Au secours de la sonde Philae

Plusieurs rebonds ont été nécessaires à la sonde Philae pour se poser sur la comète Chouri. Sa position n'est alors pas connue avec certitude, si ce n'est comme le montrent les photos prises après qu'elle s'est posée, qu'elle se trouve dans une zone peu éclairée par le soleil ne lui permettant pas de recharger ses batteries. Le centre de contrôle a décidé alors de mettre Philae en hibernation et de la réveiller lorsque l'éclairement de la sonde sera suffisant, cela afin de permettre un chargement suffisant des batteries.

La localisation de la sonde Philae est alors essentielle pour la poursuite de la mission !

Les clichés indiquent que Philae est sur une crête devant une montagne séparée par un canyon.

Notons P, Q et R les sommets du triangle contenu dans le plan horizontal parallèle au sol . Le point P représente Philae, Q et R deux points au pied de la montagne de l'autre côté du canyon (voir dessin 1). Les photos prises à plusieurs intervalles de temps ont permis de calculer la durée mise par les ombres à couvrir les angles (PQR) et (QRP). Le temps mis par l'ombre pour couvrir l'angle (PQR) est de 1 h 14 min 40 s, et de même le temps mis par l'ombre pour parcourir l'angle (QRP) est de 1 h 40 s.
La mesure du segment QR est 100 mètres. La comète Chouri fait un tour sur elle-même en 14 heures.

Est-il possible de connaître la largeur du canyon à partir de l'endroit où se trouve Philae ?

Pour vous plonger dans l'épopée de la sonde Philae, nous vous proposons ce petit dessin animé
`https://www.youtube.com/watch?v=KeCse_mA2cs`

Preuve : Notons $L = QR$, $\theta = \hat{R}$ et $\gamma = \hat{Q}$. Soit I le point d'intersection de la hauteur issue de P dans le triangle PQR. On a alors

$$\tan\gamma = \frac{IP}{IQ} \quad \text{et} \quad \tan\theta = \frac{IP}{IR} \tag{1}$$

soit

$$IQ\tan\gamma = IR\tan\theta.$$

Or,

$$L = IQ + IR,$$

donc

$$IR(\tan\theta + \tan\gamma) = L\tan\gamma \tag{2}$$

soit donc d'après (1) et (2),

$$IP = L\frac{\tan\theta\tan\gamma}{\tan\theta + \tan\gamma}.$$

On trouve $\theta = 26^o$ et $\gamma = 32^o$ d'où $IP \approx 42,35$m.