

Correction de l'énigme

La folle course d'un tonneau dans la neige

Soit n en entier naturel supérieur ou égal à 1. Notons u_n la longueur en mètres parcourue par le tonneau lors de son n -ième tour. On a alors :

$$u_1 = 0,1 \times \pi$$

$$u_2 = (0,1 + \frac{2}{10} \times 0,1)\pi = 0,1 \times 1,2 \times \pi$$

$$u_3 = 0,1 \times 1,2 \times (1 + \frac{2}{10})\pi = 0,1 \times (1,2)^2 \times \pi$$

...

$$u_n = 0,1 \times (1,2)^{n-1} \times \pi.$$

Soit N le nombre de tours nécessaire pour couvrir la distance de 148,27 mètres. On a alors l'égalité suivante

$$u_1 + u_2 + \dots + u_N = 148,27.$$

On reconnaît alors la somme des N premiers termes d'une suite géométrique de raison 1,2 et de premier terme $0,1 \times \pi$.

D'où

$$0,1 \times \pi \times \frac{(1 - (1,2)^N)}{1 - 1,2} = 148,27$$

soit

$$\frac{0,2 \times 148,27}{0,1 \times \pi} + 1 = (1,2)^N.$$

Donc

$$95,39 \approx (1,2)^N$$

d'où

$$N \approx 25.$$

Ainsi, à l'issue du 25-ième tour, la valeur du diamètre du tonneau sera :

$$0,1 \times (1,2)^{24} \approx 9,95 \text{ mètres.}$$