embraser. Bien qu'il fasse allusion deux fois à l'expérience, son étude est, dans ce traité, purement géométrique : à aucun moment, un quelconque genre d'expérimentation n'y intervient comme partie de la preuve ; il se restreint à la conception et à la construction d'un modèle géométrique de lentille, sans manifester d'intérêt pour le problème physique de la réfraction. Il ne s'agit pas non plus pour lui d'observer un objet à travers une lentille, ce qui soulève des problèmes autres (problèmes de la vision et de la propagation de la lumière) et ne sera abordé que par Ibn al-Haytham[9] . La recherche d'un modèle géométrique d'instrument (miroir parabolique, miroir ellipsoïdal, lentille) propre à résoudre le problème posé (embraser) débouche alors naturellement sur le problème de la construction continue de ces trois sections coniques, connaissant leurs foyers et leurs sommets (coniques à centre) ou leur foyer et leur directrice (parabole), puisque ce sont ces éléments qui définissent les propriétés optiques de ces courbes, pour la construction desquelles l'utilisation du compas parfait d'al-Qūhī, élaboré dans le cadre de ses recherches en astronomie, nécessiterait de longs et fastidieux calculs pour déterminer les angles du compas. Ces recherches de tracé continu des trois coniques, tant celles d'Ibn Sahl que d'al-Qūhī, entrent dans le cadre de traités de mathématiques appliquées (même si l'aspect fonctionnel de la méthode d'Ibn Sahl, en particulier dans le cas de l'hyperbole, n'est pas tout à

[9]Dans les parties du livre VII de l'Optique consacrées au dioptre et à la lentille sphériques, Ibn al-Haytham étudie l'image d'un point par l'un et l'autre de ces instruments [6]

fait évident). Ces méthodes s'opposent aux méthodes de tracé point par point qui voient le jour à la même époque dans des études de géométrie pure ; c'est le cas par exemple d'un traité d'Ibn Sinān consacré à la construction à la règle et au compas du point courant de chacune des trois coniques, et composé à une époque où, peut-être sous l'influence de l'algèbre, les mathématiciens commencent à distinguer entre existence et constructibilité[7]. Se pose alors la question de savoir si Ibn Sahl entendait ou non construire ces instruments. La seule évidence que nous en ayons, outre les procédés de tracé continu des trois courbes déjà évoqués, est la phrase : « façonnons un solide égal dans la substance que nous avons mentionnée et polissons-le », sans la moindre indication quant à la façon d'y parvenir. Même en admettant qu'Ibn Sahl, comme certains de ses contemporains (Ibn Sinān en particulier), n'ait pas souhaité mélanger les genres et mêler des considérations techniques à un traité de géométrie, nous n'avons pas, au Xe siècle, d'évidence archéologique de l'existence de lentilles. Nous n'avons pas plus d'évocation d'artisans en fabriquant, ni même d'évocation de traités qui leur seraient destinés, contrairement à ce qui se passe pour les cadrans solaires, les astrolabes et divers instruments d'observation astronomique, qui nous sont parvenus en quantité et pour lesquels est attestée l'existence de corps d'artisans les fabriquant (astrolabistes) et celle de traités à eux destinés et consacrés à leur fabrication pratique (Ibn Sinān, par exemple, cite parmi ses œuvres un traité malheureusement perdu destiné à un artisan et portant sur la construction des cadrans solaires). Ceci ne prouve pas malgré tout qu'Ibn Sahl n'ait pas fabriqué de lentille ; on sait par ailleurs que l'industrie du verre était fort développée (surtout en Syrie et en Égypte) à cette époque, et que l'on y fabriquait des verres tant soufflés (la canne à souffler daterait du Ier siècle avant J.-C.[10] que moulés ou taillés. Les recherches des successeurs d'Ibn Sahl vont s'orienter vers l'étude du dioptre sphérique. Dans son traité sur La sphère ardente, qui ne nous est connu que dans la rédaction d'al-Fārisī, Ibn al-Haytham étudie l'embrasement à l'aide d'une lentille sphérique sur laquelle tombent des rayons parallèles : il montre que tous les rayons parallèles à l'axe tombant sur le dioptre avec un même angle d'incidence convergent vers un même point du diamètre parallèle au rayon ; il tente alors de déterminer les extrémités du segment sur lequel sont réfractés tous les rayons, nous donnant ainsi « la première étude délibérée de l'aberration sphérique pour des rayons parallèles tombant sur une sphère de verre et subissant deux réfractions »[**?**, p. LIII-LX] . Le dioptre sphérique servira à al-Fārisī de modèle théorique pour son étude sur l'arc-en-ciel [9] .

[10]Pour ce qui est des miroirs, outre les divers miroirs métalliques conservés, j'ai trouvé dans un catalogue (Catalogue of ancient and Islamic glass, Benaki Museum, Athènes 1977), la référence de deux miroirs de verre plans (n°389 et 390), alors que les premiers miroirs de verre (IIIe siècle ap. J.-C.) semblent avoir été convexes (obtenus par coulage de plomb fondu dans un mince ballon de verre chauffé [8, p.186].

CONCLUSION De Dioclès à Ibn Sahl, l'histoire des instruments ardents, qui vient d'être évoquée, montre à quel point les recherches en mathématiques appliquées visant à la fabrication d'objets techniques orientés vers un but pratique et doués d'une utilité sociale sont également des moteurs du développement des théories scientifiques. L'étude des propriétés dites optiques des trois sections coniques (foyers, tangentes), suscitées par les recherches sur les instruments ardents, se développe dans ce cadre, complétant ainsi l'œuvre d'Apollonius ; les coniques deviennent ainsi un domaine d'exercice des études sur les instruments ardents. Notons toutefois qu'il ne s'agit pas, dans ces études, d'appliquer les mathématiques aux phénomènes naturels mais aux seuls organons - instruments fabriqués (théoriquement sinon effectivement) pour résoudre un problème pratique donné - lequel semble ici relever beaucoup plus de l'imaginaire social, que d'une applicabilité et d'une utilité effectives. L'embrasement offre ainsi un cadre unificateur et sert de fil conducteur à un ensemble de recherches portant sur un chapitre bien particulier de l'optique : l'étude de la réflexion puis de la réfraction des rayons lumineux, indépendamment de l'étude du rayon visuel.

RÉFÉRENCES

[1] R. RASHED, Optique et mathématiques, Variorum reprints, Aldershot, 1992.

[2] ARISTOTE,De l'Âme, trad J. Tricot, Paris, 1990 .

[3] R. RASHED, L'optique d'al-Kindī.

[4] ARISTOTE, Les Météorologiques, II.

[5] R. RASHED, Les Catoptriciens grecs, Les Belles Lettres, Paris, 2000.

[6] R. RASHED, Géométrie et Dioptrique au Xe siècle.

[7] R. RASHED & H. BELLOSTA, Ibrāhīm ibn Sinān : Logique et Géométrie au Xe siècle, Brill, Leiden, 2000.

[8] Pierre PIGANIOL, Le verre, son histoire, sa technique.

[9] R. RASHED, Optique et mathématiques, III, Le modèle de la sphère transparente et l'explication de l'arc-en-ciel : Ibn al-Haytham, al-Fārisī.

RÉSUMÉS DE THÈSE

par Alain Largillier

THÈSES DE DOCTORAT D'UNIVERSITÉ

Jean-Francois Lenain

Directeur de Recherches : M. Harel

Comportement asymptotique des estimateurs à noyau de la densité, avec des données discrétisées, pour des suites et des champs aléatoires dépendants et non-stationnaires.

Soutenue le 8 décembre 1999
à l'Université de Limoges

Bien souvent, les qualités d'un estimateur sont données sous des conditions confortables mais peu réalistes comme la stationnarité des phénomènes dans le temps ou l'espace, l'indépendance des variables, ou encore les données connues sans erreur. Pour les estimateurs à noyau, le non-respect de ces conditions a fait l'objet d'études séparées : non-stationnarité initiale pour des suites absolument régulières, mélange fort pour des champs stationnaires, discrétisation de variables i.i.d.

Nous donnons les conditions de convergence de l'estimateur et les ordres de grandeur des erreurs selon les critères habituels tels que le MISE ou la Moyenne Quadratique. Nous montrons que, dans certains cas, les effets de la dépendance, de la discrétisation et de la non-stationnarité ne peuvent être séparés et dépendent à la fois de la dimension de l'espace physique et de celles des variables. Le cas d'échantillons de taille finie est aussi abordé au travers du MISE entre estimateurs pour données discrétisées et estimateur de Rosenblatt. Parallèlement, nous proposons une formulation nouvelle du Théorème de Limite Centrale (TLC) des estimateurs à noyau pour les champs fortement mélangeants, permettant une vérification plus simple des conditions de convergence. Les cas des coefficients de mélange de taux géométrique et arithmétique sont réalisés. Une comparaison portant sur les critères d'obtention du TLC est réalisée par rapport à des travaux antérieurs dans le cas général, puis dans le cas arithmétique . Nos conditions de convergence se révèlent meilleures lorsque la dimension du champ augmente.

Abdellah El Ouhabi

Directeur de Recherches : M. R. Laydi

Méthodes nodale directe et itérative pour le calcul d'un champ de déplacement dans un problème de vibration acoustique.

Soutenue le 15 Décembre 2000
à l'Université de Franche-Comté

L'objet principal de cette thèse est l'étude de la méthode nodale sur un maillage triangulaire, appliquée à la résolution d'un système de type Lamé avec conditions aux limites Dirichlet-Neumann. On donne des résultats d'existence et d'unicité

puis un résultat de régularité. On donne un algorithme itératif fondé sur le découplage des équations et on utilise, pour la discrétisation, une méthode des éléments finis P_1 conformes.

On présente ensuite la méthode nodale Σ_2 pour la résolution du problème de type Lamé, on donne un cadre variationnel à la méthode et on établit le lien avec la méthode des éléments finis P_1 non-conformes. Une estimation d'erreur en norme H_1 discrète est obtenue grâce à l'estimation de l'erreur d'interpolation d'une fonction par rapport à sa moyenne dans les espaces L_p ainsi qu'à l'estimation de la constante de l'inégalité de Poincaré pour les fonctions continues en moyenne. On propose un algorithme itératif dont la convergence est établie.

Les tests numériques confirment les résultats de la théorie au niveau de la précision. Ils permettent aussi de constater la supériorité en temps de calcul de la méthode nodale par rapport à la méthode des éléments finis P_1 conformes.

Anne Langlois

Directeur de Recherches : M. Marion

Sur l'étude asymptotique d'un système parabolique modélisant des flammes presque équidiffusives.

Soutenue le 18 Décembre 2000
à l'Ecole Centrale de Lyon

Cette thèse est consacrée à l'étude d'un système de réaction-diffusion ; le second membre présente une non-linéarité de type exponentiel et dépend d'un petit paramètre ε. Nous considérons le cas où les coefficients de diffusion sont voisins. Un tel système intervient en théorie de la combustion dans le cadre de la modélisation de flammes presque équi-diffusives, dans la limite des grandes énergies d'activation (ce qui correspond à la limite lorsque le paramètre ε tend vers 0). Le système est posé dans un ouvert borné régulier de $\mathbb{R}^N$ avec $N = 1$, 2 ou 3 et est muni de conditions au bord homogènes, de type Neumann.

La première partie de cette thèse est consacrée à l'obtention d'estimations précises sur les solutions, en fonction du paramètre ε. Nous montrons en particulier que les solutions sont bornées dans $L^\infty(\Omega \times \mathbb{R}^+)$ uniformément par rapport au paramètre ε. L'obtention de ces estimations repose sur l'utilisation d'une fonctionnelle de Lyapunov introduite par Barabanova, ainsi que des estimations de type énergie. Nous envisageons également le cas de conditions aux limites non homogènes.

Dans la seconde partie, nous nous intéressons à la limite du système lorsque le paramètre ε tend vers 0. Nous montrons que les solutions du système convergent vers une solution faible d'un problème à frontière libre, que nous pouvons caractériser entièrement sous certaines conditions.

Saadia Fakhi

Directeur de Recherches : F. Pacard

Application des théorèmes de point fixe dans des espaces à poids pour quelques problèmes liés à la courbure

Soutenue le 12 Janvier 2001
à l'Université Paris XII

Cette thèse est divisée en deux parties. La première partie concerne l'existence d'hypersurfaces minimales à courbure totale finie dans $\mathbb{R}^{n+1}$, $n \geq 3$. La seconde est consacrée à l'existence de solutions de certaines équations aux dérivées partielles elliptiques semi-linéaires dont l'ensemble singulier est constitué de sous-variétés à bord.

Outre le fait que ces deux problèmes trouvent leur origine dans des questions géométriques liés à la courbure, la stratégie développée dans les deux parties est fondée sur des techniques de perturbations qui requièrent l'utilisation d'espaces fonctionnels à poids. En effet, nous construisons dans un premier temps une famille à un paramètre de solutions approchées. Puis, nous perturbons ces dernières en utilisant un algorithme de point fixe dans des espaces à poids, afin de trouver une solution du problème. Le choix du poids, et donc de l'espace sur lequel on travaille dépend d'une part de l'analyse des propriétés de l'opérateur linéarisé en la solution approchée et d'autre part de la structure de l'équation non linéaire que nous avons à résoudre.

Dans la première partie de cette thèse, on construit une famille d'hypersurfaces minimales complètes de $\mathbb{R}^{n+1}$ et qui ont un nombre prescrit de bouts k de type plan. On étend ainsi à toutes les dimensions les résultats de surfaces minimales ayant des bouts de type caténoïdaux. La méthode développée ici pour leur construction est une procédure de recollement qui est fondée sur l'analyse de l'opérateur de courbure moyenne dans des espaces de Hölder à poids. L'espace des hypersurfaces que nous construisons est une variété analytique de dimension $(k+1)(n+1)$.

Dans la deuxième partie, on se donne une sous-variété avec ou sans bord $\Sigma^k \subset \Omega$ de dimension k, où Ω est un domaine régulier. On construit une famille de solutions positives pour les équations de la forme $\Delta u + u^p = 0$ qui sont singulières sur Σ^k pourvu que $p \in \Big((n-k)/(n-k-2), (n-k+2)/(n-k-2)\Big)$. Ce résultat nous permet de construire de nouvelles solutions du *problème de Yamabe singulier* qui consiste à chercher une métrique complète $\tilde{g}$ sur le complémentaire d'un sous-ensemble fermé Σ d'une variété riemannienne compacte $(\mathcal{M}, g)$, qui est conformément équivalente à la métrique g et telle que sa courbure scalaire soit constante.

Amaury Lambert

Directeur de Recherches : J. Bertoin

Arbres, excursions, et processus de Lévy complètement asymétriques.

Soutenue le 12 janvier 2001
à l'Université Paris VI

La thèse est composée de quatre articles.

Le premier article décrit la loi des processus de Lévy complètement asymétriques conditionnés à demeurer dans un intervalle $(0, a)$, généralisant un travail de Knight consacré au mouvement brownien. Le processus, dit confiné, est obtenu en conditionnant par l'événement $\{T > t\}$ (où T est le temps de sortie de $(0, a)$), puis en faisant tendre $t \to \infty$, où de manière équivalente par une h-transformée de Doob. Une loi du logarithme itéré est établie pour son maximum.

Le deuxième article est une extension naturelle d'un travail de Le Gall et Le Jan, et étudie la généalogie des processus de branchement à espace d'états continu (CB) avec immigration (CBI). Un processus de codage généalogique est construit à l'aide de deux processus de Lévy sans sauts négatifs indépendants, en loi (synthèse d'Itô) et aussi trajectoriellement. Le processus des hauteurs H est alors défini par une fonctionnelle de temps local de X, et il est montré que le processus des temps locaux de H est bien un CBI. Une jolie application en est l'obtention d'un analogue nouveau, pour les processus de Lévy spectralement positifs, du célèbre théorème de Ray-Knight-Williams.

Dans le troisième article, nous introduisons le CB conditionné à ne jamais s'éteindre, par une h-transformée de Doob. Nous nous intéressons à son comportement asymptotique et montrons que dans le cas stable, le CB est l'unique solution en loi d'une certaine EDS, et que le CB conditionné satisfait une EDS similaire comprenant un terme de dérive positive.

Le quatrième article prolonge des travaux de Bertoin sur les ensembles régénératifs. Nous étudions la loi jointe des processus de l'âge et du reste de vie pour une famille finie d'ensembles régénératifs emboîtés. Une construction est basée sur la subordination de Bochner, et une autre sur l'intersection d'ensembles régénératifs indépendants.

Olivier Pantz

Directeur de Recherches : H. Le Dret

Quelques problèmes de modélisation en élasticité non linéaire.

Soutenue le 18 janvier 2001
à l'Université Paris VI

Deux thèmes ont été abordés dans cette thèse : Modélisation des plaques élastiques non linéaires dans les deux premières parties et modélisation des structures de dimension quelconques avec auto-contacts, sans frottement et sans auto-intersection dans la dernière.

Les deux premières parties concernent la modélisation des plaques élastiques non linéaires. On cherche à déduire du modèle élastique non linéaire tridimensionnel des modèles bidimensionnels. L'étude est effectuée pour un matériau de type St Venant-Kirchhoff. Le premier chapitre est fondé sur une procédure de développement asymptotique formel inspirée d'un article de Fox, Raoult et Simo. On transforme le problème initial en une suite récursive de problèmes de minimisation. On obtient un modèle membranaire cohérent avec un résultat obtenu par Le Dret et Raoult par Γ-convergence. La poursuite de l'analyse nous amène à proposer un modèle combinant effet membranaire et en flexion du type Koiter non linéaire. Dans le deuxième chapitre, on donne une justification partielle du modèle de plaque en flexion non linéaire obtenu formellement par Fox, Raoult et Simo. Cette approche est fondée sur la notion de Γ-convergence. En restreignant de façon appropriée l'ensemble des déformations admissibles, on montre que la Γ-limite de l'énergie majore l'énergie de flexion non linéaire. On obtient de plus l'égalité pour les déformations régulières. La dernière partie est consacrée à la modélisation des solides élastiques avec contacts, sans frottement et sans auto-intersection. Ce type de problèmes a déjà été abordé dans le cas où les dimensions du solide déformable et de l'espace dans lequel il se déforme sont identiques. On propose une formulation applicable quelles que soient les dimensions respectives de la structure et de l'espace. Le problème obtenu possède au moins une solution. Enfin, on retrouve les équations d'Euler-Lagrange dans les cas d'une poutre contrainte à un plan et d'un solide de volume non nul. Une méthode de pénalisation est introduite en vu d'effectuer des applications numériques.

Nathalie Lanson

Directeurs de thèse : J.P. Vila

Etude des méthodes particulaires renormalisées. Applications aux problèmes de dynamique rapide

Soutenue le 30 janvier 2001
à l'INSA – Toulouse

Nous nous intéressons aux méthodes particulaires qui permettent d'approcher les solutions de systèmes d'équations aux dérivées partielles. L'analyse mathématique de ces méthodes particulaires de type SPH (Smooth Particle Hydrodynamics) montre que le rapport de la taille caracteristique du maillage h et du rayon d'intéraction des particules ε doit tendre vers zéro pour obtenir la convergence. En pratique, nous ne pouvons satisfaire cette condition mais on utilise des valeurs de ce rapport $\frac{h}{\varepsilon}$ pour lesquelles on a une bonne approximation des dérivées sur une répartition régulière de particules. Pour éliminer cet inconvenient majeur nous présentons une nouvelle méthode basée sur la renormalisation, outil introduit par G.R. Johnson et S.R. Beissel ainsi que R.W. Randles et L.D. Libertsky. Notre objectif est de proposer un nouveau concept qui a la propriété d'augmenter la consistance. On introduit une nouvelle

classe d'approximation des dérivées : les dérivées renormalisées. La consistance de celles-ci est garantie par la seule condition $\frac{h}{\varepsilon} = O(1)$ et l'erreur d'approximation est controlée par ε. L'application des dérivées particulaires renormalisées aux systèmes de lois de conservation permet de construire deux schémas, fort et faible, renormalisés. La convergence des schémas renormalisés pour les systèmes de Friedrichs, puis pour des lois de conservation non linéaires scalaires est démontrée et nous donnons des estimations d'erreur dépendant uniquement de h. De nombreuses applications numériques, en mécanique des fluides ou des milieux continus, permettent de mettre en évidence la consistance de cette nouvelle méthode et montrent la possibilité de diminuer le coût de calcul d'uncode particulaire grâce à la renormalisation. Des problèmes de dynamique rapide ont fait l'objet d'une collaboration avec le Centre d'Etudes de Gramat.

Anis Zeglaoui

Directeurs de Recherches :
Ph. Guillaume et P. Aubert

Approximation de problemes singuliers par un développement asymptotique.

Soutenue le 1 février 2001 à l'Université Paul Sabatier – Toulouse

L'approximation par éléments finis de la solution d'un problème d'équations aux dérivées partielles dépendant d'un paramètre conduit à N résolutions de systèmes linéaires si on veut évaluer la solution en N valeurs du paramètre.

On décrit d'abord le cadre général de la paramétrisation qui permet d'évaluer, en une seule analyse par éléments finis, la solution sur le domaine de variation du paramètre. Cette technique se base sur le calcul en un point donné des dérivées successives de la solution par rapport au paramètre. Les dérivées ainsi calculées sont approchées d'une manière aussi précise que la solution du problème initial. Pour un degré convenablement choisi, le polynÙme de Taylor discret approche correctement la solution du problème continu. Dans cette thèse, on améliore ces résultats en donnant une estimation d'erreur plus fine sur la solution approchée. On montre ainsi que, dans certains cas, il existe un ordre que l'on déterminera et pour lequel le polynÙme de Taylor approche la solution du problème continu d'une manière aussi précise q'une discrétisation directe de celle-ci.

En utilisant cette méthode, on présente une nouvelle technique pour calculer les dérivées usuelles (d'ordre élevé) par rapport aux variables d'espace de la solution d'une équation aux dérivées partielles. On montre que ces dérivées sont solutions de systèmes formés à partir du même opérateur que celui du problème initial. On applique ensuite la paramétrisation à l'approximation de quelques problèmes singuliers. Ainsi, en paramétrant par rapport à la géométrie, on résout numériquement des problèmes qui présentent un verrouillage numérique d aux éléments

finis utilisés ou à la construction du maillage, ce qui est le cas par exemple des problèmes de transmission raide. On introduit également une nouvelle méthode pour résoudre les équations de l'élasticité à l'état incompressible. Contrairement à la formulation mixte, cette méthode permet d'une part d'éviter de rajouter une inconnue supplémentaire, la pression, et d'autre part d'utiliser des éléments finis de bas degré pour discrétiser le problème continu. On donne finalement une estimation d'erreur de la solution du problème discret, confirmée par les résultats numériques.

Faten Khayat

Directeurs de Recherches :
T. Hadhri et E. Bonnetier

Contribution à l'étude de matériaux hétérogènes.

Soutenue le 9 mars 2001
à l'École Nationale d'Ingénieurs de Tunis

Cette thèse est composée de deux parties. Dans la première, intitulée *Influence des distorsions dans l'homogénéisation de composites fibrés*, nous nous sommes intéressés à l'influence d'un type particulier de défauts dans les matériaux composites fibrés : les distorsions dans la direction des fibres.
Plus précisément, nous avons déterminé comment la distorsion des fibres influence les solutions approchées, obtenues par homogénéisation, pour un problème de conduction posé dans un tel milieu. Nous avons utilisé une approche développée par I. Babuška et R.C. Morgan, fondée sur une formule de représentation de type Floquet-Bloch.

Dans la deuxième partie, intitulée *Flambement et stabilité d'une plaque mince élastoplastique hétérogène*, nous avons étudié le problème de flambement d'une plaque mince élastoplastique hétérogène obéissant à la loi de Hencky et soumise à un chargement proportionnel à un paramètre de charge λ. Nous avons déterminé la valeur critique λ_0 à partir de laquelle le problème aux déplacements transverses au plan de la plaque admet une solution non triviale, et avons étudié la stabilité de cette solution. Nous nous sommes intéressés aussi à l'étude de la stabilité et de la bifurcation de la solution triviale pour $\lambda < \lambda_0$.

Bienvenu Ondami

Directeur de Recherches :
B. Amaziane

Sur quelques problèmes d'homogénéisation des écoulements en milieux poreux.

Soutenue le 16 mars 2001
à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour

Dans un premier temps, on s'intéresse à l'approximation numérique par des méthodes d'éléments finis d'une classe d'équations elliptiques du second ordre à coefficients oscillants et périodiques. L'équation est discrétisée par éléments finis P_1 conforme et mixte hybrides. Des résultats de majoration d'erreurs sont

établis et dépendent du ratio entre h, le pas du maillage et ε, le paramètre d'homogénéisation. Les résultats obtenus sont illustrés par des simulations numériques en $1D$ et $2D$.

La deuxième partie est consacrée à l'homogénéisation d'écoulements triphasiques dans un milieu poreux hétérogène ayant une structure périodique. Le modèle retenu introduit un système couplé faisant intervenir une équation elliptique et deux équations paraboliques non linéaires dégénérées de type diffusion-convection, prenant en compte la gravité et la pression capillaire. On traite d'abord le modèle à un seul type de roche. Les équations homogénéisées sont du même type que celles de départ. On traite ensuite le modèle à plusieurs types de roches qui généralise le modèle précédent.

Samira Khatmi

Directeur de Recherches : P. Lesaint

Éléments finis pour des systèmes hyperboliques du premier ordre peu ou non coercifs.

Soutenue le 23 mars 2001
à l'Université de Franche-Comté

Souvent les méthodes adoptées pour résoudre les systèmes hyperboliques du premier ordre non coercifs, consistent à faire une transformation afin de les rendre coercifs et utiliser ainsi la théorie de Friedrichs. Cependant il existe des systèmes qui, même après transformation, restent non coercifs. Le but de cette thèse est de résoudre directement ce type de systèmes.

Dans la première partie de ce travail, on montre l'existence de solution pour trois systèmes hyperboliques du premier ordre : les deux premiers sont non coercifs et le troisième est peu coercif.

La seconde partie est consacrée à l'approximation des systèmes hyperboliques du premier ordre, par des éléments finis discontinus. Des estimations d'erreurs sont d'abord données pour des systèmes coercifs en utilisant des éléments finis non conformes. Ensuite, elles sont données pour l'équation d'Euler isentrope et l'équation du transport dans le cas non coercif.

Enfin, on termine par donner des résultats numériques concernant l'équation du Transport bidimensionnelle (dans les deux cas coercif et non coercif) en utilisant comme éléments finis : la Brique de Wilson, l'élément à cinq noeuds et l'élément $Q0$.

Abdallah Bechir Aw

Directeur de Recherches : M. Rascle

Modèles hyperboliques pour le trafic routier.

Soutenue le 9 mai 2001
à l'Université de Nice – Sophia Antipolis

Cette thèse concerne l'introduction et l'étude mathématique d'un nouveau modèle de trafic routier décrit par un système hyperbolique non-linéaire de deux lois de conservation.

D'une part, le modèle décrit mieux les phénomènes transitoires que les modèles macroscopiques de type Lighthill-Whitham-Richards (LWR), dans lesquels la vitesse v est supposée "à l'équilibre" fonction de la densité ρ du trafic : $v = V(\rho)$. D'autre part, ce modèle évite les graves défauts des modèles de type Payne-Whitham (vitesse négative, information pouvant se propager plus vite que les voitures...).

La thèse se divise en trois parties.

Dans la première partie, on reprend et on développe un article en collaboration avec M. Rascle, où on étudie le modèle (homogène et relaxé) dans le cas où le terme d'anticipation $p(\rho)$ est donné par $p(\rho) = \rho^\gamma,\ 0 < \gamma \leq 1$. En particulier, on étudie le problème de Riemann, l'existence de régions invariantes pour le problème de Riemann "positives" et bornées , l'existence d'une solution faible entropique et la convergence vers le modèle de LWR du système relaxé, quand le temps de relaxation ε tend vers 0, en discutant dans les deux cas le problème mathématiquement délicat du *vide*.

Dans la deuxième partie, on fait la même étude que dans la première, pour $p(\rho) = \ln(\rho)$. Ce cas est très différent, car ici il n'apparaît pas de zone vide au cours du temps.

Dans la troisième partie, on reprend un article (soumis) en collaboration avec A. Klar, T. Materne et M. Rascle, où on établit le lien avec les modèles microscopiques, ce qui constitue un argument fort pour justifier le modèle proposé.

On présente enfin quelques résultats numériques.

Karl Schwerdt

Directeur de Recherches : J. Crowley

Compression Vidéo fondée sur l'apparence.

Soutenue le 18 mai 2001
à l'Institut National Polytechnique de Grenoble

Cette thèse présente une nouvelle technique pour la compression de données vidéo numériques, appelée le Codage de Bases Orthonormales (CBO). Des algorithmes de vision par ordinateur, de compression de données et d'identification de configuration sont combinés pour donner une méthode de codage en trois étapes. CBO recueille des informations sur le contenu d'une image sans utiliser de modèles. Au lieu de cela, il est basé sur l'apparence d'objets. Les techniques basées sur l'apparence utilisent des représentations orthonormales de l'espace de base des objets, habituellement dans l'espace propre, et exploitent les propriétés géométriques de ces représentations d'objet. Dans une séquence d'images d'un objet, chaque image est un point dans l'espace engendré par la base orthonormale utilisée. Une concentration sur un objet représente une normalisation des données visuelles d'entrée d'un objet principal. ...tant donné les domaines d'application pour la compression vidéo, le visage d'un locuteur comme objet principal est un choix normal. Nous démontrons que CBO est une alternative valide aux techniques de compression vidéo conventionnelles. En

fonction de la précision de la normalisation sur l'objet principal, le CBO montre une performance bien supérieure à celle des techniques conventionnelles.

Mohamed Lemine Ould

Directeur de Recherches : O. François

Estimation des paramètres d'un modèle d'activité neuronale et applications de la théorie du champ moyen.

Soutenue le 12 juin 2001
à l'Université Joseph Fourier – Grenoble

Nous nous intéressons à la modélisation de l'activité d'un réseau de neurones biologique. Nous introduisons un modèle qui décrit cette activité à l'aide d'une dynamique markovienne. Le modèle introduit s'inscrit dans le formalisme des systèmes de particules. L'approche utilisée provient de la mécanique statistique et s'inspire fortement de la théorie du champ moyen. Nous abordons ensuite l'estimation des paramètres du modèle à partir d'observations de l'état stationnaire. Nous proposons différentes méthodes d'estimation. Nous discutons les différentes méthodes et nous les validons par simulation. Nous appliquons ces méthodes à des données réelles recueillies par la méthode de l'enregistrement optique sur le cortex auditif.

Émilie ROUVRE

Directeur de Thèse : G. Gagneux

Solutions fortes entropiques pour des lois de conservation hyperboliques-paraboliques fortement dégénérées.

Soutenue le 25 juin 2001
à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour

Ce travail a pour objet l'étude de lois scalaires de conservation, mêlant des phénomènes non linéaires de diffusion et de convection, et qui présentent la particularité que le mécanisme de diffusion est inexistant en deçà d'une valeur critique de l'inconnue. Le trait essentiel de l'étude est que la dérivée de la fonction d'état, intervenant dans le terme de diffusion, s'annule sur toute une plage de valeurs, c'est-à-dire sur un ensemble non négligeable. Dans un premier temps, l'objectif est d'établir l'existence d'une solution entropique (i.e. vérifiant une formulation entropique adaptée à notre problème) via une méthode de viscosité artificielle. Par la suite, nous établissons un résultat d'unicité et de stabilité, tirant profit de simplifications dues au cas particulier de la dimension 1. Ce résultat est ensuite étendu au cas multidimensionnel, en observant que toute solution est régulière puisque nous pouvons définir le flux pariétal au sens des fonctions. Nous sommes alors en mesure d'exploiter les informations fournies par le bord et d'établir le résultat d'unicité d'une solution forte entropique, dans le cas multidimensionnel.

Bruno LACABANNE

Directeur de Thèse : G. Gagneux

Détermination analytique du coefficient de thermodiffusion effectif en milieu poreux : application aux fluides de gisements. Etude locale et changement d'échelle

Soutenue le 26 juin 2001
à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour

On étudie les équations gouvernant un fluide soumis aux effets de thermodiffusion et d'adsorption en milieu poreux. Elles forment un système d'équations d'évolution, paraboliques, non linéaires dont on montre qu'il est bien posé au sens de Hadamard. Cette approche théorique locale est complétée par des simulations numériques, à l'aide d'un schéma fondé sur une méthode "volumes finis" mixte pour lequel on exhibe un résultat de convergence. Nous démontrons ensuite que les équations macroscopiques de conservation sont similaires aux équations locales, le changement d'échelle introduisant des tenseurs gouvernant les flux et des coefficients de porosité modulant les grandeurs scalaires. Le modèle macroscopique est alors complètement déterminé via la résolution de problèmes posés sur une cellule représentative du milieu périodique. Une dernière partie est consacrée à la modélisation de la contamination de nappes aquifères par des produits polluants ; les équations de conservation de la masse y sont déterminées dans les cas réversible (approche fondée sur une version de la convergence à deux échelles appliquées aux traces) et irréversible (résultat établi pour des réactions chimiques).

Henri ANCIAUX

Directeur de Thèse : F. Helein

Étude de surfaces lagrangiennes stationnaires dans l'espace euclidien de dimension quatre.

Soutenue le 2 Juillet 2001
à l'ENS Cachan

Cette thèse porte sur l'étude de surfaces lagrangiennes de $\mathbb{R}^4$ qui ont la propriété d'être stationnaires pour des variations hamiltoniennes ; elle utilise des travaux de F. Hélein et P. Romon qui ont donné des formules de représentation de type Weierstrass pour les surfaces lagrangiennes.

Dans un premier temps on présente les exemples déjà connus que sont les tores et les cÙnes et on en étudie de nouveaux. En particulier, on décrit explicitement tous les cylindres stationnaires invariants par translation ainsi que des exemples de singularités qui généralisent celles de type conique dus à R. Schoen et J. Wolfson.

On s'intéresse dans le chapitre suivant à un problème de minimisation d'aire pour des tores, connu sous le nom de conjecture de Oh. Nous y donnons une réponse partielle en établissant une inégalité isopérimétrique pour les tores lagrangiens stationnaires. Un résultat tout à fait analogue est ensuite démontré

pour les cylindres lagrangiens invariants par translation.

Enfin, on considère la conjecture de Willmore avec contrainte lagrangienne qui dans le contexte des tores lagrangiens se révèle étroitement liée au problème au problème précédent. En effet on montre que la conjecture de Willmore est vraie pour les tores lagrangiens stationnaires et en on déduit une nouvelle démonstration du résultat principal du chapitre précédent.

Grégory NUEL

Directeur de Thèse : B. Prum

Grandes déviations et chaînes de Markov pour l'étude des occurences de mots dans les séquences biologiques.

Soutenue le 6 juillet 2001
à l'Université Evry Val d'Essonne

On peut assimiler l'information contenue dans l'ADN d'un organisme à une longue séquence écrite dans un alphabet à quatre lettres : `a`, `c`, `g` et `t`. Certains mots ou motifs que l'on trouve dans ces séquences interviennent directement dans des mécanismes biologiques. Du fait de la pression de la sélection, il est naturel de relier le caractère exceptionnel de ces mots à leur fréquence d'apparition.

On utilise l'outil statistique des grandes déviations pour mesurer la significativité du comptage d'un mot ou d'un motif dans un texte aléatoire et généré selon une chaîne de *Markov* d'un ordre donné. Grâce à des algorithmes numérique performants (*Brent*, *Arnoldi*, descente du gradient), les résultats théoriques de grandes déviations de niveaux 1 et 2 sont utilisés par le programme GDon pour effectuer les calculs pour motif de taille h en $O(k^h)$ en temps et espace.

La comparaison des résultats de GDon avec ceux d'autres méthodes asymptotiques (approximations gaussiennes et poissoniennes) ou exactes montre la grande qualité des approximations obtenues en ce qui concerne les événements rares. De plus, divers exemples biologiques concrets sont étudiés par le biais de ce programme et les résultats obtenus sont cohérents avec les connaissances biologiques des mécanismes qui leur sont liés.

La démarche inverse, c'est-à-dire la création d'information à partir des résultats statistiques seuls n'est cependant pas si simple. Une méthode de retraitement automatique des résultats par le biais d'alignement est dans ce but envisagée et se fixe pour objectif de distinguer les mots véritablement significatifs du point de vue biologique de ceux dont la nature exceptionnelle est due à l'évolution.

Mouna FALLAHA

Directeur de Thèse : B. Troung-Vanp

Contribution à l'étude asymptotique des estimateurs du maximum de la pseudo-vraisemblance conditionnelle de paramètres de champs de Gibbs markoviens.

Soutenue le 10 juillet 2001 à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour

Nous nous intéressons à l'étude des estimateurs du maximum de la pseudo-vraisemblance conditionnelle de paramètres de champs de Gibbs markoviens.

Le premier chapitre est consacré à une présentation de champs de Gibbs et de Markov. Puis nous donnons quelques méthodes d'estimation des paramètres de ces champs, ainsi que quelques méthodes de reconstruction d'image à partir des observations données.

Dans le chapitre 2, nous présentons une revue d'une part sur les théorèmes de la limite centrale des champs aléatoires sur un réseau et d'autre part sur les propriétés asymptotiques des estimateurs de paramètres de champs de Gibbs markoviens.

Dans le chapitre 3, on étudie la consistance et la normalité asymptotique des estimateurs du maximum de la pseudo-vraisemblance conditionnelle de paramètres de champs de Gibbs markoviens et stationnaires. Deux cas sont considérés, celui où l'énergie dépend linéairement des paramètres, puis celui où la dépendance est non-linéaire. Pour obtenir la normalité asymptotique de ces estimateurs, nous adoptons deux nouvelles techniques d'approximation par des martingales pour les champs aléatoires.

Bassem FARES

Directeurs de Thèse :
P. Apkarianb & D. Noll

Théorie de la Commande Robuste et Techniques d'Optimisation Avancées.

Soutenue le 12 juillet 2001 à l'Université Paul sabatier

La synthèse ou la conception des lois de commande robuste dans le cadre de la théorie des opérateurs (Théorie du Faible Gain, Passivité, Dissipativité, Contrainte Quadratique Intégrale IQC) conduisent en général à des problèmes d'optimisation non convexes de la forme :

$$\min_{\substack{B(x)=0 \\ A(x)\leq 0}} f(x).$$

où x désigne le vecteur des variables de décision, $A(x)$ est une fonction matricielle affine, tandis que $B(x)$ est une fonction non linéaire matricielle.

Les problèmes de commande de ce type sont :
- Commande Robuste des systèmes interconnectés par multiplicateurs cons-tants, dynamiques et dépendants.
- Commande Robuste des systèmes non linéaires rationnels.

Les contraintes non linéaires $B(x) = 0$ rendent ces problèmes hautement complexes et difficiles à résoudre en pratique. Le but de la thèse est de développer (ou de généraliser) les algorithmes rapides d'optimisation non linéaire classiques et les méthodes des points intérieurs pour résoudre ces problèmes.

Les méthodes d'optimisation développées dans la thèse ont été implémentées pour concevoir des lois de commande robuste des systèmes aéronautiques.

Étienne TANRÉ

Directeurs de Thèse :
B. Roynette & P. Vallois

Étude probabiliste des équations de Smoluchowski – Schéma d'Euler pour des fonctionnelles – Amplitude du mouvement brownien avec dérive.

Soutenue le 30 septembre 2001 à l'Université Henri Poincaré – Nancy 1

Cette thèse est composée de trois parties indépendantes.

La première partie est une étude probabiliste des équations de coagulation de Smoluchowski. Une représentation des solutions est établie grâce à des processus de branchement de type Galton-Watson. On montre par ailleurs une correspondance entre les noyaux additif et multiplicatif. Le comportement asymptotique des solutions après renormalisation est également étudié. Enfin, on construit un processus, solution d'une E.D.S. *non linéaire* gouvernée par un processus de Poisson, dont les marginales temporelles sont solutions des équations de Smoluchowski. Ce processus permet d'obtenir des approximations au moyen d'un système de particules.

Dans la deuxième partie, nous estimons l'erreur commise en remplaçant une diffusion régulière par son approximation obtenue avec le schéma d'Euler pour calculer l'espérance de certaines fonctionnelles irrégulières de la trajectoire de cette diffusion. Nous obtenons notamment la vitesse optimale de convergence dans le cas de l'intégrale d'une fonction seulement mesurable et bornée de la trajectoire.

Dans la troisième partie, nous étudions le processus de l'amplitude d'un mouvement brownien avec dérive non nulle. Nous donnons une décomposition des trajectoires en utilisant les extrema successifs en "remontant" le temps. Les résultats sont obtenus notamment à l'aide de techniques de grossissements de filtrations.

Leila SLIMANE

Directeur de Thèse : A. Bendali

Méthodes mixtes et traitement de verrouillage numérique pour la résolution des inéquations variationnelles.

Soutenue le 19 septembre 2001 à l'Université Paul Sabatier de Toulouse

Dans ce travail, nous présentons l'analyse mathématique et numérique d'une classe de problèmes unilatéraux où intervient de faon singulière un petit paramètre positif, et pour lesquels la résolution numérique directe peut induire un phénomène de verrouillage numérique. Plus précisément, nous étendons aux inéquations variationnelles certaines méthodes robustes, dont l'efficacité est vérifiée dans le cas des équations variationnelles ; ce sont principalement les méthodes conformes ou non et les méthodes mixtes. Dans un cadre général, nous donnons des conditions suffisantes sur le problème discret primal à utiliser qui permettent d'avoir une convergence uniforme par rapport au petit paramètre. L'application de ces résultats généraux montre que la discrétisation du problème de transmission raide de Signorini par éléments finis de degré peu élevé, conformes sur des maillages adaptés ou non conformes sur des maillages quelconques, conduit à des méthodes sans verrouillage. Ce que confirment les résultats numériques. La suite du travail est consacrée à la résolution des problèmes unilatéraux par des méthodes mixtes. Nous donnons un cadre abstrait, comprenant les formulations mixtes duales du problème de Signorini et celle de contact unilatéral en élasticité avec ou sans frottement. Sous des conditions qui étendent celles de Brezzi aux inéquations variationnelles, nous établissons des résultats d'existence, d'unicité et de stabilité. Nous donnons aussi des résultats de convergence et des estimations d'erreur dans le cadre d'approximation du problème. L'application de cette étude à l'approximation mixte duale du problème de Signorini et à l'approximation mixte du problème de contact unilatéral en élasticité incompressible avec ou sans frottement, nous permet d'établir des résultats de convergence uniforme pour ces schémas.

Sylvia ANICIC

Directeurs de Thèse :
A. Raoult & J.C. Paumier

Du modèle de Kirchhoff–Love exact à un modèle de coque mince et à un modèle de coque pliée.

Soutenue le 21 septembre 2001 à l'Université Joseph Fourier de Grenoble

Le thème général de cette thèse est la formulation d'un nouveau modèle de coque mince et d'un modèle de coque pliée en élasticité linéarisée. Ces deux modèles admettent la même énergie interne de déformation où les effets de membrane et de flexion sont couplés. La présence d'un pli est caractérisée par une contrainte, très naturelle, dans l'espace variationnel. Ils

sont basés sur un nouveau tenseur de changement de courbure $c(u)$, défini au Chapitre 2, qui permet de mesurer les variations linéarisées des courbures et directions principales d'une surface. De plus, ils s'appliquent à des coques de classe $W_{1,f}$ par morceaux telles que la normale soit $W_{1,f}$ pour lesquelles on définit un cadre variationnel approprié.

Pour obtenir ces deux modèles, on commence par donner la formulation bidimensionnelle exacte du modèle de Kirchhoff-Love (KL) sans faire l'approximation $h << R$ de Koiter. Le nouveau modèle de coque mince est alors obtenu en prenant tous les termes jusqu'à l'ordre 3 dans le développement asymptotique en h du modèle de KL, alors que Koiter n'en retient qu'une partie. On donne une estimation d'erreur relative explicite en norme énergie avec la solution du modèle de KL : elle est en $O(h^2)$. On introduit ensuite une nouvelle approche pour modéliser les coques pliées. Le pli est une région très fortement courbée ($R = h/2$) qui est le cas limite de validité du modèle de KL. L'idée est donc d'effectuer un passage à la limite dans le pli quand la demi-épaisseur tend vers le rayon de courbure. Le modèle de coque pliée que l'on énonce est une approximation du modèle limite obtenu. On donne également une estimation d'erreur relative en $O(h^2)$ explicite en norme énergie entre la solution du modèle de coque pliée et celle du modèle limite.

Enfin, on montre que sur un problème simple de plaque pliée où le pli n'est pas rigide, la solution analytique de notre modèle est proche de celle obtenue par un calcul $3D$, alors que celle de Koiter est incorrecte.

Riadh TALEB

Directeur de Thèse : S. Hahmann

Design géométrique de surfaces de topologie arbitraire.

Soutenue le 1er octobre 2001
à l'Université Joseph Fourier de Grenoble

Cette thèse est consacrée à la définition d'une surface géométriquement lisse interpolant un ensemble triangulé de points de $\mathbb{R}^3$. Une telle triangulation, que nous appelons "réseau surfacique", doit définir une sous-variété de dimension 2, et peut représenter des surfaces de n'importe quel genre topologique. Il fournit l'information topologique, par l'intermédiaire d'une structure de données contenant les informations d'adjacence entre les sommets, les arêtes et les faces. Nous avons développé deux méthodes pour l'interpolation des sommets du réseau surfacique. Elles sont strictement locales et produisent des surfaces polynomiales par morceaux de degré 5 et de continuité G1. De nombreux paramètres libres sont disponibles et ajustés soit interactivement soit automatiquement afin de lisser la surface. Dans le contexte interactif, plusieurs outils de design sont développés, basés sur l'interprétation géométrique des paramètres libres. La forme voulue peut être obtenue par une modélisation temps réel, grâce à la localité des algorithmes. Dans le cas du design automatique,

de nombreux algorithmes ont été développés satisfaisant un certain nombre de caractéristiques de forme. Un grand nombre de règles heuristiques et d'optimisations locales sont utilisées pour définir les valeurs des paramètres de forme dans le but d'obtenir des formes satisfaisantes ainsi qu'un contrôle optimal de la surface.

RÉUNION FINALE DU GDR « OPTIMISATION ET CONTRÔLE ACTIF DE FORMES »À POZNAN ET OPTY-2001

par Bijan Mohammadi

Notre GDR a eu sa dernière reunion dans le cadre de la conférence OPTY-2001, à Poznan du 27 au 29 août, avec l'aide du centre des conférences de l'académie des sciences polonaise.

Cette conférence regroupait des mathématiciens et ingénieurs d'industries intéressés par les nouvelles techniques mathématiques en conception de matériaux et structures.

Le but pour le GDR était principalement de faire de la prospection au niveau de nouveaux thèmes pour le futur GDR. Thèmes qui, nous pensons, concerneront grandement l'identification et la mise en œuvre de moyens pour la prise en compte effective des contrôles.

Ainsi, nous avons constaté un grand effort pour la mise au point de nouveaux matériaux, en utilisant les techniques de l'optimisation topologique. À notre avis ce champ de recherche donnera une nouvelle dimension à ces techniques. D'un point de vue EDP, les équations d'états ne sont plus seulement celles de la mécanique classique, et doivent aussi prendre en compte les comportements aux échelles atomiques. On rejoint ainsi le domaine des nano-technologies et la chimie quantique. De même, nous avons eu une présentation prospective de M. P. BENDSOE sur l'optimisation topologique pour la conception de microstructures périodiques. À notre avis, ce thème aussi est très porteur, notamment pour la mise au point de MEMS qui seront de plus en plus utilisés pour la mise en œuvre effective des contrôles.

Avec A. HENROT et M. MASMOUDI, nous avons pu, sur un créneau dédié, présenter à l'ensemble des participants, le travail réalisé dans le cadre de notre GDR et discuter des thèmes futures. Nous avons été surpris que les participants étrangers soient convaincus de l'intérêt de notre structure et les thèmes traîtés, mais surtout de la nécessité de sa continuation sur des thèmes renouvellés cités plus haut, en gardant une connection étroite avec les motivations du présent GDR.

Les membres du GDR participant à cette conférence, en tant que conférencier, étaient M. PIERRE (régularité des formes optimales), M. MASMOUDI (asymptotique topologique), A. HENROT (minimisation de valeurs propres pour léquation d'Helmholtz), D. BUCUR (coupure optimale dans les membranes), J. SOKOLOWSKI (combinaison de l'optimisation topologique et déformation de frontières), P. VALLOIS (technique stochastique pour la modélisation de micro-

fissures), B. MOHAMMADI (optimisation et contrôle de MEMS pour les microfluides).

Pour finir, de la part de la délégation française, je voudrais en particulier remercier nos hôtes de OPTY-2001 pour leur organisation parfaite, et en même temps sympathique et détendue.

COMPTE RENDU DU CEMRACS 2001

par Yves Achdou*,
Claude Le Bris †
Frédéric Nataf ‡

I — LA SIXIÈME ÉDITION DU CEMRACS

La sixième édition du Cemracs (Centre d'Été Mathématiques de Recherches Avancées en Calcul Scientifique) s'est tenue du 23 Juillet au 31 Août 2001 sur le thème des problèmes multiéchelles.

Le concept du Cemracs, proposé par Y. Maday en 1996, est assez original, puisque cette école d'été s'articule en deux temps. Tout d'abord, les participants suivent une série de cours dispensés au laboratoire ASCI-CNRS (Laboratoire de calcul scientifique intensif) à Orsay. Ces cours sont donnés par des spécialistes reconnus dans la thématique retenue. Puis les participants déménagent au CIRM (Centre International de Recherches Mathématiques) à Luminy pour démarrer une période de recherche intensive sur des projets académiques ou bien définis en concertation avec des industriels. Pour les stagiaires, c'est une occasion de travailler sur des thèmes vraiment appliqués et de développer des contacts qui pourront leur être utiles par la suite.

Le Cemracs a donc pour vocation de réunir en un lieu et une période privilégiés des chercheurs en calcul scientifique et en mathématiques appliquées d'horizons divers (industriels et académiques) pour réaliser des avancées dans le domaine de la modélisation et du calcul scientifique traitant d'enjeux technologiques d'actualité. En favorisant des interactions, le CEMRACS a également pour objectif de promouvoir des collaborations durables entre les différents partenaires.

La première session en 1996 a eu pour thème les problèmes de couplages d'équations (F. Coquel et Y. Maday). Par la suite, d'autres thèmes représentatifs de l'un ou l'autre des aspects du calcul scientifique ont été développés : ondelettes et parallélisme en 1997 (A. Cohen et Y. Maday), estimations d'erreur, adaptation de maillage, décomposition de domaine, parallélisme et langage orienté objet en 1998 (F. Coquel et Y. Maday), schémas cinétiques et techniques de calcul dans les plasmas en 1999 (F. Coquel et S.

*UFR Mathématiques, Université Paris 7, Case 7012, 75251 PARIS Cedex 05, France et Laboratoire d'Analyse Numérique, Université Paris 6. achdou@math.jussieu.fr
†CERMICS, École Nationale des Ponts et Chaussée, 6 et 8 avenue Blaise Pascal, Cité Descartes, Champs-sur-Marne, 77455 Marne La Vallee Cedex 2. lebris@cermics.enpc.fr
‡CMAP, École Polytechnique, 91128 Palaiseau cedex, France. nataf@cmapx.polytechnique.fr

Cordier), modélisation et simulation numérique des phénomènes associés à la combustion et au stockage des déchets en 2000 (R. Abgral et I. Mortazavi).

Pour cette sixième session, le thème retenu était l'étude des **problèmes multiéchelles**.

Les problèmes comportant plusieurs échelles très différentes en temps ou en espace constituent l'un des défis importants pour la modélisation et le calcul scientifique. On peut donner de nombreux domaines d'applications :
- milieux poreux (problèmes rencontrés en géophysique, recherche pétrolière, pollution du sous-sol, stockage des déchets, génie civil)
- modélisation des matériaux (bétons, métallurgie, verres, vieillissement et endommagement)
- milieux composites (milieux non linéaires, microstructures aléatoires, méthodes numériques pour l'homogénéisation, propagation dans des milieux aléatoires)
- fluides comportant des microstructures (solutions de polymères, fluides physiologiques, boues)
- turbulence, chimie, physique des particules, météorologie

II — Les cours

Il se sont déroulés au laboratoire ASCI (Orsay) du 16 au 20 juillet. Les problèmes multiéchelles intervenant dans de nombreuses thématiques, nous avons invité des spécialistes venant d'horizons très différents, et programmé des conférences sur des sujets théoriques et appliqués : A. Bourgeat(Université de Saint Étienne, Problèmes Multiéchelles posés par le Stockage des Matériaux Radioactifs), R. Eymard (Université de Marne la Vallée, Modélisation des Bétons et Volumes Finis), G. Francfort, (Université Paris XIII, Modélisation de l'Endommagement), Roland Keunings, (Université de Louvain la Neuve, Simulations Micro-Macro d'Écoulements de Polymères), G. De Marsily (Université Paris 6, Milieux Hétérogènes et Transport en Milieu Fissuré), B. Noettinger (Institut Français du Pétrole, Écoulements dans des Milieux Hétérogènes), E. Pardoux, (Université d'Aix-Marseille, Méthodes Probabilistes en Homogénéisation), C. Schwab, (ETH Zurich, Numerical Homogenization), B. Sportisse, (École Nationale des Ponts et Chaussées, Multiéchelles en Météo).

Nous remercions vivement tous les orateurs pour leurs excellentes conférences d'un très haut niveau scientifique. L'auditoire venait de plusieurs horizons : numériciens, ingénieurs, étudiants en thèse, chimistes. Nous avons été relativement déçus par le nombre de participants (de l'ordre de vingt personnes par cours), nombre trop faible au regard de la qualité des cours enseignés. Ceci s'explique peut être par une date trop tardive dans l'année (vacances scolaires). Pour les prochaines éditions du CEMRACS, il faudra peut

être en tirer des leçons et programmer à l'avenir la partie parisienne du CEMRACS plus tôt, quitte à laisser un délai entre la période de cours et la période de recherche à Luminy.

III — PROJETS DE RECHERCHE

Nous décrivons brièvement les recherches entamées à Luminy.

Échelles multiples dans la simulation du stockage souterrain : description des sources par une condition aux limites effective et simulation directe par une méthode de décomposition de domaine La modélisation du stockage souterrain des déchets nucléaires fait apparaître des échelles spatiales très différentes. La taille des fûts est de l'ordre du mètre. Ceux-ci sont stockés dans des zones de plusieurs centaines de mètres de long. De plus, on s'intéresse à des fuites éventuelles se propageant à des dizaines de kilomètres. Schématiquement, la zone de stockage est une cavité en forme de parallélépipède rectangle, et les fûts sont disposés périodiquement. Cette zone est petite mais les phénomènes présents sont décisifs pour la sûreté du stockage. Elle nécessite une discrétisation fine. La zone dite de « champ lointain » est très étendu mais peut être modélisé par un maillage grossier.

Le couplage entre les deux zones a fait l'objet de deux études en coopération avec l'ANDRA ((Agence Nationale pour la Gestion des Déchets Radioactifs) sur un modèle simplifié de stockage.

La première (Frédéric Valentin, LNCC, Petropolis, Brésil avec Y. Achdou) a consisté à remettre le problème à l'échelle. Il apparaît un petit paramètre ϵ, qui est le rapport entre la taille des fûts et la longueur de la zone de stockage. Afin d'éviter de mailler finement cette dernière et de tirer profit du petit paramètre ϵ, on effectue une analyse asymptotique, et on modélise la zone de stockage par une « coupure » dans le domaine occupé par le milieu poreux, sur laquelle on imposera une condition aux limites dite effective. Le développement asymptotique fait apparaître des termes de couches-limites et des termes macroscopiques. Seul les termes macroscopiques seront pris en compte par la condition aux limites effective.

Dans un premier temps, les conditions aux limites effectives ont été établies. Puis elles ont été mises oeuvre en adaptant un code déjà utilisé pour ce genre d'homogénéisation.

La deuxième étude (Vincent Martin, INRIA et Sébastien Wagner, joint research center EIS-ISPRA avec F. Nataf) a consisté à étudier la faisabilité d'une simulation numérique avec une résolution qui est très fine au niveau de la source alors que la résolution est « grossière » pour le milieu extérieur à la source.

On aboutit ainsi naturellement à des maillages « fortement » non conformes aux interfaces entre les domaines. Le projet était de développer un code volumes finis assez souple pour permettre de tester différents types de raccord et d'algorithmes de couplage.

Homogénéisation pour des milieux poreux A. Bourgeat, O. Gipouloux et E. Marusic-Paloka ont étudié l'homogénéisation d'équations du type Stokes pour un fluide non Newtonien avec des obstacles : ils obtiennent à la limite une équation de type Darcy non linéaire. A. Bourgeat, M. Jurak et A.L. Piatnitski étudient une équation de transport dans un milieu poreux couplée avec la loi de Darcy pour la vitesse, avec des coefficients oscillants. Ils se placent dans un régime où la convection est dominante. Ils effectuent un développement asymptotique complet.

Échelles multiples dans la simulation de genèse de bassin : description de la perméabilité effective des failles La modélisation de la genèse de bassins fait apparaître des échelles temporelles très différentes. Le sous-sol est composé de blocs séparés des failles de perméabilité variable au cours du temps. On a observé que cette variation est périodique. Typiquement, une faille s'ouvre brutalement après un mouvement des blocs voisins. Elle est alors très perméable pendant une courte période de temps. Puis, elle se colmate assez rapidement par dépôt de matériaux et reste fermée jusqu'à l'ouverture suivante. La durée d'un cycle est d'environ une dizaine d'années. Les pas de temps des simulations de genèse de bassins sont beaucoup plus grands environ 10.000 ou 100.000 ans, soit plusieurs milliers de cycles.

Le projet réalisé par E. Flauraud (IFP, Institut Français du Pétrole) et Vincent Siess (CEA) consistait à étudier ce problème à l'aide de deux approches complémentaires :
- les méthodes d'homogénéisation de problèmes à coefficients périodiques *en temps*
- un code de simulation directe

Prise en compte des maillages non conformes entre blocs géologiques La modélisation de bassins sédimentaires vise à reconstruire leur évolution au cours du temps dans le but de mieux caractériser les gisements de pétrole. Elle prend en compte le dépôt et la compaction des sédiments, les transferts thermiques ainsi que la genèse et la migration des hydrocarbures.

Les évolutions récentes des simulateurs de bassins portent sur une meilleure prise en compte de discontinuités naturelles telles que les failles. Elles induisent un découpage du bassin en blocs dont les déformations engendrent des glissements entre les couches géologiques. Une bonne description de ces

géométries amène naturellement à utiliserdes maillages glissants qui ne se raccordent pas.

L'objectif du travail de Laurent Saas (IFP) avec I. Faille, F. Willien et F. Nataf était de proposer et mettre en oeuvre des méthodes numériques adaptées permettant de gérer efficacement les maillages non coïncidents pour des discrétisations volumes finis.

Méthode adaptative pour les équations de Vlasov-Maxwell Traditionnellement, on résout l'équation de Vlasov à l'aide de méthodes particulaires qui donnent des résultats satisfaisants à un coût raisonnable, même en dimension six dans l'espace des phases. Les méthodes eulériennes, basées sur l'utilisation d'un maillage de l'espace des phases, qui auparavant étaient utilisées uniquement en une dimension d'espace sont depuis quelques années utilisables en dimension 2 grâce à l'augmentation de la puissance des ordinateurs. Ces méthodes, plus intéressantes puisque plus précises, restent néanmoins peu efficace dans les cas réalistes lorsqu'elles utilisent une grille uniforme et fixée.

Ce projet, auquel ont participé Nicolas Besse (CEA), Francis Filbet (Univ. de Nancy), Michael Gutnic et Ioana Paun (Univ. de Strasbourg) sous la direction de E. Sonnendrucker, était dédié au développement d'une méthode adaptative de résolution de l'équation de Vlasov à l'aide d'une Analyse Multi-Résolution. L'idée consiste à représenter la fonction de distribution d'une part par sa valeur aux noeuds du maillage et d'autre part sur des bases d'ondelettes à différentes échelles. On utilise alors une méthode semi-lagrangienne pour la résolution de l'équation de Vlasov, l'interpolation à l'origine des caractéristiques est réalisée à l'aide des ondelettes qui permettent également de manière naturelle de choisir les points du maillage à conserver pour le pas de temps suivant en fonction de la taille des détails.

Réponse acoustique d'un pneumatique à moyenne fréquence L'étude de la réponse acoustique du pneumatique est d'un grand intérêt en termes de confort dans un véhicule mais elle est rendue coûteuse par son caractère multi-échelle. Une façon de simplifier le problème est de réaliser une homogénéisation angulaire du pneumatique, laquelle trouve néanmoins ses limites à moyennes fréquences, dès lors que les modes de vibration des pains de sculpture sont excités. L'idée de la démarche proposée par P. Le Tallec (École Polytechnique) et développée au CEMRACS par P. Hauret (École Polytechnique) pour la société Michelin était d'utiliser un couplage entre le modèle homogénéisé et les modèles locaux des pains afin d'en corriger la réponse acoustique aux moyennes fréquences.

Implémentation des discrétisations en temps de type « pararéel »en dynamique moléculaire Sur quelques exemples physiques fournis par Gilles

Zérah (CEA/DAM), Yvon Maday (Laboratoire d'analyse numérique de Paris VI), Leonardo Baffico (Dept. de Ingeniera Matematica, Universidad de Chile) et Gabriel Turinici (ASCI-CNRS et Inria Rocquencourt) ont travaillé sur l'implémentation des algorithmes de parallélisation en temps de la résolution des équations d'évolution en dynamique moléculaire. La méthode de discrétisation « pararéelle » qui a été testée permet de déterminer l'évolution d'un système moléculaire en combinant des simulations sur des petits intervalles de temps effectuées indépendamment en parallèle avec des résolutions rapides globales (car avec un grand pas de temps).

Couches limites turbulentes en thermique Victorita Dolean (CMAP), en collaboration avec Céline Martin (Laboratoire de Recherche des Fabrications, Aluminium Pechiney, Saint-Jean de Maurienne) et Jean-Frédéric Gerbeau (INRIA, Rocquencourt), a étudié un problème de convection naturelle turbulente pour la modélisation des halls d'électrolyse d'aluminium. La difficulté du problème résidait en la prise en compte convenable des conditions aux bords sur les parois « chaudes » du domaine. Plusieurs approches ont été étudiées sur des problèmes tests (modèle k-epsilon avec lois de parois ou modèles bicouches). L'étude a été réalisée, selon les souhaits du partenaire industriel, sur le code de calcul Fluent. De nombreuses simulations numériques ont permis de proposer des jeux de paramètres et surtout des choix de modèle de turbulence offrant un compromis acceptable entre qualité des résultats et taille du calcul.

Écoulements de fluides polymériques Tony Lelièvre (CERMICS, ENPC) et Adrien Leygue (CESAME, Université Catholique de Louvain-la-Neuve, Belgique), en collaboration avec Claude Le Bris et Benjamin Jourdain, ont travaillé sur un problème issu de la modélisation micro-macro d'écoulements de fluides polymériques. D'un point de vue mathématique, il s'agit d'un système couplant une équation aux dérivées partielles (Navier-Stokes) pour définir le mouvement macroscopique du fluide avec une équation différentielle stochastique qui décrit l'évolution microscopique de la configuration des polymères. Une première partie du travail a consisté à trouver une bonne adimensionnalisation de ce système et à commencer l'implémentation d'une méthode numérique (éléments finis discontinus, méthode de Monte Carlo). Une seconde partie a été consacrée à l'analyse sur un cas simple de la dépendance de la variance des variables aléatoires en fonction de la corrélation en espace des browniens qui interviennent dans l'EDS. Cette étude a notamment permis de mieux comprendre comment la variance des deux inconnues macroscopiques (la vitesse et la contrainte) peuvent se comporter différemment en fonction des paramètres numériques.

Algorithmes de bases réduites en chimie Pour la société EDF, Maxime Barrault (CERMICS), en collaboration avec Jean-Louis Vaudescal (Département Mécanique et Modèles Numériques, EDF Clamart), Yvon Maday (Université Paris VI), Gabriel Turinici (INRIA), Eric Cancès et Claude Le Bris, a commencé l'élaboration et l'implémentation d'un algorithme pour les calculs de structure électronique basé sur la technique des bases réduites développées initialement dans des domaines différents des sciences de l'ingénieur. La difficulté principale de cette démarche réside dans la dépendance des contraintes du problème électronique par rapport aux paramètres géométriques (positions des noyaux) du système étudié. Dans un premier temps, on a développé une approche par pénalisation pour le traitement des systèmes (tels les métaux et petites molécules) caractérisés par des matrices densité et recouvrement pleines. Dans un second temps, le caractère creux de ces matrices pour des systèmes tels les isolants a été mis à profit en utilisant une alternative basée sur une stratégie de purification due à Mac Weeny. Les deux algorithmes proposés ont été implémentés a partir de routines d'un code de chimie quantique et testés sur des exemples simples. Les résultats laissent entrevoir un apport certain en Dynamique Moléculaire.

Homogénéisation d'un modèle élasto-visco-plastique de polycristaux La simulation de certains composants de centrales nucléaires nécessite uneapproche multi-échelle, couplant mécanique des milieux continus et modèles de polycristaux (loi de comportement faisant intervenir une variable interne probabiliste). L'étude réalisée par Frédéric Legoll (EDF / CERMICS), en collaboration avec Renaud Masson (EDF DRD, Département Mécanique et Technologies des Composants, Les Renardières), Jean-Louis Vaudescal (EDF DRD, Département Mécanique et Modèles Numériques, Clamart) et Georges Cailletaud (Centre des Matériaux de l'ENSMP, Evry), a consisté en l'homogénéisation numérique (grâce au code Zébulon) de la loi de comportement mésoscopique (non linéaire et dépendante du temps).

Les résultats obtenus sont en accord avec les bornes ou estimations disponibles dans la littérature.

Méthode multiéchelle pour les dégâts d'irradiation dans les matrices de stockage En collaboration avec Eric Cancès, Claude Le Bris et Régis Monneau (CERMICS), Marjorie Bertolus (CEA Cadarache) et Mireille Defranceschi (CEA Saclay) ont défini une modélisation et préparé une stratégie de simulation pour étudier l'impact des dégâts d'irradiation à long terme dans les matrices de stockage des déchets radioactifs. La méthode envisagée, qui sera mise en oeuvre dans l'année qui vient, consiste à simuler un matériau polycristallin à l'échelle mésoscopique. Des calculs *ab initio* de chimie quantique et de dynamique moléculaire permettront de caler les paramètres de ce modèle mésoscopique. Des premiers tests de faisabilité ont été menés sur un modèle

rudimentaire durant le CEMRACS.

Développement d'un code de décomposition de domaine en C++ Silvia Bertoluzza, Silvia Falletta, Marco Verani ont développement un logiciel de décomposition de domaine écrit en C++, permettant de coupler des discrétisations de type Galerkin dans les sous-domaines.

IV — ATELIER COUPLEX DE L'ANDRA

Le Cemracs a hébergé le séminaire « Couplex » qui a eu lieu les 26 et 27 juillet.

L'exercice Couplex, organisé sous l'égide de l'ANDRA (Agence Nationale pour la Gestion des Déchets Radioactifs), est un ensemble de 3 modèles, centrés sur la simulation du transport de déchets radioactifs autour d'un site de stockage profond. Les cas tests ont été définis par A. Bourgeat et M. Kern, en collaboration avec des ingénieurs de l'Andra. Autour d'une physique simplifiée, leur but est de mettre en évidence les difficultés numériques que l'on peut s'attendre à rencontrer.

Une dizaine d'équipes, dont une allemande et une américaine, ont participé à l'exercice. Le séminaire a permis de faire un point de la première partie (« champ lointain »). Il a réuni plus de 20 participants, et a été l'occasion, au delà de la simple comparaison des résultats, d'échanges animés sur le but de la modélisation dans ce domaine.

L'exercice se poursuit, avec la deuxième étape (« champ proche », en 3D), jusqu'à fin novembre.

V — SÉMINAIRES ET COURS À LUMINY

Les activités des participants se sont articulées autour de séminaires quotidiens donnés par des visiteurs les quatre premières semaines et par les participants la dernière semaine. La diversité des sujets traités a été très grande : méthode d'Éléments et de Volumes Finis, Écoulements Sanguins et Équations de Saint Venant, Décomposition de Domaine, Problèmes de Contact en Élasticité, Contrôle en Chimie Quantique, Bornes d'erreur a Posteriori et Bases Réduites, Couplage de plusieurs modèles, Éléments finis d'ordre élevé et calcul parallèle pour l'équation des ondes, Méthodes Numériques pour les équations de Vlasov,Modélisation et Simulation de la Matièr e à l'échelle Moléculaire, etc...
Nous avons aussi programmé des cours d'une durée moyenne de quatre heures : G. Allaire (École Polytechnique, Homogénéisation Numérique), D. Caromel et D. Sagnol (INRIA Sophia, Programmation Objet Parallèle et

Répartie en C++ et Java : C++// et ProActive), J.C. Michel (LMA CNRS Marseille, Sur le Calcul Numérique de Composite Périodique), A. L. Piatniski (Université de Moscou, Homogenization in Stochastic Media), E. Sonnendrucker (Université de Strasbourg, Initiation au Langage Python).

VI — Vie au Cemracs

La présence journalière moyenne à Luminy était d'environ 30-35 participants avec un pic durant l'activité Couplex.

La journée commençait à 9h par un exposé ou un cours. Le reste de la journée, les équipes travaillaient sur leurs projets dans les salles informatiques, la salle de conférences, le réfectoire ou à l'ombre des arbres dans le jardin. En fin d'après midi et jusqu'au dîner, des parties de football acharnées étaient disputées, sous la houlette de Stéphane Del Pino. Après le dîner, les participants avaient des activités plus paisibles : promenade vers les calanques, pétanque, ping-pong, musique, sorties dans les environs, . . . et travail. Particulièrement pendant les deux premières semaines de lancement des projets et la dernière semaine de rédaction et de préparation des exposés des résultats obtenus, les soirées furent studieuses pour beaucoup.

Enfin, la beauté du site et la météo clémente de la région ont constitué un élément important du Cemracs.

VII — Conclusions

La diversité des projets traités, des chercheurs présents (du thésard au senior) et de leur origine géographique a été un élément très positif. En plus du fruit de leurs travaux, les participants ont bénéficié de cours sur des sujets divers et de très bon niveau. Une partie du texte des exposés est disponible sur la page Web du Cemracs 2001 `http ://www.camp.polytechnique.fr/~cemracs`. On y trouve aussi la liste des participants ainsi que leur adresse électronique. Un site présentant les sessions précédentes du Cemracs est accessible à l'URL : `http ://www.asci.fr/`.

Pour les organisateurs, la difficulté principale n'a pas été de solliciter des partenariats industriels, ni d'organiser les cours, mais plutôt de former les groupes de recherche. Organiser le Cemracs est une expérience enrichissante.

Cette année, le Cemracs s'est doté d'un conseil scientifique, constitué par Patrick Lascaux, Patrick Le Tallec, Pierre-Louis Lions, Yvon Maday, Étienne Pardoux, Olivier Pironneau, Pierre Arnault Raviart et Denis Talay.

Le Cemracs 2002 portera sur le traitement d'images et sera organisé par A.

Cohen et P. Combette (Université Paris 6).

VIII — Remerciements

Nous remercions les institutions et sociétés qui nous ont appuyé : AMIF(ESF), ANDRA, CEA, CNRS, EDF, IFP, INRIA, Michelin, Ministère de la Recherche, Péchiney. De plus, le CEMRACS est une des activités du Laboratoire ASCI (ORSAY) qui fournit la structure d'accueil des cours à Orsay et le suivi des relations avec nos partenaires.

Monique Butin (ASCI) a assuré le secrétariat de la préparation du Cemracs, celui des cours à Orsay et du début du Cemracs à Marseille, Sylvie Berte (CERMICS) et Jeanne Bailleul (CMAP, École Polytechnique) se sont relayées pour la suite du séjour à Marseille : merci à elles. On n'oubliera pas Stéphane Del Pino qui a assuré parfaitement l'administration du réseau informatique et a prodigué de nombreux conseils en programmation. Enfin, toute notre gratitude va au personnel du CIRM, qui accepte de travailler en été, et qui nous a assuré un séjour très agréable.

ANNONCES DE COLLOQUES

par Boniface Nkonga

Janvier 2002

ACM-SIAM SYMPOSIUM ON DISCRETE ALGORITHMS

Du 6 au 8 Janvier, San Francisco
SIAM Conference Department,
600 University City Science Center, Philadelphia, PA 19104-2688.
Email : `meetings@siam.org`
Web : `www.siam.org/meetings/da02/`
Date limite : 30 July 2001

Mars 2002

SYMP. ON NUMERICAL METHODS IN ELECTROMAGNETICS

Du 6 au 8 Mars, Toulouse
Francine Decavele,
2, Av. Edouard Belin,
31055 Toulouse Cedex 4 - France.
Email : `jee-02@onecert.fr`
Web : `www.onecert.fr/annonces/jee-02`
Date limite : 15 Sep. 2001

FINITE VOLUME METHODS FOR HYPERBOLIC CONSERVATION LAWS

Du 25 au 28 Mars, Barcelone (espagne)
Brigitte Toro, Numeritek Ltd PO Box 68
Bramhall SK7 3FT, UK.
Email : `course@numeritek.com`
Web : `www.numeritek.com`
Date limite : Oct. 2001

Avril 2002

APPLIED MATHEMATICS FOR INDUSTRIAL FLOW PROBLEMS

Du 17 au 20 Avril, Lisbon (Portugal)

Email : amif2002@math.ist.utl.pt
Web : www.math.ist.utl.pt/AMIF2002/grants.html
Date limite : 1 Nov. 2001

2ND CONFERENCE ON INVERSE PROBLEMS, CONTROL AND SHAPE OPTIMIZATION.

Du 10 au 12 Avril, Carthage, Tunisie
INRIA, Projet Estime
Domaine de Voluceau Rocquencourt
BP 105, 78153 Le Chesnay Cedex.
Email : jerome.jaffre@inria.fra
Web : www-rocq.inria.fr/~bianchi/PICOF02/Picof-fr-accueil.html
Date limite :

AIAA STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS, AND MATERIALS CONFERENCE

Du 22 au 25 Avril, Denver, Colorado
Dr. Prabhat Hajela,
Rensselaer Polytechnic Inst.,
5020 Jonsson Eng. Center, Troy, NY 12180.
Email : hajela@rpi.edu
Web : www.aiaa.org/calendar/index.hfm
Date limite : 14 August 2001

Mai 2002

PLASMADYNAMICS AND LASERS CONFERENCE

Du 20 au 23 Mai, Maui, Hawaii
Dr. Brian Landrum,
The Univ of Alabama in Huntsville, Propulsion Research Ctr,
Technology Hall S234 Huntsville, AL 35899.
Email : landrum@mae.uah.edu
Web : www.aiaa.org/calendar/index.hfm
Date limite : 14 September 2001

Juin 2002

INT. SEMINAR "DAY ON DIFFRACTION"

Du 4 au 7 Juin, St.Petersburg, Russia
Valery E. Grikurov,
Mathematical Physics Institute on Physic
St.Petersburg-Petrodvoretz ,198504 Russia.
Email : `iva@aa2628.spb.edu`
Web : `mph.phys.spbu.ru :8083/DD`
Date limite : 1 Fev. 2002.

AIAA FLUID DYNAMICS CONFERENCE

Du 24 au 27 Juin, St. Louis, Missouri
Norman Suhs, Aerospace Engineer, Aeromechanics Division ,
CDR, USAAMCOM ; Attn : AMSAM-RD-AE-A ; BLDG : 5678,
RM S-11 Redstone Arsenal, AL 35898-5000.
Email : `norman.suhs@redstone.army.mil`
Web : `www.aiaa.org/calendar/index.hfm`
Date limite : 19 October 2001

INT. SYMP. ON FINITE VOLUMES

Du 24 au 28 Juin, Porquerolles, France
Aline Blanc,
CMI. Université d'Aix-Marseille I ,
39 rue Joliot-Curie 13 453 Marseille.
Email : `fvca3@cmi.univ-mrs.fr`
Web : `tuapse.math.univ-paris13.fr/FVCA-3`
Date limite : 7 déc. 2001

FIFTH INT. CONF. ON CURVES AND SURFACE

Du 27 Juin au 3 Juillet, Saint-Malo
Curves and Surfaces,
LMC-IMAG,
BP 53, 38041 Grenoble cedex 9.
Email : `saint-malo@imag.fr`
Web : `www-lmc.imag.fr/saint-malo/`
Date limite : February 28, 2002.

Juillet 2002

CONGRÈS DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES À LA MÉMOIRE DE JACQUES-LOUIS LIONS (COLLEGE DE FRANCE)

Du 15 au 5 Juillet à Paris
Laboratoire d'Analyse Numerique,
Universite Pierre et Marie Curie,
Boite courrier 187, 75252 Paris cedex 05.
Email : `Congres.JLLions@ann.jussieu.fr`
Web : `acm.emath.fr/congres.jllions`
Date limite :

SECOND INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS

Du 15 au 19 Juillet à Sydney (Australie)
Srinivas, School of Aerospace,
Mechanical and Mechatronic Engg.,
University of Sydney,
NSW 2006 ,AUSTRALIA.
Email : `ragh@aero.usyd.edu.au`
Web : `www.aero.usyd.edu.au/iccfd2`
Date limite : 31 décembre, 2001

Novembre 2002

SYMP. ON "DISPERSED FLOWS IN COMBUSTION AND PROPULSION SYSTEMS"

Du 17 au 22 Novembre, New Orleans, USA.
D.E. Nikitopoulos,
Mechanical Eng. Dep, Louisiana State Univ.
Baton Rouge, LA 70803, USA
Email : `meniki@me.lsu.edu`
Web :
Date limite : 7 Dec. 2001

QUI A LE DROIT D'UTILISER DES MÉTHODES MATHÉMATIQUES ?

par A. Lejay

Malgré une forte opposition[1], qui a lancé une pétition, encore ouverte, à l'échelle européenne ayant recueillie plus de 90 000 signatures. Voir aussi à ce sujet le paragraphe qui y est consacré dans le texte *Rapport sur l'enseignement des sciences et sur l'environnement de travail des enseignants et enseignants-chercheurs* de J.P. Demailly, publié dans la *Tribune libre* du site de la SMF ¡`smf.emath.fr/Enseignements/TribuneLibre/`¿, l'Office Européen des Brevets a décidé en octobre 2001, de façon semble-t-il illégale[2] , qu'il était possible d'accorder des brevets sur des utilisations de méthodes mathématiques et sur des programmes d'ordinateurs. On peut donc lire dans les nouvelles directives que[3] :

> Par exemple, une méthode rapide de division ne serait pas brevetable, mais une machine calculatrice construite pour fonctionner selon cette méthode peut l'être. Une méthode mathématique permettant d'obtenir des filtres électriques n'est pas brevetable ; néanmoins, les filtres obtenus d'après cette méthode ne seront pas exclus de la brevetabilité.

et que

> Une méthode d'étude des langues, une méthode de résolution des problèmes de mots croisés, un jeu (en tant qu'entité abstraite définie par ses règles) ou un plan d'organisation d'une opération commerciale, en particulier, ne serait pas brevetable. Toutefois, s'il est spécifié que la réalisation d'une partie au moins du projet fait appel à un dispositif ou à un procédé technique, il y a lieu d'examiner ensemble le projet et le procédé ou dispositif en question. En particulier, s'il est spécifié dans la revendication que la réalisation de certaines étapes au moins du projet implique la mise en œuvre d'ordinateurs, de réseaux informatiques ou autres dispositifs programmables classiques ou d'un programme conçu à cette effet, il convient de l'examiner comme étant une « invention mise en œuvre par ordinateur ».

Au paragraphe consacré aux logiciels, il est précisé que :

[1] Voir entre autres le site de l'APRIL ¡`www.april.org`¿ ou celui de l'Alliance Eurolinux ¡`www.eurolinux.org`¿

[2] Voir le communiqué de presse d'Eurolinux sur ¡`petition.eurolinux.org/pr/fr/pr14.html?LANG=en`¿.

[3] Directives d'octobre 2001, partie C, chap. IV.2, article 52. Le texte complet est disponible sur ¡`www.european-patent-office.org/legal/gui_lines/f/c_iv_2.htm`¿, avec en particulier une discussion sur *l'effet technique*.

> Un programme d'ordinateur revendiqué en tant que tel, en tant qu'enregistrement sur un support ou sous forme d'un signal peut être considéré comme une invention [...] s'il est capable, lorsqu'il est mis en œuvre sur un ordinateur, de susciter un effet technique supplémentaire allant au-delà des interactions physiques normales entre le programme et l'ordinateur.

Comme ces décisions ont été prises afin d'harmoniser le régime de brevets avec celui des États-Unis, allons voir sur le serveur de l'*US Patents and Trademarks Office*[4] quelle est la situation de l'autre-côté de l'Atlantique, en y cherchant les termes « *finite elements* ». On tombe rapidement sur des brevets comme celui n°6 313 837 (*Modeling at more than one level of resolution*) qui vient d'être accordé et dont voici le résumé :

> A method, computer system and computer program are disclosed for representing a first surface at multiple levels of resolution. The first surface is partitioned into nodes with one or more boundaries, each level of resolution having a subset of the boundaries. A second surface may be classified against the first surface. Surfaces and the model may be decimated. Portions of the surfaces may be loaded from persistent memory on demand and removed when no longer required.

Tous les codes de propriété intellectuelle précisent que pour pouvoir être décerné, un brevet doit couvrir une *invention* qui est *nouvelle* et susceptible d'application industrielle. Aux États-Unis, le nombre de brevets déposés (et obtenus) a explosé ces dernières années, principalement dans les domaines de l'informatique et des biotechnologies[5]. Le secteur de la recherche y a-t-il connu une franche mutation ? Les investissements faits dans ces domaines justifient-ils une telle augmentation ? La réponse est plutôt à chercher du côté de ce qui est brevetable, et donc breveté. À peu près tout : algorithmes, méthodes de gestion, gènes, cellules, animaux, ... Et les critères cités plus haut ne semblent plus respectés. Pour un exemple entre mille, considérons le brevet n° 5 401 504 appelé *Use of turmeric in wound healing*, qui octroie à deux chercheurs de l'université du Mississippi une protection pour tout utilisation directe à usage médical d'une plante indienne, le turmeric. La dite plante n'étant nullement modifiée, cela semble plutôt relever de la découverte. Mais de plus, dans le texte même du brevet, il est écrit que « Although it is primarily a dietary agent, turmeric has long been used in India as a traditional medicine for the treatment of various sprains and inflammatory conditions » ! Un autre exemple de brevet controversé, en raison de sa simplicité, est celui n°5 960 411 – dit « *one click* » – du libraire en ligne Amazon.

En fait, sous l'œil bienveillant des offices de brevets qui distribuent les munitions à qui peut les payer, les droits de propriété intellectuelle sont devenus

[4] ¡`www.uspto.gov`¿

[5] Par exemple, le nombre de brevets accordés aux . . .tats-Unis entre 1997 et 1998 a augmenté de 38%.

des armes *offensives* redoutables[6]. Et le procès intenté à l'Afrique du Sud à propos des médicaments pour le SIDA, les déboires de Napster ou l'affaire Sklyarov[7] ne sont que les parties les plus médiatiques d'un renforcement sans précédent des droits de propriété.

Il est donc important de se savoir ce qu'il adviendra en Europe, et quel en sera l'impact, qui semble inévitable, sur l'activité du mathématicien appliqué. Quel que soit son opinion sur le sujet, il semble donc nécessaire qu'il ait conscience des mutations qui s'opèrent et qu'il connaisse les risques, bénéfices, enjeux et pratiques qui y sont attachés.

P.S. : le site ¡`acm.emath.fr/brevet`¿ contient des liens et des mises au point sur ces questions complexes, en relation avec l'activité mathématique.

[6]Voir par exemple les opinions exprimées dans les articles *Surviving a War With Patents* ¡`www.upside.com/texis/mvm/opinion/story?id=382a24f90`¿ ou *Patently Absurd* ¡`www.wirednews.com/news/politics/0,1283,34695-1,00.html`¿ des journaux *Upside* et *Wired*.

[7]Voir l'article *...tats-Unis : la programmation peut mener à la prison* paru dans *Libération* du 6 aot 2001. Voir aussi le site de l'*Electronic Frontier Foundation* ¡`www.eff.org`¿ pour ce cas, ainsi que d'autres, relatifs au *Digital Millenium Copyright Act* (DMCA), qui peuvent intéresser les cryptoanalystes.

CORRESPONDANTS RÉGIONAUX

Aix-Marseille *Jacques Liandrat*
IRPHE-Chateau Gombert. UMR 594, La Jetée.
Technopole de Chateau Gombert.
38, rue Frédéric Joliot Curie,
13451 MARSEILLE Cedex 20
Tél. : 04 91 11 85 40/04 - Fax : 04 91 11 85 02
liandrat@marius.univ-mrs.fr

Antilles-Guyane *Marc Lassonde*
Mathématiques
Univ. des Antilles et de la Guyane
97159 POINTE A PITRE
Marc.Lassonde@univ-ag.fr

Avignon *Alberto Seeger*
Dépt de Mathématiques - Univ. d'Avignon
33, Rue Louis Pasteur - 84000 AVIGNON
Tél. 04 90 14 44 93 - Fax 04 90 14 44 19
alberto.seeger@univ-avignon.fr

Besançon *Michel Lenczner*
Laboratoire de Calcul Scientifique
Univ. de Franche-Comté
16, route de Gray - 25000 BESANCON
Tél. : 03 81 83 26 69 - Fax : 03 81 66 66 23
michel.lenczner@univ-fcomte.fr

Bordeaux *Ahrned Noussair*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Univ. de Bordeaux I
351, Cours de la Libération - 33405 TALENCE Cedex
Tél. : 05 56 84 60 52 - Fax : 05 56 84 69 55
noussair@math.u-bordeaux.fr

Brest *Marc Quincampoix*
Dépt de Mathématiques
Faculté des Sciences
Univ. de Bretagne Occidentale
BP 809 - 29285 BREST Cedex
Tél. : 02 98 01 61 99 - Fax : 02 98 01 67 90
Marc.Quincampoix@univ-brest.fr

Cachan ENS *Sylvie Fabre*
CMLA-ENS Cachan
61, av. du Président Wilson
94235 CACHAN Cedex
fabre@cmla.ens-cachan.fr

Clermont - Ferrand *Rachid Touzani*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées
Univ. Blaise Pascal,
BP 45 - 63177 AUBIERE Cedex
Tél. : 04 73 40 77 06 - Fax : 04 73 40 70 60
Rachid.Touzani@math.univ-bpclermont.fr

Compiègne *Véronique Hédou-Rouillier*
Équipe de Mathématiques Appliquées
Dept Génie Informatique
Univ. de Technologie
BP 20529 - 60205 COMPIEGNE Cedex
Tél : 03 44 23 49 02 - Fax : 03 44 23 44 77
Veronique.Hedou@dma.utc.fr

Dijon *Christian Michelot*
U.F.R. Sciences et techniques
Univ. de Bourgogne
BP400 - 21004 DIJON Cedex
Tél. : 03 80 39 58 73 - Fax : 03 80 39 58 90
michelot@u-bourgogne.fr

Evry la Génopole *Bernard Prum*
Dépt de Mathématiques
Univ. d'Évry Val d'Essonne
Bd des Coquibus - 91025 ÉVRY Cedex
Tél. : 01 69 47 74 30 - Fax : 01 69 47 74 19
Bernard.Prum@lami.univ-evry.fr

Grenoble *Pierre Saramito*
Lab. de Modélisation et Calcul - IMAG
Univ. Joseph Fourier
BP 53 - 38041 GRENOBLE Cedex 9
Tél. : 04 76 51 46 10 - Fax : 04 76 63 12 63
Pierre.Saramito@imag.fr

Israël *Ely Merzbach*
Dept. of Mathematics and Computer Science
Bar llan University. Ramat Gan. - Israel 52900
Tél. : (972-3)5318407/8 - Fax : (972-3)5353325
merzbach@macs.biu.ac.il

La Réunion *Philippe Charon*
Dépt. de Mathématiques et Informatique
IREMIA,
Univ. de La Réunion, BP 7151
97715 SAINT-DENIS MESSAG Cedex 9
Tél. : 02 62 93 82 81 - Fax : 02 62 93 82 60
Philippe.Charton@univ-reunion.fr

Limoges *Michel Théra*
LACO, ESA 6090 - Univ. de Limoges
123, Avenue A. Thomas
87060 LIMOGES Cedex
Tél. : 05 55 45 73 33 - Fax : 05 55 45 73 22
thera@unilim.fr

Lyon *Michèle Chambat*
Lab. d'Analyse Numérique - MAPLY, Bat. 10
Univ. Lyon I
43, bd du 11 Novembre 1918
69622 VILLEURBANNE Cedex
Tél. : 04 72 44 85 25 - Fax : 04 72 44 80 53
chambat@lan.univ-lyonl.fr

Marne La Vallée *Pierre Vandekerklove*
Equipe d'Analyse et de Math. Appliquées
Univ. de Marne-la-Vallée Cité Descartes
5 bd Descartes - 77454 MARNE-LA-VALLEE Cedex 2
Fax : 01 60 95 75 45 -
vandek@math.univ-mlv.fr

Mauritanie *Zeine Ould Moharned*
Équipe de Recherche en Informatique
et Mathématiques Appliquées
Faculté des Sciences et Techniques
Univ. de Nouakchott
BP 5026 - NOUAKCHOTT-MAURITANIE
Tel : 222 25 04 31 - Fax : 222 25 39 97
zeine@univ-nkc.mr

Metz *Zakaria Belhachmi*
Dépt de Mathématiques - Univ. de Metz,
Ile du Saulcy - 57 045 METZ Cedex 01.
Tél. : 03 87 54 72 87 - Fax : 03 87 31 52 73
belhach@poncelet.univ-metz.fr

Montpellier *Bijan Mohammadi*
Département de Mathématiques
Univ. de Montpellier II, CC51
34095 MONTPELLIER Cedex 5
Tél : 01 39 63 59 68 - Fax : 01 39 63 58 82
Bijan.Mohammadi@inria.fr

Nantes *Catherine Bolley*
École Centrale de Nantes
B.P. 92101 - 44321 NANTES Cedex 3.
Tél :02 40 37 25 17 - Fax :02 40 74 74 06
Catherine.Bolley@ec-nantes.fr

Nancy *Didier Schmidtt*
Institut Elie Cartan - Univ. Nancy 1
B.P. 239 - 54506 VANDŒUVRE LES NANCY
Tél. : 03 83 91 26 67 - Fax : 03 83 28 09 89
dschmidtt@iecn.u-nancy.fr

Nice *Stéphanie Lohrengel*
Lab. Jean-Alexandre Dieudonné
UMR Cnrs 6621
Univ. de Nice, Parc Valrose
06108 NICE Cedex 2
Tél. : 04 92 07 60 31 - Fax : 04 93 51 79 74
lohrenge@math.unice.fr

Orléans *Maitine Bergounioux*
Dépt. de Mathématiques - UFR Sciences
Univ. d'Orléans, BP. 6759
45067 ORLEANS Cedex 2
Tél. : 02 38 41 71 71 -Fax : 02 38 41 71 93
maitine@labomath.univ-orleans.fr

Paris I *Jean-Marc Bonnisseau*
UFR 27 - Math. et Informatique
Univ. de Paris I - CERMSEM
90, rue de Tolbiac - 75634 PARIS Cedex 13
Tél. : 01 40 77 19 40-Fax : 01 40 77 19 80
jeanmarc.bonnisseau@uni-paris1fr

Paris V *Chantal Guihenneuc-Jouyaux*
Laboratoire de statistique médicale
45, rue des Saints Pères - 75006 PARIS
Tél. : 01 42 80 21 15 - Fax : 01 42 86 04 02
guihenneuc@citi2.fr

Paris VI *Sidi Mahmoud Kaber*
Lab. d'Analyse Numérique,
Boîte courrier 187
Univ. Pierre et Marie Curie
4, Place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 54 07 - Fax : 01 44 27 72 00
kaber@ann.jussieu.fr

Paris VI *Nathanael Enriquez*
Lab. de Probabilités et Modèles Aléatoires
Univ. Pierre et Marie Curie
4, Place Jussieu - 75252 PARIS Cedex 05
Tél. : 01 44 27 54 76 - Fax : 01 44 27 72 23
enriquez@crr.jussieu.fr

Paris IX *Céline Grandmont*
CEREMADE - Univ. de Paris Dauphine
Place du Mal de Lattre de Tassiny
75775 PARIS Cedex 16
Tél. : 01 44 05 48 7 1 - Fax : 01 44 05 45 99
grandmont@ceremade.dauphine.fr

Paris XI *Laurent Di Menza*
Mathématiques Bat. 425
Univ. de Paris-Sud - 91405 ORSAY Cedex
Tél. : 01 69 15 60 32 - Fax : 01 69 15 67 18
laurent.dimenza@math.u-psud.fr

Paris XII *Yuxin Ge*
UFR de Sciences et Technologie
Univ. Paris 12 - Val de Marne
61 Av. du Général de Gaulle - 94010 CRETEIL Cedex
Tél. : 01 45 17 16 52 -
ge@univ-paris 12.fr

Pau *Brahim Amaziane*
Laboratoire de Mathématiques Appliquées IPRA
Univ. de Pau Avenue de l'Université - 64000 PAU
Téls. : 05 59 92 31 68/30 47 - Fax : 05 59 92 32 00
brahim.amaziane@univ-pau.fr

Perpignan *Didier Aussel*
Dépt de Mathématique - Univ. de Perpignan
52, avenue de Villeneuve
66860 PERPIGNAN Cedex
Tél. : 04 68 66 21 48 - Fax : 04 68 06 22 31
aussel@univ-perp.fr

Poitiers *Alain Miranville*
Dépt de Mathématiques - Univ. de Poitiers
Bd Marie et Pierre Curie - BP 30179
86962 FUTUROSCOPE CHASSENEUIL Cedex
Tél. : 05 49 49 68 91 - Fax : 05 49 49 69 01
Alain.Miranville@mathlabo.univ-poitiers.fr

Polytechnique *Carl Graham*
CMAP, Ecole Polytechnique
91128 PALAISEAU
Tél. : 01 69 33 46 33 - Fax : 01 69 33 30 11
carl@cmapx.polytechnique.fr

Rennes *Nicoletta Tchou*
IRMAR - Campus de Beaulieu
35042 RENNES Cedex
Tél. : 02 99 28 26 19 - Fax : 02 99 28 67 90
Nicoletta.Tchou@univ-rennes1.fr

Rouen *Adel Blouza*
Lab. Raphael Salem
Univ. de Rouen Site Colbert
76821 Mont-Saint-Aignan Cedex
Tél. : 02 35 14 71 15 - Fax : 02 32 10 37 94
Adel.Blouza@univ-rouen.fr

Saint-Étienne *Alain Largillier*
Lab. Analyse Numérique
Univ. de Saint Étienne
23, rue du Dr Paul Michelon
42023 ST ÉTIENNE Cedex 2
Tél : 04 77 42 15 40 - Fax : 04 77 25 60 71
larg@anum.univ-st-etienne.fr

Strasbourg *Photis Nobelis*
UFR de Mathématique et Informatique
Univ. Louis Pasteur - 7, rue René Descartes
67084 STRASBOURG Cedex
Tél. : 03 88 41 63 08 - Fax : 03 88 61 90 69
nobelis@math.u-strasbg.fr

Toulouse *Marcel Mongeau*
Laboratoire MIP Univ. Paul Sabatier
31062 TOULOUSE Cedex 04
Tél : 05 61 55 84 82 - Fax : 05 61 55 83 85
mongeau@cict.fr

Tours *Christine Georgelin*
Lab. de Mathématiques et
Physique Théorique
Faculté des Sciences et Techniques de Tours
7, Parc Grandmont - 37200 TOURS
Tél. : 02 47 36 72 61 - Fax : 02 47 36 70 68
georgelin@univ-tours.fr

Tunisie *Mohamed Jaoua*
ENIT-LAMSIN
BP37 1002 - TUNIS-BELVÉDERE
Tél : 2161-874700 - Fax : 2161-872729
mohamed.jaoua@enit.rnu.tn

Zurich *Michel Chipot*
Angewandte Mathematik
Universität Zürich
Winterthurerstr. 190 - CH 8057 ZÜRICH
Tél. : (41) 1 257 58 50 - Fax : (41) 1 257 57 05
chipot@amath.unizh.ch