Journées MAS 2010, Bordeaux

Géométrie aléatoire avec interaction gibbsienne, applications

Session organisée par **David Dereudre** et **David Coupier**

Les mosaïques poissonniennes de Voronoï ou Delaunay, les modèles booléens ou toute autre structure géométrique provenant d'un processus de Poisson sont souvent utilisés en physique ou en biologie pour représenter des structures géométriques aléatoires. Leur nature poissonnienne a néanmoins l'inconvénient d'exhiber de fortes propriétés d'indépendance rendant leur utilisation parfois inappropriée. Il est donc naturel d'en considérer des modifications gibbsiennes pour obtenir des modèles plus réalistes. Les processus étudiés sont donc localement absolument continus par rapport au processus poissonnien sous-jacent avec une densité dépendant de la structure géométrique locale.

Dans cette session, nous souhaitons présenter quelques aspects de ce thème de recherche à l'interface de la géométrie aléatoire et de la mécanique statistique. Nous évoquerons tout d'abord des problèmes pratiques tels que la modélisation, la simulation, l'estimation des paramètres et la validation des modèles. Ensuite nous aborderons des questions plus théoriques telles que l'existence des mesures de Gibbs, la percolation et la transition de phase.

Références :

[1] *H.-O. Georgii, Gibbs Measures and Phase Transition* (1998) De Gryuter, Berlin.

[2] *J. Moller and R. Waggepertesen, Statistical Inference and simulation for Spatial point Processes* (2003) Chappman and Hall/CRC, Boca Raton.

[3] *D. Stoyan, W. S. Kendall, J. Mecke, Stochastic Geometry ans its applications* (1995) Wiley, New York (1995).

[4] *M-N-M Van Lieshout, Markov Point Processes And Their Applications* (2000) Imperial College Press, London.

Adresses des organisateurs :

David Dereudre
LAMAV, Laboratoire de Mathématiques et leurs Applications de Valenciennes,
niversité de Valenciennes LAMAV-ISTV2 Mont Houy,
59313 Valenciennes cedex 9,
E-mail : `david.dereudre@univ-valenciennes.fr`,
<http ://www.univ-valenciennes.fr/lamav/dereudre/>

David Coupier
Laboratoire Paul Painlevé,
Université Lille 1, Cité scientifique,
59 655 Villeneuve d'Ascq Cédex,
E-mail : `david.coupier@math.univ-lille1.fr`,
<http ://math.univ-lille1.fr/ coupier/>

Session : Géométrie aléatoire avec interaction gibbsienne, applications

Session : Géométrie aléatoire avec interaction gibbsienne, applications

Introduction aux processus ponctuels de Gibbs : modélisation, identification et validation

par **Jean-François Coeurjolly**

L'objectif de cet exposé vise à présenter quelques aspects théoriques et pratiques induits par la modélisation d'un processus ponctuel marqué par un modèle de Gibbs stationnaire. De manière approximative, une mesure de Gibbs stationnaire est définie via une densité locale sous la forme e^{-V} par rapport à une mesure de Poisson (d'intensité 1). La fonction V appelée fonction énergie (ou hamiltonien) peut être extrêmement générale : elle peut s'appliquer sur les points, les paires de points, triplets,... ou sur des caractéristiques géométriques globales telles que le périmètre ou volume de réunion de boules,...

Dans un premier temps, je définirai plus précisément les mesures de gibbs, présenterai quelques modèles classiques et d'autres plus "structurés" (processus d'interaction par paires agissant sur un graphe de Delaunay, diagramme de Voronoï, modèle booléen) et évoquerai les problèmes d'existence dans R^d (et de transition de phase). Ce dernier problème est crucial en vue de l'obtention de résultats asymptotiques de méthodes d'inférence.

Dans un second temps, je présenterai les principales méthodes d'identification disponibles ainsi que quelques uns des résultats associés : méthode du maximum de vraisemblance, du maximum de pseudo-vraisemblance, de Takacs-Fiksel,...

Enfin, dans un dernier temps, je dirai quelques mots sur les outils disponibles pour tenter de juger de l'adéquation d'un jeu de données à un modèle Gibbsien. En particulier, je présenterai la notion de résidus pour des processus ponctuels spatiaux et des résultats asymptotiques récents permettant de dériver plusieurs tests d'adéquation. Nous verrons que l'un d'entre eux constitue une extension tout à fait naturelle du test de dispersion d'un processus de Poisson, basé sur les comptages de quadrats.

Adresse :
Jean-François COEURJOLLY
Laboratoire Jean Kuntzman, Dept Statistiques
Université de Grenoble, 1251, avenue Centrale 38400 Saint Martin d'Hères
E-mail : `Jean-Francois.Coeurjolly@upmf-grenoble.fr`
<`http://sagag.upmf-grenoble.fr/sagag/Membres/Coeurjolly_J-F_fr`>

Session : Géométrie aléatoire avec interaction gibbsienne, applications

Un modèle gibbsien de tessellation pour la simulation de paysages

par Adamczyk Katarzyna, **Kiên Kiêu** et Hervé Monod

Le rôle du paysage dans des modèles de diffusion est l'objet de nombreuses études en agronomie. En particulier, on s'intéresse à l'impact du parcellaire agricole sur la dispersion de pollen de cultures OGM (Le Ber et al., 2009), sur la diffusion de spores en épidémiologie végétale. Pour cela, il est nécessaire d'analyser comment des flux sont affectés lorsqu'on fait varier un parcellaire. Notre objectif est donc de pouvoir simuler des parcellaires ayant des caractéristiques géométriques réalistes.

Les parcellaires agricoles peuvent souvent être représentés par des tessellations en T. Une tessellation polygonale en T est définie comme une tessellation dont tous les sommets sont de degré 3 et où 2 des 3 arêtes incidentes à tout sommet sont colinéaires. Plusieurs modèles de tessellations en T aléatoires ont déjà été proposés comme le modèle de tessellation rectangulaire de Mackisack et Miles (1996), le modèle d'Arak et al. (1993) ou les tessellations imbriquées de Nagel et Weiss (2006).

Nous proposons une extension du modèle d'Arak qui permet d'obtenir des motifs de tessellations spécifiques. Cette extension est basée sur une fonction d'énergie dont les termes correspondent aux propriétés géométriques qu'on cherche à contrôler. La simulation de ce modèle est basée sur le principe de Metropolis-Hasting-Green. Trois types de mises à jour permettent d'explorer l'espace des configurations possibles. Nous montrons, sous certaines conditions, la convergence en variation totale de la loi de la chaîne de Markov. Nous discuterons aussi de l'ergodicité géométrique qui permettrait d'obtenir un théorème central limite.

La mise en œuvre de l'algorithme de simulation et des questions pratiques qu'il soulève seront illustrées par des exemples. On présentera aussi un exemple d'estimation par maximum de vraisemblance MCMC.

Adresses :
Adamczyk Katarzyna
UR 341 Mathématiques et Informatique Appliquées, INRA
domaine de Vilvert, 78350 Jouy-en-Josas
E-mail : katarzyna.adamczyk@jouy.inra.fr

Journées MAS 2010, Bordeaux

Kiên KIÊU
UR 341 Mathématiques et Informatique Appliquées, INRA
domaine de Vilvert, 78350 Jouy-en-Josas
E-mail : kien.kieu@jouy.inra.fr
<http://w3.jouy.inra.fr/unites/miaj/public/perso/KienKieu>

Hervé MONOD
UR 341 Mathématiques et Informatique Appliquées, INRA
domaine de Vilvert, 78350 Jouy-en-Josas
E-mail : herve.monod@jouy.inra.fr
<http://w3.jouy.inra.fr/unites/miaj/public/perso/HerveMonod_en.html>

Session : Géométrie aléatoire avec interaction gibbsienne, applications

Session : Géométrie aléatoire avec interaction gibbsienne, applications

Existence de processus ponctuels avec interactions de type plus proche voisins

par David Dereudre, **Rémy Drouilhet** et Hans-Otto Georgii

Dans cet exposé, nous présenterons un résultat d'existence de mesures de Gibbs stationnaires avec interactions basées sur des structures géométriques. Nous nous concentrerons plus particulièrement sur les interactions (du type plus-proche voisins) définies à partir du graphe de Delaunay. L'originalité de ce travail réside dans le fait que les deux principales hypothèses pour obtenir ce résultat d'existence sont la stabilité de l'interaction (ou plutôt une légère extension pour inclure les modèles non nécessairement héréditaires) et la localité du graphe de Delaunay. Il est à noter qu'à la différence des principaux précédents travaux relatifs aux modèles de Gibbs avec interactions au sens de Delaunay, la restrictive propriété de stabilité locale n'est pas requise.

Nous présenterons succinctement un résultat de relative compacité sur l'ensemble des processus stationnaires ayant une entropie uniformément bornée. Il est en effet l'outil théorique fondamental de la preuve de notre théorème.

Cette présentation sera complétée par quelques simulations de ce type de processus ponctuels.

Adresses :

David Dereudre
LAMAV, Laboratoire de Mathématiques et leurs Applications de Valenciennes
Université de Valenciennes LAMAV-ISTV2 Mont Houy
59313 Valenciennes cedex 9, France
E-mail : `david.dereudre@univ-valenciennes.fr`
<`http://www.univ-valenciennes.fr/lamav/dereudre/`>

Rémy Drouilhet
Laboratoire Jean Kuntzman, Dept Statistiques
Université de Grenoble, 1251, avenue Centrale 38400 Saint Martin d'Hères
E-mail : `Remy.Drouilhet@upmf-grenoble.fr`
<`http://www-lmc.imag.fr/membres/Remy.Drouilhet`>

Journées MAS 2010, Bordeaux

Hans-Otto Georgii
Mathematisches Institut der Universität
München, Theresienstraße 39, 80333 München, Germany
E-mail : georgii@math.lmu.de
<http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~georgii/>

Session : Géométrie aléatoire avec interaction gibbsienne, applications

Session : Géométrie aléatoire avec interaction gibbsienne, applications

Percolation dans le modèle Quermass

par **David Coupier** et David Dereudre

Le modèle booléen poissonnien dans le plan consiste en l'union de disques de rayons aléatoires et indépendants, centrés en les points d'un processus de Poisson stationnaire. Il croît (au sens de l'inclusion) avec l'intensité z du processus de Poisson si bien que, pour z assez grand, une composante connexe non bornée apparaît : il y a percolation. Considérons désormais une interaction gibbsienne entre les disques de type *Quermass*. L'énergie d'une configuration γ (en volume fini) est alors donnée par

$$H(\gamma) = \theta_1 \mathcal{A}(\gamma) + \theta_2 \mathcal{L}(\gamma) + \theta_3 \chi(\gamma)$$

où $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ sont des paramètres réels et $\mathcal{A}, \mathcal{L}, \chi$ sont les trois fonctionnelles de Minkowski (l'aire, le périmètre et la caractéristique d'Euler-Poincaré). Si par exemple θ_1 est positif et θ_2, θ_3 nuls, les configurations les plus probables sont celles d'aire minimale. C'est exactement l'inverse si θ_1 est négatif. Nous étudions dans ce nouveau modèle le phénomème de percolation, lorsque l'intensité z du processus de Poisson sous-jacent devient grande et pour différentes valeurs des paramètres $\theta_1, \theta_2, \theta_3$.

Adresses :

David Coupier
Laboratoire Paul Painlevé
Université Lille 1, Cité scientifique, 59 655 Villeneuve d'Ascq Cédex
E-mail : `david.coupier@math.univ-lille1.fr`
<http://math.univ-lille1.fr/~coupier/>

David Dereudre
LAMAV, Laboratoire de Mathématiques et leurs Applications de Valenciennes
Université de Valenciennes LAMAV-ISTV2 Mont Houy
59313 Valenciennes cedex 9, France
E-mail : `david.dereudre@univ-valenciennes.fr`
<http://www.univ-valenciennes.fr/lamav/dereudre/>